PER MARIA PER TERRAS
NEW YORK ACADEMY OF SCIENCES 1818
Library

Bound at
A.M.N.H.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

5.06(45.1) T2
9

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME CINQUANTAQUATTRESIMO

1918-1919

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1919

Torino — Stabilimento Tipografico Vincenzo Bona

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito.*
„ „	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario.*
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario.*
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 „	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 „	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883).* Torino, 1883, pag. 141.

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1918

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore emerito di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Comm. ❋ e ⊞. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*

Eletto alla carica il 3 febbraio 1918 per terminare il triennio iniziato dal defunto socio Camerano (20 aprile 1916 - 19 aprile 1919).

VICE-PRESIDENTE

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Membro corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Professore ordinario di diritto ecclesiastico nella R. Univ. di Torino, Grand'Uff. ❋ e ⊞. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

Eletto alla carica l'8 dicembre 1918 per terminare il triennio iniziato dal defunto socio Chironi (20 aprile 1916 - 19 aprile 1919).

Tesoriere

Einaudi (Luigi), Dottore in Giurisprudenza, Professore di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino ed Incaricato di Economia e Legislazione industriale nel R. Politecnico di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e di quella dei Georgofili, Socio onorario del *Cobden Club* di Londra, Membro del Comitato centrale e della Commissione esecutiva del Consorzio nazionale. — *Torino, Piazza Statuto, 16.*

Rieletto alla carica il 19 novembre 1916 per il triennio dal 1° luglio 1916 al 30 giugno 1919.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Dottore in Matematica, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Direttore del R. Politecnico di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio ordinario non residente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Ateneo di Brescia, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena e della Società matematica di Praga, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli e della Società matematica di Parigi, Comm. ✻, e Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*

Rieletto alla carica l'11 marzo 1917 per il triennio dal 9 febbraio 1917 all'8 febbraio 1920.

Segretario

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore di Geologia e Direttore del Museo di Geologia e di Paleontologia della R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Ateneo di Brescia, dell'Accademia degli Agiati in Rovereto e dell'Accademia di Verona, Membro del R. Comitato Geologico, ecc., Comm. ✻, ⊞. — *Torino, Palazzo Carignano.*

Eletto alla carica il 19 novembre 1916 per il triennio dal 16 novembre 1916 al 15 novembre 1919.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio straniero della *British Ornithological Union*, Socio straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio straniero dell'*American Ornithologists' Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Comm. ⊞, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo). — *Torino, Via Principe Tommaso, 17.*

29 gennaio 1871 - 9 febbraio 1871. — Pensionato 21 marzo 1878.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), *predetto.*

5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Membro onorario della Società Filosofica di Cambridge e delle Società Matematiche di Londra e di Calcutta, Socio straniero dell'Accademia delle Scienze del Belgio e di quella di Danimarca, Socio corrispondente della Società Fisico-Medica di Erlangen, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ✻ e Comm. ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 85.*

10 febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della *Sociedad Cientifica* del Messico, Socio del Circolo matematico di Palermo, della Società matematica di Kasan, della Società filosofica di Ginevra, corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ✻ e ⊞. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*

25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nel R. Politecnico, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, del Circolo matematico di Palermo, dell'Accademia Dafnica di Acireale e della Società degl'Ingegneri Civili di Lisbona, Membro effettivo della R. Commissione Geodetica italiana, Comm. ⊞. — *Torino, Via Madama Cristina, 11.*

3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 17 ottobre 1902.

Foà (Pio), Senatore del Regno, Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore ordinario di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Presidente della Giunta di Vigilanza dell'Istituto di Magistero per l'educazione fisica, Membro dell'Opera Nazionale per gl'invalidi della guerra in Roma, ecc., ecc., Comm. ✻ ⊞. — *Torino, Corso Valentino, 40.*

3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895. — Pensionato 9 novembre 1902.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore ordinario di Statica grafica e Scienza delle costruzioni e Direttore dell'annesso Laboratorio sperimentale dei materiali da costruzione nel R. Politecnico in Torino, Corrispondente della Reale Accademia dei Lincei, Uff. ✻, Comm. ⊞. — *Torino, Corso Valentino, 7.*

31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*

15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), Dottore in Medicina, Chirurgia e Scienze naturali, Professore ordinario di Botanica e Direttore dell'Istituto botanico della R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia di Medicina, Presidente della R. Accademia di Agricoltura di Torino e della Società botanica italiana, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, della Società di Scienze naturali di Mosca, della *Royal Botanical Society* di Edinburgh, della Società Veneto-Trentina, della Società Antonio Alzate di Mexico, ecc., Comm. ⊞, *Officier du mérite agricole. — Torino, Orto Botanico della R. Università (al Valentino).*

10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica e Direttore della scuola Galileo Ferraris nel R. Politecnico di Torino, Socio ordinario della R. Accademia di Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia Pontaniana e del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Membro della Commissione superiore metrica al Ministero di Agricoltura, Industr. e Comm., Membro del Consiglio Superiore dei servizi elettrici al Ministero delle Poste e Telegrafi, Consigliere comunale, Uff. ✻, Comm. ⊞. — *Torino, Via Cernaia, 40.*

9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Dottore in Matematiche, Professore ordinario di Fisica matematica e incaricato di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, rappresentante dell'Accademia nel Consiglio amministrativo del R. Politecnico di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio nazionale della Società italiana delle Scienze (detta dei XL) e corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ❋, Comm. ⊞. — *Corso Vinzaglio, 10.*
5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Fusari (Romeo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore ordinario di Anatomia umana, descrittiva e topografica e Direttore dell'Istituto anatomico della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Fondatore della Società medico-chirurgica di Pavia, Onorario dell'Accademia delle Scienze mediche e naturali di Ferrara, Uff. ❋ e Comm. ⊞. — *Via Baretti, 45.*
5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 17 gennaio 1915.

Panetti (Modesto), Dottore in Matematica, Ingegnere, Professore di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Comm. ⊞. — *Via S. Francesco da Paola, 36.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Ponzio (Giacomo), Dottore in Chimica, Professore ordinario di chimica generale, Direttore dell'Istituto di chimica generale della R. Università di Torino. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Sacco (Federico) Dottore in Scienze, Professore ordinario di Geologia applicata e Direttore del Museo geo-minerulogico nel R. Politecnico di Torino, Professore incaricato di Paleontologia nella R. Università; Socio della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, dell'Ateneo di Brescia; Membro onorario della Société belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie; Membro del R. Comitato geologico italiano. Uff. ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele II, n° 18.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Majorana (Quirino), Dottore in fisica, Ingegnere, Professore ordinario di Fisica sperimentale nel R. Politecnico di Torino, Comm. ❋ e ⊞. — *Torino, Corso Duca di Genova, 1.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Capitano del Genio, Dottore in Fisica, Dottore onorario in Matematiche della Università Fridericiana di Christiania, Dottore onorario in Scienze della Università di Cambridge, Dottore onorario in Filosofia della Università di Stockholm, Dottore onorario in Fisica della *Clark University* di Worcester (Mass.), Professore di Fisica matematica, incaricato di Meccanica superiore, Direttore del Seminario Matematico e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Roma, Capo dell'Ufficio Invenzioni e Ricerche al Ministero delle Armi e Trasporti, Professore d'analisi alla Università di Stockholm (1906), *Professeur agréé à la Sorbonne* (1912), *Louis Clark Vanuxem lecturer* (1912) all'Università di Princeton N. J., uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico corrispondente della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio onorario dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro nazionale della Società degli Spettroscopisti italiani, Membro straniero della Società Reale di Londra, Membro della Royal Institution of Great Britain (Londra), Associato straniero dell'Istituto di Francia (già Socio corrispondente nella Sezione di Geometria dell'Accademia delle Scienze di Parigi), Membro straniero nella Classe di Matematica pura della Reale Accademia Svedese delle scienze, Membro onorario straniero della Società Reale di Edimburgo, Membro straniero dell'Accademia nazionale delle Scienze (Stati Uniti d'America, Washington), Membro straniero della *American Philosophical Society for Promoting Useful Knowledge* di Philadelphia (Pa), Membro ordinario della Società Reale delle Scienze di Upsala, Membro corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Pietrogrado, Membro onorario dell'Accademia Rumena di Bucarest, Membre du Bureau della Società matematica di Francia, Membro onorario della Società Matematica di Londra, Membro onorario della Società matematica di Kharkow, Membro onorario della Società matematica di Calcutta, *Membre du Bureau* della Società fisica di Francia, Membro onorario della Società di Scienze fisiche e naturali di Bordeaux, Membro corrispondente della Società Scientifica di Buenos Aires, Membro onorario dell'*Harvard Mathematical Club* in Cambridge (Mass.), Vice-Presidente del R. Comitato Talassografico italiano, Presidente della R. Commissione tecnica per gl'Istituti di Previdenza, Presidente dell'Associazione Italiana per l'Intesa intellettuale fra i paesi alleati ed amici, ecc., ⚙, ✻, ▭. — *Roma, Via in Lucina, 17.*

3 febbraio 1895 - 11 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere in Milano, ✻, ⊞, ⊞. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Presidente del Consiglio Superiore di Sanità, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, Membro onorario dell'Università Imperiale di Charkoff, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Membro della Società per la Medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietrogrado, della Società di Psichiatria e Neurologia di Vienna, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina*, Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-mediche di Würzburg, di Erlangen, di Gand, Membro della Società Anatomica, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-fisica Fiorentina, della R. Accademia delle Scienze mediche di Palermo, della Società Medico-chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neurological Association* di New-York, Socio onorario della *Royal Microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di Medicina del Belgio, Membro onorario della Società Freniatrica italiana e dell'Associazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio Agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro onorario dell'Università di Dublino, Socio corrispondente della Società Medica di Batavia, Membro straniero dell'Accademia di Medicina di Parigi, Membro onorario dell'Imperiale Società degli alienisti e neurologi di Kazan, Socio emerito della R. Accademia Medico-Chirurgica di Napoli, Socio corrispondente dell'Imp. Accademia delle Scienze di Vienna, Socio onorario della R. Società dei Medici in Vienna, Comm. ✻, Gr. Cr., Gr. Cord., ⊞, Cav. ⊞. — *Pavia, Corso Vitt. Eman. 77.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Righi (Augusto), Senatore del Regno, Dottore, Professore ordinario di Fisica, Incaricato dell'insegnamento della Fisica per i Medici, Farmacisti e Veterinari nella R. Università di Bologna, Membro (Benedettino) della

Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia di Padova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Accademia di Scienze naturali ed economiche di Palermo, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, Membro della Società degli Spettroscopisti Italiani, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Dottore in Filosofia *honoris causa* dell'Università di Gottinga, di Erlangen, Membro corrispondente dell'Accademia di Parigi, dell'Accademia delle Scienze di Petrogrado, di Lund, dell'Accademia Olandese di Haarlem e della Società Reale delle Scienze di Upsala, Membro onorario della *Philosophical Society* di Cambridge, della Società Reale di Edinburgo, della *Royal Institution* della Gran Bretagna, della Società Antonio Alzate del Messico, della Società di Scienze naturali di Mosca, della Società di Fisica di Ginevra, Uno dei 12 Soci onorari della Società Fisica di Londra, Membro straniero della R. Società delle Scienze di Gottinga, Comm. ✻, Gr. Uff. ⊞, ⊞. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*

24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Taramelli (Torquato), Dottore, Professore ordinario di Geologia e Incaricato di Paleontologia nella R. Università di Pavia, Membro del R. Comitato Geologico e del R. Consiglio di Meteorologia e Geodinamica, Socio ordinario del Comizio Agrario di Pavia, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio degli Atenei di Brescia e Bergamo, delle Accademie di Udine, di Verona e di Spoleto, della Società Agraria Istriana, della Società dei Naturalisti di Modena, della R. Accademia dei Georgofili di Firenze, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia delle Scienze della Società Reale di Napoli, dell'Accademia delle Scienze del R. Istituto di Bologna, dell'I. R. Accademia delle Scienze di Rovereto, Socio onorario delle Società Alpine di Udine e di Trento, dell'I. R. Istituto geologico di Vienna, della Società Reale delle Scienze del Belgio, della Società Elvetica di Scienze naturali, della Società di Scienze naturali di Filadelfia, Gr. Uff. ⊞, ✻, Cav. ⊞. — *Pavia, Via Volta, 24.*

24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Bertini (Eugenio), Dottore, Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Pisa, Professore onorario dell'Università di Pavia, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Lucca, ✻, ⊞. — *Pisa, Lungarno Mediceo, Palazzo Schiff.*

24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Pirotta (Romualdo), Dottore, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere e dell'Istituto Veneto

di scienze, lettere ed arti, Professore ordinario di Botanica e Direttore del R. Istituto e Orto Botanico dell'Università di Roma, Comm. ☒. — *Roma, Via Milano, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Ròiti (Antonio), Dottore, Professore emerito del R. Istituto di Studi superiori in Firenze, Vice Presidente della R. Accademia dei Lincei. — *Roma, Lungotevere Farnesina, 2.*
24 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Göttingen. — 10 gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena. — 13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Noether (Massimiliano), Prof. nell'Università di Erlangen. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Thomson (John Joseph), Professore nell'Università di Cambridge. — Id. id.

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Cantor (Maurizio), Professore nell'Università di Heidelberg. — 25 giugno 1876.
Schwarz (Ermanno A.), Professore nella Università di Berlino. — 19 dicembre 1880.
Jordan (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 12 gennaio 1896.
Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — Id. id.
Picard (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia (Parigi). — 10 gennaio 1897.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Zeuthen (Gerolamo Giorgio), Professore nella Università di Copenhagen. — 14 giugno 1903.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — Id. id.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Berzolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 febbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Ricci-Curbastro (Gregorio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Cambridge. — 27 maggio 1894.
Celoria (Giovanni), Senatore del Regno, Direttore dell'Osservatorio di Milano. — 12 gennaio 1896.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Levi-Civita (Tullio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Pisa. — 24 febbr. 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Reina (Vincenzo), Professore nella R. Scuola d'Ingegneri di Roma. — Id. id.
Mesnager (Agostino), Professore e Direttore dei Laboratori della Scuola Nazionale dei Ponti e Strade. Parigi. — 29 dicembre 1918.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia (Parigi). — 15 maggio 1892.
Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella *Royal Institution* di Londra. — 3 febbraio 1895.
Röntgen (Guglielmo Corrado), Professore nell'Università di München. — 14 giugno 1903.
Lorentz (Enrico), Professore dell'Università e Curatore del Laboratorio Teyler di Haarlem. — 14 giugno 1903.
Garbasso (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze. — 15 maggio 1910.
Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.
Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.
Cantone (Michele), Professore nell'Università di Napoli. — Id. id.
Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.
Lombardi (Luigi), Professore nel Politecnico di Napoli. — Id. id.
Marconi (Guglielmo), Dottore in scienze, Londra. — Id. id.
Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.
Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — Id. id.
Fischer (Emilio), Professore nell'Università di Berlino. — 24 gennaio 1897.
Dewar (Giacomo), Professore nell'Università di Cambridge. — 14 giugno 1903.
Ciamician (Giacomo), Senatore del Regno, Professore nell'Università di Bologna. — Id. id.
Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.
Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — Id. id.
Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.
Haller (Albin), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di Parigi. — 15 maggio 1910.
Willstätter (Richard), Professore, Kaiser Wilhelm Institut, Berlin. — Id. id.
Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe. — Id. id.
Angeli (Angelo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — 24 febbraio 1918.
Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.
Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Piutti (Arnaldo), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Capellini (Giovanni), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Bologna. — 12 marzo 1882.
Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga. — 28 gennaio 1898.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Issel (Arturo), Professore nella R. Università di Genova. — 14 giugno 1903.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella " Deutsche Technische Hochschule „ di Praga. — Id. id.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Kilian (Carlo), Professore nell' Università di Grenoble. — Id. id.
Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano. — 24 febbraio 1918.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
De Stefani (Carlo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento in Firenze. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Saccardo (Andrea), Professore nella R. Università di Padova. — 8 febbraio 1885.
Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Schwendener (Simone), Professore nell'Univ. di Berlino. — Id. id.
Wiesner (Giulio), Professore nell'Univ. di Vienna. — 14 giugno 1903.
Klebs (Giorgio), Professore nell'Università di Halle. — Id. id.
Belli (Saverio), Professore, Torino. — Id. id.
Baccarini (Pasquale), Professore nell' Istituto di Studi superiori in Firenze. — 15 maggio 1910.
Mangin (Luigi), Membro dell' Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — Id. id.
De Vries (Ugo), Professore nella Università di Amsterdam. — 13 genn. 1918.
Orpen Bower (Federico), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.
De Toni (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Modena. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Waldeyer (Guglielmo), Professore nell'Università di Berlino. — 1° dicembre 1889.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 febbraio 1898.

Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia naturale di Londra. — 28 gennaio 1900.

Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.

Weismann (Augusto), Professore nell'Università di Freiburg i. Br. (Baden). — 5 marzo 1905.

Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — Id. id.

Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell'Università di Madrid. — 15 maggio 1910.

Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.

Albertoni (Pietro), Professore nella Università di Bologna. — 24 febbr. 1918.

Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.

Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento. — Id. id.

Grassi (Giovanni Battista), Professore nella R Università di Roma. — Id. id.

Vialleton (L.), Professore di Anatomia Microscopica, Montpellier. — Id. id.

Rosa (Daniele), Professore nella R. Università di Modena. — Id. id.

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

Boselli (S. E. Paolo), Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano e Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore onorario della R. Università di Bologna, Presidente dell'Istituto Storico Italiano, Presidente del Consiglio degli Archivi, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della Classe di scienze morali della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, della R. Accademia delle Scienze di Modena, Membro onorario nazionale dell'Istituto di Storia del Diritto Romano della R. Università di Catania, Socio corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Presidente della Società di Storia Patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio onorario dell'Accademia di Massa, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Corrispondente dell'Accademia Dafnica di Acireale, Presidente onorario della Società di Storia Patria degli Abruzzi in Aquila, Presidente del Consiglio Centrale della Società *Dante Alighieri*, Presidente del Consiglio di Amministrazione del R. Politecnico di Torino, Presidente del Consiglio Superiore della Marina Mercantile, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio Provinciale di Torino, Presidente del Comitato Nazionale per la Storia del Risorgimento, Cav. O. S. SS. A., Gr. Cord. ❋ e ⊞, Gr. Cr. della L. d'O. di Francia, Gr. Cord. dell'Ordine di Danilo del Montenegro, dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., e C. O. della Concezione del Portogallo. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*

Eletto alla carica il 28 maggio 1916 per il triennio dal 20 aprile 1916 al 19 aprile 1919.

Segretario.

Stampini (Ettore), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore ordinario di Letteratura latina, Direttore della Biblioteca e già Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia Peloritana di Messina, dell'Ateneo di Brescia, della R. Accademia Virgiliana di Scienze, Lettere ed Arti di Mantova, e della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Direttore della Rivista di Filologia e d'Istruzione classica, già Membro del Consiglio e della Giunta Superiore dell'Istruz. Pubblica, Decorato della Medaglia del Merito Civile di 1ª Classe della Repubblica di S. Marino, Uff. ❋, Comm. ⊞. — *Piazza Vittorio Emanuele I, 10.*

Eletto alla carica il 28 maggio 1916 per il triennio dal 20 aprile 1916 al 19 aprile 1919.

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (Paolo), *predetto.*

15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

Pizzi (Nobile Italo), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, Dottore onorario dell'Università di Lovanio, Socio corrispondente dell'Ateneo Veneto, dell'Accademia Petrarchesca d'Arezzo, dell'Accademia Dafnica di Acireale, dell'Accademia dell'Arcadia di Roma, dell'Accademia Reale di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, della R. Accademia Peloritana di Messina, ✻, ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 16.*

8 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 16 giugno 1907.

De Sanctis (Gaetano), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Storia antica nella R. Università di Torino, Socio ordinario della Pontificia Accademia romana di Archeologia, ✻ e ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 44.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), *predetto.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), *predetto.*

20 maggio 1906 - 9 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione e Preside della Facoltà di Giurisprudenza nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione e della Sezione della Giunta per l'Istruzione primaria e popolare, Socio corrispondente onorario del Circolo di Studi sociali di Firenze, Membro della Società internazionale per lo studio delle questioni di assistenza (Parigi), Membro della Commissione per il dopo guerra, Comm. ✻ e ⊞. — *Torino, Via Montebello, 26.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Sforza (Conte Giovanni), Accademico della Crusca, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia patria di Modena per la Sotto-Sezione di Massa e Carrara, Socio effettivo di quelle delle antiche Provincie e della Lombardia, di Parma e Piacenza, e della Toscana, Socio onorario della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, dell'Ateneo di Brescia, della Società Ligure di Storia patria, della R. Accademia Lucchese, Socio onorario della R. Accademia di Belle Arti di Carrara, Membro d'onore dell'*Académie Chablaisienne* di Thonon-les-Bains, Membro aggregato dell'*Académie des Sciences, Belles Lettres*

et Arts de Savoie, Socio della R. Commissione per i testi di lingua, Membro della Commissione Araldica Piemontese, della Società di Storia patria di Vignola, della Commissione municipale di Storia patria e belle arti della Mirandola, della Commissione Senese di Storia patria e della Società storica di Carpi, Corrispondente della R. Accademia Valdarnese del Poggio in Montevarchi, della Società Georgica di Treia, della Colombaria di Firenze, e del Comitato nazionale per la Storia del Risorgimento italiano, Socio effettivo della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, Presidente onorario della R. Accademia dei Rinnovati di Massa, Gr. Uff. dell'Ordine del Medjidiè, Comm. ✻, Gr. Uff. ⊞. — *Via S. Dalmazzo, 24.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Einaudi (Luigi), *predetto.*

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Baudi di Vesme (Alessandro dei conti), Dottore in Giurisprudenza, Soprintendente alle Gallerie ed ai Musei medioevali, ecc. del Piemonte e della Liguria, Direttore della R. Pinacoteca di Torino, Segretario della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia. — *Via dei Mille, 54.*

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 4 luglio 1918.

Schiaparelli (Ernesto), Dottore in Lettere, Professore incaricato di Egittologia nella R. Università di Torino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro onorario dell'Istituto Khediviale egiziano e della Società Asiatica di Francia, della Società di Archeologia biblica di Londra, Direttore del R. Museo di Antichità di Torino, Soprintendente dei Musei e Scavi di antichità per il Piemonte e la Liguria, Uff. ✻, Comm. ⊞.

10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 11 luglio 1918.

Patetta (Federico), Dottore in Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, Socio effettivo della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per l'Umbria e della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Modenesi, Socio fondatore della Commissione Senese di Storia patria, Socio effettivo della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, Comm. ⊞. — *Via S. Massimo, 44.*

3 maggio 1914 – 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), Dottore in Lettere e in Filosofia, Professore ordinario di Pedagogia e già Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere, Rettore della R. Università di Torino, Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e dell'Ateneo di Brescia, Uff. ✻, Comm. ⊞. — *Via Valeggio, 15.*

31 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Prato (Giuseppe), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Economia politica e Scienza delle finanze nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, Professore incaricato di Diritto industriale nella R. Università di Torino, Membro effettivo della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio ordinario della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia Economico-Agraria dei Georgofili in Firenze, ⊞. — *Via Bertola, 37.*

31 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Cian (Vittorio), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto e del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro effettivo della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e di quella di Venezia, ⊞. — *Via G. Berchet, 2.*

20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Pacchioni (Giovanni), Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di diritto romano nella R. Università di Torino, già Professore ordinario di diritto romano nella Università di Innsbruck, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena e dell'Accademia degli Agiati di Rovereto, ⊞. — *Via Cibrario, 54.*

20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

Valmaggi (Luigi), Dottore in Lettere, Professore ordinario di Grammatica greca e latina e Preside della Facoltà di Filosofia e Lettere nella R. Università di Torino, Socio corrispondente dell'Accademia Properziana del Subasio in Assisi, della R. Accademia Virgiliana di Mantova, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Comm. ⊞. — *Via S. Secondo, 31.*

20 maggio 1917 - 10 giugno 1917.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del Reale Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen e di Pietrogrado, Dottore *ad honorem* delle Università di Oxford, di Cracovia e di Atene, ⚜, Uff. ✠, Comm. ⊞. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*

20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, Professore onorario della Università di Camerino, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei e corrispondente delle RR. Accademie di Napoli, di Bologna, di Modena e di Messina, Socio onorario della R. Accademia di Palermo, ecc., Gr. Cr. ✠ e ⊞. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*

29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Dottore in Lettere, Dottore *honoris causa* dell'Università di Giessen, Professore ordinario di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico residente della Crusca, Socio ordinario non residente della Società Reale di Napoli, Socio ordinario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per la Toscana, Socio Urbano della Società Colombaria, Socio onorario della R. Accademia di Padova, della Società Dantesca americana, della *New Language Association of America,* della *Société néophilologique* dell'Università di Pietrogrado, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto, dell'Ateneo Veneto, della R. Accademia di Palermo, della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della R. Società delle Scienze di Göttingen, dell'Istituto di Francia (Académie des Inscriptions et Belles-Lettres), della Società Reale di Scienze e Lettere di Göteborg, dell'Accademia R. Lucchese, ⚜, Uff. ✠, Gr. Uff. ⊞. — *Firenze, Piazza d'Azeglio, 13.*

29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, Socio e Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia dei Lincei, ⊕, Uff. ✻, ⊞, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*

12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Senatore del Regno, Direttore dei Musei Preistorico e Etnografico, Professore ordinario di Paleoetnologia nella R. Università di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei ⊕, Comm. ✻, Gr. Uff. ⊞. — *Roma, Via del Collegio Romano, 26.*

12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli, Socio ordinario della Società Reale di Napoli, Socio nazionale e Presidente della R. Accademia dei Lincei, Accademico della Crusca, Socio corrispondente del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Ateneo di Brescia, Socio straniero della *Dante Society* d'America, ⊕, Comm. ✻ e ⊞. — *Napoli, Largo Latilla, 6.*

31 gennaio 1915 – 14 febbraio 1915.

Sabbadini (Remigio), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, Professore onorario della R. Università di Catania, Membro della Commissione per l'edizione nazionale delle opere del Petrarca, Membro effettivo del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, ⊞. — *Milano, Foro Bonaparte, 52.*

23 giugno 1918 – 11 luglio 1918.

Salvioni (Carlo), Professore ordinario di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio effettivo del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, della Società storica Friulana. — *Milano, Via Ariosto, 4.*

23 giugno 1918 – 11 luglio 1918.

Pareto (Marchese Vilfredo), Professore di Sociologia nell'Università di Lausanne (Svizzera).

23 giugno 1918 – 11 luglio 1918.

Salandra (Antonio), Deputato al Parlamento, Dottore in Giurisprudenza, Professore ordinario di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ⊕, Gr. Cord. ✻ e ⊞, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*

22 dicembre 1918 –

ACCADEMICI STRANIERI

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — 31 gennaio 1897 - 14 febbraio 1897.

Wundt (Guglielmo), Professore nell'Università di Lipsia. — 29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Duchesne (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Francese in Roma. — 12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Mercier (Sua Eminenza Desiderato), Arcivescovo di Malines.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Woodrow Wilson (Tommaso), già Professore e Rettore dell'Università di Princeton, Presidente della Repubblica degli Stati Uniti d'America.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des hautes études di Parigi.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Marshall (Alfredo), già Professore nell'Università di Cambridge (Inghilterra).
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nel Liceo Carlomagno di Parigi. — 15 marzo 1896.
Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.
Masci (Filippo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Napoli. — 14 giugno 1903.
Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.
Gentile (Giovanni), Prof. nella R. Università di Pisa. — 17 maggio 1914.
Martinetti (Pietro). Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.
Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.
Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 marzo 1886.
Gabba (Carlo Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Univ. di Pisa. — 3 marzo 1889.
Buonamici (Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Pisa. — 16 marzo 1890.
Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Bologna. — 10 giugno 1906.
Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Filomusi-Guelfi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.
Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Padova. — Id. id.
Stoppato (Alessandro), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Iannaccone (Pasquale), Prof. nella R. Univ. di Torino. — 17 maggio 1914.
Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — Id. id.
Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Università di Pavia. — 23 giugno 1918.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886.
Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 febbraio 1893.
Bryce (Giacomo), Londra. — 15 marzo 1896.
Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.
Luzio (Alessandro), Direttore del R. Archivio di Stato in Mantova. — 31 maggio 1908.
Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.
Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (Elia), Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. — 14 marzo 1886.
Barnabei (Felice), Roma. — 28 aprile 1895.
Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.

Sezione di Geografia.

Dalla Vedova (Giuseppe), Senatore del Regno, Professore emerito nella R. Università di Roma. — 28 aprile 1895.
Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 31 maggio 1908.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Parodi (Ernesto Giacomo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Schiaparelli (Celestino), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Guarniero (Pier Enea), Prof. nella R. Università di Pavia. — 23 giugno 1918.
Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio delle Querce in Firenze. — Id. id.

Biadego (Giuseppe), Bibliotecario della Biblioteca Civica di Verona. — 21 giugno 1903.

Vitelli (Gerolamo), Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.

Flamini (Francesco), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano — 26 febbraio 1911.

Rasi (Pietro), Professore nella R. Università di Padova. — 23 giugno 1918.

Rostagno (Enrico), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — Id. id.

Barbi (Michele), Professore nella R. Università di Messina. — Id. id.

Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1918

ELEZIONI

SOCI

De Sanctis (Gaetano), eletto nell'adunanza del 25 novembre 1917 membro del Consiglio di Amministrazione in sostituzione del compianto socio Senatore Giuseppe Carle.

De Vries (Ugo), Eletto Socio corrispondente nell'adunanza dol 13 genn. 1918 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Botanica e Fisiologia Vegetale).

Naccari (Andrea), eletto presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi Unite del 10 febbraio 1918. Ne fu approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale del 24 febbraio 1918.

La Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali in seduta privata del 24 febbraio 1918 procedette alla elezione dei Soci corrispondenti nelle singole Sezioni, e riuscirono eletti i signori:

Sezione I. — *Matematiche pure.*

Berzolari (Luigi), Professore nell'Università di Pavia.
Marcolongo (Roberto), Professore nell'Università di Napoli.
Pincherle (Salvatore), „ „ di Bologna.
Ricci-Curbastro (Gregorio), „ „ di Padova.
Severi (Francesco), „ „ di Padova.

Sezione II. — *Matematiche applicate.*
Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Albenga (Giuseppe), Professore nell'Università di Pisa.
Colonnetti (Gustavo), „ „ di Pisa.
Maggi (Gian Antonio). „ „ di Pisa.
Reina (Vincenzo), Professore nel R. Politecnico di Roma.

Sezione III. — *Fisica generale e sperimentale.*

Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma.
Lombardi (Luigi), Professore nel R. Politecnico di Napoli.
Marconi (Guglielmo), Dottore, Londra.
Palazzo (Luigi), Professore e Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, Roma.

Sezione IV. — *Chimica generale ed applicata.*

Angeli (Angelo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze.
Le Chatelier (Enrico Luigi), Professore nell'Istituto di Francia, Parigi.
Nasini (Raffaele), R. Università di Pisa.
Piutti (Arnaldo), „ di Napoli.

Sezione V. — *Mineralogia, Geologia e Paleontologia.*

Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale, Milano.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova.
De Stefani (Carlo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze.

Sezione VI. — *Botanica e Fisiologia vegetale.*

Orpen Bower (Federico), Professore nella R. Università di Glasgow. S.
De Toni (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Modena.

Sezione VII. — *Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparate.*

Albertoni (Pietro), Professore nella R. Università di Bologna.
Bovero (Alfonso), Professore nella Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile.
Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze.
Grassi (Giovanni Battista), Professore nella R. Università di Roma.
Vialleton (L.), Professore nell'Università di Montpellier.
Rosa (Daniele), Professore nella R. Università di Modena.

Patetta (Federico), eletto membro della Commissione per la Biblioteca dell'Accademia nell'adunanza del 3 marzo 1918 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Ponzio (Giacomo). . .
Sacco (Federico) . . .
Majorana (Quirino). .
} eletti Soci nazionali residenti nell'adunanza del 10 marzo 1918 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Ne fu approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale del 21 marzo 1918.

Fusari (Romeo) . . . .
Foà (Pio) . . . . . .
Naccari (Andrea) . . .
nominati nell'adunanza a Classi unite del 17 marzo 1918 per comporre la Commissione che deve riferire sui lavori presentati all'Istituzione del Senatore Giovanni Morelli in Bergamo per concorrere al Premio del 1917.

Parona (Carlo Fabrizio), eletto nell'adunanza privata del 12 maggio 1918 della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali a far parte della Commissione per il Premio Vallauri per le scienze fisiche, quadriennio 1915-1918, in sostituzione del Socio Naccari eletto Presidente dell'Accademia.

I seguenti Soci nell'adunanza a Classi unite del 23 giugno 1918 sono stati nominati per comporre la Commissione per il Premio Bressa (internazionale) relativo al quadriennio 1915-1918.

Parona (Carlo Fabr.)
Segre (Corrado) . . . .
Grassi (Guido) . . . . .
della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

De Sanctis (Gaetano)
Patetta (Federico) . .
Stampini (Ettore) . .
della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Sabbadini (Remigio).
Salvioni (Carlo) . . . .
Pareto (Vilfredo) . . .
eletti Soci nazionali non residenti nell'adunanza del 23 giugno 1918 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Ne fu approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale dell'11 luglio 1918.

Mercier (Desiderato).
Woodrow Wilson . .
De Nolhac (Pietro) . .
Marshall (Alfredo) . .
eletti Soci stranieri nell'adunanza del 23 giugno 1918 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Ne fu approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale dell'11 luglio 1918.

Varisco (Bernardino).
Ranelletti (Oreste) . .
Halbherr (Federico) .
Marucchi (Orazio) . .
Paribeni (Roberto) . .
Nallino (Carlo Alfonso)
Guarnerio (Pier Enea)
Rasi (Pietro) . . . . . .
Rostagno (Enrico) . .
Barbi (Michele) . . . .
Galletti (Alfredo) . . .
nominati Soci corrispondenti nell'adunanza della Classe di scienze morali, storiche e filologiche del 23 giugno 1918.

Vidari (Giovanni) . . .
Chironi (Giampietro).
Ruffini (Francesco) . .
De Sanctis (Gaetano)
eletti nell'adunanza del 23 giugno 1918 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche per comporre la Commissione per il Premio Gautieri per la Filosofia (triennio 1915-1917).

Brondi (Vittorio), eletto nell'adunanza del 25 novembre 1918 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche a far parte della Commissione per il Premio Gautieri per la Filosofia del triennio 1915-1917) in sostituzione del compianto Socio Senatore Chironi.

Ruffini (Francesco), eletto Vice Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi unite dell'8 dicembre 1918. Ne fu approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale in corso.

Salandra (Antonio), eletto Socio nazionale non residente nell'adunanza del 22 dicembre 1918 della Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Ne fu approvata l'elezione con Decreto Luogotenenziale in corso.

Mesnager (Agostino), eletto nell'adunanza del 29 dicembre 1918 Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche applicate e Scienza dell'ingegnere civile e militare).

MORTI

. . . . . .

Baeyer (Adolfo), Socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

21 Febbraio 1918.

Marre (Eugenio Aristide), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale).

26 Febbraio 1918.

Blaserna (Pietro), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale).

12 Marzo 1918.

Manno (Antonio), Socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

14 Aprile 1918.

Pizzetti (Paolo), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'Ingegnere civile e militare).

20 Giugno 1918.

Guareschi (Icilio), Socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

27 Agosto 1918.

Gorra (Egidio), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia).

23 Settembre 1918.

Fraccaroli (Giuseppe), Socio nazionale non residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

1° Ottobre 1918.

Chironi (Dott. Giampietro), Vice Presidente dell'Accademia, Socio della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

7 Ottobre 1918.

Toniolo (Giuseppe), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali).

28 Ottobre 1918.

Dini (Ulisse), Socio nazionale non residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

PUBBLICAZIONI PERIODICHE RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1918

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Acireale**. R. Accademia di scienze, lettere ed arti degli Zelanti. Rendiconti e Memorie. Rendiconti (23 febbraio 1908-21 gennaio 1917), ser. 3ª, vol. IX. — Memorie della Classe di scienze, ser. 3ª, vol. IX, 1916-1917.

* **Baltimore**. Johns Hopkins University Circular, 1916, 1-10; New Ser., 1917, 1-10; 1918, 1-4. — American Journal of Mathematics, vol. XXXVII, 2-4; XXXVIII, 1-4; XXXIX, 1-4; XL, 1-2. — American Journal of Philology, volume XXXVI, 1-4; XXXVIII, 1-4; XXXIX, 1. — Studies historical and political science, ser. XXXIV, 2-4; XXXV, 1-3, XXXVI, 1-3.

* **Barcelona**. Real Academia de Ciencias y Artes. Nómina del Personal Académico. 1917-1918. — Memorias, 3ª época, vol. XIII, 19-32; XIV, 1-7. Boletín, vol. IV, 2.

* — Junta de Ciencias Naturales. Musei Barcinonensis Scientiarum Naturalium Opera. Publicacions, Ser. Geologica, I.

* **Basilea**. Società Chimica Svizzera. Helvetica Chimica. Acta, vol. I, 1-5.

Batavia. Royal Magnetical and Meteorological Observatory: Observations made at secondary Stations. Vol. IV (1914),

* **Bergen**. Bergens Museums Skrifter Ny Raekke, Bd. III, N. 1. — Aarsberetning for 1916–1917; 1917-1918. — Aarbok, 1916-1917, Hefte 1-3. — An Account of the Crustacea of Norway, vol. VI, Copepoda Cyclopoida, Parts XIII & XIV.

* **Berkeley**. University of California. Chronicle and Official Record, vol. XVIII, 3-4, Index; XIX, 1-4. — Agricultural sciences, volume III, 1-5, Index. — American Archaeology and Ethnology, volume I, 12-13; XII, 2-11, Index; XIII, 1. — Botany, vol. V, 9-11; VI, 13-14; VII, 1-4. — Geology, vol. IX, Index; X, 2-22. — Modern Phylology, vol. III, 4 e Index; IV, 3 e Index; V, pp. 1-478. — Pathology, vol. II, 18-19. — Zoology, vol. XII, 17; XIII, 13, Index; XV, Introduction, 2–3; XVI, 16-18, 20-24; XVII, 1-11; XVIII, 1-6, 9.

* — University of California. The dedication of the Library of French Thought, 1917.

* **Bologna**. R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Classe di Scienze morali. Rendiconto, ser. II, vol. I, 1916-17. — Memorie. Sezione di scienze giuridiche, ser. II, t. I, fasc. unico. — Memorie. Sezione di scienze storico-filologiche, ser. II, t. I, fasc. unico. — Classe di scienze fisiche. Rendiconto, nuova ser., vol. XIX, 1914–15; XX, 1915-16. Memorie, ser. VII, t. II, 1914-15; III, 1915-16.

* — Società Medico-Chirurgica. Bollettino delle scienze mediche, ser. IX, vol. I, fasc. 6-12; vol. VI, fasc. 1-10.

* — Biblioteca Comunale. L'Archiginnasio. Bullettino, anno XII, n. 5, 6; XIII, 1-4.

* **Bordeaux**. Annales de la Faculté des Lettres et des Universités du Midi. Revue des études anciennes, t. XIX, 4; XX, 1-4. — Bulletin Italien, t. XVII, 3, 4; XVIII, 1-2. — Bulletin Hispanique, t. XIX, 4; XX, 1-4.

* **Boston**. Society of Natural History. Occasional Papers, VII, Fauna of New England, 13. List of the Mollusca. Memoirs, vol. VIII, 2. Proceedings, vol. 35, 2-3.

* **Brescia**. Ateneo di scienze, lettere ed arti. Commentari per l'anno 1917.

Buenos-Aires. Ministerio de Agricultura de la Nación. Oficina Meteorológica Nacional Boletín mensual, año I, 12; II, 1-6.

* — Sociedad Química Argentina. Anales, t. V, 19-22; VI, 24, 25.

* **Cagliari**. R. Università. Istituto Economico giuridico. Studi economico-giuridici pubblicati per cura della Facoltà di Giur., an. VIII-IX, 1916-17, 2 vol. in-8°.

* **Calcutta**. Geological Survey of India. Memoirs, vol. XLII, P. II; XLV, P. I. Records, vol. XLVIII, P. I-IV; XLIX, P. I.

— Superintendent Government Printing India. Report on the progress of Agriculture in India for 1916-17.

— Board of scientific Advice for India. Annual Report, 1916-17.

* **Cambridge**. Cambridge Philosophical Society. Proceedings, vol. XIX, Parts 4. Transactions, vol. XXII, 12-14.

* **Cape-Town**. Royal Society of South-Africa. Transactions, vol. VI, P. 2-4; VII, 1-2.

* **Catania**. Accademia Gioenia di scienze naturali. Atti, ser. 5ª, vol. X. — — Bollettino delle Sedute, ser. 2ª, febbraio 1918, fasc. 43.

* — Società degli Spettroscopisti italiani. Memorie, ser. 2ª, vol. VI, 11-12; VII, 1-9.

* **Chicago**. Field Museum of Natural History. Publication, 103-104. Report Ser., vol. V, 2. — Zoological Ser., vol. XII, 1.

— John Crerar Library. 23° Annual Report for the year 1917, in-8°.

* **Cincinnati** (Ohio). Lloyd Library. Bibliographical Contribution, vol. II, 12, january 1917; III, 1, april 1917.

* **Columbus**. Ohio Academy of Science and of the Ohio State University Scientific Society. The Ohio Journal of Science, vol. XVIII, 1917, N. 1–6, 8.

* — Ohio State University. Bulletin, vol. XXII, 1917, 11.

* **Copenhague**. Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark. Oversigt (Bulletin), 1916, 4-6; janvier–juin 1917; juin–mai 1918. —

Meddelelser. Historisk-filologiske, I, 1-7; II, 1-2. — Biologiske, I, 1-4. — Mathematisk-fysiske, I, 1-8. Skrifter (Memoires), 7 Rœkke, Historisk og Filosofisk, III, 2; IV, 1. — Naturvidensk og Mathematisk. 7 Rœkke, t. VII, 2; 8 Rœkke, I, 4-5; II, 4-6; III, 1.

Córdoba. Academia Nacional de Ciencias. Boletín, t. XXIII, entrega I, 2.

* **Dijon**. Académie des Sciences, Arts et Belles-Lettres. Mémoires, 4me sér., t. XII; 5me sér., t. I.

* **Edinburgh**. Royal Society of Edinburgh. Proceedings, vol. XXXVII, P. IV; XXXVIII, P. I-II; XLII, P. I.

* **Firenze**. R. Accademia della Crusca. Atti, anno accademico 1915-16. — Rapporto dell'anno accademico 1916-17 del segretario Guido Mazzoni, con le commemorazioni degli Accademici G. Barzellotti e Paolo Meyer.

* — R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento. Pubblicazioni, fasc. 35. — R. Osservatorio di Arcetri. Osservazioni astronomiche all'equatoriale di Arcetri, 1916-17. — Cassuto U., Gli Ebrei a Firenze nell'età del Rinascimento, 1 vol. in-8°.

Flagstaff (Arizona). Lowel Observatory. Bulletin, vol. III, 4-5 (79-81).

Fribourg. Société d'histoire du Canton de Fribourg. Archives, t. X, 1-2; XII, 1.

* **Gap**. Société d'Études des Hautes-Alpes. Bulletin, 4e Série, 1917, 17-18.

Genève. Société de Physique et d'Histoire naturelle. Compte rendu des Séances, vol. 34-35, 1-2. — Mémoires, vol. 38, fasc. 6; 39, 1.

— Observatoire. Résumé météorologique de l'année 1916 et 1917 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. — Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1916 et 1917. La neige à Genève. — Moyennes de 10 à 20 ans pour les éléments météorologiques observés aux fortifications de Saint-Maurice, 1908-1917 et 1898-1917. — Nouvelles moyennes pour les principaux éléments météorologiques de Genève de 1826 à 1915 ou 1917.

* **Genova**. Museo civico di Storia naturale. Annali, ser. 3a, vol. VII.

* — Società Ligure di Storia patria. Atti, vol. XLVI, fasc. 1°. — Appendice al vol. XLVIII.

* — Società di letture e conversazioni scientifiche. Rivista ligure di scienze, lettere ed arti. Annali, XLIV, 4.

— Istituto idrografico della R. Marina. Effemeridi astronomiche ad uso dei naviganti per l'anno 1917-18-19.

* **Haarlem**. Société hollandaise des sciences. Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles; Sér. III, A (Sciences exactes), t. IV, 2; V, I.

Houston (Texas). Rice Institute. October, tenth, eleventh, twelfth, Nineteen hundred and twelve. The Book of the Opening of the Rice Institute. 3 vol. in-8°.

Java. Batavia Observatory. Seismological Bulletin, 1917, january–june, november-december; 1918, january-may.

Jowa City. University of Jowa Monographs. Studies in Medicine, vol. I, 10.

— Bulletins from the Laboratories of Natural History, vol. VII, 2-5.

Kyoto. Imperial University. College of Science. Memoirs, vol. II, 3-6; III, 1-4. — Scholae Medicinalis Universitatis Imperialis Kioto Acta, vol. II, fasc. 2-3.

La Plata. Universidad Nacional. Facultad de Ciencias físicas, matemáticas y astronómicas. Annuario, 1917. — Memoria correspondiente a 1916, N. 6. — Contribución al Estudio de las ciencias físicas y matemáticas, Ser. técnica, vol. I, 5; Ser. matemático-física, vol. I, entrega 9; II, entrega 1-2.

* **Lawrence**. University of Kansas. Science-Bulletin, vol. X, Nos 1-15 incl.

* **Lima**. Cuerpo de Ingenieros de Minas del Perú. El Cuerpo de Ingenieros... de Minas y Aguas, 1917. Boletín, N. 84-91.

* **Lisbonne**. Société Portugaise des Sciences naturelles. Mémoires, III, IV; Sér. zoologique, 3. — Bulletin, vol. I, 3-4; II, 1-3; VIII, 1.

Livorno. R. Accademia Navale. Istituto Elettrotecnico e Radiotelegrafico della R. Marina. Bollettino radiotelegrafico, N. 1.

* **London**. Royal Society. Year Book 1918. Proceedings. Mathematical and Physical sciences, Ser. A, vol. *94*, N. 657-664; *95*, 665-668. — Biological sciences, Ser. B, vol. *90*, N. 624-630. — Philosophical Transactions, Ser. A, vol. *217*, N. 559; Ser. B, vol. *208*, N. 355-358.

* — Royal Institution of Great Britain. Proceedings, vol. XXI, P. 1-3.

* — British Association for the advancement of Science. Report, 1917.

* — British Museum (Natural History). British Antarctic (" Terra Nova ") Expedition, 1910. Natural History Report. — Zoology, vol. II, N. 7; III, 2-5; IV, 1. — Botany, P. I (Fresh-water Algae); II (Marin Algae). — Guide to British Fresh-water Fishes. — Instruction for Collectors, N. I A, 13. — Economic Series of pamphlets, N. 3-7. — Poster on " The Fly Danger " and " The Mosquito Danger ".

* — Royal Astronomical Society. Monthly Notices, vol. LXXVIII, 1-9. — Memoirs, vol. LXII, P. 3.

* — Geological Society. Quarterly Journal, vol. LXXII; LXXIII, P. 1-3.

* — Linnean Society. Journal. Botany, vol. XLIV, N. 295.

* — London Mathematical Society. Proceedings, Ser. 2ª, vol. XVI, P. 5; XVII, 1-3.

* — Royal Microscopical Society. Journal, 1917, P. 6; 1918, 1-3.

* **Lyon**. Université. Nouvelle Sér. I. Sciences, Médecine, fasc. 40.

* **Madison**. Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Letters. Transactions, vol. VIII, P. 2.

* **Madrid**. Real Academia de la Historia. Boletín, t. LXXI, cuad. 6°; LXXII, 1-6; LXXIII, 1-6. — El padre *Fita*. Discurso necrológico pronunciado en la Real Academia de la Historia por el marqués de Laurencín.

— Junta para ampliación de estudios y investigaciones científicas. Anales, t. XVII. Memoria 4-5. — Memoria correspondiente a los años 1916 y 1917. — Trabajos de investigación y ampliación de estudios organizados para el curso de 1918-19.

* — Laboratorio y Seminario Matemático. Publicaciones, t. II. Memoria 4.

— Instituto de Anatomia: Archivo de Anatomia e Anthropologia. Vol. II, 3, 4; III, 1-3; IV, 1 (1915-1916).

México. Biblioteca Nacional Estados-Unidos Mexicanos. Boletín, vol. XII, 4.
— Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Anuario para el año de 1919.
* — Observatorio Meteorológico Central. Boletín mensual 1916, 7-12; 1917, 1-2.
— Departamento Universitario y de Bellas Artes. Boletín de la Universidad, t. I, 1.
* — Sociedad Científica " Antonio Alzate ". Memorias y Revista, t. XXXVI, P. 1-2, 11-12; XXXVII, 1; XXXVIII, 1 y 2.
* **Milano**. Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti, Ser. 2ª, vol. L, fasc. 14-20; LI, 1-13.
* — Società Italiana di Scienze naturali e Museo Civico di Storia naturale. Memorie, vol. VIII, fasc. 3; IX, 1. — Atti, vol. LVI, 3-4; LVII, 1-2.
— R. Osservatorio Astronomico di Brera. Anno 1919. Articoli generali del Calendario ed effemeridi del sole e della luna per l'orizzonte di Milano. Con Appendice.
— R. Commissione Geodetica italiana. Processo verbale delle sedute tenute in Firenze nei giorni 20, 21, 22 e 23 maggio 1918. Roma, 1918, in-4°.
* Società Storica Lombarda. Francesco Novati. Milano, 1917, 1 vol., in-8°.
— (Città di). Bollettino municipale di cronaca amministrativa e di statistica, an. XXXIII, 12; XXXIV, 1-11.
* **Minneapolis**. University of Minnesota. Contributions from the Department of Pathology, Bacteriology and public Health, vol. I, 1913-1916.
— Studies in language and literature, N. 4-5. — Current problems, N. 8. — Agricultural Experiment station. University Farm. St. Paul. Bulletin, 160-168. — Studies in the social sciences, N. 9.
— Geological and Natural history survey of Minnesota. Minnesota Botanical Studies, vol. IV, P. IV. — Bulletin, 13.
* **Modena**. Società dei Naturalisti e Matematici. Atti, ser. 5ª, vol. III.
* **Monaco**. Institut Océanographique. Bulletin, N. 329-347.
Montevideo. Instituto Nacional Físico-Climatológico. Boletín mensual, 1916, vol. XIV, 165-168; 1917, XIV, 169. — Sinopsis Meteorológica del año 1916 por L. Morandi Director.
* **Montpellier**. Académie des Sciences et Lettres. Bulletin mensuel, N. 8-12.
* **Napoli**. Società Reale. Annuario 1918. — Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Rendiconto, ser. 3ª, vol. XXIII, fasc. 10-12; XXIV, 1-7. — Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti. Rendiconto, nuova ser. 1917. Memorie, vol. III, 1918.
* — R. Istituto d'Incoraggiamento. Atti, ser. 6ª, vol. LXIX, 1917.
* — Società dei Naturalisti. Bollettino, vol. XXX, 1917, in-8.
* **New-York**. New York Public Library. Bulletin, 1917, N. 10-12; 1918, 1-10.
* — New York Academy of Sciences. Annals, vol. XXV, pp. 1-308; XXVII, pp. 193-243.
* — American Mathematical Society. List of Officers and Members, january 1918. — Bulletin, vol. XXIV, n. 3-10; XXV, 1, 2. — Transactions, vol. XIX, 1-3.

New-York. American Museum " Osborn Library „. Bibliography of the published writings of Henry Fairfield. Osborn, 2e edition, 1916, in-8.

— Inter-America a Monthly magazine. English, vol. I, N. 1-6; II, 1. — Espagnol, vol. I, N. 1-6; II, 1-4.

Oakland (California). Institute of Planetary Sciences. Monthly Meteorological and Scismic Bulletin, may 1918, N. 1.

Oberlin (Ohio). Wilson Ornithological Club. Wilson Bulletin, vol. XXIX, 1; XXX, 2-3.

Ottawa. Ministère des Mines. Commission Géologique. Mémoires 73, 76, 100.

— Ministère des Mines, Division des Mines. Recherches sur les charbons du Canada au point de vue de leurs qualités économiques. — Rapport annuel de la production minérale au Canada durant l'année civile 1915-16. — L'industrie du feldspath au Canada. — Les alliages de cobalt à propriété non corrosive. — Rapport sommaire pour l'année civile terminée le 31 décembre 1916.

— Department of Mines. Mines Branch. Iron ore occurrences in Canada (In two vols). Vol. I, Descriptions of principal Iron ore Mines, Text and Maps; II, Descriptions of Iron ore occurrence. Text Maps. — Búlletin, N. 16, 19, 20, 22-26. — Summary Report for the Calendar year ending 31 december 1916; 1917. — Report on the Building and Ornamental Stone of Canada. Vol. V, Province of British Columbia, 1917.

— Department of Agriculture of Canada. Bulletin, N. 89.

* — Royal Society of Canada. Transactions. Ser. III, Vol. XI.

* **Palermo**. Reale Accademia di Scienze, lettere e belle arti. Atti, vol. X, anni 1912-1916.

* **Paris**. Ministère des Travaux publics. Annales des Mines. Documents, 11me sér., t. VI, 3e–4e trimestre 1917; VII, 1er trimestre 1918.

* — Institut de France. Annuaire pour 1915-17. — Académie des Sciences. Annuaire 1918.

** — Bureau des Longitudes. Annuaire pour l'an 1918.

* — Muséum National d'Histoire naturelle. Bulletin, 1916, N. 7-8; 1917, 1.

* — Société Nationale des Antiquaires de France. Bulletin, 1916, 4me trimestre: 1917, 1er trimestre.

* — Société de Géographie. La Géographie. Bulletin, XXXI, 1916–17, 4.

* — Société Mathématique de France. Comptes rendus des Séances de l'an. 1916–17 — Bulletin, t. XLV, 2-4; XLVI, 1-2.

— Société Philomathique. Bulletin, sér. 10e, t. IX, 4-6; X, 1–0.

* — École Polytechnique. Journal, 2e sér., 18me cahier.

Pavia. Istituto Botanico della R. Università. Atti, ser. II, vol. 1-14, 1888-1914; 14 vol. in-4°.

* **Perugia**. Regia Deputazione di Storia Patria per l'Umbria. Bollettino, an. XXII, fasc. 2-3.

* **Philadelphia**. Academy of Natural Sciences. Proceedings, vol. LXVIII, P. III; LXIX, I-III; LXX, I. — Journal, 2d ser., vol. XVI, P. IV.

* — American Philosophical Society. List. — Proceedings, vol. LV, N. 8; LVI, 7; LVII, 2-5.

* — Wagner Free Institute of Science. Annual Announcement, 1917-18. — Transactions, vol. VIII, 1917.

Pinherio (Brésil). Escola Superior de Agricultura y Medicina veterinaria. Archivos, vol. I, fasc. 2.

* **Pino Torinese**. R. Osservatorio. Annuario astronomico pel 1918.

* **Portici**. R. Scuola Superiore di Agricoltura. Annali, ser. 2ª, vol. XIV.

Potsdam. Association Géodésique Internationale. Rapport sur les travaux du Bureau Central en 1917 et programme des travaux pour l'exercice de 1918.

* **Pusa**. Agricultural Research Institute. Scientific Reports 1916-17 (including the Report of the Imperial Cotton specialist). Calcutta, 1917.

— Department Agriculture in India. Memoirs: Bacteriological Ser., vol. I, 7; Botanical Ser., vol. IX, 2, 4; Chemical Ser., vol. V, 3, 4.

Rio de Janeiro. Observatorio Nacional. Anuario para el año 1918, XXXIV.

* **Roma**. Ministero delle Finanze. Direzione Generale delle dogane e imposte indirette. Bollettino di legislazione e statistica doganale e commerciale, anno XXXIV, 1917, luglio-dicembre e indice P. I; 1918, gennaio-aprile. — Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 30 novembre al 31 dicembre 1917; gennaio-settembre 1918. — Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1915-16.

* — Ministero per l'Industria, il Commercio e il Lavoro. Notizie statistiche sulla mortalità per tubercolosi negli anni dal 1887 al 1914 (con confronti internazionali). In-8°.

— Ministero delle Finanze. Direzione generale delle dogane e imposte indirette. Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1916. P. I, Tavole riassuntive e Tavole analitiche. Roma, 1918, 1 vol. in-f°.

* — R. Accademia dei Lincei. Annuario 1918. Rendiconto dell'adunanza delle due Classi del 19 gennaio 1918. — Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Rendiconti. Memorie, ser. 5ª, vol. XII, fasc. 5-13. — Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Rendiconti. Memorie, vol. XV, 7. — Notizie degli scavi di antichità, ser. 5ª, vol. XIV, 6-12; XV, 1-8.

* — Società Italiana delle Scienze (detta dei XL). Memorie di matematica e di scienze fisiche e naturali, ser. 3ª, t. XX.

* — Istituto di Diritto Romano. Bollettino, an. XXXIX, fasc. 1-5.

* — Biblioteca Nazionale Centrale "Vittorio Emanuele". Bollettino delle opere moderne e straniere acquistate dalle Biblioteche governative del Regno d'Italia, an. 1917, ser. 4ª, N. 15227-16575.

* — Pontificia Accademia Romana dei Nuovi Lincei. Atti, an. 1917-18, Sessione I-III. Memorie, ser. 2ª, vol. III.

* — Biblioteca Vaticana. Studi e Testi. N. 31. Notizie varie di antica letteratura medica e di bibliografia.

— Società degli Agricoltori italiani. Bollettino mensile, vol. XXII, 18-19; XXIII, 1-11.

** — Istituti scientifici italiani. Annuario 1918. Roma, 1918, in-16°.

* **Saint-Louis**. Missouri Botanical Garden. Annals, vol. III, 3-4; IV, 1, 2, 4; V, 1-3.

* **San Francisco**. California Academy of Sciences. Proceedings, ser. 4ª, vol. II, P. I, N. 11-12; IV, V, Index; VI, 8-9, Index; VII, 1-12; VIII, 1-4.

Sendai (Japan). Tōhoku Imperial University. Science Reports, 1st ser. (Mathematics, Physics, Chemistry), vol. VI, 4-5; VII, 1-2. — Science Reports, 2nd ser. (Geology), vol. III, 2; IV, 3; V, 1.

* **Siena**. Circolo Giuridico della R. Università. Studi Senesi, vol. XXXIII; fasc. 1-5; XXXIV, 1-3.

* — R. Accademia dei Fisiocritici. Atti, ser. 8ª, vol. IX.

* **Stockholm**. Sveriges offentliga Bibliotek Stockholm, Uppsala, Lund, Göteborg. Accessions Katalog, 31, 1916.

Sydney. University. Reprints of papers from the science Laboratories of the University of Sydney, 1909-10 to 1915-16. — A. From the Departments of Mathematics, Physics, Chemistry, Agriculture and Engineering, 1916. — B vol. I. From the Departments of Anatomy and Biology, 1916. — Carslaw (H. S.), The Teaching of Mathematics in Australia. Sydney, 1914, in-8°. — Vicars (James), Sydney University Engineers. Their School and their work. Brief note.

Taihoku (Formosa). Formosa Government. Plantarum Formosanarum nec non et Contributiones ad Floram Formosanam, vol. VII.

* **Tōkyō**. College of Science, Imperial University. Journal, vol. XXXVII, 9-10; XXXVIII, 6; XXXIX, 8; XL, 1, 2, 5, 8; XLI, 1, 3.

* — Kaiserlichen Universität. Medizinischen Fakultät. Mitteilungen, XVII, Bd. N. 3-4; XVIII, 1-2.

— Imperial Earthquake Investigation Committee, vol. IX, 1.

* **Torino**. R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia. Miscellanea di Storia italiana, 3ª serie, t. XVIII.

* — R. Accademia di Agricoltura. Annali, vol. LX, 1917.

* — R. Accademia di Medicina. Giornale, an. LXXX, N. 6-12; LXXXI, 1-4.

* — Società degli Ingegneri e degli Architetti. Atti, gennaio-dicembre 1917, fasc. 1.

* — Società Meteorologica italiana. Bollettino bimensuale, serie 3ª, volume XXXVI, 1-5.

* — Società piemontese di Archeologia e Belle arti. Atti, vol. IX, 1.

* — Club Alpino italiano. Rivista mensile, vol. XXXVI, 11-12; XXXVII, 1-9.

* — R. Politecnico. Annuario per gli anni scolastici 1914-15, 1915-16 e 1916-17.

— Circolo Filologico. Il 1° Cinquantenario 1868-1918. Cenni storici e statistici.

* — Consiglio Provinciale. Atti, 1917.

* — Città di Torino. Servizi d'igiene e di sanità, an. XLV, 13; XLVI, 1917. — Annuario del Municipio di Torino, 1916-17.

— Comando della 3ª Armata. Stato Maggiore. Presagi meteorici in rapporto alle operazioni di guerra (Campagna 1917).

* **Toronto**. Royal Canadian Institute. Transactions, vol. XI, P. II, 1917.

— University of Toronto Studies. Review of historical publications relating to Canada, Index, vol. XI-XX.

* **Tortosa**. Observatorio del Ebro. Boletín mensual, 1917, vol. VIII, 1-12; IX, 1-2.

Tufts College. Tufts College studies. Scientific series, vol. IV, 3-5.

* **Upsala**. Upsala Universitet. Bref och skrifvelser af och till Carl von Linne, Afd. II, Deel. I. — Zoologiska Bidrag Fran Uppsala med understöd af R. Bünsows Zoologiska fond, Bd. III-VI.

* — Observatoire météorologique de l'Université. Bull. mensuel, vol. XLIX, an. 1916.

* **Urbana**. University of Illinois. University Illinois Studies in language and literature, vol. I, N. 1-4, 1915; II, 1-4, 1916; III, 1-2. — Illinois biological monographs, vol. I, N. 1-4; II, 1-3; III, 1-4.

* — Illinois State Laboratory of Natural History. Bulletin, vol. XI, 6-10 e Index; XII, 3-4 e Index. — Department of Registration and Education. Division of the Natural History Survey. Bulletin, vol. XIII, article 1-4.

Valle di Pompei. Calendario del Santuario di Pompei, 1918, in-24°.

* **Venezia**. R. Magistrato delle Acque. Ufficio idrografico. Quote altimetriche delle piastrine marcografiche. — Quote altimetriche di riferimento degli idrometri principali. — Bollettino mensile, 1917, agosto-novembre. — Pubblicazioni, N. 67-70.

* **Vercelli**. Società Vercellese di storia e d'arte (Archivio). Memorie e studi, an. IX, 1917, 3-4; X, 1.

* **Verona**. Accademia d'agricoltura, scienze e lettere. Memorie, vol. LXXI, ser. 3ª, fasc. 3, 1895. — Atti e Memorie, ser. 4ª, vol. XVI, XVII, XVIII. — Osservazioni meteoriche 1915-16.

— Museo Civico. Madonna Verona. Bollettino, annata XI, 1917, fasc. 41.

Washington. Library of Congress. Report of the Librarian of Congress and report of the Superintendent of the Library Building and Grounds 1916-17. — Publications issued by the Library since 1897; january, 1917.

— Department of Commerce. U. S. Coast and Geodetic Survey. Hypsometry-Special publication, N. 41. — Annual Report to the Superintendent... to the Secretary of Commerce, 1917.

— Department of Commerce. Bureau of Standards, N. 300, 303, 305. — Tecnologie papers of Bureau of Standards, N. 93. — Scientific Papers, N. 325.

— Bureau of Labor statistics. U. S. Department of Labor. Bulletin. Proceedings of the conference on social insurance Whole, N. 212. — Street Railway employment in the United States Whole, N. 204.

* — Smithsonian Institution. Annual Report of the Board of Regents, 1916. — Contribution to Knowledge, vol. XV, 3. — Miscellaneous Collection. Cambrian geology and paleontology, vol. *64*; *60*, 14; *66*, 17-18, Index; *67*, 1-3; *68*, 1-8, 10.

— Smithsonian Institution. U. S. National Museum. Bulletin, 71, 97 a 100, vol. I, P. I-II; 102, P. I, 3-5; 97, 98, 99, 104.

— Smithsonian Institution. U. S. National Museum. Contributions from the U. S. National Herbarium. Tropical American plants, vol. XVIII; XX, P. 3-5. — Report on the progress and condition of the U. S. National Museum for the year ending June 30, 1916-17. — Proceedings, vol. 51.

Washington. Smithsonian Institution. Bureau of American Ethnology. 31 Annual Report 1909–10. — Bulletin, 61, 63, 66.

— Publications of Washington University. Washington University Studies, vol. IV, P. I, 2. — Scientific Ser., vol. V, 1–2: VI, 1.

* — U. S. Naval Observatory. Tables giving the times of rising and setting of the Sun and Moon, 1917 and 1918 (Suppl. to the American Ephemeris 1917). — American Ephemeris and Nautical Almanac for the Year 1919.

— American Ephemeris and Nautical Almanac. Astronomical Papers, vol. IX, P. II. — Total Eclipse of the Sun, June 8, 1918.

* — National Academy of Sciences. Proceedings, vol. III, N. 11-12; IV, 1-10.

* — Carnegie Institution. Year Book, N. 15, 1916. — Publications, N. 224, 228, 234, 239. — Textor Jo. W., Synopsis Juris gentium (Fac simil.). Washington, 1916, 2 vol. in-4°. — Rachel S., De Jure Naturae et Gentium. Dissertationes (Fac simil.). Washington, 1916, vol. II, in-4°. — Victoria F. de., De Indis et de Jure Belli relectiones. Washington, 1917, 1 vol. in-8°.

* — Carnegie Endowment for International Peace. Year Book for 1917, N. 6. — Publication N. 15. The Imperial Japanese Mission 1917.

— Carnegie Endowment for international Peace. — Division of international Law. The armed neutralities of 1780 and 1800. Oxford University Press, 1918, 1 vol. in–8°. — The Report to the Hague Conferences of 1899 and 1907, 1 vol. — The International Union of the Hague Conferences, vol. I. — The Problem of an International Court of Justice, vol. II. — Pamphlet, N. 1-20. — Losses of life in modern Wars. — Military selection and race deterioration. — War Administration of the railways in the United States and Great Britain. Year Book 1918. — Federal military pensions in the United States. New-York, 1918.

— Peace. Division of Economics and History, 1918. — American message to the Russian People. Boston, 1918, 1 vol. in-8°. — The five Republics of Central America, their political and economic development and their relations with the United States, 1 vol. in-8°. — The treaties of 1785, 1799 and 1828 between the United States and Prussia, edited by J. Brown Scott. New-York, 1918, 1 vol. in-8°. — Une Cour de Justice Internationale par J. Brown Scott. New-York, 1918, 1 vol. in-8°.

Wellington. Hector Observatory. Bulletin 9-14.

* **Zürich**. Commission géologique Suisse. Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse. — Erläuterung zur Karte der Fundorte von Mineralischen Rohstoffen. — Carte spéciale N. 80 et 83. Texte explicatif, N. 19.

PERIODICI 1918

** **Almanacco** italiano. Piccola enciclopedia popolare della vita pratica. Firenze; 16°.
** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris; 8°.
** **Annales** scientifiques de l'École Normale supérieure. Paris; 4°.
Annali di matematica pura ed applicata. Milano; 4° (dono del Socio Prof. D'Ovidio).
Annals and Magazine of Natural History. London; 8°.
* **Annals** of Mathematics. Charlottesville; 4°.
** **Antologia** (Nuova). Rivista di scienze, lettere ed arti. Roma; 8°.
** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève; 8°.
** **Archivio** storico italiano. Firenze; 8°.
Archivio storico lombardo. Milano; 8°.
** **Athenaeum** (The). Journal of English and Foreign Literature, Science, the Fine Arts, Music and the Drama. London; 4°.
* **Athenaeum**: Studi periodici di letteratura e storia. Direttore Carlo Pascal. Pavia; 8°.
* **Biblioteca** nazionale centrale di Firenze. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Firenze; 8°.
** **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne; 8°.
** **Bollettino** Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica. Roma; 8°.
* **Brixia Sacra**. Bollettino bimestrale di Studi e documenti per la Storia Ecclesiastica bresciana. Brescia; 8°.
* **Cimento** (Il nuovo). Pisa; 8°.
Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des sciences. Paris; 4°.
* **Conferenze** e Prolusioni. Periodico quindicinale. Roma; 4°.
* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma; 4°.
Felix Ravenna. Bollettino Storico Romagnolo edito da un gruppo di studiosi. Ravenna; 8°.
* **Gazzetta** chimica italiana. Roma; 8°.
* **Gazzetta** Ufficiale del Regno. Roma; 4°.
* **Giornale** del Genio civile. Roma; 8°.
** **Giornale** della libreria, della tipografia e delle arti e industrie affini. Milano; 8°.
Giornale di matematiche. Napoli; 4° (dono del Socio Prof. D'Ovidio).
** **Giornale** storico della Letteratura italiana. Torino; 8°.
Giornale storico della Lunigiana. Spezia; 8°.
** **Guida** commerciale ed amministrativa di Torino. 8°.
* **Journal** (The American) of Science. Edit. Edward S. Dana. New-Haven; 8°.
** **Journal** asiatique. Paris; 8°.
** **Journal** des Savants. Paris; 8°.

* **Journal** of Physical Chemistry. Ithaca; 8°.
Malpighia. Rassegna mensile di botanica. Catania, 8°.
** **Nature**, a weekly illustrated Journal of Science. London; 8°.
* **Nieuw Archieff** voor Wirskunde. Uitgegeven door hel Wiskundig Genootschap te Amsterdam; 8°.
* **Physical Review** (The); a journal of experimental and theoretical physic. Published for Cornell University Ithaca. New-York; 8°.
** **Raccolta** Ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. Roma; 8°.
** **Revue** des Deux Mondes. Paris; 8°.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris; 8°.
** **Revue** politique et littéraire, revue bleue. Paris; 4°.
** **Revue** scientifique. Paris; 4°.
* **Revue** semestrielle des publications mathématiques. Amsterdam; 8°.
Riforma (La) Sociale. Rassegna di questioni economiche, finanziarie e sociali (Dono del Socio Prof. Einaudi).
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Roma; 8°.
** **Rivista** di Filologia e d'Istruzione classica. Torino; 8°.
** **Rivista** d'Italia. Roma; 8°.
** **Rivista** di filosofia. Continuazione della *Rivista Filosofica*, Pavia; 8°.
* **Rivista** internaz. di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma; 8°.
* **Rivista** italiana di Aeronautica. Roma; 8°.
* **Rivista** storica italiana. Torino; 8°.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Valle di Pompei; 8°.
** **Science**. New-York; 8°.
* **Science Abstracts**. Physics and Electrical Engineering. London; 8°.
** **Scientia**. Rivista di scienza. Organo internazionale di sintesi scientifica. Bologna, 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. Firenze; 8°.
** **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino; f°.
Tôhoku (The) Mathematical Journal. Edited by T. Hayashi. Sendai; 8°.
Yale Review. New Series. Edited by Wilbur L. Cross. New Haven; 8° (dono del Socio Prof. Einaudi).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Novembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente, inaugurando l'anno accademico, porge ai colleghi un cordiale saluto, dicendosi commosso al pensiero degli avvenimenti grandiosi che si sono compiuti durante le vacanze accademiche; accenna al fatto meraviglioso che, in soli dieci giorni di geniali e gloriose azioni di guerra, Trento e Trieste furono per sempre conquistate alla Madre Patria; prevede che difficili prove ancora restano a superare, ma confida nel senno e nella fermezza della nazione, e intanto si fa interprete dell'animo di tutti esprimendo i sensi della più viva gratitudine all'esercito ed alla marina ed a quanti cooperarono alla vittoria, che è promessa di pace duratura. Tali sentimenti egli manifestò a nome dell'Accademia col seguente telegramma, dettato dal nostro collega Stampini e fatto pervenire a S. M. il Re:

" Alla Maestà del Re, che impersona quelle altissime virtù
" per le quali Esercito e Marina attraverso i più duri ed aspri

" cimenti con romana sapienza, con romana fortezza, con ro-
" mana costanza, abbattendo, annientando il secolare nemico
" della Patria, le ridiedero i confini a lei segnati dalla Natura,
" confermati dalla Storia, e consacrati dal sangue di innumere
" falangi di martiri e di eroi, la Reale Accademia delle Scienze
" di Torino esprime i sentimenti della sua devota riconoscente
" ammirazione ".

Rispose S. E. il Presidente del Consiglio con quest'altro telegramma:

" S. M. il Re ringrazia vivamente cotesta insigne Acca-
" demia del saluto cortese inneggiante al glorioso compimento
" dei voti della Nazione. — Orlando ".

Il Presidente rammenta le recenti, dolorosissime perdite fatte dall'Accademia: l'amato nostro Vice-Presidente Senatore G. P. Chironi, bella figura per altissimi meriti come giurista, per l'opera assidua feconda di bene, per la bontà del carattere; il Senatore Dini, illustre matematico e nostro Socio nazionale, ed il Prof. Fraccaroli, altro nostro Socio nazionale, eminente letterato, vittima di tragico accidente. Questi compianti colleghi saranno degnamente commemorati dall'Accademia, ed è lieto, aggiunge il Presidente, che il Socio Peano accetti di scrivere l'elogio del Senatore Dini, che apparteneva alla nostra Classe. Con i colleghi tutti fa i più caldi voti per la salute del Socio Prof. Fusari, da tempo infermo, e questi voti egli comunicherà al carissimo collega, nel desiderio ch'egli possa presto riprendere con noi i lavori accademici.

Il Socio D'Ovidio plaude alle manifestazioni patriottiche del Presidente, rallegrandosi con lui per la liberazione della sua diletta provincia; si associa al rimpianto per le gravi perdite fatte dall'Accademia e manda reverente saluto alla memoria del Senatore Dini, del quale era ammiratore ed amico fin dal 1868, ed al carissimo nostro Chironi, rappresentante degno di quella terra sarda che in questi anni ha così ben

meritato della Patria per le eroiche gesta dei suoi figli. Osserva che le virtù del Chironi rivivono nel figlio, valoroso volontario della guerra, e propone che a lui l'Accademia si ricordi, rinnovando le condoglianze per l'immatura perdita del genitore. Il Presidente ringrazia dell'opportuna proposta, che ben volontieri accetta, e, ricordando precedenti deliberazioni dell'Accademia, assicura il Socio Senatore Foà che le commemorazioni dei Soci si faranno a Classi unite; comunica inoltre che il Socio Ponzio ha accettato l'invito di commemorare il compianto Prof. Guareschi.

Continuando nelle comunicazioni, presenta l'elenco delle numerose condoglianze pervenute all'Accademia in seguito alla morte dei Soci Guareschi e Chironi.

Il Socio Guidi presenta in omaggio due sue pubblicazioni: *La statica delle dighe a volta; Prove di elasticità e resistenza sulla fune portante dei carrelli vuoti della ferrovia Savona-San Giuseppe.* Il Presidente ringrazia.

Il Segretario presenta l'elenco dei doni pervenuti durante le vacanze, e segnala particolarmente: due pubblicazioni postume del Guareschi, *Del vero e del falso*, conferenza; *Riso e Vitamine*, omaggio della famiglia; un volume del Socio nazionale A. Righi, *I fenomeni elettro-atomici sotto l'azione del magnetismo*; numerose Note e Memorie (126) del Socio corrispondente Prof. C. De Stefani, accompagnate da una lettera colla quale rinnova i ringraziamenti per la nomina a Socio; il 1° volume della *Correspondance de Charles Gerhardt*, pubblicata e annotata dal Dott. Marc Tiffenau, il quale in una sua lettera accompagnatoria del gradito dono annuncia che il 3° volume dell'opera " sera dédié à la mémoire du grand défenseur italien de " Gerhardt, I. Guareschi "; la *Commemorazione di Paolo Pizzetti* del Socio corrispondente Prof. V. Reina; la Nota *Em torno de un methodo do Prof. R. Fusari para a differenciaçao chromatica em preparados anatomicos* del Socio corrispondente

A. Bovero in collaborazione con L. Gualberto; la Nota *Van Amoebe Tot Mensch* del Socio corrispondente Ugo de Vries.

Si presentano e si accolgono per la stampa negli *Atti* le seguenti Note:

I differenziali controvarianti del Prof. Guido Fubini, presentata dal Socio Segre.

Su di un problema d'interpolazione del Prof. G. Boccardi.

Sulla determinazione dell'ingrandimento di un cannocchiale col dinametro del Dott. G. Cicconetti, presentate dal Socio Jadanza.

Formule sommatorie della Dott. Tiziana Tersilla Comi, presentata dal Socio Peano.

Sul carattere invariantivo di certi operatori nell'analisi estensiva ad n *dimensioni* del Prof. A. Del Re, presentata dal Socio D'Ovidio (*).

(*) Questa Nota uscirà in una dispensa successiva.

LETTURE

I differenziali controvarianti

Nota di GUIDO FUBINI

Sia $\varphi = \sum a_{rs}\, du_r\, du_s$ una forma quadratica a discriminante $\Delta \neq 0$; sia A_{rs} il complemento di a_{rs} in Δ, diviso per Δ; siano $\begin{pmatrix} rs \\ h \end{pmatrix}$ i simboli di Christoffel di seconda specie. Indicheremo con b_s, c_{st}, ecc. dei sistemi covarianti, con $B_s = \sum_t A_{st}\, b_t$, $C_{st} = \sum A_{rs}\, A_{lt}\, c_{rl}$, ecc. i sistemi controvarianti duali. Siano B_s, C_s due tali sistemi, duali dei sistemi b_s, c_s; e ne siano, nel linguaggio del calcolo assoluto di Ricci, B_{st} e b_{st} i sistemi derivati secondo φ. Sarà:

$$\sum_s B_{rs}\, a_{st} = \sum_{s,h,k} A_{rh}\, A_{sk}\, a_{st}\, b_{hk} = \sum_h A_{rh}\, b_{ht} = \frac{\partial B_r}{\partial x_t} + \\ + \sum_s \begin{pmatrix} st \\ r \end{pmatrix} B_s = \sum_s A_{rs} \left[\frac{\partial b_s}{\partial x_t} - \sum_p \begin{pmatrix} st \\ p \end{pmatrix} b_p \right].$$

Il sistema $W_r = \sum_{s,t} B_{rs}\, a_{st}\, C_t$ *è un nuovo sistema controvariante.* Se $C_t = du_t$, noi indicheremo W_r con δB_r; cosicchè:

$$\delta B_r = \sum_{s,t} B_{rs}\, a_{st}\, du_t = dB_r + \\ + \sum_{s,t} \begin{pmatrix} st \\ r \end{pmatrix} B_s\, du_t = \sum_s A_{rs} \left(db_s - \sum_{p,t} \begin{pmatrix} st \\ p \end{pmatrix} b_p\, du_t \right).$$

Chiameremo δB_r il sistema *differenziale controvariante* di B_r: definizione, che potremmo estendere ai sistemi a più indici. Porremo *per definizione* $\delta u_r = \delta^1 u_r = du_r$, e $\delta^n u_r = \delta\,(\delta_r^{n-1})$. Avremo così definito le $\delta^n u_r$ per induzione completa; *il primo differenziale controvariante coincide col differenziale ordinario; i successivi sono ciascuno il differenziale controvariante del precedente* (Per es.

le $\delta^2 u_1 : d^2 u_2 : \ldots : \delta^2 u_n = du_1 : du_2 : \ldots : du_n$ definiscono le geodetiche nella metrica definita dalla forma φ). Siano $b_{r_1 r_2 \ldots r_m}$ un sistema covariante ad m indici; e siano $X_{r_1}, Y_{r_2}, \ldots, Z_{r_m}$ m sistemi controvarianti ad un indice solo. Posto:

$$I = \sum_{r_i} b_{r_1 r_2 \ldots r_m} X_{r_1} Y_{r_2} \ldots Z_{r_m},$$

si ha:

$$\begin{aligned} dI = \sum_{t, r_i} \frac{\partial}{\partial u_t} (b_{r_1 r_2 \ldots r_m}) X_{r_1} Y_{r_2} \ldots Z_{r_m} du_t + \\ + \sum b_{r_1 r_2 \ldots r_m} d(X_{r_1}) Y_{r_2} \ldots Z_{r_m} + \\ + \sum b_{r_1 r_2 \ldots r_m} X_{r_1} d(Y_{r_2}) \ldots Z_{r_m} + \\ + \sum b_{r_1 r_2 \ldots r_m} X_{r_1} Y_{r_2} \ldots d(Z_{r_m}). \end{aligned}$$

L'osservazione, a cui è dedicata questa breve Nota, è:

α) *La formola elementare precedente continua a valere se alle* $\frac{\partial}{\partial u_t} b_{r_1 r_2 \ldots r_m}$ *sostituiamo le derivate covarianti* $b_{r_1 r_2 \ldots r_m t}$, *purchè contemporaneamente alle* dX, dY ... *si sostituiscano i differenziali controvarianti* δX, δY, *ecc.*

β) *Si ha così il vantaggio che* dI *è scomposto nella somma di* m + 1 *addendi, ciascuno dei quali ha significato intrinseco* (indipendente dalla scelta delle variabili coordinate u_r).

γ) *Tale risultato vale anche se le* X, Y *sono differenziali controvarianti di ordine qualunque delle* u_r.

Così, p. es., se x è una qualsiasi funzione delle u, valgono le:

$$\begin{aligned} dx &= \sum x_r \delta u_r \\ d^2 x &= \sum x_r \delta^2 u_r + \sum x_{rs} du_r \delta^2 u_s \\ d^3 x &= \sum x_r \delta^3 u_r + 3 \sum x_{rs} du_r \delta^2 u_s + \sum x_{rst} du_r du_s du_t, \text{ ecc.} \end{aligned}$$

Così, p. es., se $F = \sum b_{rs} du_r du_s$ è un'altra forma quadratica covariante, posto

$$\delta F = \sum b_{rst} du_r du_s du_t, \qquad \delta^2 F = \sum b_{rspq} du_r du_s du_p du_q,$$

si trova:

$$\begin{aligned} dF &= 2 \sum b_{rs} du_r \delta^2 u_s + \delta F \\ d^2 F &= 2 \sum b_{rs} \delta^2 u_r \delta^2 u_s + 2 \sum b_{rs} du_r \delta^3 u_s + \\ &\quad + 4 \sum b_{rst} du_r du_t \delta^2 u_s + \sum b_{rst} du_r du_s \delta^2 u_t + \delta^2 F, \text{ ecc.} \end{aligned}$$

Se $F = \varphi$, queste formole si *semplificano* perchè $b_{rst} = \delta F = \delta^2 F = 0$.

Insomma *valgono tutte le regole del calcolo ordinario, pure conseguendo lo scopo indicato in* β), *oltre a quest'ultima semplificazione.*

Osservazione. — Nella teoria delle congruenze di rette si presenta la forma $f = \sum a_{rs}\, \delta^2 u_r\, \delta^2 u_s$. Che relazione passa tra f ed $F = \sum a_{rs}\, \overline{\delta^2 u_r}\, \overline{\delta^2 u_s}$, ove i $\overline{\delta^2 u_r}$ siano i differenziali controvarianti relativi ad un'altra forma $g = \sum \bar{a}_{rs}\, du_r\, du_s$? Indicheremo con $\overline{\binom{rs}{h}}$ i soliti simboli relativi alla g. Si noti anzitutto che $2\sum_s a_{rs}\left[\overline{\binom{pq}{s}} - \binom{pq}{s}\right] = a_{pqr} - a_{prq} - a_{qrp}$ (dove a_{pqr} indicano le derivate covarianti di a_{pq} secondo g) formano un sistema covariante a tre indici p, q, r (*). Ora:

$$F = \sum a_{rs}\left[\delta^2 u_r + \sum_{p,q}\left(\overline{\binom{pq}{r}} - \binom{pq}{r}\right) du_p\, du_q\right] \times$$
$$\times \left[\delta^2 u_s + \sum_{p,q}\left(\overline{\binom{pq}{s}} - \binom{pq}{s}\right) du_p\, du_q\right] =$$
$$= f + \sum (a_{pqr} - a_{prq} - a_{qrp})\, du_p\, du_q\, \delta^2 u_r + \Psi,$$

ove

$$\Psi = \sum_{r,s} a_{r,s}\left[\overline{\binom{pq}{r}} - \binom{pq}{r}\right]\left[\overline{\binom{hk}{s}} - \binom{hk}{s}\right] du_p\, du_q\, du_h\, du_k$$

è una forma *covariante* del sistema delle φ, g.

(*) Basta osservare che $2\sum_s \binom{pq}{s} a_{rs} = \frac{\partial a_{pr}}{\partial u_q} + \frac{\partial a_{qr}}{\partial u_p} - \frac{\partial a_{pq}}{\partial u_r}$. Insomma le $\overline{\binom{pq}{r}} - \binom{pq}{r}$ formano un sistema, per cui diremmo quasi che r è un indice controvariante, p, q sono indici covarianti. Esso è un sistema misto dello stesso tipo del sistema delle $\}\, rs, hk\, \{ = \sum_p A_{sp}(rp, hk)$, e di tanti altri che si presentano negli studî di geometria proiettivo-differenziale.

Sulla determinazione dell'ingrandimento di un cannocchiale col dinametro

Nota di G. CICCONETTI

È noto che il mezzo più semplice per determinare l'ingrandimento normale di un cannocchiale astronomico è quello che si fonda sull'uso del *dinametro.* Con tale strumento si misura il diametro a dell'*anello oculare* dopo avere accomodato il cannocchiale per la visione di un oggetto lontanissimo. Allora se A

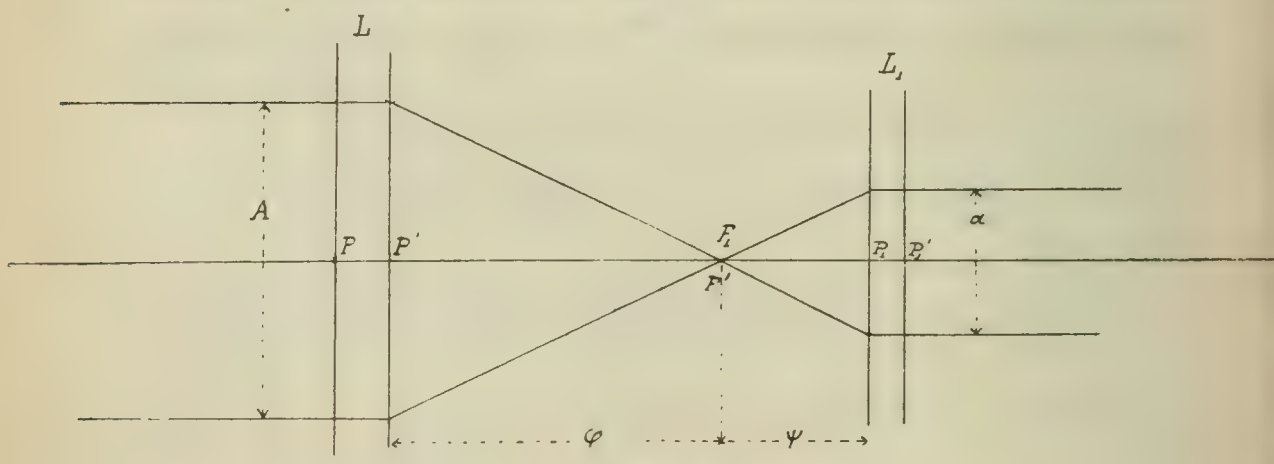


Fig. 1.

è il diametro *utile* dell'obbiettivo, cioè non ridotto da diaframmi interni, si ha come espressione dell'ingrandimento normale

$$I = \frac{A}{a}. \tag{1}$$

Dette φ e ψ le distanze focali dell'obbiettivo e dell'oculare, la relazione

$$\frac{\varphi}{\psi} = \frac{A}{a},$$

da cui deriva la (1), presuppone che il cannocchiale sia posto in *condizione telescopica*, ossia che il 2° fuoco principale F' (fig. 1)

della lente obbiettiva L coincida col 1° fuoco principale F_1 dell'oculare L_1.

In pratica, per mettere un cannocchiale in condizione telescopica lo si accomoda, come già si è detto, per la osservazione di un oggetto molto lontano, ma è evidente che se con ciò si ottiene la coincidenza del piano dell'immagine data dall'obbiettivo col 2° piano focale di L non si è affatto sicuri che il 1° fuoco F_1 dell'oculare coincida col 2° fuoco F' dell'obbiettivo. Anzi, per un occhio miope è impossibile che ciò avvenga, perchè esso non potrebbe adattarsi alla visione di un oggetto a grandissima distanza. Invece, per la tendenza naturale dell'occhio a ricercare i minuti particolari dell'immagine, il caso più co-

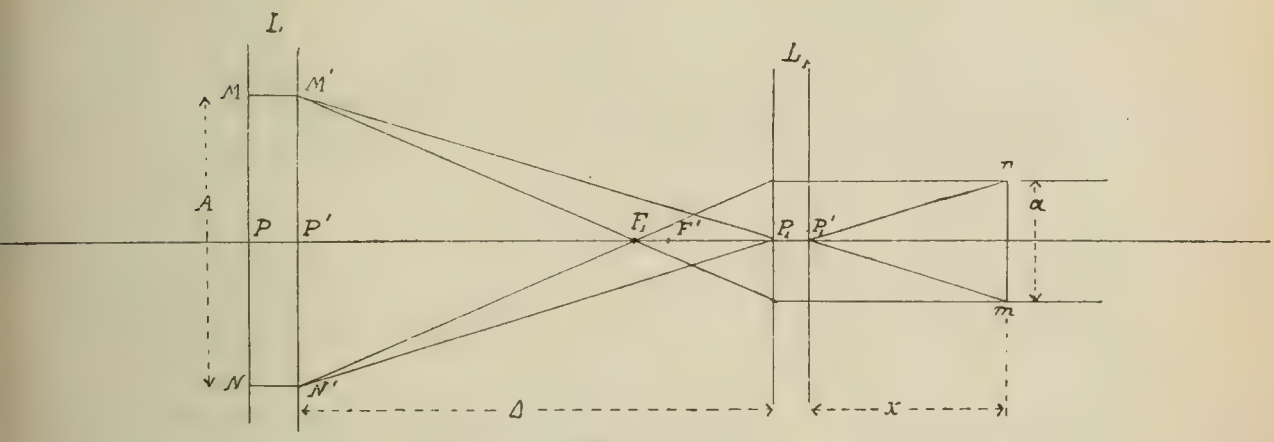


Fig. 2.

mune, anche per un occhio normale, è piuttosto quello in cui l'immagine virtuale prodotta dall'oculare si formi ad una distanza $\mathcal{D}$ dall'occhio pari a quella della *visione distinta*, il che esige che il piano dell'immagine obbiettiva, e quindi F', si trovi a destra di F_1. Allora la condizione telescopica non è più soddisfatta e la (1) non è più rigorosa. È opportuno vedere quale errore si commette calcolando l'ingrandimento ancora colla (1). Da questa si trae

$$\delta I = -\frac{A}{a^2} \cdot \delta a. \tag{2}$$

Detta Δ la distanza ottica fra l'obbiettivo e l'oculare, se Δ^* è il suo valor telescopico, si ha

$$\Delta^* = \varphi + \psi.$$

Invece (fig. 2) sarà

$$\Delta < \varphi + \psi$$

e la differenza fra Δ^* e Δ risulterà molto piccola, perchè è noto che nell'uso di un microscopio semplice (oculare) l'oggetto, pur dovendo essere più vicino del 1° fuoco, gli è assai prossimo. L'anello oculare mn non è che l'immagine dell'apertura obbiettiva MN data dall'oculare, sicchè se x è la sua distanza da P_1' ha luogo l'equazione fondamentale

$$\frac{1}{\Delta} + \frac{1}{x} = \frac{1}{\psi}.$$

D'altra parte, dai triangoli simili $P_1 M' N'$, $P_1' mn$ si trae

$$\frac{A}{a} = \frac{\Delta}{x}.$$

Eliminando x fra queste due relazioni si ottiene

$$a = \frac{A\psi}{\Delta - \psi},$$

onde la variazione in a per una variazione di Δ sarà data da

$$\delta a = -\frac{A\psi}{(\Delta - \psi)^2} \cdot \delta\Delta.$$

Sostituendo per Δ il suo valor telescopico, poichè $\Delta^* - \psi = \varphi$ si può scrivere

$$\delta a = -\frac{A\psi}{\varphi^2} \cdot \delta\Delta$$

e con questo valore la (2) diviene

$$\delta I = \frac{A^2}{a^2} \frac{\psi}{\varphi^2} \cdot \delta\Delta = \frac{I}{\varphi} \cdot \delta\Delta. \tag{3}$$

L'ugual segno dei due membri mostra che l'ingrandimento ottenuto colla (1), nel caso ordinario della fig. 2, è più piccolo del vero, perchè la variazione $\delta\Delta$ che subisce Δ^* per diventare la distanza Δ effettiva è una diminuzione. Tale diminuzione è rappresentata dal segmento $F_1 F'$ che si tratta di calcolare.

Se i (fig. 3) è l'immagine dell'oggetto lontanissimo data dall'obbiettivo nel suo 2° piano focale ed i' è l'immagine virtuale, prodotta dall'oculare, che si forma alla distanza $\mathfrak{D}$ dall'occhio, detta λ la distanza di i dal 1° piano principale dell'oculare e d la distanza dell'occhio dal 2° piano principale, si ha

$$\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\mathfrak{D} - d} = \frac{1}{\psi},$$

nella quale è stata trascurata la distanza $P_1 P_1'$.

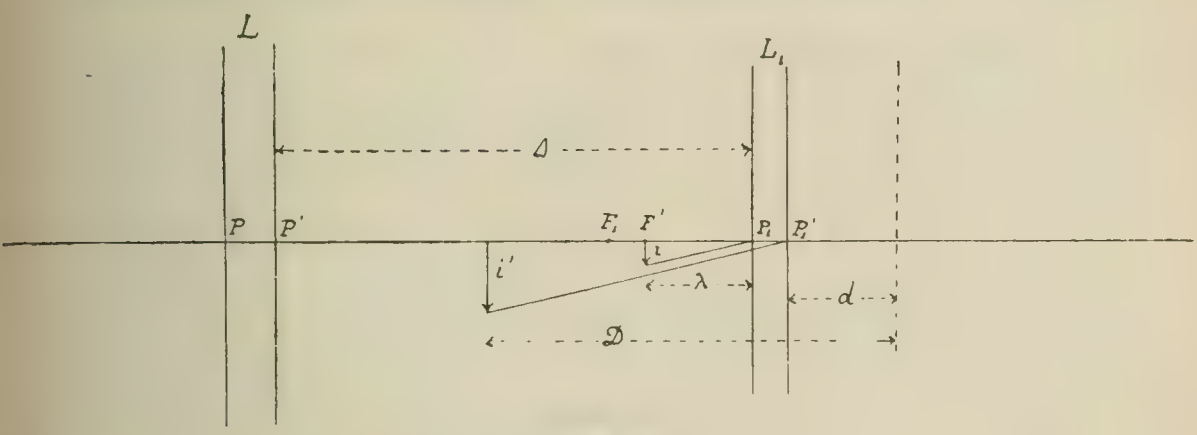


Fig. 3.

Ne deriva

$$\lambda = \frac{\psi(\mathfrak{D} - d)}{\psi + \mathfrak{D} - d}.$$

Ora

$$\delta\Delta = -F_1F' = -(\psi - \lambda) = -\psi + \frac{\psi(\mathfrak{D} - d)}{\psi + \mathfrak{D} - d} =$$
$$= \psi\left(\frac{\mathfrak{D} - d}{\psi + \mathfrak{D} - d} - 1\right) = -\frac{\psi^2}{\psi + \mathfrak{D} - d}.$$

Sicchè, sostituendo nella (3)

$$\delta I = -I\frac{\psi}{\varphi}\frac{\psi}{\psi + \mathfrak{D} - d} = -\frac{\psi}{\psi + \mathfrak{D} - d},$$

e se il 1° punto nodale dell'occhio vien posto nel 2° fuoco principale dell'oculare risultando $d = \psi$, rimane

$$\delta I = -\frac{\psi}{\mathfrak{D}}. \tag{4}$$

Questo risultato mostra che, per la stabilita posizione dell'occhio, l'errore (in difetto) che si commette nella valutazione dell'ingrandimento del cannocchiale col dinametro, quando l'occhio è accomodato per la distanza $\mathcal{D}$ della visione distinta, è espresso *dall'inverso dell'ingrandimento normale* (per quel dato valore di $\mathcal{D}$) *del microscopio semplice che costituisce l'oculare.* Esso è quindi indipendente dalla distanza focale dell'obbiettivo. È minimo pei presbiti e massimo pei miopi.

Posto $\psi = 15^{mm}$, valore comune in un cannocchiale topografico, per un occhio miope che abbia $\mathcal{D} = 75^{mm}$ risulta $\delta I = -0{,}2$ che può considerarsi come un massimo dell'errore.

Su di un problema d'interpolazione

Nota di G. BOCCARDI

I.

Ho avuto occasione di occuparmi del seguente facile problema, che poi ho trovato trattato nell'opera *The theory and practice of interpolation by Herbert L. Rice, M. S.* (Lynn, Mass.), 1899; il che mi ha dato occasione di paragonare la mia soluzione con quella della detta opera.

Problema. — *Dati varî valori numerici consecutivi di una funzione* f, *corrispondenti ad altrettanti valori numerici consecutivi dell'argomento, determinare il valore dell'argomento, pel quale il valore della funzione è un massimo od un minimo.*

Soluzione. — Supporremo le differenze terze nulle o almeno senza effetto sul risultato, avuto riguardo al limite di precisione cui ci fermiamo; in altri termini, supponiamo le differenze seconde praticamente eguali.

Sieno f_1, f_2, f_3 tre valori consecutivi della funzione corrispondenti agli argomenti t_1, t_2, t_3, e tali che f_2 si trovi fra due differenze prime di segno contrario. Se f_2 fosse un massimo od un minimo, quelle due differenze dovrebbero essere eguali in valore assoluto. Allora t_2 sarebbe l'argomento cercato. Ma, ciò non essendo, supporremo costruita un'altra serie in base alle differenze prime ed alla seconda (che supporremo costante), serie tale che f_2, con la modifica che deve subire per questa interpolazione, verifichi la condizione di trovarsi fra due differenze prime eguali e di segno contrario. Sia n la frazione di argomento cercata.

Bisogna vedere se dovremo interpolare *in avanti* o *indietro*. La regola evidente, che si presenta da sè, è la seguente:

Se la differenza che precede f_2 è MAGGIORE *di quella che segue, si deve interpolare* IN AVANTI; *se è* MINORE, INDIETRO.

È chiaro che f_2 non muta nei due casi, ma le differenze prime Δ'_1, Δ'_2, Δ'_3 non sono le stesse quando si interpola in avanti e quando indietro. In quest'ultimo caso quella che era Δ'_2 diventa Δ'_3. Supponiamo che s'interpoli *in avanti*. Per trovare il valore di n, esprimeremo che la differenza fra il valore che prenderà f_2 per l'argomento $t_2 + n$ ed il valore che prenderà f_1 per l'argomento $t_1 + n$ è eguale e di segno contrario all'altra differenza, che è data dai valori che prenderanno f_3 ed f_2 quando s'interpolano per la frazione n. Poichè la differenza seconda si suppone costante, nelle differenze essa sparirà, e l'equazione che scriveremo sarà esatta fino alle differenze seconde comprese. Avremo dunque

$$\begin{array}{lll} f_1 & & \\ & \Delta'_1 & \\ f_2 & & \Delta'' \\ & \Delta'_2 & \\ f_3 & & \Delta'' \\ & \Delta'_3 & \end{array}$$

$$f_2 + n\Delta'_2 - (f_1 + n\Delta'_1) = -[f_3 + n\Delta'_3 - (f_2 + n\Delta'_2)],$$

donde

$$f_3 - f_1 = n(\Delta'_1 - \Delta'_3).$$

La formola da adoperare è dunque

$$n = \frac{f_3 - f_1}{\Delta'_1 - \Delta'_3}. \tag{1}$$

Nell'interpolare *all'indietro* si avrà

$$\begin{array}{lll} & \Delta'_1 & \\ f_1 & & \Delta'' \\ & \Delta'_2 & \\ f_2 & & \Delta'' \\ & \Delta'_3 & \\ f_3 & & \end{array}$$

quindi

$$f_2 - n\Delta'_2 - (f_1 - n\Delta'_1) = -[f_3 - n\Delta'_3 - (f_2 - n\Delta'_2)],$$

e la formola da adoperare sarà

$$n = \frac{f_3 - f_1}{\Delta'_3 - \Delta'_1}. \tag{2}$$

II.

Se le differenze seconde differiscono in modo da produrre effetto apprezzabile su n, si potrebbe pensare ad assumere il valore ottenuto per n col metodo ora esposto, come approssimato, e con esso costruire una seconda serie, per la quale, nel più dei casi, si avranno differenze seconde praticamente eguali; ma l'interpolazione per differenze prime e seconde, con l'argomento n, è un po' faticosa, ed è preferibile interpolare nel mezzo. Dopo ciò ordinariamente si può applicare il metodo dato. Se poi occorresse una seconda interpolazione nel mezzo, la si ridurrà ai soli valori vicini ad f_2.

Esempio 1°. — Dati i logaritmi dei raggi vettori del Sole in gennaio 1918, cercare l'istante in cui esso passa al perigeo.

A rigore bisognerebbe passare ai valori numerici, ma non mette conto di farlo. Scriveremo le sole ultime tre cifre di detti logaritmi.

Dalla *Connaissance des temps* deduciamo

		log R	Δ′	Δ″
1918 gennaio	*0* . . .	680		
			— 18	
	1 . . .	662		+ 26
			+ 8	
	2 . . .	670		+ 26
			+ 34	
	3 . . .	704		

Bisognerà interpolare *in avanti*, prendendo il valore di gennaio *1* per f_2, perchè la differenza 18 è in valore assoluto superiore alla differenza che segue 8. Avremo dunque

$$n = \frac{f_3 - f_1}{\Delta'_1 - \Delta'_3} = \frac{670 - 680}{-18 - 34} = \frac{10}{52} = 0{,}192.$$

Quindi l'istante del passaggio del Sole al perigeo è

$$1918 \text{ gennaio } 1{,}192 = \text{gennaio } 1{\cdot}5^h;$$

valore identico a quello dato dalla *Connaissance* nei Phénomènes.

Esempio 2°. — Cercare l'istante del passaggio del Sole al perigeo pel 1919.

Dalla *Connaissance* abbiamo

	log R	Δ′	Δ″
1919 gennaio *0* . . .	970		
		— 39	
1 . . .	931		+ 17
		— 22	
2 . . .	909		+ 16
		— 6	
3 . . .	903		+ 17
		+ 11	
4 . . .	914		+ 17
		+ 28	
5 . . .	942		

Qui bisogna interpolare indietro, e si avrebbe, essendo f_2 il valore del *3* gennaio,

$$n = \frac{914 - 909}{+11 + 22} = \frac{5}{33} = 0{,}1515.$$

Quindi l'istante cercato sarebbe gennaio 2,8485.

Ma, come le differenze seconde non sono identiche, ed anche per dare un esempio di maggiore approssimazione, interpoleremo nel mezzo. Otterremo così

	log R	Δ′	Δ″
1919 gennaio *0,0* . . .	970,0		
		— 21,6	
0,5 . . .	948,4		+ 4,2
		— 17,4	
1,0 . . .	931,0		+ 4,3
		— 13,1	
1,5 . . .	917,9		+ 4,2
		— 8,9	
2,0 . . .	909,0		+ 3,8
		— 5,1	
2,5 . . .	903,9		+ 4,2
		— 0,9	
3,0 . . .	903,0		+ 4,3
		+ 3,4	
3,5 . . .	906,4		+ 4,2
		+ 7,6	
4,0 . . .	914,0		

Qui f_2 è sempre il valore del *3* gennaio e bisogna ancora interpolare *indietro*, sicchè avremo

$$n = \frac{2,5}{8,5} = 0,29412 \text{ in frazione di } \frac{1}{2} \text{ giorno,}$$

quindi, in frazione di giorno, 0,14706.

L'istante cercato è dunque

$$1919 \text{ gennaio } 2,85294 = \text{gennaio } 2 \cdot 20^h \cdot 28^m \cdot 11^s.$$

Però la cifra dei secondi non è punto esatta, sia perchè non si è passati dai logaritmi ai numeri, sia perchè lo stesso valore del log R dovrebbe avere qualche cifra dippiù della 7ª decimale.

III.

Esempio 3°. — Cercare l'istante del passaggio del pianeta Marte al perielio nel 1898, coi dati seguenti:

Date 1898	Log r			
Aprile *6* . . .	0,1416628			
		— 7325		
14 . . .	0,1409303		+ 2844	
		— 4481		+ 47
22 . . .	0,1404822		+ 2891	
		— 1590		— 27
30 . . .	0,1403232		+ 2911	
		+ 1321		+ 20
Maggio *8* . . .	0,1404553		+ 2898	
		+ 4219		— 13
16 . . .	0,1408772		+ 2849	
		+ 7068		— 36
24 . . .	0,1415840			— 49

Questo esempio è trattato dal *The theory and practice* ecc. L'autore ricorre alla formola esatta $F'(T) = 0$, cioè

$$F'(t + n\omega) = \frac{1}{\omega}\left[\left(a - \frac{1}{6}c + \ldots\right) + n\left(b_0 - \frac{1}{2}d_0 + \ldots\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}n^2(c \ldots) + \frac{1}{6}n^3(d_0 \ldots) + \ldots\right] = 0,$$

la quale, trascurate le differenze 5e, si riduce alla seguente

$$\left(a - \frac{1}{6}c\right) + \left(b_0 - \frac{1}{12}d_0\right)n + \frac{1}{2}cn^2 + \frac{1}{6}d_0 n^3 = 0,$$

dalla quale bisogna dedurre n e quindi il valore di T nel punto del massimo o minimo di $F(T)$. Qui si tratta di minimo.

Si forma così l'equazione

$$2914\,n = 135 - 2\,n^2 + 6\,n^3.$$

Trascurando poi i termini con n^2 e n^3, per avere un valore approssimato di n, si giunge a

$$n = \frac{135}{2914} = 0{,}046 \text{ prossimamente.}$$

Poichè per questo valore approssimato i piccoli termini sensibili svaniscono, si ottiene per valore finale

$$n = \frac{135}{2914} = \mathbf{0{,}04633},$$

e per l'istante del perielio

$$T = \text{aprile } 30^d + 0{,}04633 \times 8 \times 24^h = \text{aprile } 30^d \cdot 8^h{,}895\,;$$

cioè a dire

$$\text{aprile } 30 \cdot 8^h \cdot 53^m \cdot 43^s.$$

Col metodo da me indicato si avrebbe

$$n = \frac{-269}{-5809} = \mathbf{0{,}04631}.$$

Ma evidentemente questo è un valore poco approssimato, perchè le stesse differenze terze sono diversissime. Senza passare ai numeri interpoleremo nel mezzo, spingendo il calcolo fin dove potrà dare valori non illusori, per poter valutare il grado di precisione della soluzione data nel libro citato.

	Log R	Δ′	Δ″	Δ‴
Aprile *10* . . .	0,1412613,8			
		— 3310,8		
14 . . .	0,1409303,0		+ 711,4	
		— 2599,4		+ 6,4
18 . . .	0,1406703,6		+ 717,8	
		— 1881,6		+ 5,5
22 . . .	0,1404822,0		+ 723,3	
		— 1158,3		+ 3,3
26 . . .	0,1403663,7		+ 726,6	
		— 431,7		+ 1,7
30 . . .	0,1403232,0		+ 728,3	
		+ 296,6		— 0,5
Maggio *4* . . .	0,1403528,6		+ 727,8	
		+ 1024,4		— 2,7
8 . . .	0,1404553,0		+ 725,1	
		+ 1749,5		— 5,1
12 . . .	0,1406302,5		+ 720,0	
		+ 2469,5		
16 . . .	0,1408772,0			

Applicando adesso la regola, troveremo, sempre interpolando in avanti,

$$n = \frac{135,1}{1456,1} = 0,092782, \text{ cioè per } 8^{d}, \mathbf{0,046391}.$$

Si vede che la soluzione completa ha dato al sig. Herbert L. Rice un valore tutt'altro che esatto per l'ultima cifra [1].

Proseguendo adesso, troveremo, interpolando per due giorni,

	Log R	Δ′	Δ″
Aprile *20* . . .	0,1405672,7		
		— 850,7	
22 . . .	0,1404822,0		+ 180,9
		— 669,8	
24 . . .	0,1404152,2		+ 181,3
		— 488,5	
26 . . .	0,1403663,7		+ 181,7
		— 306,8	
28 . . .	0,1403356,9		+ 181,9
		— 124,9	
30 . . .	0,1403232,0		+ 182,1
		+ 57,2	
Maggio *2* . . .	0,1403289,2		+ 182,2
		+ 239,4	
4 . . .	0,1403528,6		+ 181,9
		+ 421,3	
6 . . .	0,1483949,9		+ 181,8
		+ 603,1	
8 . . .	0,1404553,0		

[1] Vedremo appresso che l'errore è di più di *24 unità* della 5ª decimale di *n*.

Applicando nuovamente la regola, troviamo

$$n = \frac{67,7}{364,3} = 0,185836 \text{ e per 8 giorni } \mathbf{0,046459}.$$

Proseguendo ancora di giorno in giorno

	Log R	Δ′	Δ″
Aprile *28* . . .	0,1403356,9		
		— 85,2	
29 . . .	0,1403271,7		+ 45,5
		— 39,7	
30 . . .	0,1403232,0		+ 45,5
		+ 5,8	
Maggio *1* . . .	0,1403237,8		+ 45,6
		+ 51,4	
2 . . .	0,1403289,2		

Risulta

$$n = \frac{33,9}{91,1} = 0,3721192 \text{ e per 8 giorni } \mathbf{0,0465149}.$$

Proseguendo l'interpolazione si ottiene

	Log R	Δ′	Δ″
Aprile *29,0* . . .	271,50		
		— 25,54	
29,5 . . .	246,16		+ 11,38
		— 14,16	
30,0 . . .	232,00		+ 11,37
		— 2,79	
30,5 . . .	229,21		+ 11,38
		+ 8,59	
Maggio *1,0* . . .	237,80		

Qui bisogna interpolare indietro di aprile *30,5,* e si ha

$$n = \frac{5,80}{22,75} = 0,2549453.$$

Il complemento è 0,7450547, ed è espresso in frazione di $\frac{1}{2}$ giorno, quindi in frazione di giorno è $0^d,37252735$.

Passando ad 8 giorni **0,04656592**.

Un'ultima interpolazione ci darà

		Log R	Δ′	Δ″
Aprile	*29,75* . . .	237,66		
			— 5,66	
	30,00 . . .	232,00		+ 2,84
			— 2,82	
	30,25 . . .	229,18		+ 2,85
			+ 0,03	
	30,50 . . .	229,21		+ 2,84
			+ 2,87	
	30,75 . . .	232,08		

Abbiamo (essendo qui f_2 il valore di aprile *30,25*)

$$n = \frac{2,79}{5,69} = 0,4903344.$$

Questo valore è in $\frac{1}{4}$ di giorno, dunque per 1^d è 0,1225836. Sicchè l'istante richiesto è, aprile *30*, 3723836. Risalendo ad 8 giorni, avremo **0,04657295**. Ci fermeremo a questo valore, nel quale però le ultime tre cifre non sono esatte.

Paragonando col valore cui ci siamo fermati, *0,04657295,* quello *0,0463081* ottenuto con la *prima* applicazione della nostra regola, si vede che esso era in errore di 0,0002648. Anche qui le ultime cifre non sono esatte.

L'errore del valore calcolato con la formola rigorosa dall'Herbert L. Rice era di 0,0002429.

La risposta esatta è che l'istante del passaggio di Marte al perielio era, 1898 aprile *30*, $8^h \cdot 56^m \cdot 31^s$.

Col valore di Herbert verrebbe di $8^h \cdot 53^m \cdot 43^s$, con un errore di $2^m \cdot 48^s$.

Ripetiamo che qui non si può garantire il minuto secondo di tempo; ma nel libro citato si dà il valore, aprile $30 \cdot 8^h,895$, con i millesimi di ora, cioè fino a $3^s,6$, mentre quel valore è in errore di circa 3^m.

IV.

Se, col valore *0,04633* dato dal signor Herbert L. Rice, si costruisce una seconda serie (di 8[d] in 8[d]) interpolando per differenze 1[e], 2[e] e 3[e], si ottiene

Aprile	*6,04633*	 6226,48		
			— 7195,66	
	14,04633	9030,82		+ 2848,67
			— 4346,99	
	22,04633	4683,83		+ 2889,64
			— 1457,35	
	30,04633	3226,48		+ 2915,50
			+ 1458,15	
Maggio	*8,04633*	4684,63		+ 2892,48
			+ 4350,63	
	16,04633	9035,26		

Qui il *30* aprile è compreso fra due differenze quasi assolutamente eguali, eppure se si applica la regola interpolando all'indietro si trova

$$n = \frac{0,80}{5805,14} = 0,000138.$$

Poichè interpoliamo all'indietro si ottiene per valore finale

0,046192,

valore notevolmente lontano dal vero. L'errore sta in questo che le differenze seconde non sono praticamente eguali.

Formule sommatorie

Nota di Dr. TIZIANA TERSILLA COMI

In varii problemi di analisi pura, nella teoria delle probabilità, nella scienza attuariale, ecc., si debbono calcolare le somme di molti termini, in numero così grande che l'addizione ordinaria può riuscire troppo faticosa, ed anche praticamente impossibile. In questi casi si proposero formule sommatorie, che dànno un valore approssimato della somma.

§ 1. — Formule sommatorie in generale.

Siano a, b, a_1, a_2, ... a_n dei numeri interi (con segno). Suppongo $b > a$, e $a_1\, a_2\, a_3 \dots a_n$ distinti fra loro. Allora posso determinare le quantità (razionali) $A_1\, A_2 \dots A_n$, in modo che, qualunque si sia la funzione f, algebrica, di grado inferiore ad n, sempre si abbia:

$$(1) \qquad \Sigma\,(f, a \cdots b) = A_1 f a_1 + A_2 f a_2 + \dots + A_n f_n .$$

L'espressione del secondo membro della (1) dicesi " formula sommatoria ", perchè serve ad esprimere la somma nel primo membro, o esattamente, se f è di grado $< n$, o per approssimazione.

Per determinare il coefficiente A_1, pongo nella (1)

$$fx = (x - a_2)\,(x - a_3) \dots (x - a_n).$$

fx è una funzione intera di grado $n - 1$, tale che $fa_2 = fa_3 = \dots = fa_n = 0$. Si ottiene:

$$\Sigma\,[(x - a_2)\,(x - a_3) \dots (x - a_n)\,|\,x, a \cdots b] = A_1 (a_1 - a_2)\,(a_1 - a_3) \dots (a_1 - a_n),$$

onde si ricava A_1. Scambiando a_1 con a_2, ricavo A_2; e così tutti i coefficienti.

Così determinati i coefficienti, la formula (1), che è vera per le n funzioni di grado $n-1$: $(x-a_2)\ldots(x-a_n)$ e le analoghe, sarà vera per ogni loro combinazione lineare, cioè per ogni funzione intera di grado $< n$.

§ 2. — Resto nelle formule sommatorie.

Sia ora f una successione qualunque: $f \in \mathrm{qFn}$. Pongo

$$\text{Resto } f = \Sigma(f, a^{\cdots}b) - A_1 f a_1 - A_2 f a_2 - \ldots - A_n f a_n .$$

Se al posto di f pongo $f+g$, cioè al posto di fx pongo $fx+gx$, sarà evidentemente:

$$\text{Resto}\,(f+g) = \text{Resto}\,f + \text{Resto}\,g ,$$

cioè l'espressione chiamata Resto è funzione lineare (o distributiva, o additiva) della successione f. Inoltre, se i coefficienti $A_1, A_2, \ldots A_n$ furono determinati colla regola precedente per le formule sommatorie, si ha che, qualunque sia la funzione f, intera, di grado $< n$, sempre Resto $f = 0$:

$$f \in (\mathrm{qFn})\ \text{integr. grad}\, f < n \,.\supset.\, \text{Resto}\, f = 0 .$$

Per calcolare questo resto, mi sono rivolta al prof. Peano, in una delle sue Conferenze matematiche, presso l'Università di Torino, ed egli diede la regola seguente:

Sia R una quantità funzione delle successioni; e sia questa funzione R lineare, cioè tale che, qualunque siano le successioni f e g, sempre si abbia $\mathrm{R}(f+g) = \mathrm{R}f + \mathrm{R}g$.

Ed essendo n un numero naturale, supponiamo che per ogni successione f, intera, di grado minore di n, sempre si abbia $\mathrm{R}f = 0$.

Allora, essendo f una successione qualunque, si può determinare una successione di coefficienti gr, in modo che

$$\mathrm{R}f = \Sigma\, gr \times \Delta^n fr \,|\, r ,$$

cioè Resto f è la somma dei prodotti delle differenze di ordine n di fr, per dei coefficienti a determinarsi; la somma si ottiene variando r, ed attribuendogli tutti i valori interi da $-\infty$ a $+\infty$. Però questa somma consta di un numero finito di termini non nulli.

Per determinare questi coefficienti g, chiamo φ la successione di numeri, tale che se x è un intero positivo, abbiasi $\varphi x = 1$, e se x è nullo o negativo, sia $\varphi x = 0$:

$$\varphi \in \mathrm{qFn} : x \in \mathrm{N}_1 . \supset . \varphi x = 1 : x \in -\mathrm{N}_0 . \supset . \varphi x = 0.$$

Ed essendo n un numero naturale, pongo

$$\varphi_n x = (x-1)(x-2)\ldots(x-n+1)/(n-1)! \times \varphi x,$$

cioè $\varphi_n x$ è per x positivo, eguale alla funzione intera di grado $(n-1)$, che sta scritta; e per x nullo o negativo, $\varphi_n x = 0$. Allora il coefficiente gr vale il valore della funzione R, corrispondente alla funzione $\varphi_n(x-r)$, in cui varii x, cioè

$$gr = \mathrm{R}\,[\varphi_n(x-r)\,|\,x].$$

In simboli, questa regola si enuncia:

$$\mathrm{R} \in \mathrm{qF}\,(\mathrm{qFn}) \text{ lineare} . n \in \mathrm{N}_1 : f \in (\mathrm{qFn}) \text{ integr. grad } f < n .$$
$$. \supset_f . \mathrm{R}f = 0 : f \in \mathrm{qFn} . \supset .$$
$$\mathrm{R}f = \Sigma\,[\mathrm{R}\,\varphi_n(x-r)\,|\,x] \times \Delta^n fr\,|\,r .$$

§ 3. — **Numeri figurati.**

Diconsi numeri figurati le successioni o funzioni $\varphi_0\ \varphi_1\ \varphi_2 \ldots$ rappresentate dalla seguente tabella:

per $x = \ldots$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6 ...
si ha $\varphi_0 x = \ldots$	0	0	1	0	0	0	0	0	0 ...
$\varphi x = \varphi_1 x = \ldots$	0	0	0	1	1	1	1	1	1 ...
$\varphi_2 x = \ldots$	0	0	0	0	1	2	3	4	5 ...
$\varphi_3 x = \ldots$	0	0	0	0	0	1	3	6	10 ...
$\varphi_4 x = \ldots$	0	0	0	0	0	0	1	4	10 ...
$\varphi_5 x = \ldots$	0	0	0	0	0	0	0	1	5 ...

$\varphi_0 x$ è sempre $= 0$, salvo che per $x = 0$, ove si ha $\varphi_0 0 = 1$. $\varphi_1 x$, che indico semplicemente con φx, vale 1 per x positivo, e vale 0 per x negativo o nullo.

Si può porre per definizione:

$$x \in \mathrm{n} \,.\supset.\, \varphi x = \varphi_1 x = \Sigma (\varphi_0 , x - \mathrm{N}_1).$$

" Se x è un intero (positivo, o nullo, o negativo), $\varphi_1 x$ è la somma dei valori di φ_0, corrispondenti a valori della variabile precedente x ".

Si deduce

$$\varphi_1 0 = 0 \qquad \Delta \varphi_1 = \varphi_0 .$$

Queste equazioni potrebbero essere assunte come definizioni di φ_1, e si dedurrebbe l'espressione sommatoria precedente.

Pongo poi per definizione di φ_2:

$$x \in \mathrm{n} \,.\supset.\, \varphi_2 x = \Sigma (\varphi_1 , x - \mathrm{N}_1),$$

cioè $\varphi_2 x$ è la somma dei φ_1 precedenti x. Si può anche ridurre alla forma:

$$\varphi_2 0 = 0 \qquad \Delta \varphi_2 = \varphi_1 .$$

Si ha:

$$x \in \mathrm{n} \,.\supset.\, \varphi_2 x = (x - 1)\, \varphi x ,$$

cioè $\varphi_2 x$, per x positivo, vale la funzione di primo grado $x - 1$, e per x nullo o negativo, $\varphi_2 x = 0$.

Similmente, pongo per definizione di φ_3:

$$x \in \mathrm{n} \,.\supset.\, \varphi_3 x = \Sigma (\varphi_2 , x - \mathrm{N}_1)$$

equivalente a

$$\varphi_3 0 = 0 \qquad \Delta \varphi_3 = \varphi_2 .$$

Si deduce:

$$x \in \mathrm{n} \,.\supset.\, \varphi_3 x = (x - 1)\,(x - 2)/2 \times \varphi x ,$$

cioè $\varphi_3 x$ è nullo per $x \leqq 0$, e vale la funzione di secondo grado $(x - 1)\,(x - 2)/2$ per x positivo. Quindi $\varphi_3 x$ è nullo per tutti i valori di x minori di 3.

La Scuola Pitagorica (Theone, Diophanto, ecc.) chiamò i numeri φ_3 " numeri triangolari ", e i φ_4 " numeri piramidali ".

In generale, pongo:

1. $m \in N_1 . x \in n . \supset . \varphi_m x = \Sigma (\varphi_{m-1}, x - N).$

Ricavo:

2. $m \in N_1 . \supset . \varphi_m 0 = 0.$
3. $m \in N_1 . \supset . \Delta \varphi_m = \varphi_{m-1}.$

E viceversa, dalle 2 e 3 si deduce 1, cioè possono essere assunte per definizione di φ_m. Ne risulta $\Delta^m \varphi_m = \varphi_0$, cioè $\Delta^m \varphi_m$ è nullo per ogni valore diverso da 0, mentre $\Delta^m \varphi_m 0 = 1$. Si ha pure:

4. $m \in N_1 . x \in n . \supset . \varphi_{m+1} x = (x - m)/m \times \varphi_m x,$

che si può anche scrivere:

$\varphi_{m+1} x = (x - 1)(x - 2) \ldots (x - m)/m! \times \varphi x.$

Si ha pure:

5. $m \in N_1 . x \in m - N_1 . \supset . \varphi_m x = 0,$

cioè $\varphi_m x$ è nulla se x è minore di m.

$\varphi_m x$ è il coefficiente di z^x nello sviluppo di $[z/(1 - z)]^m$ secondo le potenze crescenti di z, il quale sviluppo è convergente se z è frazione propria, positiva o negativa.

$$m \in N_0 . z \in \pm \theta . \supset . [z/(1 - z)]^m = \Sigma [(\varphi_m x) z^x | x, n].$$

L'identità $[z/(1 - z)]^m \times [z/(1 - z)]^n = [z/(1 - z)]^{m+n}$, ove si sviluppino i due fattori del primo membro, e si eguaglino i coefficienti di z^{a+b}, dà luogo a:

6. $m, n \in N_1 . a, b \in n . \supset . \Sigma [\varphi_m (a + r) \times \varphi_n (b - r) | r, n] =$
$= \varphi_{m+n} (a + b).$

" Se m, n sono interi, positivi, e se a, b sono numeri interi, la somma dei prodotti delle $\varphi_m (a + r) \times \varphi_n (b - r)$ variando r ed assumendo tutti i valori interi, vale $\varphi_{m+n} (a + b)$ ".

Diremo la funzione φx " fattore di discontinuità " perchè ha qui una funzione analoga al fattore che ha questo nome in calcolo integrale. Si ha cioè:

7. $a, b \in n . a < b . f \in qFn . \supset .$
$\Sigma (f, a \cdots b) = \Sigma [(fx) \varphi (x - a + 1) \varphi (b + 1 - x) | x, n].$

cioè la somma di f estesa fra i limiti a e b vale la somma di fx moltiplicata per una funzione che è nulla per i valori di $x < a$, e per una funzione che è nulla per $x > b$, e che fra a e b vale 1; questa somma è estesa a tutti i valori interi di x, da $-\infty$ a $+\infty$.

I numeri $\varphi_m x$ diconsi " numeri figurati ". Essi sono i coefficienti binomiali disposti in altro ordine; ed hanno numerose altre proprietà. Qui ci limitiamo a quelle di cui faremo uso.

§ 4. — Formula sommatoria colle ordinate estreme.

Si ha:

1. $a, b \in \mathrm{n} \,.\, a < b \,.\, f \in (\mathrm{qFn})$ integr. grad $f < 2 \,.\, \supset \,.$
$$\Sigma (f, a \cdots b) = (b - a + 1)(fa + fb)/2.$$

" Siano a e b due interi (con segno), e a sia minore di b. Sia f una successione di quantità, cioè una quantità funzione degli interi, e questa funzione sia intera, e il suo grado sia minore di 2. Altrimenti detto, supponiamo che le quantità fa, $f(a+1)$, $f(a+2)$ ... siano in progressione aritmetica. Allora la somma dei valori di f, ove la variabile assuma tutti i valori interi compresi fra a e b, cioè $fa + f(a+1) + \ldots fb$ vale il loro numero $b - a + 1$ moltiplicato per la media dei valori estremi, che dico *ordinate* estreme, fa ed fb, cioè moltiplicato per $(fa + fb)/2$ ".

Questa proposizione si fa rimontare da noi a Pitagora. Si trova pure nel *Manuale del Calcolatore Egiziano Ahamesu*, di forse 2000 anni a. C.

Se f è una successione qualunque di valori, pongo:

$$\text{Resto}\, f = \Sigma (f, a \cdots b) - (b - a + 1)(fa + fb)/2. \qquad (1)$$

Per la regola enunciata nel § 2, questo resto si può ridurre alla forma:

$$\text{Resto}\, f = \Sigma\, gr \times \Delta^2 fr \,|\, r, \qquad (2)$$

ove

$$gr = \text{Resto}\, \varphi_2 (x - r) \,|\, x. \qquad (3)$$

Ora se r è minore di a, $\varphi_2(x-r) = (x-r-1)\,\varphi(x-r)$ vale $x-r-1$ finchè x è compreso fra a e $b > a$. Quindi la funzione $\varphi_2(x-r)$, essendo x la variabile, è una funzione di primo grado; la formula è esatta, e si ha:

$$r \in a - \mathrm{N}_1 \,.\supset.\, gr = 0. \tag{4}$$

Si ha che $\varphi_2(x-r) = 0$, se $x - r < 2$, cioè $r > x - 2$; ma il massimo valore di x è b; dunque, se $r > b - 2$, $\varphi_2(x-r)$ sarà nullo, finchè x è compreso nell'intervallo da a e b; e il resto gr sarà nullo:

$$r \in b - 2 + \mathrm{N}_1 \,.\supset.\, gr = 0. \tag{5}$$

Sia ora r compreso fra a e $b-2$, cioè $r \in a \cdots (b-2)$.

Allora $\varphi_2(x-r)$, se $x \leqq a$, sarà nullo; perciò

$$\begin{aligned}\Sigma\,[\varphi_2(x-r)\,|\,x, a\cdots b] &= \Sigma\,[\varphi_2(x-r)\,|\,x, b+1-\mathrm{N}_1] \\ &= \Sigma\,(\varphi_2, b+1-r-\mathrm{N}_1) = \varphi_3(b+1-r).\end{aligned}$$

$\varphi_2(a-r) = 0$: quindi

$$\begin{aligned}r \in a\cdots(b-2) \,.\supset.\, gr &= \varphi_3(b+1-r) - (b-a+1)\,\varphi_2(b-r)/2 \\ &= (b-r)(b-r-1)/2 - (b-a+1)\,(b-r-1)/2 \\ &= -(b-r-1)(r+1-a)/2. \end{aligned}\tag{6}$$

Le formule (4), (5), (6) si possono compendiare nell'unica:

$$r \in \mathrm{n} \,.\supset.\, gr = -\,\varphi_2(r+2-a)\,\varphi_2(b-r)/2. \tag{7}$$

Scrivo questo valore di gr nella (2), e tengo conto della (1); ottengo la formula:

2. $$\begin{aligned}&a, b \in \mathrm{n} \,.\, a < b \,.\, f \in \mathrm{qFn} \,.\supset. \\ &\quad \Sigma\,(f, a\cdots b) = (b-a+1)\,(fa+fb)/2 \\ &\quad -(1/2)\,\Sigma\,\varphi_2(r+2-a)\,\varphi_2(b-r)\,\Delta^2 fr\,|\,r.\end{aligned}$$

" Siano a e b degli interi, e $a < b$, ed f una successione di quantità. Allora la somma dei valori di f, variando la variabile fra a e b, vale il loro numero $(b-a+1)$ moltiplicato per la media dei valori estremi, meno la semisomma dei pro-

dotti di $\varphi_2(r+b-a)\times\varphi_2(b-r)$ per le differenze seconde di fr, la somma essendo ottenuta variando r „.

Questa sommatoria si può anche scrivere:

$$\Sigma\,[(r+1-a)\,(b-r-1)\,\Delta^2 fr\,|\,r,\,a\cdots(b-2)].$$

Questa formula fu data dal prof. Peano (*), dimostrandola per via molto differente.

Siccome il fattore che moltiplica $\Delta^2 fr$ nella prop. 2, è costantemente positivo o nullo, si può portare fuori della sommatoria questo $\Delta^2 fx$, attribuendovi un valore medio fra quelli che esso assume. Per il § 3, prop. 6, si ha:

$$\Sigma\,\varphi_2(r+2-a)\,\varphi_2(b-r)\,|\,r=\varphi_4(b-a+2).$$

Quindi:

3. Nelle ipotesi della 2. $\supset . \Sigma\,(f.\,a\cdots b)-(b-a+1)\,(fa+fb)/2$
$\epsilon-(b-a+1)\,(b-a)\,(b-a-1)\,(\text{Medio}\ \Delta^2 f(a\cdots(b-2))/12.$

Se la funzione f è definita non solo per i valori interi, ma per tutti i valori della variabile fra a e b, ed ha le derivate prima e seconda, ogni valore medio fra le differenze seconde è un valore della derivata seconda; quindi, invece di Med $\Delta^2 fa\cdots(b-2)$ si può leggere $D^2 fa\vdash b$.

Esempio. — Vuolsi calcolare la somma dei logaritmi decimali dei numeri da 1000000 a 1001000, cioè $\Sigma\,\text{Log}\,(1000000\cdots1001000)$.

La formula delle progressioni dice che la somma precedente ha per valore approssimato:

$$1001\,(\text{Log}\,1000000+\text{Log}\,1001000)/2.$$

Per stimare il resto, $-\varphi_4(b-a+2)\,D^2 f\,(a^{-}b)/2$, calcolo $D\,\text{Log}\,x=\mu/x$, $D^2\,\text{Log}\,x=-\mu/x^2$, ove μ è il modulo dei logaritmi decimali $=\text{Log}\,e=0{\cdot}434...$

(*) *Sulle differenze finite*, R. Accademia dei Lincei, 21 gennaio 1906, e *Formulario*, tomo V, pag. 131, Prop. 4·4.

La differenza fra la somma cercata e il valore approssimato sarà un numero della classe:

$$1001 \times 1000 \times 999/12 \times \mu \times (1000000 \vdash 1001000)^{-2},$$

e poichè $1001 \times 1000 \times 999 < 10^9$, $\mu/12 < 4 \times 10^{-2}$, e la parentesi è $< 10^{-12}$, il resto sarà > 0, e $< 4 \times 10^{-5}$.

Perciò nelle tavole ad 8 decimali leggo:

Log 1000000	$= 6$	
Log 1001000	ϵ 6·00043407	$+ \theta X^{-8}$
semisomma	ϵ 6·00021703	$+ \theta X^{-8}$
moltiplico per 1000 . .	6000·21703	$+ \theta X^{-5}$
e per 1	6·00021	$+ \theta X^{-5}$
aggiungo il resto . . .		$+ 4\theta X^{-5}$
somma . . .	ϵ 6006·21724	$+ 6\theta X^{-5}$

cioè la somma cercata è $> 6006{\cdot}2172$, e $< 6006{\cdot}2173$.

Si conclude che il valore della somma cercata con quattro cifre decimali è 6006·2172; in simboli:

$$V_4 \Sigma \operatorname{Log} (1000000 \cdots 1001000) = 6006{\cdot}2172.$$

§ 5. — Formula sommatoria con due coppie di ordinate estreme.

Vuolsi calcolare $\Sigma (f, a \cdots b)$, conoscendo i 4 valori dell'ordinata fa, $f(a+1)$, $f(b-1)$, fb.

Per quanto si è detto, si possono determinare i 4 coefficienti A, B, C, D in modo che qualunque sia la funzione f, di grado < 4, si abbia:

$$\Sigma (f, a \cdots b) = Afa + Bf(a+1) + Cf(b-1) + Dfb. \qquad (1)$$

Per calcolare il coefficiente A, pongo:

$$fx = (x - a - 1)(b - 1 - x)(b - x).$$

Sarà:

$$fa = -(b - 1 - a)(b - a), \qquad f(a+1) = f(b-1) = fb = 0,$$

e introdotto il fattore φ di discontinuità:

$$\Sigma(f, a\cdots b) = \Sigma(x-a-1)(b-1-x)(b-x)\varphi(x+1-a)\varphi(b+1-x)\,|\,x.$$

Ma

$$(b-1-x)(b-x)\varphi(b+1-x) = 2\varphi_3(b+1-x)$$

e

$$(x-a-1)\varphi(x+1-a) = \varphi_2(x+1-a) - \varphi_1(x+1-a),$$

onde

$$\Sigma(f, a\cdots b) = 2\Sigma\varphi_3(b+1-x)\,[\varphi_2(x+1-a) - \varphi_1(x+1-a)]\,|\,x,$$

e pel § 3, prop. 6:

$$\Sigma(f, a\cdots b) = 2\varphi_5(b+2-a) - 2\varphi_4(b+2-a).$$

Sostituendo questi valori nella (1), si ha l'equazione:

$$2\varphi_5(b+2-a) - 2\varphi_4(b+2-a) = -(b-a)(b-1-a)\,\mathrm{A},$$

da cui, eseguendo le riduzioni:

$$\mathrm{A} = -(b+1-a)(b-a-6)/12. \tag{2}$$

Per calcolare B, pongo:

$$fx = (x-a)(b-1-x)(b-x);$$

sarà:

$$fa = 0, \qquad f(a+1) = (b-2-a)(b-1-a),$$
$$f(b-1) = 0, \qquad fb = 0,$$

e

$$\begin{aligned}\Sigma(f, a\cdots b) &= \Sigma(x-a)(b-1-x)(b-x)\varphi(x+1-a)\varphi(b+1-x)\,|\,x\\ &= 2\Sigma\varphi_2(x+1-a)\varphi_3(b+1-x)\,|\,x\\ &= 2\varphi_5(b+2-a).\end{aligned}$$

Sostituendo questi valori in (1), si ha:

$$2\varphi_5(b+2-a) = (b-a-1)(b-a-2)\,\mathrm{B},$$

da cui:

$$\mathrm{B} = (b+1-a)(b-a)/12. \tag{3}$$

In modo analogo calcolo $\mathrm{C} = \mathrm{B}$ e $\mathrm{D} = \mathrm{A}$, il che risulta anche da ragioni di simmetria.

Sostituisco nella (1) i valori di A, B, C, D, ed ottengo:

$$\Sigma(f, a\cdots b) = -(b+1-a)(b-a-6)/12\times(fa+fb) \\ +(b+1-a)(b-a)/12\times(f(a+1)+f(b-1)). \quad (4)$$

Introduco le differenze prime:

$$f(a+1) = fa + \Delta fa, \qquad f(b-1) = fb - \Delta f(b-1).$$

Il secondo membro della (2) diventa:

$$(b+1-a)(fa+fb)\,2-(b+1-a)(b-a)/12\times[\Delta f(b-1)-\Delta fa].$$

Si ha così il teorema:

1. $a, b \in \mathrm{n} \,.\, b > a+2 \,.\, f \in (\mathrm{qFn})$ integr. grad $f < 4 \,.\supset.$
$\Sigma(f, a\cdots b) = (b-a+1)(fa+fb)/2 - (b-a+1)(b-a)/12\times$
$\times[\Delta f(b-1) - \Delta fa]$.

Essendo ora f una funzione qualunque, calcolo il resto in questa formula:

$$\text{Resto}\, f = \Sigma(f, a\cdots b) - (b-a+1)(fa+fb)/2 + \\ +(b-a+1)(b-a)/12\times[\Delta f(b-1)-\Delta fa].$$

Essendo r un intero, calcolo Resto $\varphi_4(x-r)|x$. Se $r < a$, la funzione $\varphi_4(x-r)|x$ è nell'intervallo $a\cdots b$ di 3° grado, quindi:

$$r < a \,.\supset.\, \text{Resto}\, \varphi_4(x-r)|x = 0.$$

Se $r > b-4$, la funzione $\varphi_4(x-r)|x$ è nell'intervallo $a\cdots b$ sempre nulla; quindi:

$$r > b-4 \,.\supset.\, \text{Resto}\, \varphi_4(x-r)|x = 0.$$

Se $r \in a\cdots(b-4)$, sarà:

$$\text{Resto}\, \varphi_4(x-r)|x = \Sigma[\varphi_4(x-r)|x, a\cdots b] - \\ -(b-a+1)[\varphi_4(b-r)+\varphi_4(a-r)] + \\ +(b-a+1)(b-a)/12\times[\Delta\varphi_4(b-r-1)-\Delta\varphi_4(a-r)].$$

Ora:

$$\Sigma[\varphi_4(x-r)|x, a\cdots b] = \varphi_5(b+1-r) - \varphi_5(a-r) = \varphi_5(b+1-r),$$

perchè essendo $r \geqq a \,.\supset.\, a-r \leqq 0$ e $\varphi_5(a-r) = 0$.

Parimenti $\varphi_4(a-r)=0$; $\Delta\varphi_4=\varphi_3$, e $\varphi_3(a-r)=0$. Perciò:

$$gr = \text{Resto}\,\varphi_4(x-r)\,|\,x = \varphi_5(b+1-r)-(b-a+1)\,\varphi_4(b-r)+ \\ +(b-a+1)(b-a)/12\,\varphi_3(b-1-r).$$

Tutti i termini contengono il fattore $(b-2-r)(b-3-r)$, che viene moltiplicato per una funzione di secondo grado di r. Questa si può calcolare; e si ha:

$$gr=(r-a+1)(r-a+2)(b-2-r)(b-3-r)/24$$

e si può scrivere:

$$gr=\varphi_3(r-a+3)\,\varphi_3(b-1-r)/6,$$

ed allora la formula sussiste per ogni valore dell'intero r.

Si ha così il teorema:

2. $a, b \in \mathrm{n} \,.\, b \geqq a+4 \,.\, f \in \mathrm{qFn} \,.\supset.$

$$\Sigma(f, a\cdots b) = (b-a+1)(fa+fb)/2 - \\ -(b-a+1)(b-a)/12\times[\Delta f(b-1)-\Delta fa]+ \\ +(1/6)\,\Sigma\,\varphi_3(r-a+3)\,\varphi_3(b-1-r)\,\Delta^4 fr\,|\,r.$$

Il fattore $\varphi_3(r-a+3)\,\varphi_3(b-1-r)$ conserva un segno costante (che è il $+$) nell'intervallo $a\cdots(b-4)$, ed è nullo fuori dell'intervallo. Perciò nella sommatoria che esprime il resto, si può portare fuori il $\Delta^4 fr$, attribuendogli un valore medio fra quelli che esso assume in $a\cdots(b-4)$; osservando poi che per il § 3, prop. 6,

$$\Sigma\,\varphi_3(r-a+3)\,\varphi_3(b-1-r)\,|\,r = \varphi_6(b-a+2) \\ = (b-a+1)(b-a)(b-a-1) \\ (b-a-2)(b-a-3)/120,$$

si trova:

3. Nella ipotesi della 1 .$\supset$.

$$\Sigma(f, a\cdots b)-(b-a+1)(fa+fb)/2-(b-a+1)(b-a)/12\times \\ \times[\Delta f(b-1)-\Delta fa] \\ \in (b-a+1)(b-a)(b-a-1)(b-a-2)(b-a-3)/720\times \\ \times\,\mathrm{Med}\,\Delta^4 f(a\cdots(b-4)).$$

E ancora, se f è definito per tutti i valori della variabile nell'intervallo continuo $a \vdash b$, ed ha ivi derivata quarta, $\text{Med}\, \Delta^4 f[a \cdots (b-4)] \supset D^4 f(a \vdash b)$, e si ha:

4. $a, b \in \text{n} \,.\, b \geqq a + 4 \,.\, f, D^4 f \in \text{qF}\, a \vdash b \,.\supset.$

$$\Sigma(f, a \cdots b) - (b - a + 1)(fa + fb)/2 - (b - a + 1)(b - a)/12 \times \times [\Delta f(b-1) - \Delta fa]$$
$$\in (b - a + 1)(b - a)(b - a - 1)(b - a - 2)(b - a - 3)/720 \times \times D^4 f(a \vdash b).$$

Esempio. — Applico la formula precedente al calcolo di $\Sigma \operatorname{Log}(X^6 + 0 \cdots X^3)$, cioè della somma dei logaritmi decimali dei numeri da 1000000 a 1001000.

Comincio dal resto:

$$\text{Resto} \in 1001 \times 1000 \times 999 \times 998 \times 997/720 \times D^4 \operatorname{Log}(X^6 + \theta X^3).$$

Ora:

$$1001 \times 999 < X^6, \quad 998 \times 997 < X^6, \quad D^4 \operatorname{Log} x = -6\mu/x^4;$$

onde:

$$\text{Resto} \in -\theta X^{15}/720 \times 6\mu X^{-24} = -\theta\mu/120\, X^{-9};$$

ed essendo $\mu = 0{\cdot}434\ldots$ sarà $\mu/120 < 4X^{-3}$; onde:

$$\text{Resto} \in -4\theta X^{-12}.$$

Perciò potrò calcolare 11 cifre della somma cercata.

A questo scopo, calcolo i termini della somma con 12 cifre.

Per calcolare con 12 cifre il primo termine, il cui primo fattore è 1001/2, calcolo con 15 il secondo e ciascun termine di esso con 16 cifre.

Perciò: $\operatorname{Log} X^6 = 6$.

Log 1001000 con 16 cifre, non essendovi tavole a 16 decimali, lo calcolo direttamente colla serie $\operatorname{Log}(1 + x) = \mu(x - x^2/2 + x^3/3 - \ldots)$ in cui $x = X^{-3}$ e ottengo:

$$\operatorname{Log}(X^6 + X^3) \in 6{\cdot}0004340774793186 + \theta X^{-16}$$
$$\operatorname{Log} X^6 + \operatorname{Log}(X^6 + X^3) \in 12{\cdot}0004340774793186 + \theta X^{-16}.$$

Calcolo: precedente $\times_{13} 1001$, cioè il prodotto di grado 13, del numero precedente per 1001:

$$V_{16}[\mathrm{Log}X^6 + \mathrm{Log}(X^6+X^3)]\times 1000 = 12000{\cdot}4340774793186$$
$$V_{13}[\mathrm{Log}X^6 + \mathrm{Log}(X^6+X^3)] \quad = \quad 12{\cdot}0004340774793$$

$$(\mathrm{Log}\,X^6 + \mathrm{Log}\,(X^6+X^3))\times 1001 \;\epsilon\; 12012{\cdot}4345115567979 + 2\theta X^{-13}$$
$$\text{precedente } /2 \;\epsilon\; 6006{\cdot}2172557783989 + 2\theta X^{-13}$$

Calcolo Δ Log 1000999 — Δ Log 1000000. — Poichè questa differenza va moltiplicata per $1001\times 1000/12$, calcolo ciascun termine con 19 cifre decimali.

Calcolo $\Delta \mathrm{Log}\,1000999 = \mathrm{Log}\frac{1001000}{1000999} = -\mathrm{Log}(1-1/1001000)$ applicando la serie $\mathrm{Log}\,(1-x) = -\mu\,(x + x^2/2 + x^3/3 + \ldots)$:

$$\begin{array}{lll}
\mu/1001000 & \epsilon\; 0{\cdot}000\,000\,433\,860\,621\,281\,9 + & \theta X^{-19} \\
\mu/2\,(1001000)^2 & \epsilon\; 0{\cdot}000\,000\,000\,000\,216\,713\,5 + & \theta X^{-19} \\
\mu/3\,(1001000)^3 & \epsilon\; 0{\cdot}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1 + & \theta X^{-19} \\
\hline
\Delta\,\mathrm{Log}\,1000999 & \epsilon\; 0{\cdot}000\,000\,433\,860\,837\,995\,5 + & 3\theta X^{-19}.
\end{array}$$

Calcolo Δ Log 1000000 $= \mathrm{Log}\,\frac{1000001}{1000000} = \mathrm{Log}\,(1{\cdot}0000001)$ applicando la serie $\mathrm{Log}\,(1+x) = \mu\,(x - x^2/2 + x^3/3 - \ldots)$:

$$\begin{array}{lll}
\mu X^{-6} & \epsilon\quad 0{\cdot}000\,000\,434\,294\,481\,903\,2 + & \theta X^{-19} \\
-\frac{1}{2}\,\mu X^{-12} & \epsilon - 0{\cdot}\qquad\qquad\qquad\qquad 217\,147\,2 - & \theta X^{-19} \\
+\frac{1}{3}\,\mu X^{-18} & \epsilon\quad 0{\cdot}\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 1 + & \theta X^{-19} \\
\hline
\Delta\,\mathrm{Log}\,X^6 & \epsilon\quad 0{\cdot}000\,000\,434\,294\,264\,756\,0 + & 3\theta X^{-19}.
\end{array}$$

Posto $\delta = \Delta$ Log 1000999 — Δ Log 1000000, si ha:

$$\begin{array}{lll}
-\delta & \epsilon\; 0{\cdot}000\,000\,000\,433\,426\,760\,2 + & 6\theta X^{-19} \\
-1000\,\delta & \epsilon\qquad 0{\cdot}000\,000\,433\,426\,760\,2 + & 6\theta X^{-16} \\
-1000\times 1000\,\delta & \epsilon\qquad\quad 0{\cdot}000\,433\,426\,760\,2 + & 6\theta X^{-13} \\
-1000\,\delta & \epsilon\qquad\quad 0{\cdot}000\,000\,433\,426\,7 + & \theta X^{-13} \\
\hline
-1000\times 1001\times\delta & \epsilon\qquad\quad 0{\cdot}000\,433\,860\,186\,9 + & 7\theta X^{-13}.
\end{array}$$

$$
\begin{array}{lll}
-1000\times1001\times\delta/12 & \epsilon & 0{\cdot}0000361550155+2\theta X^{-13} \\
(\mathrm{Log}X^6+\mathrm{Log}(X^6+X^3))\times1001/2 & \epsilon & 6006{\cdot}2172557783989+2\theta X^{-13} \\
\text{Resto} & \epsilon & -40\theta X^{-13} \\
\hline
\Sigma\,\mathrm{Log}\,(X^6+0\cdots X^3) & \epsilon & 6006{\cdot}2172919334144+(-40^{-}4)X^{-13}
\end{array}
$$

La somma cercata è quindi $>6006{\cdot}2172919334104$ e $<6006{\cdot}2172919334148$, e in simboli:

$$V_{11}\,\Sigma\,\mathrm{Log}\,(X^6+0\cdots X^3)\,\epsilon\,6006{\cdot}21729193341.$$

§ 6. — Formule di quadratura.

Siccome l'integrale è il limite d'una somma, da ogni formula sommatoria deriva una formula che esprime per approssimazione un integrale, detta formula di quadratura.

$a, b\,\epsilon\,\mathrm{q}\,.\,a<b\,.\,f\,\epsilon\,\mathrm{qF}\,a^{\vdash}b\,.\,\supset\,.$

$$\int_a^b fx\,dx=\lim\,(b-a)/n\,\Sigma\,[f(a+r\,(b-a)/n)\,|\,r,0\cdots n]\,|\,n.$$

Esprimo la somma colla formula delle ordinate estreme:

$$\Sigma\,[f\,(a+r\,(b-a)/n)\,|\,r,0\cdots n]\,\epsilon\,(n+1)\,(fa+fb)/2-(n+1)\,n\,(n-1)/12$$
$$\times\mathrm{D}^2\,[f\,(a+r\,(b-a)/n)\,|\,r,0^{\vdash}n]$$
$$\epsilon\,(n+1)\,(fa+fb)/2-(n+1)\,n\,(n-1)/12\times(b-a)^2/n^2\times\mathrm{D}^2fa^{\vdash}b$$
$$\int_a^b fx\,dx=\lim\left[(b-a)\frac{n+1}{n}(fa+fb)/2-\frac{(n+1)\,n\,(n-1)}{12\,n^3}(b-a)^3\,\mathrm{D}^2fa^{\vdash}b\right].$$

Ma $\lim\frac{n+1}{n}=1$, $\lim\frac{(n+1)\,n\,(n-1)}{n^3}=1$; cioè:

$$\int_a^b fx\,dx\,\epsilon\,(b-a)\,(fa+fb)/2-(b-a)^3/12\times\mathrm{D}^2fa^{\vdash}b,$$

che è la formula del trapezio (*Formulario*, V, p. 366, P. 44·2).

Applico la formula delle due coppie di ordinate estreme:

$$\Sigma\,[f\,(a+r\,(b-a)/n)\,|\,r,0\cdots n]\,\epsilon\,(n+1)\,(fa+fb)/2-$$
$$-(n+1)\,n/12\times(fb-f(b-(b-a)/n)-f(a+(b-a)/n)+fa)+$$
$$+\varphi_6\,(n+2)\,[\mathrm{D}^4f\,(a+r\,(b-a)/n)\,|\,r,0^{-}n]/6.$$

Moltiplico per $(b-a)/n$, e passo al limite per n infinito. Sarà:

$$\lim 1^\circ \text{ membro} = \int_a^b fx\,dx.$$

$$\lim (b-a)/n \times (n+1)(fa+fb)/2 = (b-a)(fa+fb)/2.$$

$$\lim (b-a)/n \times (n+1)n/12 \times [fb - f(b-(b-a)/n) - f(a+(b-a)/n + fa]$$
$$= (b-a)/12 \times \lim (n+1)(b-a)/n \times \left[\frac{fb - f(b-(b-a)/n)}{(b-a)/n} - \frac{f(a+(b-a)/n) - fa}{(b-a)/n}\right]$$
$$= (b-a)^2/12 \times (\mathrm{D}fb - \mathrm{D}fa).$$

$$\lim (b-a)/n \times \varphi_6(n+2) \times \mathrm{D}^4 fa \vdash b \times [(b-a)/n]^4/6$$
$$= (b-a)^5 \times \lim \frac{\varphi_6(n+2)}{n^5} \times (\mathrm{D}^4 fa \vdash b)/6.$$

Ma $\lim \varphi_6(n+2)/n^5 = 1/5!$; e infine:

$$\int_a^b fx\,dx = (b-a)(fa+fb)/2 - (b-a)^2/12 \times (\mathrm{D}fb - \mathrm{D}fa) + \\ + (b-a)^5 \times (\mathrm{D}^4 fa \vdash b)/720.$$

Questa è la prima delle formule che si ricavano dalla formula generale, esprimente un integrale mediante una somma, o viceversa; questa formula generale fu data da Eulero nel 1732, e da Maclaurin nel 1742, col resto dato da Malmstén, Crelles' J. 1847. Bottasso, *Sopra alcune formule di quadratura usate in Attuaria*, " Rivista Italiana di Ragioneria ", Roma, 1914, ha dato una nuova dimostrazione della formula generale di Eulero, col rispettivo resto.

Oltre alla formula sommatoria del § 4, il cui resto fu ottenuto dal prof. Peano, e la nuova formula sommatoria del § 5, è ancora a menzionarsi la formula con due ordinate estreme e la media, data dalla prof. Margherita Peyroleri in " Atti Acc. Torino ", 1909, e quella di Lubbock di cui il prof. Pagliero diede l'espressione del Resto in " Atti Acc .Torino ", 1911. In queste si ha Resto ϵ ...: col nostro procedimento si può trovare l'espressione Resto = ... mediante una sommatoria.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Novembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Ruffini e Brondi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del giorno 23 giugno u. s.

Il Presidente Naccari, movendo dalla chiusa dell'atto verbale del 23 giugno u. s., in cui è espresso l'augurio " di ritrovarsi uniti per salutare giorni migliori della Patria ", è lietissimo di potere affermare che l'augurio s'è pienamente avverato. L'Italia è uscita vincitrice e gloriosa dall'immane guerra mossa da due Imperi ora crollati entrambi per il valore e per la costanza indomita dei popoli alleati e associati; ed è vanto dell'Italia avere con le sole sue forze atterrato ed infranto uno di quegli Imperi, il secolare e feroce nemico della Patria nostra. Infinita gratitudine è dovuta al nostro eroico esercito, a' suoi capi, al suo comandante supremo che lo guidò con alta sapienza alla vittoria; ma un pensiero di particolare reverente riconoscenza deve andare al nostro Re che, con la sua ininterrotta presenza, col suo coraggio, con l'esempio d'ogni virtù militare, è stato altissimo fattore della grandissima vittoria.

Invita il Segretario Accademico a dar lettura del telegramma inviato a S. M. il Re in nome dell'Accademia, che è del tenore seguente: " Alla Maestà del Re, che impersona quelle altissime " virtù per le quali Esercito e Marina attraverso i più duri ed " aspri cimenti con romana sapienza, con romana fortezza, con " romana costanza, abbattendo, annientando il secolare nemico " della Patria, le ridiedero i confini a lei segnati dalla natura, " confermati dalla storia, e consacrati dal sangue di innumere " falangi di martiri e di eroi, la Reale Accademia delle Scienze " di Torino esprime i sentimenti della sua devota riconoscente " ammirazione ". Il Presidente aggiunge che a questo telegramma fu data la seguente risposta da S. E. il Presidente del Consiglio dei Ministri: " S. M. ringrazia vivamente cotesta insigne Acca- " demia del saluto cortese inneggiante al glorioso compimento " dei voti della Nazione ". Indi il Presidente chiude il suo discorso augurando che, dopo questa lotta terribile, sia eliminata per sempre la guerra dalla umana società. — La Classe applaude alle parole del Presidente.

Il Presidente comunica con viva commozione la morte del Socio residente e Vicepresidente dell'Accademia Senatore Giampietro Chironi, del Socio nazionale non residente Giuseppe Fraccaroli, e del Socio corrispondente Egidio Gorra, tutti appartenenti alla nostra Classe. Dà anche notizia della morte del Socio nazionale non residente Senatore Ulisse Dini appartenente all'altra Classe. Il Socio Pacchioni accetta l'incarico di commemorare il Socio Chironi: così pure il Socio Stampini commemorerà l'amico suo carissimo Giuseppe Fraccaroli, cedendo, col consenso della Classe, al Socio Cian, il quale accetta, il còmpito di commemorare il compianto Socio Renier. Si comunicano, inoltre, le condoglianze pervenute all'Accademia per la morte dei predetti Soci, specialmente del Vicepresidente Chironi.

L'Accademico Segretario dà lettura dei ringraziamenti inviati all'Accademia dai nuovi Soci nazionali non residenti, stranieri, e corrispondenti, eletti nell'adunanza del 23 giugno u. s.;

poscia informa la Classe del carteggio avuto col Senatore Pompeo Molmenti, il quale, rivendicando con atto di signorile disinteressata cortesia i diritti della nostra Accademia, in confronto di quelle dei Lincei e della Crusca, ottenne, per mezzo del Barone de Bildt, inviato straordinario e ministro plenipotenziario della Svezia, l'assicurazione che la R. Accademia Svedese considererà, d'ora in poi, la nostra Accademia, " specialmente in rapporto al Comitato Nobel ", alla stessa stregua dell'Accademia dei Lincei e della Crusca, le quali furono semplicemente equiparate alla Reale Accademia delle Scienze di Torino nella dignità che le è attribuita dall'articolo 33, comma 18, dello Statuto fondamentale del Regno. La Classe riconosce che calde azioni di grazie devono essere mandate così al Senatore Molmenti come all'Ambasciatore e all'Accademia di Svezia; ma poichè la cosa riguarda tutta quanta la nostra Accademia, delibera che sia presentata alla medesima nella prossima adunanza delle Classi unite.

L'Accademico Segretario legge il carteggio avuto con la Presidenza della R. Deputazione Toscana di storia patria a proposito dell'ordine del giorno, approvato da quella Deputazione nell'adunanza del giorno 8 giugno u. s., relativo alla tutela del patrimonio archivistico, non solo di quello appartenente a pubbliche amministrazioni, enti laici ed ecclesiastici, ma anche e sopratutto di quello di proprietà privata. Propone che sia nominata una commissione la quale studi il grave problema e ne riferisca alla Classe. La Classe accetta la proposta e nomina a tale scopo una commissione di cinque membri, che sono i Soci Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Cian e Pacchioni.

L'Accademico Segretario presenta alla Classe le seguenti pubblicazioni: del Socio S. E. Boselli *Commemorazioni di Giuseppe Pitrè, Tommaso Casini, Paolo Carcano* (Roma, 1918) e *Commemorazioni di Soci defunti dette nell'Assemblea generale della Regia Deputazione di Storia patria* (Torino, 1918): del Socio Sforza *Ricordi e Biografie Lucchesi* (Lucca, 1918); del Socio

corrispondente Dalla Vedova *La Geografia nella vita e nella scuola moderna* (Roma, 1918) e *Don Onorato Caetani* (Roma, 1917); del Socio corrispondente Bertacchi *L'Armenia. Una Polonia asiatica* (Novara, 1918), e del Socio corrispondente Guarnerio *Fonologia Romanza* (Milano, 1918). Presenta inoltre, quale omaggio del Senatore Conte Frola, Sindaco di Torino, i tre grandi volumi del *Corpus statutorum Canavisii* (Torino, 1918) dovuti all'indefesso lavoro del compianto suo figlio Avv. Giuseppe Frola. La Classe, ringraziando tutti i donatori, vota uno speciale ringraziamento al Conte Frola. Del volume del Socio Sforza e di quelli di Giuseppe Frola parla con caldi elogi il Socio Patetta; e l'Accademico Segretario Stampini rileva la importanza del volume, da lui presentato, del Guarnerio, e dei nuovi quattro volumetti appartenenti al *Corpus Scriptorum latinorum Paravianum*, mandati in omaggio all'Accademia dalla Ditta editrice G. B. Paravia e C., che sono: N. 13 *Phaedri fabulae* di Domenico Bassi; N. 16 *P. Ovidi Nasonis Artis amatoriae libri tres di* C. Marchesi; N. 17 *Carmina ludicra Romanorum* di Carlo Pascal, direttore del *Corpus*; N. 23 *P. Vergili Maronis Aeneidos libri IV, V, VI* di Remigio Sabbadini. Anche alla Ditta Paravia la Classe invia rallegramenti e ringraziamenti.

Il Socio Einaudi presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una *Nota* della dottoressa M. L. Mazzetta *Di una speciale tavola di mortalità relativa ad insegnanti soci di una Società di Mutuo Soccorso.* La Classe ammette la pubblicazione.

Il Socio Valmaggi presenta pure, perchè sia pubblicata negli *Atti*, una sua prima *Nota* dal titolo *Per il regolamento della Facoltà di lettere.*

Raccoltasi poscia la Classe in adunanza privata procede alla votazione per la nomina di un membro della Commissione per il Premio Gautieri di filosofia in sostituzione del compianto Socio Chironi. Risulta eletto ad unanimità di voti il Socio Brondi.

LETTURE

Per il Regolamento della Facoltà di Lettere

Nota I del Socio naz. resid. LUIGI VALMAGGI

In una delle ultime adunanze del passato anno accademico 1917-18 la Facoltà di Lettere torinese, che ho l'onore di presiedere, approvava ad unanimità, su mia proposta, un ordine del giorno con cui era fatto voto che ove si proceda al riordinamento generale della Facoltà, sia soppressa l'attuale divisione di gruppi e di quadri, e la conseguente libertà di scelta consentita agli studenti, avendo l'esperienza dimostrato chiaramente che cosí fatta libertà si risolve in danno gravissimo per la preparazione e la coltura scientifica degli studenti stessi, i quali nella scelta si lasciano guidare da criterî che sono esclusivamente in relazione con la maggiore o minore facilità degli esami e con la maggiore o minore indulgenza degli esaminatori. Perciò si faceva voto ancora che, a parziale riforma delle disposizioni vigenti, per il conseguimento della laurea in Lettere sieno dichiarate obbligatorie tutte le materie letterarie costitutive stabilite dall'articolo 15 del Testo unico delle leggi sulla Istruzione superiore, che sia contemporaneamente istituita una vera e propria sezione di Filologia moderna destinata alla preparazione degli insegnanti di Lingue e Letterature straniere nelle scuole medie, ai quali troppo inadeguatamente si provvede col presente sistema degli esami di abilitazione, e che in detta sezione sieno resi obbligatori tutti gli insegnamenti di Letterature moderne, con la Storia dell'arte medievale e moderna e altre materie affini. Per quanto si sa, sottoposto al Consiglio superiore il voto (e me ne compiaccio come proponente e come preside) ebbe la piú calorosa approvazione, specie nella parte concernente la soppressione degli esami di abilitazione e l'insegnamento della Filologia moderna, rimettendosi gli altri provvedimenti alla riforma generale universitaria, che è allo studio.

Veramente si potrebbe dubitare se il momento sia opportuno per una riforma di tal fatta, che richiede matura ponderazione e preparazione. Ad ogni modo il Ministero ha cominciato a disporre per l'istituzione graduale di incarichi di lingua e letteratura francese e di lingua e letteratura inglese presso quelle Facoltà che tuttora ne manchino. E questo è poco, a dire il vero.

Poco anzitutto perché mal si provvede al decoro e alle sorti di un insegnamento per via d'incarico, e non ho bisogno d'illustrarne qui le ragioni. Al piú l'incarico serve a destare qualche appetito, a stimolare qualche cupidigia, e in questo caso saranno cupidigie e appetiti tra i meno confessabili. Tant'è vero che appena furono noti gl'intendimenti ministeriali, e ancora vagamente, cominciarono a moltiplicar le domande di aspiranti senz'altro titolo che una certa ambizione e assai maggiore desiderio di lucro. Né v'ha da stupirne. Il *maître de langue* che si qualifichi professore d'Università può aumentare le sue pretese, può elevare le proprie tariffe professionali, può anche sperare un congruo accrescimento d'autorità nei deplorati esami di abilitazione all'insegnamento delle lingue straniere. D'altra parte la stessa denominazione di " lingua e letteratura „ (l'apprendimento di una lingua parlata è difficile che non s'intenda sotto aspetto e con carattere essenzialmente pratico), quella denominazione pare pensata apposta per accarezzare e allettare le aspirazioni del *maître de langue*, oserei dire per fargli invito. Non può egli presumere, uno che insegni qualche lingua straniera in una scuola o in un istituto tecnico, in un ginnasio o in un liceo cosí detto moderno, mettiamo anche in una scuola superiore di commercio, non può egli presumere, per poco che emerga o supponga di emergere, in grazia di lunga e onorata carriera, in grazia di private aderenze e clientele, sia pure in grazia di qualche paginetta o paginaccia stampata, non può egli presumere d'insegnare con ugual successo quella sua lingua in una Università? Non s'insegna essa all'Università anche la grammatica greca e latina? Perché il *maître de langue* non ha il piú lontano sospetto che tra la funzione dell'Università e quella di una qualunque scuola media o commerciale possa passare altra differenza che non sia semplicemente di misura. Ricordo che quando venni nominato straordinario un buon diavolaccio, già mio compagno d'infanzia e allora maestro elementare in

una grande città, mi disse tutto pieno d'ammirazione: " Quanto guadagnerai d'ora innanzi con le lezioni private „! E il *maître de langue* non è da meno. Assunto alla cattedra universitaria, per insipienza d'un regolamento o per distrazione d'una Facoltà, egli continuerà a somministrare, sia pure in pillole piú grosse, quella medesima materia che è venuto sempre e verrà tuttavia spacciando alla scuola tecnica o al ginnasio, al liceo o all'istituto o alla scuola di commercio, e l'Università, già inquinata dal cosí detto corso di perfezionamento per i licenziati dalle scuole normali, si vedrà per di piú affollare da *maîtres d'hôtel*, da viaggiatori di commercio, dal variopinto sciame di aspiranti ai diplomi di abilitazione. Rammenteranno, quanti furono studenti a Torino nel tempo che coi fondi del Consorzio universitario si impartivano insegnamenti per l'appunto di francese e d'inglese, rammenteranno indubbiamente quale fosse il pubblico che gremiva le aule durante quelle lezioni.

Ma non è tutto. Le disposizioni ministeriali riguardano esclusivamente il francese e l'inglese, come se fossero queste sole le maggiori letterature straniere, o se queste sole fossero materia d'insegnamento nelle scuole medie. Comprendiamo le ragioni della limitazione, ed è ovvio comprenderle: sennonché non sono ragioni che valgano a rimuovere il difetto, non sono ragioni che possano metter riparo a quello che il provvedimento ha in sé d'incompleto e per ciò stesso d'inefficace. Gli è che i diritti della scienza e degli studî non ammettono restrizioni e diminuzioni dettate da opportunismo sia pure legittimo. E poi a che serve l'istituzione di nuovi insegnamenti se si lasciano del tutto abbandonati a loro stessi? Non ci sono già Facoltà che possiedono cattedre di Filologia moderna? E come degnamente occupate. Ma con qual frutto, quando la Filologia moderna è costretta a vivere perpetuamente randagia, incerta dell'oggi, non sicura mai del domani, quando in compenso i piú insigni maestri sono ogni anno costretti a sciupare settimane e mesi interi per fabbricare abilitati? Forse taluno osserverà che nel regolamento della Facoltà di Lettere è stabilita una speciale sezione di " materie specifiche per gli studî di Filologia moderna „, e penserà che debba essere questa la sezione da allogarvi le nuove materie, che debba essere questa la sezione destinata alla preparazione scientifica dei futuri insegnanti di

lingue e letterature straniere nelle scuole medie, secondo i fini che dalle vigenti leggi sono assegnati alla Facoltà. Verissimo. Il guaio è che nella pratica cotale sezione di Filologia moderna si risolve in mera canzonatura, e in canzonatura tanto piú incresciosa se si pon mente che con lievi ritocchi, con poche modificazioni, senza bisogno alcuno di grandiose riforme, come vedremo, la sezione potrebbe sull'istante condursi al suo proprio ufficio. A questo précisamente tendeva il voto della Facoltà torinese. Ma qui non sarà fuori di luogo qualche altro schiarimento preliminare.

***

La legge 13 novembre 1859, la savia legge ancora in parte fondamentale per l'Istruzione superiore, assegnava alla Facoltà di Filosofia e Lettere (art. 51, ultimo capoverso) dieci insegnamenti (non cattedre), cinque di materie filosofiche (1° Logica e Metafisica, 2° Filosofia morale, 3° Storia della filosofia, 4° Pedagogia, 5° Filosofia della storia) e cinque di materie o gruppi di materie letterarie in senso largo (6° Geografia e Statistica, 7° Storia antica e moderna, 8° Archeologia, 9° Letteratura greca, latina, italiana (1), 10° Filologia). E sono quei medesimi, con qualche variazione, con poche sostituzioni ed addizioni, che tuttora sussistono come insegnamenti costitutivi della Facoltà. Ma la legge disponeva ad un tempo (art. 54) che in alcune Facoltà potessero inoltre impartirsi " insegnamenti di lingue antiche e " moderne, come eziandio corsi speciali di letteratura e di filo- " sofia, non che corsi temporanei relativi a diversi rami di scienze " a complemento di altre Facoltà „. La disposizione era provvida, e dimostrava nel legislatore senso preciso e sicuro delle necessità della scienza, di cui l'Università deve esser vigile, fedele ministra. Sennonché se il proposito fu buono, non altrettanto lodevoli ne sono stati gli effetti. Perché i nuovi insegnamenti che di mano in mano si andavano istituendo, come Egittologia, Sanscrito, Persiano, Lingue semitiche, Epigrafia greca e romana, Paleografia, Antichità, Storia dell'arte medievale e

(1) Oltre la letteratura francese nella Facoltà di Chambéry.

moderna, e via via, e con essi altresí le Letterature straniere, sia tedesco, sia francese od inglese, senza alcuna ragione scientifica, anzi contro ogni ragione scientifica, e per sole esigenze fiscali, si sono dovuti raccogliere o relegare in un piú modesto ruolo di materie cosí dette complementari, e quindi si sono venuti a trovare, al paragone degli insegnamenti privilegiati, costitutivi ed obbligatorî, in condizione di manifesta inferiorità. A persuadersene basta prendere in esame i singoli regolamenti coi quali è stato variamente provveduto, in conformità della legge (art. 55 della legge 13 novembre 1859, art. 4 della legge 31 luglio 1862, art. 17 del Testo unico) a determinare l'ordine degli studî e il modo degli esami.

Nel regolamento 8 ottobre 1876 (Coppino), a non cercare piú in su, le materie di studio erano le sole tassativamente assegnate alla Facoltà dalla legge fondamentale, soppressa la Filosofia della storia, soppressa la Statistica, sostituita la Logica e Metafisica con la Filosofia teoretica, sostituita la Filologia (1) con la Storia comparata delle lingue classiche e neolatine. Quanto alle Letterature moderne il regolamento si limitava a stabilire che potessero essere addetti " maestri di lingue straniere „ alla Scuola di magistero (art. 3). Che io sappia, questa disposizione non fu mai tradotta in atto, probabilmente per le ragioni dianzi allegate. La Facoltà conferiva due gradi, licenza alla fine del secondo anno, e laurea alla fine del quarto. Per essere ammesso all'esame di licenza e poi all'esame di laurea in Lettere (noi intendiamo occuparci di questa soltanto) lo studente doveva aver seguíto corsi biennali ed annuali delle varie materie obbligatorie che qui non importa indicare per disteso: in tutto otto esami per la licenza e sette per la laurea. Dap-

---

(1) S'intende la Glottologia. Ma la parola parve ostica, e si preferí dire dapprima spropositatamente Filologia o Filologia comparata; poi si disse Storia comparata delle lingue classiche e neolatine, e si continua a dire con eresia scientifica che oramai dovrebbe essere palese a tutti. Dovrebbe essere, ma non è, se ancora nelle relazioni e proposte della Commissione reale per la riforma dell'Istruzione superiore (e sono di appena quattro anni fa) si parla di *Grammatica comparata indo-greco-italica,* e quel che è peggio di cattedra di *Filologia indo-europea* o *indo-iranica.*

prima gli esami speciali si davano a gruppi, poi si diedero materia per materia, a cominciare dal 1883, e venne reso facoltativo l'esame di licenza, che è quanto dire che venne abolito. Delle materie complementari il regolamento Coppino non si dava troppo pensiero; ma qualche tempo dopo il regolamento generale 26 ottobre 1890 lasciava " in facoltà dello studente „ la bella grazia! " di prendere l'esame speciale anche sulle materie non obbli- " gatorie „, ordinando che di questa prova in piú gli fosse anche rilasciata " particolare attestazione „ (art. 33, ultimo capov.).

Col successivo regolamento 20 ottobre 1903 (Nasi) compaiono due materie obbligatorie nuove, la Grammatica greca e latina e la Storia comparata delle letterature neolatine, che si erano aggiunte cammin facendo. Tra le prime o addirittura la prima ad avere i due insegnamenti fu la Facoltà di Lettere dell'Università di Torino, dove la Grammatica greca venne introdotta nel 1876, la Grammatica latina nel 1884 (da principio le cattedre furono due), la Storia comparata delle Letterature neolatine pure nel 1884. Il Regolamento veramente diceva Storia comparata delle lingue e letterature neolatine (per l'appunto la Filologia romanza delle Università germaniche), stralciate le lingue neolatine dalla cattedra di Storia comparata delle lingue classiche. Sennonché il regolamento Nasi conteneva altre innovazioni piú ardite: la divisione dell'intero corso di Lettere in piú sezioni e la libera scelta dello studente. Le sezioni furono tre, cioè: 1° Filologia classica, 2° Lettere italiane, 3° Storia e Geografia, ferma restando, che non si sarebbe potuta scindere se non per legge, un'unica laurea in Lettere. Per l'ammissione all'esame di laurea (si tenga sempre presente che l'ordine e il modo degli esami sono affare del regolamento) oltre altre prove di cui qui non occorre parlare (colloqui, prove scritte, ecc.) si richiedeva che lo studente avesse ottenuto il " certificato „ ossia superati gli esami di una delle tre sezioni, a sua scelta. Gli esami prescritti per ciascuna sezione erano dodici, ma sette soli (Lettere italiane) ovvero otto (Filologia classica e Storia e Geografia) di materie obbligatorie, triennali o biennali: gli altri esami, rispettivamente cinque o quattro, dovevano esser dati sopra materie annuali a loro volta scelte liberamente in uno speciale elenco, dove si comprendevano in primo luogo gli insegnamenti complementari ufficiali della Facoltà. In primo luogo, ma non

perciò in condizione troppo favorita, perché a comporre l'elenco concorrevano con gli insegnamenti complementari numerosi corsi di varia natura (corsi obbligatori per le altre sezioni, corsi liberi con effetto legale, corsi ufficiali e corsi liberi di altre Facoltà), talché tirate le somme si doveva concludere che le sorti delle materie complementari non erano molto piú liete di prima. Perniciosa soprattutto la concorrenza dei corsi liberi, e s'intende facilmente perché. Né maggior vantaggio veniva agli insegnamenti di Letterature straniere dall'obbligo fatto agli studenti di superare in qualunque anno del corso una prova di francese, e un'altra di tedesco o d'inglese a scelta, consistente " nella lettura „ (trascrivo dal regolamento, art. 17) " e traduzione estemporanea di un brano di autore francese e uno di inglese o tedesco di una delle materie fondamentali del gruppo „. L'obbligo di un tale esperimento, per cui l'alunno doveva mostrare di saper maneggiare con sufficiente sicurezza i principali strumenti di lavoro, un tale obbligo, dico, era evidentemente dettato da lodevole zelo per la serietà degli studi (tutto il regolamento Nasi rivela sincero amore alla scienza); ma ciò non toglie che fosse disposizione pericolosa quella per cui alla Facoltà si aggregavano corsi di lingue straniere, sia pur professati a diverso titolo e in piú umile grado (1) degli altri insegnamenti. L'Università non ha per ufficio di impartire la conoscenza pratica delle lingue, essa non è un circolo filologico, né una scuola di commercio, e io mi onoro di aver fatto parte di quella maggioranza che dopo tempestosa discussione chiuse allora le porte della Facoltà torinese ai *maîtres de langue*, come ritengo non minore onore l'avere di poi con altri colleghi risolutamente combattuta e impedita l'introduzione dei cosí detti " lettori „, che da una legge (2) balzana erano stati largiti all'Università, non già a scopo d'incremento scientifico, ma per semplice istruzione e preparazione degli aspiranti agli esami di abilitazione!

---

(1) Basti por mente che la commissione esaminatrice doveva essere in ogni caso presieduta non giá dall'insegnante di francese o d'inglese o di tedesco, ma da un professore della Facoltà o da un libero docente della materia (art. 17, ultimo capoverso).

(2) Legge per l'istituzione di ginnasi e licei moderni (21 luglio 1911, n° 860).

Io non so, tornando agli insegnamenti di lingue del regolamento Nasi, se altre Facoltà abbiano tenuto via diversa da quella della Facoltà torinese. Ma non è probabile che quei corsi sieno sorti in numero troppo cospicuo, se ancora con circolare del 26 gennaio 1903, ad anno accademico già inoltrato, il ministro si riservava di deliberare e provvedere in seguito, udite le eventuali proposte delle Facoltà. In ogni modo, se pure qualche insegnamento di lingue straniere fu in quell'occasione effettivamente iniziato, non ebbe vita che di pochi mesi. Sono trascorsi per l'appunto tre lustri, e molti avranno tuttora presente il ricordo dell'ostilità tenace, sprezzante, diciam pure rabbiosa con cui i nuovi regolamenti furono accolti. Io non voglio farmi qui apologista dell'ex-ministro, e chiarirò anche subito come in quei regolamenti fossero varî e gravi difetti. Ma non meritavano di certo tanta ira di Dio, specie se si confrontano con quelli che li avevano preceduti; cosí è vero che talora sono precisamente gli uomini d'ingegno i piú esposti ad accanite persecuzioni. Insorse contro il Nasi il Consiglio superiore, insorsero le Facoltà, si votarono proteste, si minacciarono tumulti e ribellioni, si avanzò addirittura la proposta di un'associazione di professori per la resistenza. E non appena il Nasi lasciò il portafoglio, il suo successore, onorevole Orlando, si affrettò a sospendere l'applicazione dell'infamato regolamento, richiamando temporaneamente in vigore il vecchio regolamento Coppino. Un vero disastro: si era a metà anno (il decreto di sospensione reca la data del 18 febbraio 1904) e bisognò mettere tutto sossopra senza venire a capo di nulla, tali e tante erano le discrepanze tra i due regolamenti. Sole le segreterie sanno quale immane fatica sia costata loro quella Babele.

Le innovazioni del ministro Nasi adunque decaddero presto. Non però cosí presto che non apparissero manifesti gli inconvenienti di maggior rilievo. Alcuni li ebbe già a segnalare, ancora prima della sospensione, e senza tacere delle parti buone, la Facoltà di Lettere di Messina (1), relatore Augusto Mancini, con linguaggio tanto piú efficace quanto meno proclive a quelle

---

(1) *Per un nuovo regolamento della Facoltà di Filosofia e Lettere* (*Proposte della Facoltà di Messina*), Lucca, Amedei.

intemperanze, di cui l'Università italiana aveva dato saggio non propriamente verecondo. Ma di questi difetti terrò parola piú innanzi, perché sono i medesimi che ricomparvero, e anche aggravati, nel regolamento 9 agosto 1910, tuttavia in vigore. Per allora prorogata con successivi decreti 18 febbraio 1904, 16 ottobre 1904 e 12 ottobre 1905 l'applicazione di altri regolamenti speciali 26 ottobre 1903, al nuovo assetto dell'Università fu finalmente provveduto coi regolamenti 17 maggio 1906 (Boselli). Per quel che concerne la Facoltà di Lettere le disposizioni erano saggie. Non parendo oramai da eliminare il criterio della libera scelta (di certe ubbíe, una volta che hanno preso piede, è difficile liberarsi), fu mantenuto con le opportune cautele, come semplice complemento degli studi strettamente necessarî ai fini della preparazione sia scientifica, sia professionale. Il regolamento pertanto prescriveva che per l'ammissione all'esame di laurea in Lettere lo studente avesse superato quindici esami speciali su corsi parte triennali o biennali parte annuali, e propriamente: 1° dieci esami su corsi obbligatorî comuni a tutti gli iscritti, preventivamente fissati dalla Facoltà; 2° cinque esami su corsi scelti liberamente fra i soli insegnamenti ufficiali (esclusi i corsi liberi) professati sia a titolo obbligatorio sia a titolo complementare nella Facoltà stessa o in altra Facoltà. Nessuna divisione per sezioni, obbligatorie per tutti le materie costitutive, resa innocua la libertà di scelta limitandola esclusivamente agli esami su materie per cosí dire in soprannumero, destinate ad allargare e a rafforzare la coltura generale o speciale dei giovani, e in ogni caso non mai dannose ancorché scelte, come di solito si sceglievano e si scelgono, per la via piú facile. Per l'istruzione dello studente un esame anche fiacco varrà sempre meglio di una partita al biliardo o a tarocchi. Pure a questo ordinamento non mancarono critiche. Cosí fu detto e ripetuto che quindici esami, e di materie non tutte annuali, erano troppo grave sopraccarico in soli quattro anni di corso. Come se nella Facoltà di Legge e in un ugual numero d'anni gli esami non fossero e non sieno tuttora addirittura diciotto, di materie non tutte annuali, e per giunta interamente nuove ai discenti. Vero difetto del regolamento era piuttosto l'avere fissato a dieci soli gli esami su materie obbligatorie. Poiché tra i dieci obbligatorî doveva esser compreso un corso di Pedagogia e altro corso di materia

filosofica (art. 7), ne veniva che le materie letterarie obbligatorie si riducevano effettivamente ad otto, con esclusione di due delle dieci fondamentali (1° Letteratura italiana, 2° Letteratura latina, 3° Letteratura greca, 4° Grammatica greca e latina, 5° Archeologia, 6° Storia comparata delle lingue classiche e neolatine, 7° Storia comparata delle letterature neolatine, 8° Storia antica, 9° Storia moderna, 10° Geografia). È agevole immaginare l'imbarazzo delle Facoltà chiamate a operare tagli cosí dolorosi, e le recriminazioni dei colleghi che avevano la disgrazia di esserne vittime. Recriminazioni del resto giustificate, perché non si vede ragione per cui alcuni insegnamenti obbligatorî a Torino debbano essere facoltativi a Roma o a Napoli, anzi non s'intende neppure come si possa costituire un qualsisia ordine di studi senza le materie dichiarate costitutive. Il rimedio? Era semplice ed ovvio: bastava, se si voleva conservar la Pedagogia, elevare di due il numero degli esami su materie obbligatorie, e diminuire di altrettanto il numero degli esami a libera scelta. Ma non se ne fece niente, e si preferí rimettere a nuovo, riveduto, ritoccato, se non in tutto migliorato, il vilipeso regolamento Nasi. Il che non deve recare meraviglia: le idee semplici non sono sempre quelle che fanno piú strada. Meraviglia per contro che quelle disposizioni sieno state riprese con l'approvazione piú viva e concorde per l'appunto di coloro che avevano dato prova di tanto accanimento contro il primo autore.

***

Nel nuovo regolamento, cioè nel regolamento 9 agosto 1910 (Credaro), che è quello con cui ancora piú o meno felicemente ci governiamo, ricompaiono adunque le innovazioni piú importanti del regolamento Nasi, la divisione per sezioni e la libera scelta, salvoché le sezioni sono designate con altro nome, ed è maggiore la libertà di scelta. I particolari si conoscono. Nel regolamento Credaro gli esami speciali prescritti per l'ammissione alla laurea sono dodici, e comprendono similmente materie obbligatorie e libere. Ma le materie obbligatorie sono di due specie, comuni e specifiche, e perciò l'intera serie si divide in tre gruppi di ugual numero di materie: quattro materie obbligatorie co-

muni, quattro materie obbligatorie specifiche e quattro materie libere. Le materie libere sono scelte dallo studente, come nel regolamento Boselli, tra i corsi costitutivi non obbligatorî per altro titolo, e i corsi complementari ufficiali della Facoltà o di altra Facoltà, esclusi ancora i corsi privati, di cui il regolamento Nasi aveva imprudentemente ammesso la concorrenza. Sono materie obbligatorie comuni, ossia materie obbligatorie per tutti gli aspiranti alla laurea in Lettere, la Letteratura italiana, latina e greca, e una materia filosofica, Filosofia teoretica o Storia della filosofia, a scelta dello studente. Le altre sette materie costitutive del corso di Lettere (Grammatica greca e latina, Archeologia, Storia delle lingue, Letterature neolatine, Storia antica, Storia moderna, Geografia) si raccolgono secondo la loro affinità in tre " quadri „ di materie obbligatorie specifiche (1° quadro Filologia classica, 2° quadro Filologia moderna, 3° quadro Storia e Geografia), che riproducono le sezioni del regolamento Nasi, piú avvedutamente e con forma piú corretta: non mancò qualche giudice tra i piú ortodossi, al quale le sezioni, specie con l'obbligo di tenerne nota nel diploma di laurea (1), sapevano di non perfetta legalità. Tra i quadri, come prima tra le sezioni, lo studente ha libera scelta, ma entro i limiti di ogni singolo quadro ha pure libera scelta tra determinate materie costitutive e materie complementari, per esempio tra Grammatica e Paleografia od Epigrafia greca e latina, tra Storia delle lingue e Sanscrito, tra Archeologia e Storia dell'arte medievale e moderna. Per gli studenti che scelgono il quadro di Filologia classica la Letteratura italiana è biennale, e le Letterature latina e greca sono triennali; per gli studenti che scelgono il quadro di Filologia moderna sono triennali le Letterature italiana e latina, e biennale la Letteratura greca; per gli studenti che scelgono il quadro di Storia e Geografia sono triennali la Storia moderna e la Geografia, e biennali le tre Letterature. Biennale per tutti la materia filosofica, e parimenti le quattro materie obbligatorie specifiche, ad eccezione di una che è an-

(1) Art. 11 del regolamento Nasi, ultimo capoverso. È anche da notare che l'art. 21 dello stesso regolamento, primo capov., parla esplicitamente di laurea in un gruppo, mentre la legge non ammette che un'unica laurea in Lettere.

nuale, di nuovo a scelta dello studente. Le materie libere sono tutte annuali.

Ordinamento che a prima giunta potrà dichiararsi persino geniale. E v'è soprattutto lodevole il proposito di giovare alle sorti degli insegnamenti cosí detti complementari. Ma per poco che si osservi da vicino, sarà facile persuadersi che i difetti del modello Nasi vi sono divenuti anche più gravi. Certo la libertà è un gran bene, è forse il maggior bene dell'uomo, come sa chi per lei vita rifiuta; ma appunto perché è un bene prezioso bisogna usarne coi dovuti riguardi. Date la libertà ai bolcevisti, con rispetto parlando, o ai iugoslavi, e vedete che cosa ne avviene; datela ai giovani, dico ai nostri giovani, il cui temperamento non è precisamente quello d'oltre Reno, e ne profittano subito per seguire la via piú facile, la via che costerà loro il minore sforzo e la minore fatica possibile. Un ricordo personale, se è lecito. Io mi trovavo nel secondo anno del corso di Lettere quando improvvisamente (cotali provvedimenti si prendono sempre improvvisi e fuori di tempo) intervennero le nuove disposizioni che abrogavano gli esami a gruppo e rendevano facoltativo l'esame di licenza, lasciando a noi studenti, poiché s'era alla fine delle lezioni, di optare per il vecchio o per il nuovo. Ahimè! a poco giovarono le raccomandazioni e le insistenze di qualche professore, che furono molte: non piú di due o tre dei nostri compagni piú zelanti, e per quella volta soltanto, si acconciarono piú o men di buon animo alle numerose prove richieste dalle disposizioni soppresse: tutti gli altri, e io fui tra i primissimi, ci dichiarammo partigiani risoluti dell'ordine nuovo. Figurarsi: un unico esame annuale di Filosofia teoretica (1) in cambio di due esami biennali di Letteratura italiana e latina e di altri tre esami annuali di Letteratura greca, Storia antica e Storia moderna, oltre la dissertazione e la composizione la-

---

(1) L'ordine degli studi allora in vigore nella Facoltà di Torino assegnava al primo anno Letteratura italiana, Grammatica greca (poi anche Grammatica latina), Storia delle lingue e Geografia; al secondo anno Letteratura italiana, latina, greca, Storia antica, Storia moderna e Filosofia teoretica; al terzo anno Letteratura italiana, latina, greca, Storia antica, Storia moderna; al quarto anno Archeologia, Storia della Filosofia, poi anche Letterature neolatine.

tina! Né gli studenti d'oggi sono dissimili da quelli d'allora. In una Facoltà è severo, ovvero passa per severo, il professore di Letterature neolatine o di Storia delle lingue? Ma i giovani trovano immantinenti rifugio nella Storia e Geografia, o magari nella Filologia classica quando c'è la scappatoia del Sanscrito. Altrove è severo o riputato severo il professore di Archeologia o di Grammatica? E sarà la Filologia moderna o ancora la Storia ad aprire le braccia pietose agli sgomenti, e la Filologia classica se ne andrà deserta. Vogliamo supporre che di professori severi o creduti severi ve ne siano un po' per parte? Be', si studierà accuratamente il pro e il contro per cercare riparo dove le difficoltà si presentino almeno minori. I giovani sono maestri in questa sorta d'indagini. Poi c'è la somma degli anni: abbiamo visto che le materie obbligatorie comuni comprendono un numero d'anni variabile secondo i vari quadri, e un anno di piú o di meno conta sempre qualche cosa nel bilancio di un esame. E le materie libere? Oh, l'Economia politica! Io non voglio far nomi, ma conosco una Università del Regno dove la Facoltà di Lettere è tutta una fungaia di economisti. Dicono che in quella Università il professore di Economia politica è uomo di grande bontà, uomo in cui l'indulgenza è uguale alla dottrina, cioè senza confini; dicono che al suo esame la votazione normale è trenta, e solo in qualche raro caso, quando proprio non si apre bocca, c'è rischio di buscarsi un ventinove. Quanti e quali ammaestramenti in queste materie libere, anche a chiudere tutt'e due gli occhi! E non mancano i piú strani accoppiamenti, le mescolanze piú capricciose e piú stupefacenti: la Storia dell'arte medievale e moderna a braccetto con la Filologia classica, l'Egittologia e il Sanscrito e se occorre il Diritto romano in comunella con la Filologia moderna, e altre fantasíe dello stesso genere. Rammento che avendo una volta mostrato qualche meraviglia perché un Tizio appartenente alla Filologia classica s'era iscritto altresí alla Letteratura francese e alla Letteratura tedesca, e' mi rispose con tutta franchezza e fermezza di avere scelto la Filologia classica appunto per perfezionarsi nella Letteratura tedesca. Pur troppo, nonostante ogni buona intenzione, nonostante ogni migliore intenzione di cui sia lastricato l'Inferno, l'effetto della " specializzazione „ non è propriamente di secondare e promuovere le inclinazioni scientifiche degli studenti.

Ma c'è dell'altro. La Facoltà di Lettere, oltre a quelli puramente scientifici, ha ancora fini professionali. Non discutiamo se sia bene o se sia male: il fatto è che ad essa spetta di preparare, ossia fornire di conveniente coltura i futuri insegnanti delle scuole medie. Ora delle discipline le quali sono oggetto d'insegnamento nelle scuole medie, tre sole, e l'abbiamo già detto, si trovano nel regolamento prescritte come obbligatorie per tutti gli studenti di Lettere: le Letterature italiana, latina e greca. Le altre, Storia antica, Storia moderna, Geografia e Grammatica greca e latina, non entrano che in questa o in quella determinata sezione. Ma poiché per legge la laurea è una sola, in Lettere, e poiché la laurea in Lettere è titolo di ammissione a qualunque insegnamento letterario nelle scuole medie, la conseguenza è che naturalmente saranno parecchie le materie insegnate da docenti i quali non hanno ricevuto la preparazione necessaria per insegnarle a dovere. I concorsi? Ma queste sono prove di carattere esclusivamente pratico, e qui si parla di preparazione scientifica. E poi non ignora nessuno che il livello dei concorsi si alza o si abbassa in relazione diretta con quello dei concorrenti: quando non se ne può fare a meno bisogna accettare per forza la merce che s'offre. Oltre a ciò non tutti coloro che insegnano nelle scuole medie sono insegnanti di ruolo nominati per concorso: ci sono le supplenze, ci sono le classi aggiunte, e se i ragazzi non hanno la fortuna d'imbattersi in un professore di ruolo, questa non sarà una ragione per abbandonarli alle mani del primo asinaccio che capita. Perciò la Facoltà di Torino aveva chiesto che anche i suddetti corsi, ora limitati a singole sezioni, si dichiarassero obbligatorî per tutti gli aspiranti alla laurea in Lettere. Il Consiglio superiore approvò, a quanto si dice, per la Geografia e per la Storia antica e moderna, rinviando la Grammatica al riordinamento degli studi universitari. Strano: forse che la Grammatica latina e greca si comincierà ad insegnare nelle scuole medie solo dopo il riordinamento degli studi? Ma se rispetto alla scuola essa sin da oggi si trova nelle condizioni medesime della Geografia e della Storia antica e moderna, perché le è stato inflitto un trattamento diverso? E continuerà dunque lo sconcio di veder chiamato ad insegnare la Grammatica latina e la Grammatica greca nel ginnasio inferiore e superiore chi all'Università non ha mai ascoltato

una sola lezione di Grammatica? Senza dire della necessità manifesta, e su questo altri ha già insistito (1), che gli alunni abbiano padronanza quanto è piú possibile completa delle lingue che sono non pure oggetto, ma anche strumento indispensabile dei loro studi. “ Non si riescirà mai a trovare un equiva- “ lente alla letteratura classica, né il contatto immediato con “ questa si potrà ottenere, senza il possesso sicuro della gram- “ matica e della sintassi che ce ne dischiudono il tesoro „. E non sono parole di un professore di Grammatica greca e latina, ma dell'uomo oggidí piú ammirato nel mondo, sono parole di Woodrow Wilson, Presidente degli Stati Uniti d'America (2). Sennonché noi abbiamo fiducia nel senno del Consiglio, e pensiamo che non tarderà a essere preso anche per la Grammatica un provvedimento che si dimostra di cosí assoluta e urgente necessità.

---

(1) V. le già citate proposte della Facoltà di Messina *Per un nuovo Regolamento*, p. 6.

(2) V. *Gli studi classici in America, opinioni e dati statistici* (Pubblicazione dell' “ Atene e Roma „, sezione di Milano), Milano, 1918, p. 9.

Di una speciale tavola di mortalità relativa ad insegnanti soci di una società di mutuo soccorso

Nota della Dott. M. L. MAZZETTA

1. — È mia intenzione accennare brevemente in questa nota alla costruzione d'una tavola di mortalità relativa ai soci della Società d'Istruzione, d'Educazione, di M. S. e di Beneficenza fra gli Insegnanti dello Stato, una delle più antiche d'Italia, fondata in Torino nel 1853 (R. D. 24 novembre 1853). La indagine presenta interesse, trattandosi di un gruppo scelto di individui, scelto per la professione dell'insegnamento, massimamente primario, e da cui è determinata la sua volontaria appartenenza ad un sodalizio mutuo, il cui principale scopo è precisamente quello di fornire pensioni di vecchiaia, differite però di almeno 12 anni e non conseguibili prima dell'età di 50 anni compiuti.

2. — Per raggiungere il fine propostomi ho considerato un periodo d'osservazione di 15 anni: dal 1° Luglio 1900 al 30 Giugno 1915, e per avere i tassi grezzi ho formato tanti gruppi di coetanei fra 78023 osservazioni-anno, fornitemi da tutti i soci esistenti nel quindicennio considerato. Ho ottenuto tali gruppi di coetanei compilando una tabella col seguente criterio:

in una prima colonna ho posto gli *esistenti al 1° Luglio 1900*, secondo i rispettivi anni di nascita, cioè tutti gli iscritti anteriormente al 1900, con l'aggiunta della metà degli iscritti in detto anno, ammettendo che tale metà rappresenti il numero degli iscritti nel primo semestre del 1900;

nelle colonne seconda e terza, intestate rispettivamente *Eliminati fra il 1° Luglio 1900 e il 30 Giugno 1901 per causa di morte e per cause diverse dalla morte*, ho raggruppato tutti i morti e gli eliminati per altre cause, comprendendo fra queste ultime la decadenza e la dimissione. La riammissione l'ho poi considerata come una nuova iscrizione.

Analogamente ho dedicato tre colonne rispettivamente agli *esistenti al 1° luglio 1901*, agli *eliminati fra il 1° luglio 1901 e il 30 giugno 1902 per causa di morte e quelli per cause diverse dalla morte*. E in tal modo ho continuato fino al 1° luglio 1915, termine del periodo d'osservazione.

Da questa tabella ne ho ricavata un'altra, formata di tante colonne per ogni anno di età dai 18 ai 92 anni, suddivise in tre sezioni: *Viventi*, *Eliminati per morte*, *Eliminati per altre cause*, nelle quali ho riportato i coetanei ricavati in ciascuno dei 15 anni d'osservazione dai nati in ogni anno dal 1811 al 1895.

Fatte le somme per ciascuna colonna, ho ottenuto per ogni età il numero degli esistenti, dei morti e degli eliminati per altre cause.

Da questi gruppi di coetanei ho potuto facilmente ricavare i tassi grezzi annuali di mortalità e di eliminazione per morte e per altre cause, separatamente per i maschi e le femmine e complessivamente.

In quel che segue dirò però solamente dei tassi di mortalità senza distinzione di sesso, dato il non grande numero d'osservazioni.

3. — La tabella dei tassi grezzi presentando parecchie asperità (vedi colonna (1) della tavola allegata), ho proceduto ad una perequazione meccanica, per la quale mi sono valsa d'un metodo seguìto dal Signor George King [1] per la compilazione delle tavole di mortalità per la popolazione inglese, basate sui censimenti del 1901 e 1911 e sulle morti verificatesi nel de-

---

[1] V. *Supplement to the 75th Annual Report of the Registrar general of births, deaths, and marriages in England and Wales for 1914.* **P.** I, Life Tables, pagg. 26 e 49.

cennio compreso. Questo metodo, usato pure dal Bagni per la compilazione delle ultime tavole di mortalità per la popolazione italiana [1], presenta il vantaggio d'essere semplice e breve.

Più precisamente mi son giovata della seguente formola [2]:

$$u'_x = 0{,}224 \sum_{x-2}^{x+2}{}_i u_i - 0{,}008 \sum_{x-7}^{x+7}{}_i u_i$$

dove u_x è il tasso originario e u'_x il corrispondente perequato.

Ho applicato tale formola per tutti i valori di x dai 33 agli 85 anni.

4. — Per le età superiori ai 90 anni mi son valsa dell'ultima tavola di mortalità della popolazione generale italiana d'ambo i sessi [3], procedendo per le età fra gli 85 e i 90 anni ad un raccordo per interpolazione lineare fra il tasso da me trovato relativo all'età di 85, e quello della tavola italiana relativo all'età di 90 anni.

5. — Maggiori difficoltà presentava la perequazione per le età inferiori; sia perchè troppo sensibili si facevano le differenze fra i miei tassi e quelli della popolazione italiana, sia perchè al disotto dei 50 anni i tassi perequati col metodo del King presentavano molte irregolarità, dovute al numero piuttosto esiguo delle osservazioni.

M'è parso perciò opportuno procedere anzitutto ad una lieve correzione.

A tal fine ho sostituito il tasso grezzo relativo all'età 30 con un altro, dedotto mediante interpolazione parabolica fra le quattro medie dei tassi grezzi relative ai quattro gruppi quin-

---

(1) V. *Tavole di mortalità della popolazione italiana*, ecc. Direzione generale della Statistica e del Lavoro. Roma, 1917, pag. x.

(2) Vedi F. Insolera, *Sulle nuove tavole italiane di mortalità*, in "Giornale degli Economisti e Rivista di statistica", ottobre 1917, pag. 9.

(3) V. op. cit., pagg. clvi-clvii.

quennali aventi per età centrali: 50, 45, 40 e 35 anni, nell'ipotesi che la seconda differenza fosse uguale a:

$$\frac{1}{2}\left(\underset{45-50}{\Delta_1} - \underset{35-40}{\Delta_1}\right)$$

intendendo con $\underset{x-x+5}{\Delta_1}$ la differenza prima fra la media quinquennale dei tassi nel quinquennio di età centrale $x+5$ e quella in cui l'età centrale del quinquennio è x.

Ottenuto in tal guisa $q'_{30} = 0{,}00314$ fra i tassi relativi alle età 30, 35, 40, 45 e 50, operai la correzione di F. Sheppard [1] determinando un preciso andamento parabolico alla curva dei tassi in questo periodo della vita.

Infine interpolando linearmente fra questi tassi ho ricavato i tassi per le età intermedie.

6. — Per trovare poi i tassi relativi alle età al disotto dei 30 anni ho fatto ricorso, come per quelli delle età estreme, a raffronti coll'ultima tavola di mortalità della popolazione generale italiana d'ambo i sessi.

Essendo il tasso della mia tavola relativo ai 30 anni 0,00314 e quello della popolazione Italiana 0,00655 con una differenza di ben 0,00341 ho fatto l'ipotesi che la mortalità speciale da me esaminata e quella della popolazione italiana s'identificassero all'età di 10 anni e che la differenza di 0,00341 fra i tassi a 30 anni si riducesse proporzionalmente nelle età intermedie fra 10 e 30 anni fino a ridursi a zero per l'età di 10 anni.

Detto, pertanto, q_{10+t} il tasso della tavola italiana, ho assunto per la mia tavola

$$q'_{10+t} = q_{10+t} - \frac{t}{20}\,0{,}00341$$

con t variabile da 0 a 20.

Applicata, per altro, questa formola per le età 10, 15, 20 e 25 ho proceduto per interpolazione lineare al calcolo dei tassi per le età intermedie.

---

[1] V. A. L. Bowley, *Elements of Statistics*. Londra, 1907, pag. 255.

7. — Un semplice esame della colonna (2) della tavola allegata dimostra che questo primo calcolo non dà carattere di continuità ai tassi ottenuti.

Ho fatto perciò ricorso ad una seconda perequazione, mediante la formola del Makeham:

$$l_x = k s^x g^{c^x}.$$

I valori logaritmici delle costanti risultarono i seguenti:

$$\log c = \quad 0{,}0453570$$
$$\log g = -0{,}0001246$$
$$\log s = -0{,}0012238$$
$$\log k = \quad 5{,}0125920.$$

Trovate dette costanti, ho ricavato i tassi annuali di mortalità q_x, quelli di sopravvivenza $p_x = 1 - q_x$ e il numero degli esistenti alle varie età l_x (vedi colonne (3), (4) e (5) della tavola allegata).

8. — Confrontando i tassi perequati col metodo del King con quelli successivamente perequati col metodo del Makeham [colonne (2) e (3)] si vede che, mentre per i dati centrali le due tavole quasi coincidono, per le età inferiori e superiori si hanno notevoli differenze. Ciò è dovuto in parte al fatto che per queste età estreme non molti sono i casi osservati ed in parte al fatto che nella tavola del King ho dovuto ricorrere all'ausilio della tavola della popolazione italiana, le cui divergenze dalla mia tavola sono considerevoli, essendo questa relativa ad un gruppo speciale di popolazione.

9. — Dette divergenze risultano del resto chiaramente dall'esame della seguente tabellina:

Età in anni	Tassi annuali di mortalità	
	Popolazione italiana d'ambo i sessi (1911)	Società Insegnanti
15	0,00448	0,00297
20	00633	00307
25	00709	00325
30	00713	00354
35	00747	00403
40	00851	00487
45	00959	00627
50	01211	00864
55	01613	01261
60	02496	01927
65	03867	03039
70	07427	04886
75	10318	07921
80	16913	12818
85	24933	20491
90	0,35738	0,31928

Quel che più importa rilevare da questo raffronto fra i miei tassi, perequati colla formola del Makeham, e quelli della tavola di mortalità della popolazione italiana, basata sull'ultimo censimento, è che i tassi di mortalità del gruppo speciale di popolazione da me esaminato sono assai inferiori in ogni età a quelli per la popolazione generale; il che si spiega benissimo quando s'osservi che questa tavola si riferisce ad un gruppo professionalmente scelto di popolazione nel quale la mortalità è inferiore alla media, come, del resto, è ben noto [1].

[1] V., per es., pubblicazione ufficiale sul *Movimento della popolazione secondo gli atti dello stato civile*, 1917, pag. LXXVI, tabellina dei morti classificati secondo l'età e la professione.

Mortalità e sopravvivenza dei Soci della Società M. S. Insegnanti

Età	Tassi grezzi di mortalità (1)	Tassi perequati di mortalità: col metodo King (2)	Tassi perequati di mortalità: col metodo Makeham (3)	Tassi di sopravvivenza (4)	Numero degli esistenti (5)
10	—	0,00203	0,00291	0,99709	100000
11	—	00225	00292	99708	99709
12	—	00247	00293	99707	99419
13	—	00268	00294	99706	99128
14	—	00290	00295	99705	98837
15	—	00312	00297	99703	98545
16	—	00331	00299	99701	98253
17	—	00350	00300	99700	97961
18	—	00368	00302	99698	97667
19	—	00387	00305	99695	97372
20	—	00406	00307	99693	97076
21	—	00403	00310	99690	96778
22	—	00400	00313	99687	96478
23	—	00398	00317	99683	96177
24	0,01449	00395	00320	99680	95873
25	—	00392	00325	99675	95566
26	0,00155	00376	00329	99671	95256
27	00544	00361	00335	99665	94943
28	00591	00345	00340	99660	94626
29	00308	00330	00347	99653	94305
30	00372	00314	00354	99646	93762
31	00425	00327	00362	99638	93430
32	00546	00341	00371	99629	93093
33	00225	00354	00380	99620	92748
34	00286	00368	00391	99609	92396
35	00407	00381	00403	99597	92035
36	00519	00401	00417	99583	91664
37	00375	00421	00432	99568	91282
38	00367	00442	00448	99552	90889
39	00357	00462	00466	99534	90482
40	00697	00482	00487	99513	90060
41	00516	00509	00509	99491	89622
42	00393	00536	00534	99466	89166
43	00824	00562	00562	99438	88690
44	0,00495	0,00589	0,00593	0,99407	88192

Età	Tassi grezzi di mortalità (1)	Tassi perequati di mortalità col metodo King (2)	Tassi perequati di mortalità col metodo Makeham (3)	Tassi di sopravvivenza (4)	Numero degli esistenti (5)
45	0,00541	0,00616	0,00627	0,99373	87669
46	00429	00650	00665	99335	87120
47	00587	00683	00707	99293	86541
48	00473	00717	00754	99246	85929
49	00623	00750	00806	99194	85281
50	00934	00784	00864	99136	84594
51	00876	00910	00927	99073	83864
52	01137	00922	00998	99002	83087
53	00994	00947	01077	98923	82258
54	00726	01043	01164	98836	81372
55	01094	01231	01261	98739	80425
56	01359	01377	01368	98632	79412
57	02048	01611	01487	98513	78326
58	01728	01779	01619	98381	77162
59	01845	01901	01765	98235	75913
60	01951	01992	01927	98073	74574
61	01978	02212	02106	97894	73137
62	02514	02364	02305	97695	71597
63	02824	02782	02525	97475	69947
64	02668	02961	02769	97231	68181
65	03973	03021	03039	96661	66293
66	02918	03266	03338	96662	64279
67	02867	03675	03669	96331	62133
68	04150	03951	04035	95965	59854
69	04767	04457	04439	95561	57439
70	05392	04754	04886	95114	54889
71	05392	05603	05380	94620	52208
72	04381	06560	05925	94075	49399
73	08290	06900	06527	93473	46472
74	09404	07368	07190	92810	43439
75	07201	08075	07921	92079	40316
76	07968	08927	08725	91275	37123
77	07853	09635	09610	90390	33884
78	12643	10653	10582	89418	30628
79	12969	12463	11649	88351	27387
80	11952	13199	12818	87182	24197
81	16589	14611	14098	85902	21096
82	11764	15020	15497	84503	18122
83	0,19444	0,14631	0,17023	0,82977	15313

Età	Tassi grezzi di mortalità (1)	Tassi perequati di mortalità: col metodo King (2)	Tassi perequati di mortalità: col metodo Makeham (3)	Tassi di sopravvivenza (4)	Numero degli esistenti (5)
84	0,16071	0,15307	0,18685	0,81315	12707
85	11235	.17101	20491	79509	10332
86	20512	21016	22449	77551	8215
87	21875	24766	24566	75434	6371
88	22222	28508	26849	73151	4806
89	45161	32161	29302	70698	3515
90	35714	35738	31928	68072	2485
91	33333	38520	34730	65270	1692
92	0,66666	41909	37705	62295	1104
93	—	45000	40850	59150	687
94	—	48052	44155	55845	406
95	—	52500	47608	52392	227
96	—	57895	51191	48809	119
97	—	62500	54883	45117	58
98	—	66667	58655	41345	26
99	—	0,67993	62475	37525	10
100	—	—	0,66302	0,33698	4

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 1° Dicembre 1918.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Majorana e Parona Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Segre e Sacco.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Peano presenta con parole di vivo elogio l'opera (2 volumi) *Meccanica Razionale* del prof. R. Marcolongo, che ne fa omaggio all'Accademia, con rinnovati ringraziamenti per la sua nomina a nostro Corrispondente.

Il Socio Somigliana fa omaggio di un suo Articolo su *La Meccanica delle oscillazioni sismiche*; ed il Socio Mattirolo presenta pure in omaggio, riassumendola, la sua Memoria *Sul ciclo di sviluppo di due specie scleroziate del gen. Lepiota Fr. e sulle loro affini.*

Il Segretario comunica, e la Classe ne prende atto colla più viva compiacenza, una lettera colla quale il Presidente della " Société Mathématique de France ", esaltando la vittoria degli Alleati e le conseguenze, si dice lieto di associare, a nome della Società, la sua gioia alla nostra gioia e di espri-

merci le sue cordiali e calorose felicitazioni, augurando che si rendano sempre più stretti i vincoli fra i dotti animati dal culto delle Scienze e dall'amore della Patria.

Si presentano e si accolgono per la stampa negli *Atti* le seguenti Note:

Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche, del Socio corrispondente G. Colonnetti, presentata dal Socio Guidi.

Estrazione della radice quadrata, della Dott. Maria Destefanis.

Sul numero delle partizioni di un numero in potenze di 2, del Prof. A. Tanturri, presentate dal Socio Peano.

Ulteriori ricerche intorno ad un problema analogo a quello ristretto dei tre corpi, del Prof. Filippo Sibirani, presentata dal Socio Somigliana.

Il Presidente avverte che domenica prossima l'Accademia, a Classi unite, procederà alla nomina del Vice-Presidente, carica rimasta vacante per la morte del compianto Senatore Chironi, e che nella nostra Classe sono vacanti tre posti di Soci nazionali residenti. Il Segretario dà poi notizia dei posti vacanti nelle altre categorie. A richiesta del Socio Guidi, al quale si associa il collega Panetti, si delibera che nella prossima adunanza della Classe si faranno proposte per la nomina di un Corrispondente nella categoria di Scienze matematiche applicate e di Ingegneria.

LETTURE

Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche

Nota del Socio corrispond. GUSTAVO COLONNETTI

In una breve serie di Note pubblicate nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „ (1) sono recentemente pervenuto a dimostrare un nuovo teorema — caratterizzante lo stato di tensione determinato in un solido elastico da una distorsione definita mediante date discontinuità di spostamento — di cui ho anche cercato di precisare la portata, nonchè il probabile campo di immediata applicazione.

Ora, per meglio mettere in evidenza l'interesse che siffatte ricerche possono presentare, non soltanto dal punto di vista puramente scientifico, ma anche e sopratutto da quello della pratica tecnica, credo non inutile ritornar qui sull'argomento mettendomi dal punto di vista, un po' particolare, della teoria delle travature reticolari, e ciò nell'intento di ricollegarmi, ovunque lo posso, a procedimenti ed a risultati già noti.

Con questo intento, alle applicazioni propriamente dette, antepongo una dimostrazione elementare del teorema; dimostrazione che, per la sua validità necessariamente limitata al caso delle travature reticolari, non aggiunge per vero nulla di nuovo

(1) G. Colonnetti: *Su certi stati di coazione elastica che non dipendono da azioni esterne*; — *Su di una particolare classe di coazioni elastiche che si incontra nello studio della resistenza delle artiglierie*; — *Una proprietà caratteristica delle coazioni elastiche nei solidi elasticamente omogenei*; — *Sul problema delle coazioni elastiche* (Nota I); — *Sul problema delle coazioni elastiche* (Nota II). " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „, serie 5ª, vol. XXVI (1917) e XXVII (1918).

a ciò che già dimostrai, con ben maggiore generalità, nell'ultima delle mie Note citate; ma che mette bene in evidenza lo stretto legame che intercede fra il teorema stesso ed il noto procedimento di Müller-Breslau [1], e può quindi (come tutte le dimostrazioni che a quel procedimento fanno capo) presentare qualche interesse didattico, visto che si presta ad essere esposta agli allievi delle nostre Scuole di Ingegneria, i quali ignorano per lo più anche i primi elementi della teoria matematica della elasticità.

Deduzione ed enunciazione del teorema. — Data una travatura reticolare iperstatica — cioè un sistema di punti materiali o nodi, collegati fra loro da aste (prismatiche, perfettamente elastiche, ed articolate a cerniera senza attrito ad entrambi gli estremi) in numero superiore a quello strettamente necessario per definire le posizioni relative dei singoli nodi — immaginiamo di poter alterare a volontà la lunghezza delle singole aste.

In generale la nuova lunghezza che noi veniamo così ad attribuire a ciascuna asta non sarà compatibile colle lunghezze delle altre aste, sicchè l'operazione si potrà effettivamente eseguire solo in quanto, per l'elasticità dei materiali, la travatura sia suscettibile di deformarsi.

Nasceranno così nelle singole aste certi sforzi di trazione o di compressione, i quali, in assenza di forze esterne, dovranno naturalmente farsi equilibrio fra loro.

Per un'asta generica della travatura, denoteremo:

con E il modulo di elasticità normale,

con A l'area della sezione retta,

con l la lunghezza iniziale,

con Δl la variazione (piccolissima) che a tale lunghezza noi veniamo artificialmente ad imprimere,

con S lo sforzo che all'asta stessa compete nello stato finale di equilibrio della travatura (sforzo che considereremo

---

[1] Cfr. H. Müller-Breslau, *Die neueren Methoden der Festigkeitslehre*, Leipzig, 1904; ovvero: C. Guidi, *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni*, parte seconda, Torino, 1915.

positivo se di trazione, negativo se di compressione), e, per conseguenza, con

$$\frac{Sl}{EA} + \Delta l$$

la effettiva variazione di lunghezza dell'asta, cioè la variazione di distanza che, nel detto stato finale di equilibrio, avranno subìto i due nodi collegati dall'asta.

Ciò posto, è noto che, se la travatura contiene r aste sovrabbondanti, ciascuno degli sforzi S può sempre esprimersi, coll'aiuto delle sole leggi della statica dei corpi rigidi, come funzione lineare di r parametri indipendenti (incognite iperstatiche) X_1, X_2, ... X_r che possono anche essere semplicemente gli sforzi relativi a quelle r aste. Si hanno così per le S delle espressioni del tipo:

$$S = X_1 \frac{\partial S}{\partial X_1} + X_2 \frac{\partial S}{\partial X_2} + \ldots + X_r \frac{dS}{\partial X_r}$$

(con

$$\frac{\partial S}{\partial X_1}, \quad \frac{\partial S}{\partial X_2}, \quad \ldots \quad \frac{\partial S}{\partial X_r}$$

costanti, cioè indipendenti dalle incognite), nelle quali espressioni, scelti ad arbitrio i valori delle X, il conseguente sistema delle S risulta sempre in equilibrio per forze esterne nulle; il che è quanto dire che soddisfa all'equazione dei lavori virtuali

$$\sum S \,.\, \delta l = 0$$

per valori qualunque delle variazioni di lunghezza δl delle singole aste, purchè piccolissimi e fra loro compatibili.

In particolare quest'equazione dovrà dunque riuscir soddisfatta se per δl si prendono le variazioni effettive

$$\frac{Sl}{EA} + \Delta l.$$

Si ottiene allora la condizione

$$X_1 \sum \left(\frac{Sl}{EA} + \Delta l \right) \frac{\partial S}{\partial X_1} + X_2 \sum \left(\frac{Sl}{EA} + \Delta l \right) \frac{\partial S}{\partial X_2} + \ldots$$
$$\ldots + X_r \sum \left(\frac{Sl}{EA} + \Delta l \right) \frac{\partial S}{\partial X_r} = 0,$$

la quale, tenuto conto dell'arbitrarietà delle X, si scinde subito nelle r equazioni:

$$
\text{(I)} \qquad \left\{ \begin{array}{l}
\sum \left(\frac{Sl}{EA} + \Delta l \right) \frac{\partial S}{\partial X_1} = 0 \\
\sum \left(\frac{Sl}{EA} + \Delta l \right) \frac{\partial S}{\partial X_2} = 0 \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\sum \left(\frac{Sl}{EA} + \Delta l \right) \frac{\partial S}{\partial X_r} = 0
\end{array} \right.
$$

lineari, e non omogenee, nelle incognite iperstatiche, e quindi perfettamente atte a determinarne in ogni caso i valori.

Scritte sotto la forma

$$
\begin{array}{l}
\frac{\partial}{\partial X_1} \sum \left(\frac{S^2 l}{2EA} + S\Delta l \right) = 0 \\
\frac{\partial}{\partial X_2} \sum \left(\frac{S^2 l}{2EA} + S\Delta l \right) = 0 \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
\frac{\partial}{\partial X_r} \sum \left(\frac{S^2 l}{2EA} + S\Delta l \right) = 0
\end{array}
$$

esse traducono il teorema:

I valori delle incognite iperstatiche caratterizzanti lo stato di equilibrio che la travatura assume in assenza di forze esterne, sono quelli che rendono minima (1) *la funzione*

$$
\sum \left(\frac{S^2 l}{2EA} + S\Delta l \right)
$$

compatibilmente coi valori dati delle variazioni Δl *artificialmente impresse alle lunghezze delle singole aste.*

---

(1) *Minima* e non *massima*, perchè, qualunque siano gli incrementi dS che si vengono implicitamente ad attribuire agli sforzi S, sempre la variazione seconda della funzione in discorso risulterà espressa da

$$
\sum \frac{\overline{dS}^2 l}{2EA},
$$

epperò sarà essenzialmente positiva.

Riferimento al procedimento di Castigliano. — Nel caso particolare in cui soltanto su r (al più) delle aste della travatura vengano effettuate le variazioni Δl_1, Δl_2, ... Δl_r, e si siano assunti come incognite iperstatiche X_1, X_2, ... X_r precisamente gli sforzi in quelle r aste, le equazioni dianzi scritte si semplificano spontaneamente.

Nella prima equazione, dove si deriva rispetto ad X_1, resterà infatti la sola Δl_1 (che viene ad avere per coefficiente l'unità), perchè a tutte le altre Δl non nulle verranno ad annullarsi i coefficienti. Similmente nella seconda equazione resterà la sola Δl_2, e così via, fino all'erresima equazione nella quale comparirà la sola Δl_r.

Il sistema che così si ottiene

$$\text{(II)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial}{\partial X_1} \sum \dfrac{S^2 l}{2EA} = -\Delta l_1 \\ \dfrac{\partial}{\partial X_2} \sum \dfrac{S^2 l}{2EA} = -\Delta l_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \dfrac{\partial}{\partial X_r} \sum \dfrac{S^2 l}{2EA} = -\Delta l_r \end{array} \right.$$

è ben noto ai tecnici: è anzi precisamente quello a cui essi più frequentemente ricorrono per la risoluzione di questo genere di problemi, e può facilmente giustificarsi mediante la replicata applicazione del teorema di Castigliano.

Applicazione ad una trave reticolare con tensioni artificiali. — Ritorniamo ora col pensiero al procedimento generale onde applicarlo allo studio delle tensioni artificiali in una trave reticolare parallela, con montanti, diagonali e controdiagonali, come quella rappresentata in fig. 1. Incomincieremo col supporre, tanto per poter discutere i varii aspetti del problema senza complicare eccessivamente ed inutilmente le cose, che essa sia costituita da un numero indefinito di campi tutti eguali, e che

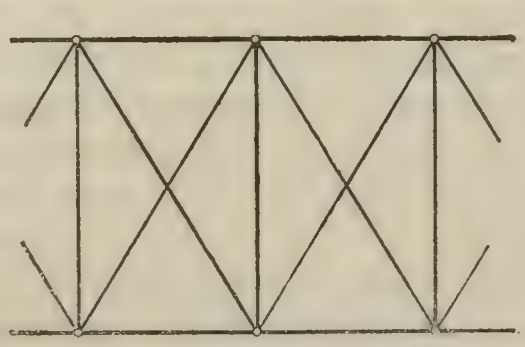


Fig. 1.

le variazioni di lunghezza impresse ad aste similmente disposte siano alla lor volta eguali, sicchè si generi in tutti i campi una egual distribuzione di sforzi.

Denotiamo con Δc, $\Delta c'$, Δd, $\Delta d'$, Δh quelle variazioni di lunghezza, rispettivamente per le aste dei due correnti, per le diagonali e controdiagonali, e pei montanti; ed assumiamo come incognita iperstatica X lo sforzo in questi ultimi.

Detta h la distanza tra i due correnti, ed α l'angolo che con essi formano le diagonali e controdiagonali, l'equazione a cui si giunge applicando il suenunciato teorema è la seguente:

$$\frac{\partial}{\partial X}\sum\left(\frac{S^2 l}{2EA}+S\Delta l\right)=\sum\left(\frac{Sl}{EA}+\Delta l\right)\frac{\partial S}{\partial X}=$$

$$=\left(\frac{Xh}{E_h A_h}+\Delta h\right)+\left(2\,\frac{\frac{X}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}\cdot\frac{h}{\mathrm{tg}\,\alpha}}{E_c A_c}+\Delta c+\Delta c'\right)\frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}+$$

$$+\left(-2\,\frac{\frac{X}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha}\cdot\frac{h}{\mathrm{sen}\,\alpha}}{E_d A_d}+\Delta d+\Delta d'\right)\left(-\frac{1}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha}\right)=0.$$

Riducendo, e ponendo per brevità

$$H=h\left(\frac{1}{E_h A_h}+\frac{1}{2\,E_c A_c\,\mathrm{tg}^3\alpha}+\frac{1}{2\,E_d A_d\,\mathrm{sen}^3\alpha}\right)$$

si ricava subito

$$\text{(III)}\qquad X=-\frac{1}{H}\left(\Delta h+\frac{\Delta c+\Delta c'}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}-\frac{\Delta d+\Delta d'}{2\,\mathrm{sen}\,\alpha}\right).$$

Questa equazione risolve tutti i problemi di montaggio delle travi appartenenti alla categoria considerata, ed in particolare della trave Howe (fig. 2) e della trave River (fig. 3).

Basta, per lo studio della trave Howe, supporre limitate le variazioni artificiali di lunghezza ai montanti (le sole aste che siano munite di tenditori); si avrà così:

$$\text{(IV)}\qquad X=-\frac{\Delta h}{H}.$$

Nella trave River i tenditori stanno invece sulle aste diagonali; dalla stessa formola generale si avrà allora:

$$\text{(V)}\qquad X=\frac{\Delta d+\Delta d'}{2\,H\,\mathrm{sen}\,\alpha}.$$

Nell'un caso come nell'altro riusciranno determinate nel modo più semplice le variazioni di lunghezza, che a mezzo dei predetti tenditori dovranno effettuarsi onde ottenere quel valore di X che volta per volta risulterà necessario ad impedire che sotto l'azione di dati carichi esterni si invertano gli sforzi nei puntoni (che in quelle travi sono generalmente costruiti in legno ed accostati fra loro, sia direttamente, sia coll'intermediario di un prisma di legno duro, o di una sedia di ghisa; in ogni caso senza alcun attacco atto a resistere alla trazione).

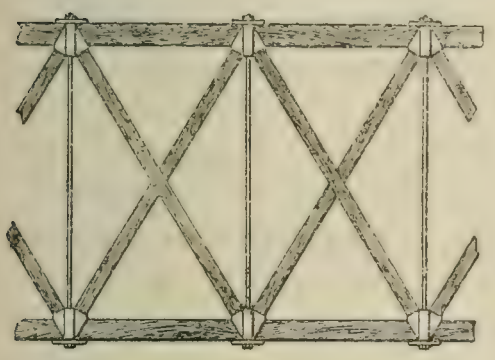


Fig. 2.

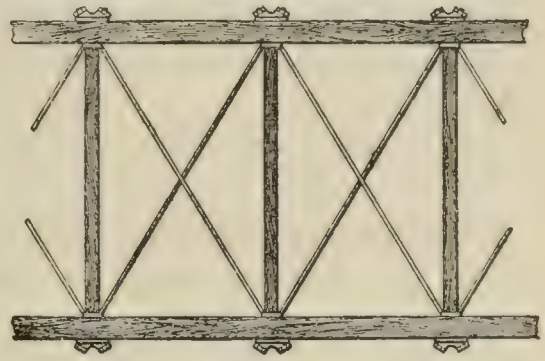


Fig. 3.

Applicazione all'analisi degli sforzi termici. — È evidente che le variazioni Δl, oltrechè dalla manovra di apparecchi meccanici del tipo dei tenditori, possono anche trar origine da ben altre cause, quali ad esempio gli errori di tracciamento o di montaggio eventualmente occorsi durante la costruzione della travatura; come pure possono presentarsi sotto forma di deformazioni permanenti di materiali eccessivamente sollecitati, o di deformazioni termiche dipendenti da variazioni (uniformi o non) della temperatura.

Per fermarmi a quest'ultima ipotesi — che ha anche maggior importanza di tutte le altre, perchè riguarda fenomeni inevitabili, che in maggiore o minor misura si verificano in tutte le costruzioni — citerò un caso assai frequente nelle travate portanti coperture per officine; quello in cui uno dei correnti fa corpo colla copertura epperò è continuamente esposto agli agenti atmosferici esterni, mentre le aste di parete, coll'altro corrente, restano nell'interno, in un ambiente relativamente riparato, ed a volte anche permanentemente riscaldato per la presenza di forni, caldaie od altri impianti del genere.

Basterà allora supporre, nella (III), ridotte a zero tutte le variazioni di lunghezza, eccettuate soltanto quelle relative ad uno dei correnti; con che l'incognita iperstatica risulterà espressa sotto la forma

$$X = -\frac{\Delta c}{2 H \operatorname{tg} \alpha}. \tag{VI}$$

Per variazioni di temperatura uniformi in tutta la travatura non si generano mai sforzi, se essa è tutta costruita con un unico materiale; in tal caso infatti le variazioni di lunghezza delle singole aste riescono naturalmente proporzionali alle loro lunghezze iniziali, e sussistono le relazioni

$$\Delta h = \Delta c \operatorname{tg} \alpha = \Delta c' \operatorname{tg} \alpha = \Delta d \operatorname{sen} \alpha = \Delta d' \operatorname{sen} \alpha,$$

le quali soddisfano identicamente alla condizione

$$\Delta h + \frac{\Delta c + \Delta c'}{2 \operatorname{tg} \alpha} - \frac{\Delta d + \Delta d'}{2 \operatorname{sen} \alpha} = 0, \tag{VII}$$

necessaria e sufficiente per l'annullarsi della X e quindi di tutti gli sforzi.

Se però le varie aste sono costruite con differenti materiali, allora una variazione di temperatura anche uniforme può dar origine a sforzi. È questo il caso di quelle certe travi Howe e River che abbiamo precedentemente prese in esame, e che, come si è già detto, vengono costruite parte in ferro e parte in legno. Per esse infatti la (VII) non risulterà più, in generale, soddisfatta; ma basterà ricorrere nuovamente alla (III) per determinare in ogni caso quei nuovi sforzi che, alle differenti temperature, verranno a sommarsi algebricamente cogli sforzi di montaggio, calcolati rispettivamente in base alla (IV) od alla (V).

Esempio numerico. — In pratica non accade frequentemente — e, nella maggior parte dei casi, non è neppur desiderabile che accada — che gli sforzi di montaggio presentino quella ripartizione, eguale in tutti i campi, che si è dianzi supposta; qualunque siano infatti le condizioni statiche che mediante gli sforzi di montaggio si voglion raggiungere sotto carico, sempre

accadrà che essi dovranno mantenersi in certe relazioni cogli sforzi prodotti dal carico, i quali sono naturalmente variabili da campo a campo.

Volendo quindi dare un'idea del modo con cui vanno condotti i calcoli nei casi pratici tratteremo a fondo un problema concreto: quello del montaggio di una trave da ponte tipo Howe a sei campi (fig. 4) delle seguenti dimensioni:

lunghezza (*distanza fra gli assi dei montanti estremi*)	cm.	1200
altezza (*distanza fra gli assi dei due correnti*)	cm.	200
sezione dei correnti (*in legno*: E = 100 t/cm²)	cm²	600
sezione delle diagonali principali (id.)	cm²	400
sezione delle controdiagonali (id.)	cm²	200
sezione dei montanti (*in ferro*: E = 2000 t/cm²).	cm²	20

dimensioni che, supposta la trave semplicemente appoggiata agli estremi, le permettono di portare, con tutta sicurezza, un carico mobile di intensità pari a 4 tonn. per metro lineare.

Supposta ogni cosa simmetrica rispetto alla mezzeria della trave, tutti gli sforzi si potranno esprimere in funzione di tre soli parametri indipendenti X_1, X_2, X_3 (fig. 5), rispetto a ciascuno dei quali il teorema sopra dimostrato ci autorizza a scrivere la solita equazione:

$$\frac{\partial}{\partial X}\sum\left(\frac{S^2 l}{2EA}+S\Delta l\right)=\sum\left(\frac{Sl}{EA}+\Delta l\right)\frac{\partial S}{\partial X}=0\,.$$

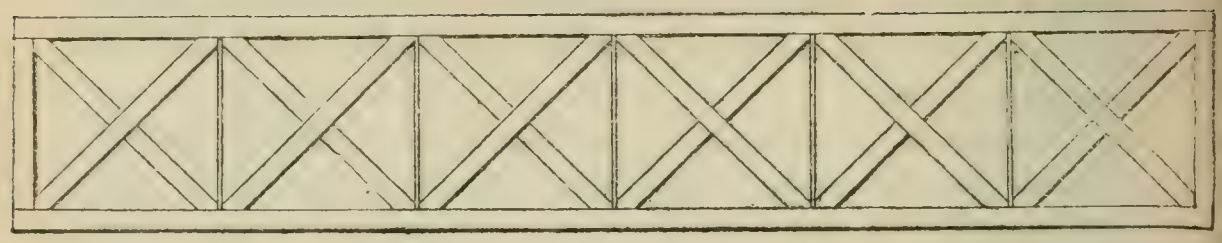
Ponendo per S la sua espressione in funzione delle X, si ottiene il sistema:

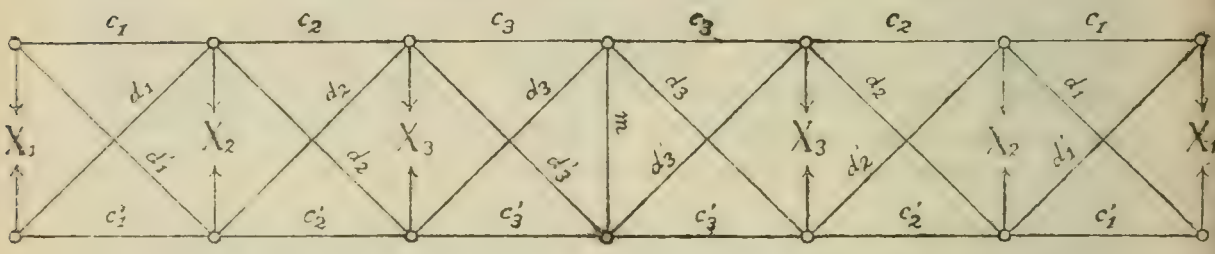
$$X_1\sum\left(\frac{\partial S}{\partial X_1}\right)^2\frac{l}{EA}+X_2\sum\frac{\partial S}{\partial X_1}\cdot\frac{\partial S}{\partial X_2}\cdot\frac{l}{EA}+X_3\sum\frac{\partial S}{\partial X_1}\cdot\frac{\partial S}{\partial X_3}\cdot\frac{l}{EA}=-\sum\frac{\partial S}{\partial X_1}\Delta l$$

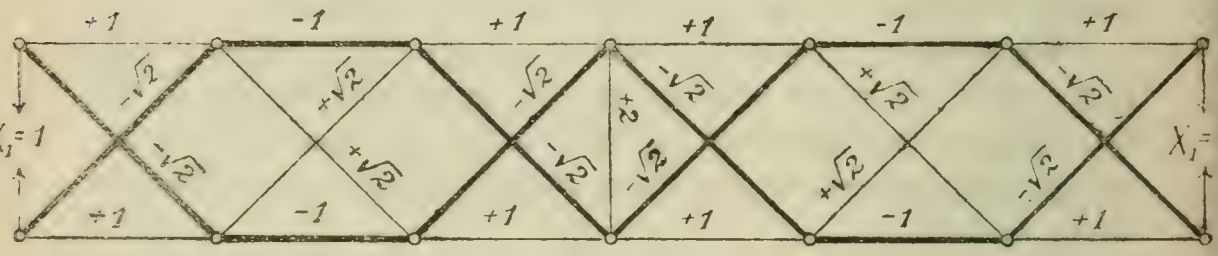
$$X_1\sum\frac{\partial S}{\partial X_1}\cdot\frac{\partial S}{\partial X_2}\cdot\frac{l}{EA}+X_2\sum\left(\frac{\partial S}{\partial X_2}\right)^2\frac{l}{EA}+X_3\sum\frac{\partial S}{\partial X_2}\cdot\frac{\partial S}{\partial X_3}\cdot\frac{l}{EA}=-\sum\frac{\partial S}{\partial X_2}\Delta l$$

$$X_1\sum\frac{\partial S}{\partial X_1}\cdot\frac{\partial S}{\partial X_3}\cdot\frac{l}{EA}+X_2\sum\frac{\partial S}{\partial X_2}\cdot\frac{\partial S}{\partial X_3}\cdot\frac{l}{EA}+X_3\sum\left(\frac{\partial S}{\partial X_3}\right)^2\frac{l}{EA}=-\sum\frac{\partial S}{\partial X_3}\Delta l\,.$$

Ora le derivate parziali di S rispetto alle X non sono altro che gli sforzi che in un'asta generica della trave si generano per effetto delle tre sollecitazioni elementari $X_1 = 1$ (fig. 6), $X_2 = 1$ (fig. 7), $X_3 = 1$ (fig. 8); dette derivate possono pertanto







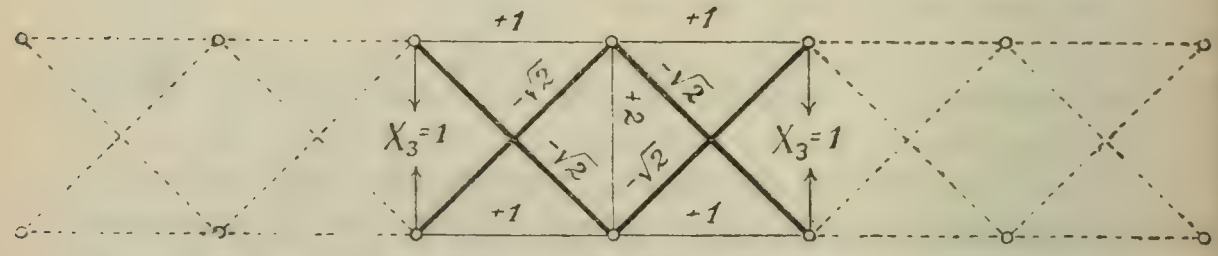


Figure 4, 5, 6, 7 e 8.

calcolarsi sia per via grafica che per via analitica in base alle sole leggi della statica dei sistemi rigidi.

Dopo di che si può senz'altro passare al calcolo dei coefficienti e dei termini noti delle tre equazioni, calcolo che convien disporre nel modo indicato nell'annessa tabella.

Tenuto conto dei risultati ivi registrati, quelle equazioni divengono:

$$0{,}162278\, X_1 - 0{,}108185\, X_2 + 0{,}059093\, X_3 = -\Delta_1 - \Delta_m$$
$$-0{,}108185\, X_1 + 0{,}113185\, X_2 - 0{,}059093\, X_3 = -\Delta_2 + \Delta_m$$
$$0{,}059093\, X_1 - 0{,}059093\, X_2 + 0{,}064093\, X_3 = -\Delta_3 - \Delta_m .$$

Esse verranno utilizzate tali e quali quando si tratti di determinare le variazioni di lunghezza da attribuirsi ai singoli montanti per ottenere un sistema di tensioni dato.

Per verità, se si dispone di un numero di variazioni di lunghezza arbitrarie che sia superiore a quello delle incognite iperstatiche, un tale problema riesce indeterminato: così nel caso nostro si potrà fissar ad arbitrio una delle quattro variazioni.

Ma di solito per ragioni costruttive i montanti estremi vengono costituiti accoppiando insieme dei tiranti in ferro (simili a quelli adottati pei montanti intermedii) con dei puntoni in legno i quali contrastano efficacemente l'azione dei tenditori montati sui tiranti: siffatti montanti possono praticamente ritenersi di lunghezza invariabile; converrà quindi supporre $\Delta_1 = 0$.

Quanto alla scelta dello stato di tensione che convien generare nella trave, abbiamo già avuto occasione di dire che esso deve esser tale da impedire ogni eventuale sforzo di trazione nelle controdiagonali: aggiungiamo che, secondo la maggior parte degli autori [1], questo risultato è da ritenersi assicurato quando la tensione iniziale in ciascun montante eguagli il valor massimo del corrispondente sforzo di taglio. Nel caso concreto che stiamo studiando il diagramma degli sforzi di taglio massimi presenta l'andamento indicato nella parte superiore della fig. 9; nello schema sottostante stanno registrati gli sforzi cor-

---

[1] Cfr. C. Guidi, *Lezioni sulla scienza delle costruzioni*, parte quarta, Torino, 1916.

Aste	l cm.	EA tonn.	$\frac{l}{EA}$	$\frac{\partial S}{\partial X_1}$	$\frac{\partial S}{\partial X_2}$	$\frac{\partial S}{\partial X_3}$	$\left(\frac{\partial S}{\partial X_1}\right)^2 \frac{l}{EA}$	$\left(\frac{\partial S}{\partial X_2}\right)^2 \frac{l}{EA}$	$\left(\frac{\partial S}{\partial X_3}\right)^2 \frac{l}{EA}$	$\frac{\partial S}{\partial X_1} \cdot \frac{\partial S}{\partial X_2} \cdot \frac{l}{EA}$	$\frac{\partial S}{\partial X_1} \cdot \frac{\partial S}{\partial X_3} \cdot \frac{l}{EA}$	$\frac{\partial S}{\partial X_2} \cdot \frac{\partial S}{\partial X_3} \cdot \frac{l}{EA}$	$\frac{\partial S}{\partial X_1} \Delta l$	$\frac{\partial S}{\partial X_2} \Delta l$	$\frac{\partial S}{\partial X_3} \Delta l$
x_1	200	40000	$\frac{1}{200}$	1	—	—	$\frac{1}{200}$	—	—	—	—	—	Δ_1	—	—
c_1	200	60000	$\frac{1}{300}$	1	—	—	$\frac{1}{300}$	—	—	—	—	—	—	—	—
c_1'	200	60000	$\frac{1}{300}$	1	—	—	$\frac{1}{300}$	—	—	—	—	—	—	—	—
d_1	$200\sqrt{2}$	40000	$\frac{\sqrt{2}}{200}$	$-\sqrt{2}$	—	—	$\frac{\sqrt{2}}{100}$	—	—	—	—	—	—	—	—
d_1'	$200\sqrt{2}$	20000	$\frac{\sqrt{2}}{100}$	$-\sqrt{2}$	—	—	$\frac{\sqrt{2}}{50}$	—	—	—	—	—	—	—	—
x_2	200	40000	$\frac{1}{200}$	—	1	—	—	$\frac{1}{200}$	—	—	—	—	—	Δ_2	—
c_2	200	60000	$\frac{1}{300}$	-1	1	—	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{300}$	—	$-\frac{1}{300}$	—	—	—	—	—
c_2'	200	60000	$\frac{1}{300}$	-1	1		$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{300}$	—	$-\frac{1}{300}$	—	—	—	—	—
d_2	$200\sqrt{2}$	40000	$\frac{\sqrt{2}}{200}$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	—	$\frac{\sqrt{2}}{100}$	$\frac{\sqrt{2}}{100}$	—	$-\frac{\sqrt{2}}{100}$	—	—	—	—	—
d_2'	$200\sqrt{2}$	20000	$\frac{\sqrt{2}}{100}$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	—	$\frac{\sqrt{2}}{50}$	$\frac{\sqrt{2}}{50}$	—	$-\frac{\sqrt{2}}{50}$	—	—	—	—	—
x_3	200	40000	$\frac{1}{200}$	—	—	1	—	—	$\frac{1}{200}$	—	—	—	—	—	Δ_3

rispondenti per ciascuna asta, nonchè le variazioni di lunghezza che, per produrre tali sforzi, occorre secondo le nostre equazioni imprimere ai singoli montanti.

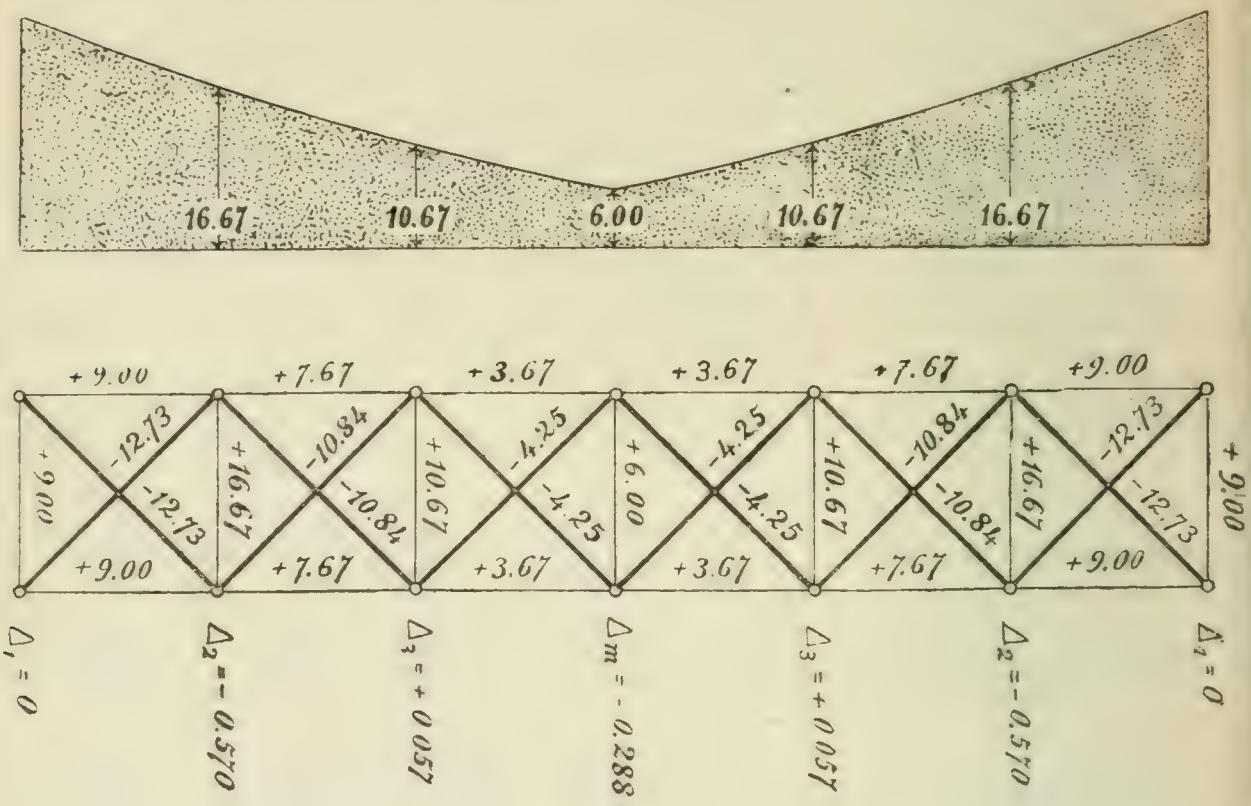


Fig. 9.

Quando invece le variazioni di lunghezza son date, e si vogliono calcolare gli sforzi, le stesse equazioni vanno risolte rispetto alle X; esse danno così luogo al sistema seguente:

$$X_1 = -17{,}045344\,\Delta_1 - 15{,}593501\,\Delta_2 + 1{,}338594\,\Delta_3 - 0{,}113250\,\Delta_m$$
$$X_2 = -15{,}593491\,\Delta_1 - 31{,}300537\,\Delta_2 - 14{,}481715\,\Delta_3 + 1{,}225331\,\Delta_m$$
$$X_3 = +1{,}338592\,\Delta_1 - 14{,}481710\,\Delta_2 - 30{,}188479\,\Delta_3 - 14{,}368177\,\Delta_m$$

al quale si dovrà ricorrere ogni qual volta si tratti per es. di valutare gli effetti di una variazione di temperatura. Supponiamo, tanto per fissar le idee, che la temperatura diminuisca di 35° C, producendo un accorciamento termico di cm. 0,084 in ciascuno dei montanti intermedii. Supposte immutate le dimensioni delle

aste in legno, gli sforzi che così si generano sono quelli indicati nella fig. 10.

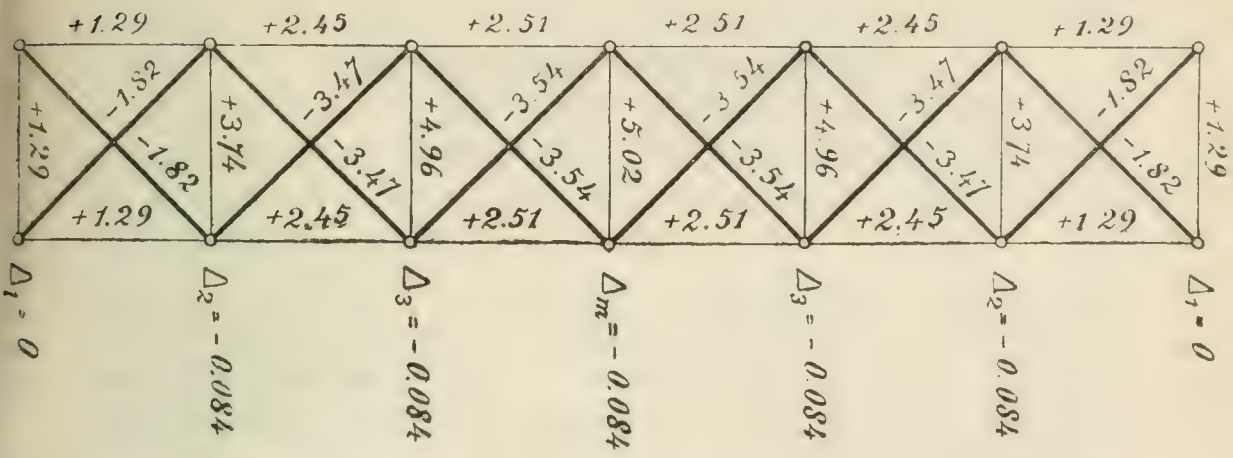


Fig. 10.

Si tratta, come si vede, di sforzi tutt'altro che trascurabili, dei quali dovrà tenersi conto, non solo per la determinazione delle condizioni più sfavorevoli per la resistenza di ciascun'asta, ma anche per le correzioni da apportarsi ai dati di montaggio precedentemente calcolati, in quanto questo venga effettuato ad una temperatura inferiore a quella massima di esercizio.

Estrazione della radice quadrata

Nota della Dr. MARIA DESTEFANIS, a Crema

Abbiasi una quantità numerica a, che per semplicità di esposizione suppongo maggiore di 1, e sia espressa in frazione decimale. Allora è noto che, conoscendo n cifre decimali di a, con altrettante cifre si può estrarre la sua radice quadrata, a meno di un'unità dell'ultimo ordine (*):

1. $$a \in 1 + Q \,.\, n \in N \,.\supset.\, V_n \sqrt{a} \in V_n \sqrt{(V_n a)} + (0 \cdots 1)\, X^{-n}.$$

" Se a è una quantità maggiore di 1, e se n è un numero naturale, allora il valore con n cifre decimali di $\sqrt{a}$ o eguaglia il valore con n decimali della radice quadrata del valore con n decimali di a, o lo supera di un'unità di ordine decimale n ".

Ad esempio, conoscendo 20 cifre decimali di a, si potrà calcolare $\sqrt{a}$ pure con 20 cifre decimali, a meno dell'ambiguità dell'ultima cifra.

La matematica elementare insegna, per l'estrazione della radice, un procedimento, in cui si fa uso di $2n$ cifre decimali, cioè di 40 cifre decimali di a, invece di 20. È vero che le cifre susseguenti la 20ª si possono sostituire con cifre arbitrarie, e il valore della radice non cambia (a meno di un'unità dell'ultimo ordine); ma è evidentemente troppo laborioso il calcolo spinto alle cifre di ordine 40.

Darboux (*Bulletin des Sciences Mathématiques*, anno 1887, pag. 184), onde semplificare, dietro consiglio di Hermite, l'estrazione della radice quadrata, quale si insegna nelle nostre scuole,

(*) Uso i simboli di logica matematica, quali si trovano in Peano, *Interpolazione nelle tavole numeriche*, " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 25 febbraio 1917.

invece di dividere il resto per 2 volte la radice, propone di dividerlo per $2\times$ radice trovata $+1$; le cifre vengono calcolate per difetto, anzichè per eccesso. Ma anche questo procedimento spinge il calcolo alla 40ª cifra decimale per ottenerne 20 nella radice.

Col nome di " estrazione abbreviata di radice quadrata „ si indica una regola con cui, conoscendo più cifre della radice, se ne possono trovare altrettante, meno una, dividendo il resto pel doppio della radice:

$$2.\quad a \in 1+Q.n \in N.v = V_n\sqrt{a}.x = X^{-2n}\,\mathrm{quot}\,(X^{3n}(V_{3n}a - v^2, 2X^n v).\supset.$$
$$V_{2n}\sqrt{a} \in v + x - (0\cdots 1)\,X^{-2n}.$$

Cioè: Sia a una quantità maggiore di 1, ed n un numero naturale. Suppongo di avere calcolato con n cifre decimali la radice di a, e la chiamo v, cioè pongo $v = V_n\sqrt{a}$; dal valore con $3n$ cifre di a sottraggo v^2, e divido questo resto per $2v$, calcolando n cifre del quoziente. Per ridurre quest'operazione ad una di aritmetica sui numeri interi, cancello il punto decimale nel resto, cioè considero $X^{3n}(V_{3n}a - v^2)$, e cancello il punto decimale nel divisore, cioè considero $(2v)\,X^n$; divido il primo di questi interi per il secondo, e ne trovo il quoziente; separo col punto decimale $2n$ cifre ed avrò x. Allora dico che il valore con $2n$ cifre decimali di $\sqrt{a}$ o è $v+x$, o è $v+x$ diminuito di un'unità decimale di ordine $2n$.

Così, volendo la radice con 20 cifre decimali di a, si spinge il calcolo fino alla 30ª cifra decimale.

Lo stesso procedimento si trova sotto quest'altra forma:

Sia v un valore approssimato di $\sqrt{a}$; sarà allora a/v un altro valore approssimato in senso opposto, e la loro media aritmetica $(v + a/v)\,2$ sarà un valore per eccesso e più approssimato dei precedenti.

Invero, se $v = V_n\sqrt{a}$, sarà: $(v + a/v)/2 = v + (a - v^2)/(2v)$ come prima.

Questo metodo è trattato sotto l'aspetto teorico e storico dal prof. Tanturri, *Radice di un numero approssimato ed estrazione abbreviata della radice quadrata*. Torino, " Atti „, 21 maggio 1916, e sotto questa forma, o sotto la forma precedente, pare sia stato usato dai matematici greci e indiani (Herone, Bramagupta, ecc.) nei loro calcoli di radici quadrate.

Invece di dividere il resto $a - (V_n \sqrt{a})^2$ per $2 V_n \sqrt{a}$ colla regola ordinaria, si può far la divisione *graduale* (o *abbreviata*, come molti dicono). Così fanno alcuni autori; p. es. l'*Encyclopédie des Sciences Mathématiques*, t. 1°, vol. 4. fasc. 2, pag. 283; ma non vi si dà un limite dell'approssimazione, cioè manca l'indicazione del numero delle cifre esatte che si trovano con questo procedimento.

Ultimamente fu introdotta l'*Estrazione graduale della radice quadrata*, di cui diede la teoria completa la prof. Mori-Breda in " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", 13 gennaio 1918, e già largamente diffusa nelle nostre scuole. Per estrarre la radice quadrata da un numero maggiore di 1, con n cifre decimali, si usano solo cifre decimali di ordine $n+2$, finchè $n \leqq 22$.

Così, per calcolare la radice del numero a con 20 cifre decimali, basterà operare sulle decimali di ordine 22.

Io mi propongo di determinare quante cifre della radice s trovano facendo una divisione graduale del resto $a - v^2$ per $2v$.

Suppongo di avere le tavole dei quadrati dei numeri fino a 1000, quali si trovano in ogni Manuale dell'ingegnere, ed in alcuni Trattati di aritmetica. Queste tavole numeriche sono già diffuse nelle nostro scuole, e maggiormente dovrebbero esserlo; esse risparmiano i calcoli noiosi, e permettono quindi di arrivare a risultati, la cui ricerca senza tavole sarebbe troppo faticosa.

Avendo un numero a compreso fra 1 e 100 (se non lo fosse, lo si potrebbe sempre ridurre), con queste tavole dei quadrati posso leggere la radice con 2 cifre decimali. Per avere altre 2 cifre decimali applico la regola seguente:

3. $a \in 1 + Q \,.\, v = V_2 \sqrt{a} \,.\, x = \max(0 \cdots 99) X^{-4} \cap x \ni [V_5 a \geqq v^2 + (2v) \times_5 x] \,.$
$\supset . \, V_4 \sqrt{a} \in v + x - (0 \cdots 1) X^{-4}.$

4. Ipotesi precedente. $(\Sigma \text{ cifre } x) X^{-5} \leqq V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 x \,.\supset.$
$V_4 \sqrt{a} = v + x.$

" Sia a una quantità maggiore di 1, e sia v il valore della sua radice con 2 decimali, valore che leggo nelle tavole, e sia x il massimo numero con 4 decimali compreso fra 0 e 99

unità del 4° ordine, il quale soddisfi alla condizione $(2v) \times_5 x \leqq V_5 a - v^2$. Allora il valore con 4 decimali di $\sqrt{a}$ o vale $v + x$, o vale questo numero diminuito di un'unità del 4° ordine „.

" Se la somma delle cifre di x non supera il resto $V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 a$, allora il valore con 4 decimali di $\sqrt{a}$ è esattamente $v + x$ „.

Esempio 1°. — Volendosi la radice con 4 decimali di π, faccio nella regola $a = \pi$, e ne prendo il valore con 5 decimali

$$V_5 a = 3{\cdot}14159$$

Leggo nelle tavole il massimo numero con 2 cifre decimali $v = 1{\cdot}77$
il cui quadrato è minore di a. Sarà $v^2 = 3{\cdot}1329$

Sottraggo: 1° resto $= V_5 a - v^2 =$ 869

Calcolo $2v = 3{\cdot}54$; determino il massimo termine t_3 di 3° grado, tale che

$$V_5 a - v^2 \geqq (2v) \times_5 t_3 = 2v \times t_3,$$

perchè il prodotto di grado 5 di $2v$, che è di grado decimale 2, per t_3, che è di grado decimale 3, vale il prodotto ordinario. Questo termine si ottiene con la divisione del resto $869 X^{-5}$ per $3{\cdot}54$, ed ho:

$t_3 = 2 X^{-3}$, $(2v) \times_5 t_3 =$ 708

Sottraggo: 2° resto $= V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 t_3 =$ 161

Determino il massimo termine t_4 di 4° grado in modo che questo resto sia $\geqq (2v) \times_5 t_4 = V_1 (2v) \times t_4$.

Sopprimendo l'ultima cifra di $2v$ si ha $V_1(2v) = 3{\cdot}5$, e t_4 si ottiene con la divisione di $161 X^{-5}$ per $3{\cdot}5$, si ha:

$t_4 = 4 X^{-4}$, $(2v) \times_5 t_4 =$ 140

onde: ultimo resto $= V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 (t_3 + t_4) =$ 21

E siccome $t_3 + t_4$ si è chiamato x, sarà:

$$V_5 a - v^2 - 2v \times_5 x = 21 X^{-5}$$

e

$$v + x = 1{\cdot}7724.$$

La regola 3 dice che il valore con 4 decimali di $\sqrt{a}$ o è questo numero, o questo diminuito di un'unità dell'ultimo ordine.

Nel nostro caso, Σ cifre $x = 2 + 4 = 6$ e $6X^{-5} <$ ultimo resto, che è $= 21X^{-5}$.

Dunque, per la regola 4, conchiudo:

$$V_4 \pi = 1{\cdot}7724.$$

Esempio 2°. — Cercasi $\sqrt[6]{\pi} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{\pi}}$.

Si conosce $V_{25} \sqrt[3]{\pi} = 1{\cdot}46459\ 18875\ 61523\ 26302\ 01425$ (*).

Si ha:

$$\begin{array}{lr}
a = \sqrt[3]{\pi} & V_5 a = 1{\cdot}46459 \\
v = 1{\cdot}21 & v^2 = 1{\cdot}4641 \\
 & \text{1° resto} = V_5 a - v^2 = \quad 49 \\
2v = 2{\cdot}42 & \\
t_3 = 0X^{-3} & 2v \times_5 t_3 = \quad 0 \\
 & \text{2° resto} = V_5 a - v^2 - 2v \times_5 t_3 = \quad 49 \\
t_4 = 2X^{-4} & 2v \times_5 t_4 = \quad 48 \\
 & \text{ultimo resto} = V_5 a - v^2 - 2v \times_5 (t_3 + t_4) = \quad 1
\end{array}$$

E poichè in questo caso è Σ cifre $(t_3 + t_4) >$ ultimo resto, non possiamo ancora togliere l'ambiguità dell'ultima cifra di $V_3 \sqrt{a}$, cioè dobbiamo per ora scrivere:

$$V_4 \sqrt[6]{\pi} \in 1{\cdot}2102 - (0 \cdots 1)\, X^{-4}.$$

Vedremo in seguito come si tolga l'ambiguità dell'ultima cifra.

Dimostrazione delle proposizioni 3 e 4.

Essendo x il massimo numero tra 0 e 99 unità del 4° ordine soddisfacente la condizione:

$$V_5 a \geqq v^2 + (2v) \times_5 x,$$

(*) *Estrazione graduale di radice cubica* della Dr. Luisa Viriglio, "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino", 16 giugno 1918. — Lüroth calcolò $\sqrt[3]{\pi}$ con 14 cifre, Houzeau con 19; il nuovo metodo permise facilmente il calcolo di 25 cifre.

allora $x + X^{-4}$ non vi soddisferà più, e suppostolo $< X^{-2}$, cioè $x < 99X^{-4}$, sarà:

$$V_5 a < v^2 + (2v) \times_5 (x + X^{-4}),$$

e siccome i 2 membri sono numeri decimali di ordine 5, sarà anche:

$$a < v^2 + (2v) \times_5 (x + X^{-4}).$$

Ma il prodotto graduale non supera il prodotto ordinario, onde:

$$a < v^2 + (2v) \times (x + X^{-4})$$

e

$$a < (v + x + X^{-4})^2,$$

onde:

$$\sqrt{a} < v + x + X^{-4}. \qquad (1)$$

Se poi $x = 99X^{-4}$, sarà $x + X^{-4} = X^{-2}$, e siccome $v = V_2 \sqrt{a}$ sarà $\sqrt{a} < v + X^{-2}$, cioè è ancora vera la (1).

D'altra parte si ha:

$$(2v) \times_5 x = (2v + x) \times_5 x \qquad \text{perchè} \qquad x \times_5 x = 0,$$

essendo la 1ª cifra di x di 3° grado.

Dall'identità:

$$V_5 a = v^2 + (2v) \times_5 x + [V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 x]$$

ricavo:

$$V_5 a = v^3 + (2v + x) \times_5 x + [V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 x].$$

Ma per una regola dei prodotti graduali si ha:

$$(2v + x) \times_5 x > (2v + x) \times x - (\Sigma \text{ cifre } x)\, X^{-5},$$

onde:

$$a \geqq V_5 a > v^2 + (2v + x)\, x + [V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 x - (\Sigma \text{ cifre } x)\, X^{-5}]$$
$$a > (v + x)^2 + [V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 x - (\Sigma \text{ cifre } x)\, X^{-5}].$$

Ora se: $(\Sigma \text{ cifre } x)\, X^{-5} \leqq V_5 a - v^2 - (2v) \times_5 x$, che è l'ultimo resto dell'operazione, come nelle ipotesi della prop. 4, sarà:

$$a > (v + x)^2,$$

onde:

$$\sqrt{a} > v + x. \qquad (2)$$

Dalle (1) e (2) si deduce:

$$V_4 \sqrt{a} = v + x,$$

cioè la tesi della prop. 4.

Non facendo l'ipotesi della prop. 4, si ha in ogni caso:

$$a \geqq v^2 + (2v) \times_5 x.$$

Se $x = 0$, ricadrò nel caso già trattato della prop. 4.

Se $x > 0$, si ha:

$$(2v) \times_5 x \geqq (2v) \times_5 (x - X^{-4}) + (2v) \times_5 X^{-4},$$

perchè, se a, b, c sono della Q, si ha:

$$(a + b) \times_n c \geqq a \times_n c + b \times_n c,$$

onde:

$$a \geqq v^2 + (2v) \times_5 (x - X^{-4}) + V(20v) X^{-5},$$

perchè:

$$(2v) \times_5 X^{-4} = V_1 (2v) \times X^{-4} = V(20v) X^{-5}$$

e

$$a \geqq v^2 + (2v + x - X^{-4}) \times_5 (x - X^{-4}) + V(20v) X^{-5}.$$

Per la relazione fra prodotto graduale e ordinario, ho:

$$a > v^2 + (2v + x - X^{-4}) \times (x - X^{-4}) - \\ - [\Sigma \text{ cifre } (x - X^{-4})] X^{-5} + V(20v) X^{-5}$$

$$a > (v + x - X^{-4})^2 + [V(20v) - \Sigma \text{ cifre } (x - X^{-4})] X^{-5}.$$

Ma essendo $a > 1$, sarà:

$$v \geqq 1 \qquad 20v \geqq 20 \qquad V(20v) \geqq 20;$$

la somma delle 2 cifre di $x - X^{-4}$ non può superare 18 (anzi ne è inferiore); si conchiude:

$$a > (v + x - X^{-4})^2.$$

e

$$\sqrt{a} > v + x - X^{-4}. \tag{3}$$

Dalle (1) e (3) si deduce:

$$V_4\sqrt{a} \in v + x - (0\cdots1)\,X^{-4},$$

che è la tesi della proposizione 3.

***

Avuto il valore con 4 decimali della $\sqrt{a}$, con la regola spiegata, e l'ultimo resto $= V_5\,a - v^2 - 2v \times_5 x$, possiamo proporci di trovare il resto $a - (V_4\sqrt{a})^2$, che in matematica elementare si chiama il resto dell'estrazione della radice.

Riferendoci agli esempi già dati e tenendo conto del caso in cui $V_4\sqrt{a} = v + x$, dove $x \in (0\cdots99)\,X^{-4}$, si ha $(V_4\sqrt{a})^2 = v^2 + (2v + x) \times_8 x$, e siccome l'ultimo resto ottenuto con la suesposta operazione è $a - v^2 - (2v + x) \times_5 x$, dovremo togliere a questo, per giungere al resto $a - (V_4\sqrt{a})^2$, i prodotti trasversali di grado 6, 7 ed 8 di $2v + x$ per x, cioè le somme di tutti i prodotti cifra $\times$ cifra di $2v + x$ ed x, tali che la somma dei loro gradi sia successivamente 6, 7, 8. Questi prodotti trasversali si indicano generalmente col simbolo P_i, in cui l'indice sta ad indicare il grado del prodotto.

Sempre riferendoci agli esempi suaccennati, nel 1° caso, $a = \pi$, per trovare $V_8\,a - (V_4\sqrt{a})^2$, si procederà così:

$$V_8\,a - v^2 - (2v + x) \times_5 x = 21265\,X^{-8}$$

$$2v + x = 3{\cdot}5424$$

$$\begin{array}{lr} \not{2}\not{4} & P_6 = 20 \\ \not{2}\not{4} & P_7 = 16 \\ \not{2}\not{4} & P_8 = 16 \\ \hline & V_8\,a - (V_4\sqrt{a})^2 = 19089\,X^{-8}. \end{array}$$

Con questo procedimento potremo togliere, quando si presenta, l'ambiguità dell'ultima cifra. Infatti, tutte le volte che la somma dei prodotti trasversali P_6, P_7, P_8 risulterà maggiore dell'ultimo resto, allora bisognerà togliere ad a un'unità del 4° ordine per avere $V_4\sqrt{a}$. Se invece, dopo aver tolto dall'ultimo resto o soltanto P_6, oppure anche P_7 o ancora P_8, accade che l'ultima differenza ottenuta è maggiore o è eguale alla somma delle cifre di x, allora resta accertato che

$$V_4\sqrt{a} = v + x.$$

Riferiamoci al 2° degli esempi precedenti, $a = \sqrt[3]{\pi}$. Si trovò: ultimo resto $= 1\,X^{-5}$ e $x = 2\,X^{-4}$, quindi: ultimo resto $< \Sigma$ cifre x.

Determiniamo $P_6\,(2v + x, x)$. Si trovò ancora:

$$2v = 2{\cdot}42 \qquad V_6\,a - v^2 - (2v + x) \times_5 x = 11\,X^{-6}$$
$$2v + x = 2{\cdot}4202$$
$$\mathfrak{Z}0 \qquad P_6 = 4$$
$$V_6\,a - v^2 - (2v + x) \times_5 x = 7\,X^{-6}$$

$7\,X^{-6} > [\Sigma \text{ cifre } x]\,X^{-6}$ quindi $V_4 \sqrt{a} = \mathbf{2{\cdot}4202}$.

Determiniamo infine il resto dell'estrazione della radice anche nell'esempio 2°.

È $$V_8\,a - v^2 - (2v + x) \times_5 x = 1188\,X^{-8}$$
$$2v + x = 2{\cdot}4202$$
$$\mathfrak{Z}0 \qquad P_6 = 4$$
$$\mathfrak{Z}0 \qquad P_7 = 0$$
$$\mathfrak{Z}0 \qquad P_8 = 4$$
$$V_8\,a - (V_4 \sqrt{a})^2 = 784\,X^{-8}.$$

***

Le proposizioni 3 e 4 si possono generalizzare nelle seguenti:

5. $r, s \in N\,.\,s < (20/9)\,X^{r-s}\,.\,a \in 1 + Q\,.\,v = V_r \sqrt{a}\,.$
$x = \max\,[0 \cdots (X^s - 1)]\,X^{-r-s} \cap x \ni [V_{2r+1}\,a \geqq v^2 + (2v) \times_{2r+1} x]\,.\supset.$
$V_{r+s} \sqrt{a} \in v + x - (0 \cdots 1)\,X^{-r-s}.$

6. Ipotesi della 5.

$(\Sigma \text{ cifre } x)\,X^{-2r-1} \leqq V_{2r+1}\,a - v^2 - (2v) \times_{2r+1} x \supset.\,V_{r+s} \sqrt{a} = v + x.$

" Sia a una quantità maggiore di 1, siano r ed s due numeri, sia $s < (20/9)\,X^{r-s}$, sia v il valore con r decimali di $\sqrt{a}$, e sia x il massimo numero compreso fra 0 e $(X^s - 1)$ unità dell'$r + s$-esimo ordine, il quale soddisfi la condizione $(2v) \times_{2r+1} x \leqq V_{2r+1}\,a - v^2$; allora il valore con $r + s$ decimali di $\sqrt{a}$ o vale $v + x$, o vale questo numero diminuito di un'unità dell'$r + s$-esimo ordine ".

" Se la somma delle cifre di x non supera il resto $V_{2r+1}a - v^2 - (2v) \times_{2r+1} x$, allora il valore con $r+s$ decimali di $\sqrt{a}$ è esattamente $v + x$ ".

Ritorniamo all'esempio 1°. Poniamo $V_4\sqrt{\pi} = v$, e proponiamoci di determinare altre 3 cifre di $\sqrt{\pi}$, ricorrendo alla proposizione 5, in cui facciam dunque: $r = 4$, $s = 3$, così che $s < (20/9)\, X^{r-s}$. Troveremo t_5, t_6, t_7 per mezzo di divisioni graduali, procedendo cioè in modo analogo a quanto si è fatto per determinare t_3 e t_4.

Abbiamo: $V_9 a - v^2 = 190893\, X^{-9}$

$2v = 3{\cdot}5448$ $\quad t_5 = \mathbf{5}\, X^{-5}$ $\quad (2v) \times_9 t_5 = 177240$

1° resto $= 13653$

$t_6 = \mathbf{3}\, X^{-6}$ $\quad (2v) \times_9 t_6 = 10632$

2° resto $= 3021$

$t_7 = \mathbf{8}\, X^{-7}$ $\quad (2v) \times_9 t_7 = 2832$

ultimo resto $= 189\, X^{-9}$.

Nel nostro caso è dunque $x = 538\, X^{-7}$. E poichè:

$$\Sigma \text{ cifre } 538 < 189,$$

ne risulta:

$$V_7\sqrt{\pi} = \mathbf{1{\cdot}7724538}.$$

Consideriamo l'esempio 2°. Trovammo $V_4\sqrt[6]{\pi} = V_4\sqrt[2]{\sqrt[3]{\pi}} = 1{\cdot}2102$ che poniamo $= v$. Per determinare altre tre cifre di $\sqrt[6]{\pi}$, cioè di $\sqrt[2]{\sqrt[3]{\pi}}$, dovremo procedere analogamente:

Abbiamo: $V_9 \sqrt[3]{\pi} - v^2 = 7847\, X^{-9}$

$2v = 2{\cdot}4204$ $\quad t_5 = \mathbf{0}\, X^{-5}$ $\quad (2v) \times_9 t_5 = 0$

1° resto $= 7847$

$t_6 = \mathbf{3}\, X^{-6}$ $\quad (2v) \times_9 t_6 = 7260$

2° resto $= 587$

$t_7 = \mathbf{2}\, X^{-7}$ $\quad (2v) \times_9 t_7 = 484$

ultimo resto $= 103\, X^{-9}$.

Quindi $x = 32\, X^{-7}$, e poichè Σ cifre $x <$ ultimo resto, deduciamo:

$$V_7\sqrt[6]{\pi} = \mathbf{1{\cdot}2102032}.$$

Potremo determinare il resto $V_{14}\sqrt[3]{\pi} - (V_7\sqrt[6]{\pi})^2$ e ponendo nella prop. 5 $r = 7$, $s = 6$, con procedimento analogo riusciremo a determinare altre 6 cifre decimali di $\sqrt[6]{\pi}$.

Svolgiamo le operazioni:

$$V_{14}\sqrt[3]{\pi} - v^2 - (2v) \times_9 x = 10356152\, X^{-14}$$

$$2v + x = 2{\cdot}4204032 \qquad P_{10} = 12$$

$$32 \qquad P_{11} = 8$$

$$32 \qquad P_{12} = 9$$

$$32 \qquad P_{13} = 12$$

$$32 \qquad P_{14} = 4$$

$$V_{14}\sqrt[3]{\pi} - (V_7\sqrt[6]{\pi})^2 = 10227128\, X^{-14}$$

$$V_{15}\sqrt[3]{\pi} - (V_7\sqrt[6]{\pi})^2 = 102271283\, X^{-15}$$

$$2V_7\sqrt[6]{\pi} = 2{\cdot}4204064$$

$$t_8 = 4\, X^{-8} \qquad (2V_7\sqrt[6]{\pi}) \times_{15} t_8 = 96816256$$

$$1^\circ \text{ resto} = 5455027$$

$$t_9 = 2\, X^{-9} \qquad (2V_7\sqrt[6]{\pi}) \times_{15} t_9 = 4840812$$

$$2^\circ \text{ resto} = 614215$$

$$t_{10} = 2\, X^{-10} \qquad (2V_7\sqrt[6]{\pi}) \times_{15} t_{10} = 484080$$

$$3^\circ \text{ resto} = 130135$$

$$t_{11} = 5\, X^{-11} \qquad (2V_7\sqrt[6]{\pi}) \times_{15} t_{11} = 121020$$

$$4^\circ \text{ resto} = 9115$$

$$t_{12} = 3\, X^{-12} \qquad (2V_7\sqrt[6]{\pi}) \times_{15} t_{12} = 7260$$

$$5^\circ \text{ resto} = 1855$$

$$t_{13} = 7\, X^{-13} \qquad (2V_7\sqrt[6]{\pi}) \times_{15} t_{13} = 1694$$

$$\text{ultimo resto} = 161.$$

Σ cifre (422537) $<$ ultimo resto, quindi:

$$V_{13}\sqrt[6]{\pi} = 1{\cdot}21020\ 32422\ 537.$$

Questo procedimento ripetuto ancora una volta dà:

$$V_{25}\sqrt[6]{\pi} = 1{\cdot}21020\ 32422\ 53764\ 27555\ 28770.$$

Dimostrazione delle proposizioni 5 e 6.

Ripetendo il ragionamento già fatto per la dimostrazione delle prop. 3 e 4, si ha:

$$\text{Ipotesi della } 5 \;.\supset.\; \sqrt{a} < v + x + X^{-r-s}. \qquad (1)$$

Inoltre:

$$a > (v + x)^2 + [V_{2r+1}\, a - v^2 - (2v) \times_{2r+1} x - (\Sigma \text{ cifre } x)\, X^{-2r-1}].$$

Se ora faccio l'ipotesi della 6, la quantità entro parentesi [ ] sarà positiva o nulla, quindi:

$$\text{Ipotesi della } 6 \;.\supset.\; a > (v + x)^2 \text{ onde } \sqrt{a} > v + x. \qquad (2)$$

Dalle (1) e (2) segue la prop. 6.
In ogni caso si ha:

$$a > (v + x - X^{-r-s})^2 + \\ [V_{2r+1-r-s}(2v) \times X^{-r-s} - \Sigma \text{ cifre } (x - X^{-r-s})\, X^{-2r-1}].$$

Ora $V_{2r+1-r-s}(2v) = V_{r+1-s}(2v) \geqq 2$, perchè $a > 1$ e quindi $v \geqq 1$, onde:

$$a > (v + x - X^{-r-s})^2 + [2\, X^{-r-s} - \Sigma \text{ cifre } (x - X^{-r-s})\, X^{-2r-1}]$$
$$a > (v + x - X^{-r-s})^2 + [20\, X^{r-s} - \Sigma \text{ cifre } (x - X^{-r-s})]\, X^{-2r-1}.$$

Ora Σ cifre $(x - X^{-r-s}) < 9s$, perchè questo numero ha s cifre che non possono superare 9, quindi:

$$a > (v + x - X^{-r-s})^2 + (20\, X^{r-s} - 9s)\, X^{-2r-1}.$$

Ora qui tenendo conto dell'ipotesi $s < (20/9)\, X^{r-s}$, la quantità entro ( ) è > 0; perciò:

$$a > (v + x - X^{-r-s})^2$$
$$\sqrt{a} > v + x - X^{-r-s}. \qquad (3)$$

Dalle (1) e (3) segue:

$$V_{r+s}\sqrt{a} \in v + x - (0\cdots 1)\, X^{-r-s},$$

che è il teorema 5.

La condizione $s < (20/9)\, X^{r-s}$ è soddisfatta per $r = 2$ ed $s = 2$; cioè avute 2 cifre decimali di $\sqrt{a}$, se ne trovano altre 2 con la divisione di grado 5; così si ritrovano i teoremi 3 e 4.

Essa è soddisfatta per $s = r - 1$, ove $r \leqq 23$, cioè calcolate r cifre decimali di $\sqrt{a}$, finchè $r \leqq 23$, se ne trovano altre $r - 1$, colla divisione di grado $2r + 1$.

Essa è soddisfatta per $s = r - 2$, ove $r \leqq 224$; cioè calcolate r cifre decimali di $\sqrt{a}$, finchè $r \leqq 224$, se ne trovano altre $r - 2$ colla divisione graduale. E così via.

Sul numero delle partizioni d'un numero in potenze di 2

Nota di ALBERTO TANTURRI

Ogni numero naturale ammette, com'è noto, una sola partizione in potenze intere, tutte disuguali, di 2: e, trovarla, equivale a scrivere il numero nel sistema binario di numerazione. Quante sono, ora, le partizioni d'un numero in potenze di 2, anche uguali fra loro?

Nei n^i 50, 51 e 52 della Memoria *De partitione numerorum* del t. III *Novi Comm. Petrop.* (1750-51), EULERO trattò questo problema, giungendo a una formula di riduzione, che permette di risolverlo in ogni caso numerico particolare. Con questo scritto comincio lo studio d'una questione più generale: uno studio più completo sarà oggetto d'un altro lavoro.

Definizione del numero sopradetto.

1. — Essendo n un numero naturale, indicheremo con D_n il numero delle nostre partizioni. Vale a dire il numero delle soluzioni in interi a della condizione:

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 + \ldots = n;$$

nel primo membro della quale possiam fermarci al termine il cui coefficiente è la massima potenza di 2 che non superi n, ossia $= 2$ elevato alla caratteristica, k, del logaritmo di n in base 2. Coi simboli del *Formulario Mathematico*:

(1) $$n \in N_1 \,.\, k = E\,({}^2\mathrm{Log}\, n) \,.\, \supset .$$
$$D_n = \mathrm{num}\,\}\,(N_0 F\, 0 \cdots k) \cap a \ni [\Sigma\,(2^i a_i \mid i, 0 \cdots k) = n]\,\{ \qquad \text{Def.}$$

Porremo pure:

(2) $$D_0 = 1 \qquad \text{Def.}$$

I tre teoremi d'Eulero.

2. — Come primo teorema d'Eulero si può assumere la semplice formula:

$$(3) \qquad x \in -1^{-}1 \,.\, \supset .\, 1/\Pi\,[(1-x^i)\,|\,i,\, 2^{N_0}] = \Sigma\,(D_i x^i\,|\,i,\, N_0)\,;$$

la quale dice che, se x è un numero reale, minore, in valore assoluto, di 1, la funzione fratta $1/(1-x)(1-x^2)(1-x^4)(1-x^8)\ldots$ è uguale alla serie:

$$1 + D_1 x + D_2 x^2 + D_3 x^3 + D_4 x^4 + \ldots.$$

3. — La qual serie dovrà, come la funzione fratta, condurre a uno stesso risultato, sia con la moltiplicazione per $1-x$, che con la sostituzione di x^2 al posto di x. Abbiamo dunque che:

$$\begin{aligned} &1 + D_1 x + D_2 x^2 + D_3 x^3 + D_4 x^4 + \ldots \\ &\quad - \quad x - D_1 x^2 - D_2 x^3 - D_3 x^4 - \ldots = 1 + \quad D_1 x^2 + \quad D_2 x^4 + \quad \ldots; \end{aligned}$$

cioè, uguagliando i coefficienti di $x, x^2, x^3, x^4, \ldots$, che, in generale:

$$(4) \qquad n \in N_1 \,.\, \supset .\, D_n = D_{n-1} + \text{rest}\,(n-1,\, 2)\, D_{E(n/2)}\,.$$

Questa formula di riduzione, o l'equivalente:

$$(4') \qquad \begin{cases} D_1 = D_0 \\ h \in N_1 \,.\, \supset .\, D_{2h+1} = D_{2h} = D_{2h-1} + D_h\,, \end{cases}$$

costituisce il secondo teorema d'Eulero; e, con la (2), ci dà per:

$$D_0 \;\; D_1 \;\; D_2 \;\; D_3 \;\; D_4 \;\; D_5 \;\; D_6 \;\; D_7 \;\; D_8 \;\; D_9 \;\; D_{10} \;\; D_{11} \;\; D_{12} \;\; D_{13} \;\; D_{14} \;\; D_{15} \ldots,$$

successivamente, i valori:

$$1 \;\; 1 \;\; 2 \;\; 2 \;\; 4 \;\; 4 \;\; 6 \;\; 6 \;\; 10 \;\; 10 \;\; 14 \;\; 14 \;\; 20 \;\; 20 \;\; 26 \;\; 26 \;\ldots,$$

il calcolo dei quali " *facillime, quousque libuerit, continuetur* ". Esprimere D_n indipendentemente dai precedenti D, non è, però, altrettanto facile: " *attendenti patebit nullo modo exprimi posse* ", afferma, anzi, EULERO, con un ragionamento poco persuasivo.

4. — Riman l'ultimo teorema. Il prodotto infinito $(1-x)(1-x^2)(1-x^4)\ldots$ della (3), si sviluppi, perciò, nella serie $C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + \ldots$, dove $C_0 = 1$. Dovrà questa, come quel prodotto, riprodursi identicamente, quando vi si muti x in x^2, e si moltiplichi poi il risultato per $1-x$; cioè, identicamente:

$$\begin{array}{llllll} 1 & & + C_1x^2 & & + C_2x^4 & & + \ldots \\ & - C_0x & & - C_1x^3 & & - \ldots & = \\ & & & & & & = 1 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 + \ldots: \end{array}$$

e quindi, per ogni numero naturale n:

$$C_n = (-1)^n\, C_{E(n/2)}.$$

Questa formula di riduzione fornisce i coefficienti C; che, secondo EULERO, " *non obtinent legem solito more assignabilem* ", ma, col simbolo E, sono, fin da C_0, esprimibili così:

$$C_n = (-1)^{n + E(n/2) + E(n/4) + \cdots}.$$

E allora son pure noti i coefficienti della serie $D_0 + D_1x + D_2x^2 + \ldots$, che, in virtù della (3), è ricorrente d'ordine infinito, con la scala di relazione, secondo la nomenclatura euleriana: $-C_1$, $-C_2$, $-C_3$; per l'appunto:

$$\begin{aligned} D_1 &= -C_1D_0 \qquad\qquad\qquad , \\ D_2 &= -C_1D_1 - C_2D_0 \qquad\qquad , \\ D_3 &= -C_1D_2 - C_2D_1 - C_3D_0, \text{ ecc.} \end{aligned}$$

Scriviamo in generale, e avremo il terzo teorema d'EULERO:

$$(5) \qquad n \in N_1 \,.\, \supset .\, D_n = -\Sigma\,[(-1)^{H_i} D_{n-i} \,|\, i, 1 \cdots n]:$$

nel quale, per brevità, si è fatto uso d'un simbolo H, definito dalla:

$$(6) \qquad n \in N_0 \,.\, \supset .\, Hn = n + E(n/2) + E(n/4) + \ldots$$
$$= \Sigma \{ [E(n/2^i)] \mid i, 0 \cdots E(^2\mathrm{Log}\, n) \} \ (*) \qquad \text{Def.}$$

Alcune conseguenze del secondo teorema d'Eulero.

5. — Il secondo teorema d'Eulero dà, per es., che $D_1 = D_0$, $D_2 = D_1 + D_1$, $D_3 = D_2$, $D_4 = D_3 + D_2$, $D_5 = D_4$, $D_6 = D_5 + D_3$, $D_7 = D_6$; sicchè, sommando: $D_7 = D_0 + D_1 + D_2 + D_3$. In generale:

$$(7) \qquad n \in N_1 \,.\, \supset .\, D_n = D_0 + D_1 + D_2 + \ldots + D_{E(n/2)}$$
$$= \Sigma [D_i \mid i, 0 \cdots E(n/2)];$$

e sarà dunque noto D_n, quando si conoscano i D con gl'indici da 0 a $E(n/2)$.

6. — Basta, anzi, conoscere i D con gl'indici da 0 a $E(n/4)$. Per es., nella:

$$D_{18} = D_0 + D_1 + D_2 + \ldots + D_9,$$

(*) Questo terzo teorema esprime il fatto che $= 1$ il prodotto delle serie $1 + D_1 x + D_2 x^2 + \ldots$ e $1 + C_1 x + C_2 x^2 + \ldots$; e dà, in generale, D_n come somma dei precedenti D, presi con segni convenienti: per n dispari, dice soltanto che $D_{2h+1} = D_{2h}$, per ogni intero h.

Si noti la formula:

$$x \in -1^{-}1 \,.\, \supset .\, \Pi [(1 - x^n) \mid n, 2^{N_0}] = \Sigma [(-1)^{Hn} x^n \mid n, N_0],$$

dove Hn è il numero definito dalla (6); che, per un noto teorema di Legendre, $= n + \mathrm{mp}(2, n!)$, ossia $= n +$ la massima potenza di 2 che divida il fattoriale di n, o anche $= \mathrm{mp}[2, (2n)!]$. Il numero C_n, che abbiam trovato uguale a $(-1)^{Hn}$, gode di curiose proprietà; e, per es., $= +1$ o a -1, secondochè n, nel sistema binario di numerazione, si scrive con un numero pari o dispari di cifre 1: la proprietà fondamentale, già scritta in Eulero, è la: $-C_{2h+1} = C_{2h} = C_h$, per ogni intero h.

che è caso particolare della (7), sostituiamo, ai successivi D del secondo membro, i valori dati dalla (7) stessa; per comodità, in successive colonne. Avremo che:

$$\begin{aligned} D_{18} = D_0 + D_0 + D_0 + D_0 + D_0 + D_0 + D_0 + D_0 + D_0 + D_0 \\ + D_1 + D_1 + D_1 + D_1 + D_1 + D_1 + D_1 + D_1 \\ + D_2 + D_2 + D_2 + D_2 + D_2 + D_2 \\ + D_3 + D_3 + D_3 + D_3 \\ + D_4 + D_4, \end{aligned}$$

e quindi $= 10D_0 + 8D_1 + 6D_2 + 4D_3 + 2D_4$. In generale:

(8) $\quad n \in N_1 . \supset . D_n = \Sigma \{ [E(n/2) + 1 - 2i] D_i | i, 0 \cdots E(n/4) \}$.

7. — Possiam sostituire ancora, ai successivi D del secondo membro, i valori dati dalla (7). Avrò, per es., che:

$$\begin{aligned} D_{18} = 10D_0 + 8D_0 + 6D_0 + 4D_0 + 2D_0 \\ + 6D_1 + 4D_1 + 2D_1 \\ + 2D_2, \end{aligned}$$

e quindi $= 30D_0 + 12D_1 + 2D_2$. In generale:

(9) $\quad n \in N_1 . \supset .$
$D_n = \Sigma \{ [E(n/4) + 1 - 2i] [E(n/4 + 1/2) + 1 - 2i] D_i | i, 0 \cdots E(n/8) \}$.

8. — E continuando, finchè è possibile, sempre con l'uso della (7), abbiamo un procedimento uniforme, a cui diamo veste di regola pratica. Chi voglia D_{2h} (o, che è lo stesso, D_{2h+1}), prepari una tabella, scrivendo, in un primo rigo, $h + 1$ simboli 1. Deduca poi ciascuno dei righi successivi dal precedente: scrivendo, sotto a ogni suo numero di posto dispari (da sinistra), la somma dei suoi numeri che vanno da quello che si considera all'ultimo (di destra); e lasciando in bianco sotto agli altri numeri. Varrà allora questa *legge*: D_{2h} = somma dei D con gl'indici da 0 a h; = somma dei D con gl'indici da 0 a $E(h/2)$, moltiplicati per i numeri del secondo rigo, ordinatamente; = somma dei D con gl'indici da 0 a $E(h/4)$, moltiplicati per i numeri del terzo rigo, ordinatamente; ...; = numero dell'ultimo rigo.

Esempio. — Si voglia D_{36}. Faccio la tabella:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	17	15	13	11	9	7	5	3	1
100		64		36		16		4	
220				56				4	
280								4	
284									; e posso scrivere che:

$$\begin{aligned} D_{36} &= D_0 + D_1 + D_2 + \ldots + D_{16} + D_{17} + D_{18} \\ &= 19D_0 + 17D_1 + 15D_2 + \ldots + 5D_7 + 3D_8 + D_9 \\ &= 100D_0 + 64D_1 + 36D_2 + 16D_3 + 4D_4 = 220D_0 + 56D_1 + 4D_2 \\ &= 280D_0 + 4D_1 \qquad\qquad\qquad\qquad = 284. \end{aligned}$$

9. — La tabella che così fornisce D_{2h}, dopo il primo rigo con $h+1$ simboli 1, ne contiene un secondo, con $E(h/2)+1$ numeri, l'$(i+1)^{mo}$ dei quali $= h+1-2i$, per i da 0 a $E(h/2)$; e, se $h \geq 2$, ne contiene un terzo, con $E(h/4)+1$ numeri, l'$(i+1)^{mo}$ dei quali, per i da 0 a $E(h/4)$, è dato da:

$$\{E(h/2)+1-2i\}\{E[(h+1)/2]+1-2i\} = E[(h/2+1-2i)^2] \text{ (*)}.$$

Compare un quarto rigo, con $E(h/8)+1$ numeri, quando $h \geq 4$; e un quinto, con $E(h/16)+1$ numeri, quando $h \geq 8$; ecc.: l'ultimo rigo, con un solo numero, ha sempre per numero d'ordine $E[{}^2\mathrm{Log}(2h)]+1$. Chi sapesse esprimere l'$(i+1)^{mo}$ numero dei righi quarto, quinto, ecc., potrebbe scriver formule da aggregarsi alle (7), (8) e (9); e si è così condotti, se si vuole una formula generale in questa direzione, a cercar l'espressione generale dei numeri della tabella: dei quali, poi, daremo, subito appresso, nella formula (22), il significato aritmetico.

Veramente, per trovare D_{2h}, possiam restringerci a tentar d'esprimere solo il primo numero di ciascun rigo: sebbene una tal semplificazione non sia che apparente: perchè, com'è facile

(*) Si applica il teorema d'aritmetica:

$$m \in N_0 \,.\supset.\, E(m/2) \times E[(m+1)/2] = E[(m/2)^2].$$

Diverse proposizioni aritmetiche tralasceremo appresso di notare, per amor di brevità.

riconoscere, l'$(i+1)^{\text{mo}}$ numero del $(p+1)^{\text{mo}}$ rigo della tabella con cui si ottiene D_{2h} è uguale al primo numero dello stesso rigo della tabella con cui si otterrebbe il D con l'indice $2h - i \times 2^{p+1}$: e ciò nelle ipotesi generali:

$$h \in N_1 \,.\, p \in 0 \cdots E\,[{}^2\mathrm{Log}\,(2h)]\,.\, i \in 0 \cdots E\,(h/2^p).$$

Si sa già intanto che esso primo numero $= 1$, nel primo rigo; $= h+1$, nel secondo; e, nel terzo, $= E\,[(h/2+1)^2]$. Per calcolarlo nel quarto, sommo i numeri del terzo rigo, cioè gli $E\,(k/2)+1$ numeri: $(k+1)^2$, $(k-1)^2$, $(k-3)^2$, ..., ovvero: $(k+1)(k+2)$, $(k-1)\,k$, $(k-3)(k-2)$, ..., secondochè $h = 2k$ o a $2k+1$; e avrò, nel primo caso, il numero $C\,(k+3, 3)$; e, nel secondo, questo stesso numero aumentato di $(k+1) + (k-1) + (k-3) + \ldots$, cioè di

$$\{\, E\,(k/2) + 1 \,\}\{\, E\,[(k+1)/2] + 1 \,\} \quad (*).$$

Concludo che il primo numero del quarto rigo

$$= C\,[E\,(h/2) + 3, 3]$$

o a " $+ E\,[(h+3)/4] \times E\,[(h+5)/4]$,

secondochè h è pari o dispari.

Altri risultati semplici non è facile ottenere. Si può, certo, scrivere il primo numero del quinto rigo come somma dei già espressi numeri del quarto; ma non si dispone poi d'una formula aritmetica che condensi la somma. Si può anche stabilire una formula che insegna a ottenere un rigo della tabella da uno qualunque dei precedenti: essa è caso particolare della

(*) Il simbolo C è l'ordinario simbolo delle combinazioni; dimodochè, per es., $C\,(4, 0) = 1$, $C\,(4, 1) = 4/1$, $C\,(4, 2) = (4 \times 3)/(1 \times 2)$, ecc. Con la formula elementare:

$$x \in N_1 \,.\, \supset \,.\, x^2 = C\,(x+1, 2) + C\,(x, 2),$$

si trova che $(k+1)^2 + (k-1)^2 + (k-3)^2 + \ldots = C\,(k+2, 2) + C\,(k+1, 2) + C\,(k, 2) + C\,(k-1, 2) + \ldots$, cioè $= C\,(k+3, 3)$. La somma dei quadrati dei primi x numeri dispari è espressa con $x\,(4x^2-1)/3$, per es., in Lucas, *Théorie des nombres*, p. 255.

successiva (23); e dà, per es., che il primo numero del quinto rigo =

$$a) \qquad \Sigma\{[E(i/4)+1][E(i/4+1/2)+1](h+1-2i)\,|\,i, 0\cdots E(h/2)\},$$

ovvero a

$$b) \qquad \Sigma\{[E(i/2)+1][E(h/2)-2i+1][E(h/2+1/2)-2i+1]\,|\,i, 0\cdots E(h/4)\},$$

secondochè lo deduciamo dai numeri del secondo ovvero da quelli del terzo rigo. Per es., il primo numero del quinto rigo della tabella che chiude il n° 8, $=1\times19+1\times17+2\times15+2\times13+4\times11+4\times9+6\times7+6\times5+9\times3+9\times1$, ovvero a $1\times100+1\times64+2\times36+2\times16+3\times4$. Ma, anche qui, manca una formula aritmetica, che condensi convenientemente, una delle due somme; come manca per l'espressione

$$c) \qquad \Sigma\{[E(i/4)+1][E(i/4+1/2)+1][E(h/2)-2i+1][E(h/2+1/2)-2i+1]\,|\,i, 0\cdots E(h/4)\}$$

del primo numero del sesto rigo, dedotto, alla stessa maniera, dai numeri del terzo. Quest'ultima espressione dà, per es., che il primo numero del sesto rigo della tabella del n° 8, $=1\times100+1\times64+2\times36+2\times16+4\times4$ (*).

(*) Come altra conseguenza della (4):

$$h \in N_1 \,.\supset.\, 2D_{4h} = D_{4h-2} + D_{4h+2};$$

perchè: $\quad D_{4h+2} = D_{4h+1} + D_{2h+1} = D_{4h} + D_{2h}$,

e $\quad D_{4h} = D_{4h-1} + D_{2h} = D_{4h-2} + D_{2h}$.

Più in generale:

$$n \in N_0 \,.\supset.\, D_{n+3} - D_{n+2} - D_{n+1} + D_n = \{E[(n+3)/4] - E[(n+2)/4]\}\, D_{E(n/4)};$$

come si può trovare osservando che, in virtù della (3), la serie $D_0 + D_1 x + D_2 x^2 + \ldots$ deve condurre a uno stesso risultato, sia con la moltiplicazione per $(1-x)(1-x^2)$, che con la sostituzione di x^4 al posto di x.

Un problema più ampio di quello d'Eulero.

10. — Delle D_n partizioni di n in potenze di 2, ve n'è sempre una formata da n elementi tutti uguali a 1. Quando $n \geq 2$, ve n'è poi di quelle che han 2 come elemento massimo; e siano $D(2, n)$: e, quando $n \geq 4$, ve n'è delle altre, e siano $D(4, n)$, che han 4 come elemento massimo: ecc. In generale, indico con $D(2^p, n)$ il numero di quelle che han come elemento massimo 2^p; precisamente, scrivo la definizione:

$$(10) \qquad p \in N_0 \,.\, n \in N_1 \,.\supset.\, D(2^p, n) = \\ \text{num}\,\}\,(N_0 F 0 \cdots p) \cap a \ni [a_p \sim = 0 \,.\, \Sigma(2^i a_i \,|\, i, 0 \cdots p) = n]\,\{ \quad \text{Def.}$$

E propongo il problema della determinazione del numero $D(2^p, n)$.

Questo problema è più generale di quello euleriano della determinazione di D_n; perchè, con la formula elementare:

$$(11) \qquad n \in N_1 \,.\supset.\, D_n = D(1, n) + D(2, n) + D(4, n) + D(8, n) + \ldots \\ = \Sigma\,[D(2^i, n) \,|\, i, 0 \cdots E(^2\text{Log}\, n)],$$

il calcolo di D_n si fa mediante quello di alcuni D con due indici. Anzi, in ogni caso, mediante quello di uno solo di tali D; in virtù del teorema:

$$(12) \qquad h \in N_0 \,.\, p \in N_1 \,.\, h < 2^p \,.\supset.\, D_{2h} = D_{2h+1} = D(2^p, 2^p + 2h).$$

Esso teorema è evidente quando $h = 0$; e, quando $h > 0$, è ottenibile osservando che, per es., $D_{10} = D(8, 8 + 10)$, perchè, se aggrego 8 alle partizioni di 10 in potenze di 2, ottengo, per l'appunto, quelle partizioni di 18 in potenze di 2, che han 8 come elemento massimo. Il 2^p che si aggrega dev'essere almeno uguale alla massima potenza di 2 che $\leq 2h$ (*).

(*)

$$(12') \qquad n, k \in N_0 \,.\supset:\, n < 2^{k+1} \,.=.\, D_n = D(2^k, 2^k + n).$$

11. — Accanto alla (11) vogliam subito porre la:

$$(13) \qquad n \in 1 + N_1 \,.\, \supset \,.\, \Sigma\,[(-1)^i\, D\,(2^i, n) \,|\, i, 0 \cdots E\,({}^2\mathrm{Log}\, n)] = 0.$$

Considero, infatti, le partizioni di n in potenze di 2.

a_0) Con $D\,(1, n)$ si numerano quelle, e ce n'è una sola, che son formate da tanti 1.

a_1) Di quelle numerate con $D\,(2, n)$: a_1') alcune, e ce n'è una sola, contengono un solo 2; a_1'') e le altre ne contengono più d'uno.

a_2) Di quelle numerate con $D\,(4, n)$: a_2') alcune contengono un solo 4; a_2'') e le altre ne contengono più d'uno.

. . . . . .

a_k) Pongo, finalmente, $k = E\,({}^2\mathrm{Log}\, n)$; dimodochè ${}^2\mathrm{Log}\, n < k + 1$, cioè $n < 2^{k+1}$. Con $D\,(2^k, n)$ si numerano quelle che contengono un solo 2^k, non essendovene di quelle che ne contengono più d'uno.

Se, per brevità, indico con Da_0, Da_1' e Da_1'', Da_2' e Da_2'', ..., Da_k, i numeri delle partizioni di cui si parla in a_0, a_1' e a_1'', a_2' e a_2'', ..., a_k, ho subito che ciascuno di essi numeri è uguale al seguente: e, per es., $Da_1'' = Da_2'$, come si vede con la sostituzione di un elemento 4 a due elementi 2. E allora, evidentemente: $D(1,n) - D(2,n) + D(4,n) - D(8,n) + \ldots$, cioè: $Da_0 - (Da_1' + Da_1'') + (Da_2' + Da_2'') - \ldots + (-1)^k Da_k$, $= 0$, come si era asserito.

Alcune proprietà dei numeri $D\,(2^p, n)$.

12. — Dalla definizione, immediatamente:

$$(14) \qquad p \in N_0 \,.\, n \in N_1 \,.\, n < 2^p \,.\, \supset \,.\, D\,(2^p, n) = 0 \quad ,$$
$$(15) \qquad \text{„} \quad . \qquad \supset \,.\, D\,(2^p, 2^p) = 1 \quad ,$$
$$(16) \qquad \text{„} \quad . \qquad \supset \,.\, D\,(1, n) = 1 \quad ,$$
$$(17) \qquad \text{„} \quad . \quad \text{„} \quad . \qquad \supset \,.\, D\,(2^p, 2n + 1) = D\,(2^p, 2n)\,;$$

quest'ultima perchè le partizioni numerate nel primo membro dell'uguaglianza son quelle numerate nel secondo, con l'aggiunta, in ciascuna, d'un 1.

13. — Semplicemente si ottiene pure la:

$$(18) \quad n, p \in N_1 \,.\, \supset .\, D(2^p, 2^p + n) = D(2^p, n) + D(2^{p-1}, 2^{p-1} + n),$$

osservando che, delle partizioni numerate nel primo membro dell'uguaglianza, alcune contengono più di un elemento uguale a 2^p; e son $D(2^p, n)$, come si vede sopprimendo, in ciascuna, uno di tali elementi: e le altre ne contengono uno solo; e son $D(2^{p-1}, 2^{p-1} + n)$, come si vede sostituendo, in ciascuna, quell'elemento con un elemento uguale a 2^{p-1}.

Questa proprietà si può ritenere come fondamentale. Essa permette di calcolare $D(2^p, n)$ per ogni p ed n, partendo dalle (14), (15) e (16).

14. — Una sua facile conseguenza è la:

$$(19) \quad n \in N_1 \,.\, p \in N_0 \,.\, \supset .\, D(2^p, 2^p + n) = \Sigma\,[D(2^i, n) \,|\, i, 0 \cdots p],$$

che dà il significato della somma della (11) limitata al primo termine, o ai primi due termini, o ai primi tre termini, ecc. Per es.:

$$D(1, 18) + D(2, 18) + D(4, 18) + D(8, 18) = D(8, 26);$$

perchè, applicando, ripetutamente, la (18):

$$\begin{aligned} D(8,26) &= D(8,18) + D(4,22) = D(8,18) + D(4,18) + D(2,20) \\ &= \quad " \quad + D(4,18) + D(2,18) + D(1,19); \end{aligned}$$

e $D(1, 19) = D(1, 18)$.

Ma la (18) si può applicare, ripetutamente, anche così:

$$\begin{aligned} D(8,26) &= D(4,22) + D(8,18) = D(4,22) + D(4,14) + D(8,10) = \\ &= D(4,22) + D(4,14) + D(4,6). \end{aligned}$$

In generale, si ha la formula:

$$(20) \quad h, p \in N_1 \,.\, \supset .\, D(2^p, 2^p + 2h) = \\ \Sigma\,[D(2^{p-1}, 2^{p-1} + 2h - i \times 2^p) \,|\, i, 0 \cdots E(h/2^{p-1})];$$

che esprime $D(2^p, 2^p + 2h)$ mediante tanti $D(2^{p-1}, n)$ quanti sono i $2^{p-1} + 2h - N_0 \times 2^p$ non minori di 2^{p-1}; cioè quanti sono gli N_0 non maggiori di $2h/2^p$.

E dalla quale, per induzione rispetto a p, trarremo due conseguenze. Prima di tutto:

$$(21) \quad h, p \in N_0 \,.\, \supset : D(2^p, 2^p + 2h) \in 2N_0 + 1 \,.=.\, h \in N_0 \times 2^p;$$

che afferma dispari $D(2^p, 2^p + 2h)$ solo quando h è un multiplo di 2^p. E, in secondo luogo:

$$(22) \quad h \in N_1 \,.\, p \in 0 \cdots E[{}^2\mathrm{Log}(2h)] \,.\, i \in 0 \cdots E(h/2^p) \,.\, \supset \,.$$

l'$(i+1)^{\text{mo}}$ numero del $(p+1)^{\text{mo}}$ rigo della tabella con cui si ottiene D_{2h}, secondo il metodo del numero 8, $= D(2^p, 2^p + 2h - i \times 2^{p+1})$.

Sia dell'una che dell'altra conseguenza, non scriviamo, per brevità, la dimostrazione.

15. — Quando $p > 1$, a ciascun termine della somma della (20) si può, poi, applicare la stessa formula (20): e si ha $D(2^p, 2^p + 2h)$ espresso mediante tanti $D(2^{p-2}, n)$: a ciascun dei quali si può applicar pure la formula stessa, se $p > 2$. Si giunge così al teorema generale:

$$(23) \quad h, p \in N_1 \,.\, k \in 0 \cdots p-1 \,.\, \supset \,.\, D(2^p, 2^p + 2h) =$$
$$\Sigma\,[D(2^k, 2^k + i)\, D(2^{p-k-1}, 2^{p-k-1} + 2h - i \times 2^{p-k}) \,;\, i, 0 \cdots E(h/2^{p-k-1})];$$

che, quando $h < 2^p$, e quindi, per la (12), $D(2^p, 2^p + 2h) = D_{2h}$, esprime la *legge* enunciata nel n° 8: per l'appunto, la dà a ritroso, se facciamo, successivamente, $k = 0$, $k = 1, \ldots, k = p - 1$. Questo stesso teorema generale può fornir, per es., le espressioni *a)* e *b)* del primo numero del quinto rigo, e l'espressione *c)* del primo numero del sesto rigo della tabella dello stesso n° 8; come compaiono nel n° 9: si porrà $p = 4$ e $k = 2$, e $p = 4$ e $k = 1$, e poi $p = 5$ e $k = 2$.

16. — Chiudiamo, osservando che la (22) e la fine del n° 9 dànno:

$$(24) \quad h \in N_0 \,.\, \supset \,.\, D(2, 2 + 2h) = h + 1 \,.$$
$$(25) \quad \text{„} \quad .\, \supset \,.\, D(4, 4 + 2h) = E\,[(h/2 + 1)^2]\,.$$

(26) $h \in N_0 . \supset . D(8, 8 + 2h) = C[E(h/2) + 3, 3] +$
$\text{rest}(h, 2) \times E[(h + 3)/4] \times E[(h + 5)/4]$.

(27) „ $. \supset . D(16, 16 + 2h) =$ espress. *a)*, ovvero *b)*, del n° **9**.

(28) „ $. \supset . D(32, 32 + 2h) =$ „ *c)* , „ (*).

Serie che han per coefficienti i numeri $D(2^p, 2^p + n)$.

17. — " Se x è un numero reale, minore, in valore assoluto, di 1, e se p è un numero intero, la funzione fratta $1/(1 - x)(1 - x^2)(1 - x^4) \ldots (1 - x \upharpoonright 2^p)$ è uguale alla serie $D(2^p, 2^p) + D(2^p, 2^p + 1)x + D(2^p, 2^p + 2)x^2 + D(2^p, 2^p + 3)x^3 + \ldots$ ".

In simboli:

(29) $x \in -1^{-}1 . p \in N_0 . \supset . 1/\Pi[(1 - x^m) | m, 2^{0 \cdots p}] =$
$\Sigma[D(2^p, 2^p + n)x^n | n, N_0]$.

Si può dimostrare per induzione rispetto a p, tenendo conto della (20); ovvero, quando $p > 0$, moltiplicando le serie assolutamente convergenti nelle quali si sviluppano le funzioni fratte $1/(1 - x), 1/(1 - x^2), \ldots, 1/(1 - x \upharpoonright 2^p)$, e tenendo poi conto della (19).

(*)

(24′) $n \in N_1 . \supset . D(2, n) = E(n/2)$.

(25′) „ $. \supset . D(4, n) = E(n/4) \times E(n/4 + 1/2) =$
$E\{[E(n/2)]^2/4\} =$ „ $\times [E(n/2) - E(n/4)]$.

(26′) $n \in N_1 . q_1 = E(n/2) . q_2 = E(n/4) . q_3 = E(n/8) . \supset .$
$D(8, n) = q_1 q_2 q_3 - q_1 q_3^2 - q_2^2 q_3 + C(2q_3 + 1, 3)$.

(A) $n \in N_1 . \supset . D(4, n + 2) - D(4, n) = E(n/4 + 1/2)$.
$D(8, n + 2) - D(8, n) = E(n/8 + 3/4) \times E(n/8 + 1/4)$.
$D(8, n + 4) -$ „ $= E[(n + 3)/4] \times \{n - 2E[(n - 1)/4]\}$.
$D(4, 2n) + D(4, 2n + 2) = n(n + 1)/2$.
$D(4, n + 1) - D(4, n) = \text{rest}(n, 2) \times E[(n + 1)/4]$.
„ $+$ „ $= E(n^2/8)$.

Si noti dunque il teorema d'aritmetica:

$n \in N_0 . \supset . E(n/4) \times E[(n + 2)/4] + E[(n + 1)/4] \times E[(n + 3)/4] = E(n^2/8)$.

La serie: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 18, 21, 24, ... dei numeri: $D(4, n) + D(4, n + 1)$, quando $n = 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$, si rappresenta, in una prima ricerca, con l'espressione: $q(n - 2q)$, dove $q = E[(n + 1)/4]$; espressione che, perciò $= E(n^2/8)$.

18. — E allora, nella stessa ipotesi per x, si consideri la serie doppia:

$$\begin{array}{l}
1 + D(1,1)x + \\
+ D(1,2)x^2 + D(1,3)x^3 + D(1,4)x^4 + D(1,5)x^5 + \ldots + D(1,8)x^8 + \ldots \\
+ D(2,2)x^2 + D(2,3)x^3 + D(2,4)x^4 + D(2,5)x^5 + \ldots + D(2,8)x^8 + \ldots \\
\qquad\qquad\qquad\qquad + D(4,4)x^4 + D(4,5)x^5 + \ldots + D(4,8)x^8 + \ldots \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + D(8,8)x^8 + \ldots \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

Sommando per orizzontali, si ha la serie:

$$a) \quad 1 + x/(1-x) + x^2/(1-x)(1-x^2) + x^4/(1-x)(1-x^2)(1-x^4) + \ldots,$$

che è assolutamente convergente, come si può vedere applicando il criterio del rapporto di un termine al precedente alla serie dei valori assoluti. Sommando per verticali, e tenendo conto della (11), si ha la serie: $D_0 + D_1 x + D_2 x^2 + \ldots$, cioè la serie della (3), pure assolutamente convergente. Dunque:

$$(30) \qquad x \in -1^{-}1 \,.\, \supset .\, 1/\Pi\,[(1-x^i)\,|\,i, 2^{N_0}] = 1 + \\ \Sigma\,(\}\, x \upharpoonright 2^p/\Pi\,[(1-x^m)\,|\,m, 2^{0\cdots p}]\{\,|\,p, N_0);$$

cioè: " se x è un numero reale, minore, in valore assoluto, di 1, la funzione fratta $1/(1-x)(1-x^2)(1-x^4)\ldots$ è uguale alla serie *a)* ".

19. — L'identico procedimento, applicato alla stessa serie doppia, nella quale, però, le orizzontali si seguano con segni alterni, ci dà, in virtù della (13), e dopo semplici riduzioni:

$$(31) \qquad x \in -1^{-}1 \,.\, \supset .$$
$$= 1/(1-x) - x/(1-x)(1-x^2) + x^3/(1-x)(1-x^2)(1-x^4) - \ldots$$
$$= \Sigma\,(\}\,(-1)^p\, x \upharpoonright (2^p - 1)/\Pi\,[(1-x^m)\,|\,m, 2^{0\cdots p}]\{\,|\,, N_0).$$

Ulteriori ricerche intorno ad un problema analogo a quello ristretto dei tre corpi

Nota di FILIPPO SIBIRANI, a Pavia

1. — In una mia Nota inserita nel vol. 52 di questi *Atti* (*) ho studiate alcune soluzioni del problema seguente, analogo a quello dei tre corpi: Un punto P_1 attira un punto P_2 e P_2 respinge P_1 con forza d'intensità direttamente proporzionale al prodotto delle masse e inversamente al quadrato delle distanze. Se la massa repellente è minore dell'attraente e sotto speciali condizioni iniziali (determinate nel § 2 della citata Nota) P_1 e P_2 ruotano uniformemente intorno ad un punto fisso O. In questa ipotesi un punto P, di massa tanto piccola rispetto a quelle di P_1 e P_2 da potersi trascurare la sua azione su P_1 e P_2, si muove sotto l'attrazione di P_1 e la repulsione di P_2.

Nella Nota citata sono determinati i centri di librazione, cioè i punti di equilibrio di P relativo al moto di rotazione di $P_1 P_2$ e sono studiati i moti che mantengono P nelle immediate vicinanze dei centri di librazione.

Si suppone P_1 di massa 1 e P_2 di massa $\mu < 1$, la distanza $P_1 P_2$ si assume come unità di lunghezza; il moto si riferisce ad una terna di assi ortogonali, aventi origine nel punto fisso O, l'asse x coincidente con la retta $P_1 P_2$ e col senso positivo da P_1 a P_2, il semiasse positivo y sia quello che si ottiene ruotando di un angolo retto il semiasse positivo x nel senso della rotazione della retta $P_1 P_2$; l'asse z abbia per senso positivo quello secondo cui la rotazione della $P_1 P_2$ apparisce avvenire da sinistra a destra.

(*) *Intorno ad un problema analogo a quello ristretto dei tre corpi* (pp. 135-161).

Posto

$$\rho_1 = \mathrm{mod}\,(P - P_1) = \sqrt{\left(x - \frac{\mu}{1-\mu}\right)^2 + y^2 + z^2}$$

$$\rho_2 = \mathrm{mod}\,(P - P_1) = \sqrt{\left(x - \frac{1}{1-\mu}\right)^2 + y^2 + z^2}$$

$$w = -\frac{1-\mu}{2} z^2 + \frac{1}{\rho_1} + \frac{\rho_1^2}{2} - \mu\left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{\rho_2^2}{2}\right),$$

le equazioni del moto di P sono

$$(1) \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} - 2\sqrt{1-\mu}\,\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{\partial w}{\partial x} \\[2ex] \dfrac{d^2y}{dt^2} + 2\sqrt{1-\mu}\,\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dw}{dy} \\[2ex] \dfrac{d^2z}{dt^2} = \dfrac{\partial w}{\partial z}\,. \end{cases}$$

Siano a, b, c le coordinate di un centro di librazione L; sviluppiamo le tre derivate $\frac{\partial w}{\partial x}$, $\frac{\partial w}{\partial y}$, $\frac{\partial w}{\partial z}$ in serie di potenze di $x - a$, $y - b$, $z - c$ e poi facciamo il cambiamento di variabili $x = \xi + a$, $y = \eta + b$, $z = \zeta + c$. Una prima classe di soluzioni approssimate nella ricerca di moti che mantengono il punto P nelle immediate vicinanze dei centri di librazione — quella studiata nella citata mia Nota — si ha considerando nei detti sviluppi in serie solo i termini di primo grado in ξ, η, ζ. Supponendosi, per la natura del problema, il modulo del vettore $P_0 - L$ (P_0 posizione iniziale di P) e quello della velocità iniziale sufficientemente piccoli, il modulo del vettore $P - L$ durante il moto si mantiene dello stesso ordine di grandezza.

Una seconda classe di soluzioni, in cui l'approssimazione si può dire del secondo ordine, si ha considerando negli indicati sviluppi in serie anche i termini di secondo grado in ξ, η, ζ. Sarà quanto noi qui faremo, limitandoci a sviluppare i calcoli per uno dei centri di librazione.

2. — Ho dimostrato che uno dei centri di librazione L sta sulla retta $P_1 P_2$ e dalla banda della massa attraente; la distanza da P_1 ad L è l'unica soluzione positiva dell'equazione

$$(1-\mu)\rho_1^5 + (2-3\mu)\rho_1^4 + (1-3\mu)\rho_1^3 - \rho_1^2 - 2\rho_1 - 1 = 0\,.$$

Se, per brevità di scrittura, denotiamo $\left(\frac{\partial^{q+r+s} w}{\partial x^q \partial y^r \partial z^s}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c}$ con $\frac{\partial^{q+r+s} w}{\partial a^q \partial b^r \partial c^s}$, abbiamo

$$\frac{\partial^2 w}{\partial a^2} = 1 - \mu + 2\left(\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{\rho_2^3}\right); \quad \frac{\partial^2 w}{\partial b^2} = 1 - \mu - \left(\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{\rho_2^3}\right);$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial c^2} = \frac{\mu}{\rho_2^3} - \frac{1}{\rho_1^3}; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial a\, \partial b} = \frac{\partial^2 w}{\partial a\, \partial c} = \frac{\partial^2 w}{\partial b\, \partial c} = 0;$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial a^3} = -6\left(\frac{1}{\rho_1^4} - \frac{\mu}{\rho_2^4}\right); \quad \frac{\partial^3 w}{\partial a\, \partial b^2} = 3\left(\frac{1}{\rho_1^4} - \frac{\mu}{\rho_2^4}\right);$$

$$\frac{\partial^3 w}{\partial b^3} = \frac{\partial^3 w}{\partial c^3} = \frac{\partial^3 w}{\partial a^2 \partial b} = \frac{\partial^3 w}{\partial a^2 \partial c} = \frac{\partial^3 w}{\partial a\, \partial c^2} = \frac{\partial^3 w}{\partial c\, \partial b^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial c^2 \partial b} = \frac{\partial^3 w}{\partial a\, \partial b\, \partial c} = 0.$$

Il sistema (1), nelle ipotesi fatte, prende la forma

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2\xi}{dt^2} - 2\sqrt{1-\mu}\,\dfrac{d\eta}{dt} = \varphi^2 \xi - \psi^2\left(\xi^2 - \dfrac{1}{2}\eta^2\right) \\ \dfrac{d^2\eta}{dt^2} + 2\sqrt{1-\mu}\,\dfrac{d\xi}{dt} = \chi^2 \eta + \psi^2 \xi \eta \\ \dfrac{d^2\zeta}{dt^2} = -\omega^2 \zeta \end{cases}$$

avendo posto

$$(3) \qquad \begin{aligned} 1 - \mu + 2\left(\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{\rho_2^3}\right) &= \varphi^2 \\ 1 - \mu - \left(\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{\rho_2^2}\right) &= \chi^2 \ (*) \\ 3\left(\frac{1}{\rho_1^4} - \frac{\mu}{\rho_2^4}\right) &= \psi^2 \\ \frac{1}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{\rho_2^3} &= \omega^2 \end{aligned}$$

e ρ_1, ρ_2 essendo legati dalle due relazioni (Nota citata, § 8)

$$\rho_2 = \rho_1 + 1; \qquad \frac{1}{\rho_1^2} - \rho_1 = \mu\left(\frac{1}{\rho_2^2} - \rho_2\right).$$

La terza equazione del sistema (2) integrata dà

$$(4) \qquad \zeta = \zeta_0 \cos \omega t + \frac{\zeta'_0}{\omega} \operatorname{sen} \omega t$$

(*) Che $1 - \mu - \left(\frac{1}{\rho_1^3} - \frac{\mu}{\rho_2^3}\right)$ sia positivo risulta dalla mia Nota richiamata.

$\left(\zeta_0,\ \zeta_0'\right.$ valori iniziali di ζ, $\left.\frac{d\zeta}{dt}\right)$, da cui si vede che la proiezione del moto di P sull'asse ζ è sempre un moto armonico, come nel caso dell'approssimazione del primo ordine e che il moto di P è piano o no a seconda che sono nulli o no ζ_0, ζ_0'.

Trascurando nelle prime due equazioni del sistema (2) i termini in ξ^2, η^2, $\xi\eta$, abbiamo trovato che se

$$\mu < 0{,}11873849\ldots\ldots \tag{5}$$

l'integrale delle prime due equazioni stesse è dato, indicando con H, K, ν, σ quattro costanti arbitrarie, da

$$\begin{aligned} \xi &= H \operatorname{sen}(\beta t + \nu) + K \operatorname{sen}(\gamma t + \sigma) \\ \eta &= \frac{\beta^2 + \varphi^2}{2\beta\sqrt{1-\mu}} H \cos(\beta t + \nu) + \frac{\gamma^2 + \varphi^2}{2\gamma\sqrt{1-\mu}} K \cos(\gamma t + \sigma), \end{aligned} \tag{6}$$

ove $-\beta^2$, $-\gamma^2$ sono le due radici in λ^2 dell'equazione

$$\lambda^4 + \frac{\varphi^2 + 5\chi^2}{3}\lambda^2 + \varphi^2\chi^2 = 0\,. \tag{7}$$

Ora poniamo nelle prime due equazioni di (2) in luogo di ξ^2, η^2, $\xi\eta$ le espressioni che si ottengono da (6); dopo ciò esse divengono

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d^2\xi}{dt^2} - 2\sqrt{1-\mu}\,\eta - \varphi^2\xi = -\psi^2\Big[H^2 + K^2 - \\ &\quad - H^2\left(1 + \frac{(\beta^2+\varphi^2)^2}{8\beta^2(1-\mu)}\right)\cos^2(\beta t + \nu) - \\ &\quad - K^2\left(1 + \frac{(\gamma^2+\varphi^2)^2}{8\gamma^2(1-\mu)}\right)\cos^2(\gamma t + \sigma) + \\ &\quad + 2HK \operatorname{sen}(\beta t + \nu)\operatorname{sen}(\gamma t + \sigma) - \\ &\quad - HK\frac{(\beta^2+\varphi^2)(\gamma^2+\varphi^2)}{4\beta\gamma(1-\mu)}\cos(\beta t + \nu)\cos(\gamma t + \sigma)\Big] \\ &\frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\sqrt{1-\mu}\,\xi - \chi^2\eta = \\ &\quad = \frac{\psi^2}{2\sqrt{1-\mu}}\Big[H^2\frac{\beta^2+\varphi^2}{\beta}\operatorname{sen}(\beta t + \nu)\cos(\beta t + \nu) + \\ &\quad + K^2\frac{\gamma^2+\varphi^2}{\gamma}\operatorname{sen}(\gamma t + \sigma)\cos(\gamma t + \sigma) + \\ &\quad + HK\frac{\beta^2+\varphi^2}{\beta}\cos(\beta t + \nu)\operatorname{sen}(\gamma t + \sigma) + \\ &\quad + HK\frac{\gamma^2+\varphi^2}{\gamma}\operatorname{sen}(\beta t + \nu)\cos(\gamma t + \sigma)\Big]. \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Si soddisfa a questo sistema ponendo

$$
(9)\quad \left\{
\begin{aligned}
\xi &= H \operatorname{sen}(\beta t+\nu) + K \operatorname{sen}(\gamma t+\sigma) + U_0 + U_1 \cos^2(\beta t+\nu) + \\
&\quad + U_2 \cos^2(\gamma t+\sigma) + U_3 \operatorname{sen}(\beta t+\nu) \operatorname{sen}(\gamma t+\sigma) + \\
&\quad + U_4 \cos(\beta t+\nu) \cos(\gamma t+\sigma) \\
\eta &= \frac{\beta^2+\varphi^2}{2\beta\sqrt{1-\mu}} H \cos(\beta t+\nu) + \frac{\gamma^2+\varphi^2}{2\gamma\sqrt{1-\mu}} K \cos(\gamma t+\sigma) + \\
&\quad + V_1 \operatorname{sen}(\beta t+\nu) \cos(\beta t+\nu) + V_2 \operatorname{sen}(\gamma t+\sigma) \cos(\gamma t+\sigma) + \\
&\quad + V_3 \cos(\beta t+\nu) \operatorname{sen}(\gamma t+\sigma) + V_4 \operatorname{sen}(\beta t+\nu) \cos(\gamma t+\sigma)
\end{aligned}
\right.
$$

ove le nove costanti U_0, U_1, U_2, U_3, U_4, V_1, V_2, V_3, V_4 si determinano in modo che sostituendo le (9) in (8) queste siano identicamente soddisfatte.

Così facendo si trova

$$
U_1 = \frac{8\beta^2(1-\mu)(2\varphi^2-2\beta^2-\chi^2)-(4\beta^2+\chi^2)(\beta^2+\varphi^2)^2}{8\beta^2(1-\mu)[(4\beta^2+\varphi^2)(4\beta^2+\chi^2)-16\beta^2(1-\mu)]} H^2\psi^2
$$

$$
U_2 = \frac{8\gamma^2(1-\mu)(2\varphi^2-2\gamma^2-\chi^2)-(4\gamma^2+\chi^2)(\gamma^2+\varphi^2)^2}{8\gamma^2(1-\mu)[(4\gamma^2+\varphi^2)(4\gamma^2+\chi^2)-16\gamma^2(1-\mu)]} K^2\psi^2
$$

$$
V_1 = \frac{\beta\{8(1-\mu)-3(\beta^2+\varphi^2)\}}{2\sqrt{1-\mu}\,[(4\beta^2+\varphi^2)(4\beta^2+\chi^2)-16\beta^2(1-\mu)]} H^2\psi^2
$$

$$
V_2 = \frac{\gamma\{8(1-\mu)-3(\gamma^2+\varphi^2)\}}{2\sqrt{1-\mu}\,[(4\gamma^2+\varphi^2)(4\gamma^2+\chi^2)-16\gamma^2(1-\mu)]} K^2\psi^2
$$

$$
\begin{aligned}
U_0 = \frac{\psi^2}{\varphi^2}\Bigg[& H^2\left\{1+\frac{32\beta^2(1-\mu)^2+4\beta^2(1-\mu)(\varphi^2-7\beta^2-2\chi^2)-(4\beta^2+\chi^2)(\beta^2+\varphi^2)^2}{4(1-\mu)[(4\beta^2+\varphi^2)(4\beta^2+\chi^2)-16\beta^2(1-\mu)]}\right\} + \\
& + K^2\left\{1+\frac{32\gamma^2(1-\mu)^2+4\gamma^2(1-\mu)(\varphi^2-7\gamma^2-2\chi^2)-(4\gamma^2+\chi^2)(\gamma^2+\varphi^2)^2}{4(1-\mu)[(4\gamma^2+\varphi^2)(4\gamma^2+\chi^2)-16\gamma^2(1-\mu)]}\right\}\Bigg].
\end{aligned}
$$

Se poniamo

$$
W_i = -\left[\Delta_{1i}\frac{(\beta^2+\varphi^2)(\gamma^2+\varphi^2)}{4\beta\gamma(1-\mu)} + 2\Delta_{2i} + \Delta_{3i}\frac{\gamma^2+\varphi^2}{2\gamma\sqrt{1-\mu}} + \Delta_{4i}\frac{\beta^2+\varphi^2}{2\beta\sqrt{1-\mu}}\right]\psi^2 HK,
$$

ove Δ_{rs} è il quoziente del complemento algebrico dell'elemento a_{rs} del determinante

$$
\begin{vmatrix}
2\beta\gamma & \beta^2+\gamma^2+\varphi^2 & 2\gamma\sqrt{1-\mu} & 2\beta\sqrt{1-\mu} \\
\beta^2+\gamma^2+\varphi^2 & 2\beta\gamma & 2\beta\sqrt{1-\mu} & 2\gamma\sqrt{1-\mu} \\
2\gamma\sqrt{1-\mu} & 2\beta\sqrt{1-\mu} & 2\beta\gamma & \beta^2+\gamma^2+\chi^2 \\
2\beta\sqrt{1-\mu} & 2\gamma\sqrt{1-\mu} & \beta^2+\gamma^2+\chi^2 & 2\beta\gamma
\end{vmatrix}
$$

per il determinante stesso, allora è

$$U_3 = W_1 \qquad U_4 = W_2 \qquad V_3 = W_3 \qquad V_4 = W_4 .$$

Il determinante non è nullo perchè è uguale a

$$\{(\gamma+\beta)^2+\varphi^2\}(\gamma+\beta)^2+\chi^2\}\{((\beta-\gamma)^2+\varphi^2)((\beta-\gamma)^2+\chi^2)+ \\ +4(\beta-\gamma)^2(1-\mu)\}.$$

Se ξ_0, η_0 sono le coordinate ξ, η della posizione iniziale P_0 di P e ξ_0', η_0' le proiezioni su ξ, η della velocità iniziale v_0, le costanti H, K, ν, σ sono espresse da

$$H^2 = \frac{[\xi_0(\gamma^2+\varphi^2)+2\sqrt{1-\mu}\,\eta_0']^2\varphi^4+[\xi_0'(\gamma^2+\varphi^2)-2\sqrt{1-\mu}\,\gamma^2\eta_0]^2\beta^2}{(\gamma^2-\beta^2)^2\varphi^4}$$

$$K^2 = \frac{[\xi_0(\beta^2+\varphi^2)+2\sqrt{1-\mu}\,\eta_0']^2\varphi^4+[\xi_0'(\beta^2+\varphi^2)-2\sqrt{1-\mu}\,\beta^2\eta_0]^2\gamma^2}{(\gamma^2-\beta^2)^2\varphi^4}$$

$$\operatorname{tg}\nu = \frac{\varphi^2[\xi_0(\gamma^2+\varphi^2)+2\sqrt{1-\mu}\,\eta_0']}{\beta[\xi_0'(\gamma^2+\varphi^2)-2\sqrt{1-\mu}\,\eta_0]}, \quad \operatorname{tg}\sigma = \frac{\varphi^2[\xi_0(\beta^2+\varphi^2)+2\sqrt{1-\mu}\,\eta_0')}{\gamma[\xi_0'(\beta^2+\varphi^2)-2\sqrt{1-\mu}\,\beta^2\eta_0]}.$$

Mentre le costanti H, K, che compaiono nei primi due addendi dei secondi membri delle (9) sono dell'ordine di grandezza di $\sqrt{(P_0-L)^2+v_0^2}$, le nove costanti U_i, V_i sono dell'ordine di grandezza di $(P_0-L^2)+v_0^2$.

Le (9) insieme con la (4) sono le equazioni del moto di P, in un'approssimazione di second'ordine.

3. — Se $K=0$, cioè se

$$-\frac{\xi_0}{\eta_0'} = \frac{\xi_0'}{\eta_0} = \frac{2\sqrt{1-\mu}}{\beta^2+\varphi^2},$$

le (8) divengono

$$(10) \qquad \begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2}(2U_0+U_1)+H\operatorname{sen}(\beta t+\nu)+\frac{1}{2}U_1\cos(2\beta t+2\nu) \\ \eta &= \frac{\beta^2+\varphi^2}{2\beta\sqrt{1-\mu}}H\cos(\beta t+\nu)+\frac{1}{2}V_1\operatorname{sen}(2\beta t+2\nu), \end{aligned}$$

onde se il moto avviene nel piano $\xi\eta$ (cioè se $\zeta_0=\zeta_0'=0$) la traiettoria è una quartica, simmetrica rispetto all'asse ξ: il moto è periodico di periodo $\frac{2\pi}{\beta}$. Se il moto non è piano e il

rapporto $\frac{\beta}{\omega}$ è razionale, la traiettoria è una curva algebrica ed il moto è periodico; se il rapporto $\frac{\beta}{\omega}$ è irrazionale la traiettoria ha i suoi punti uniformemente densi (*) nella porzione di superficie cilindrica avente per direttrice la quartica (10) e le generatrici parallele a ζ, compresa fra i due piani $\zeta = \pm\sqrt{\zeta_0^2 + \frac{\zeta_0'^2}{\omega^2}}$.

Analogamente se $H = 0$, nel caso piano, la traiettoria è una quartica, e nel caso spaziale la traiettoria è una linea algebrica chiusa (moto periodico) se $\frac{\gamma}{\omega}$ è razionale, o ha i punti uniformemente densi in una porzione di superficie cilindrica se $\frac{\gamma}{\omega}$ è irrazionale.

Supponiamo H e K entrambi diversi da zero. Se $\frac{\beta}{\gamma}$ è razionale, nel moto piano la traiettoria è una curva algebrica ed il moto è periodico; se $\frac{\beta}{\omega}$, $\frac{\gamma}{\omega}$ sono razionali, nel caso spaziale la traiettoria è pure algebrica ed il moto periodico.

Supponiamo $\frac{\beta}{\gamma}$ irrazionale e consideriamo il caso piano. Agli istanti

$$t_p = \tau + \frac{2p\pi}{\beta}$$

quando p percorre la serie dei numeri naturali, P si trova nei punti

$$\begin{aligned}\xi_p = a_\tau &+ (K + c_\tau U_3)\,\mathrm{sen}\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right) + \\ &+ U_2 \cos^2\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right) + U_4 d_\tau \cos\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_p = b_\tau &+ \left(\frac{\gamma^2 + \varphi^2}{2\gamma\sqrt{1-\mu}}\,K + c_\tau V_4\right)\cos\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right) + \\ &+ V_2\,\mathrm{sen}\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right)\cos\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right) + \\ &+ V_3 d_\tau\,\mathrm{sen}\left(\gamma\tau + \frac{2p\gamma\pi}{\beta} + \sigma\right),\end{aligned}$$

(*) Intendiamo con ciò di dire che in qualunque intorno di qualsivoglia punto della superficie cade qualche punto della traiettoria.

avendo posto

$$a_\tau = H \operatorname{sen}(\beta t + \nu) + U_0 + U_1 \cos^2(\beta\tau + \nu),$$
$$b_\tau = \frac{\beta^2 + \varphi^2}{2\beta\sqrt{1-\mu}} H \cos(\beta\tau + \nu) + V_1 \operatorname{sen}(\beta\tau + \nu)\cos(\beta\tau + \nu),$$
$$c_\tau = \operatorname{sen}(\beta\tau + \nu), \qquad d_\tau = \cos(\beta\tau + \nu).$$

I punti (ξ_p, η_p) sono uniformemente densi sulla curva algebrica (di 8° ordine) C_τ, posta tutta al finito,

$$\xi = a_\tau + (K + U_1 c_\tau)\operatorname{sen}(\gamma t + \sigma) + U_2 \cos^2(\gamma t + \sigma) + U_4 d_\tau(\gamma t + \sigma)$$
$$\eta = b_\tau + \left(\frac{\gamma^2 + \varphi^2}{2\gamma\sqrt{1-\mu}} K + c_\tau V_4\right)\cos(\gamma t + \sigma) +$$
$$+ V_2 \operatorname{sen}(\gamma t + \sigma)\cos(\gamma t + \sigma) + V_3 d_\tau \operatorname{sen}(\gamma t + \sigma).$$

Al variare di τ le C_τ riempiono un'area $\mathfrak{A}$. La traiettoria di P ha i suoi punti uniformemente densi sull'area $\mathfrak{A}$ (*).

Nel caso spaziale, sia $\frac{\beta}{\gamma}$ irrazionale, $\frac{\beta}{\omega}$ razionale; la curva che ha per equazioni le (10) e la (4) è una curva algebrica chiusa Ω che si proietta sul piano $\xi\eta$ nella quartica (11). Se $a_\tau\, b_\tau\, e_\tau$ sono le coordinate del punto della Ω per $t = \tau$, si tracci nel piano $\zeta = e_\tau$ la curva C_τ di dianzi; al variare di τ le C_τ formano una superficie Σ: la traiettoria di P ha i suoi punti uniformente densi in Σ. Se i rapporti $\frac{\beta}{\omega}, \frac{\gamma}{\omega}, \frac{\beta}{\gamma}$ sono irrazionali la traiettoria di P ha i suoi punti uniformemente densi nella porzione di spazio limitato dalla superficie cilindrica colle generatrici parallela a ζ e avente per direttrice il contorno di $\mathfrak{A}$ e dai due piani $\zeta = \pm\sqrt{\zeta_0^2 + \frac{\zeta_0'^2}{\omega^2}}$. Se infine $\frac{\beta}{\gamma}$ è razionale ma $\frac{\beta}{\omega}, \frac{\gamma}{\omega}$ sono irrazionali, la traiettoria ha i suoi punti uniformemente densi nella porzione di superficie cilindrica che ha le generatrici parallele a ζ, per direttrice la quartica. (10) compresa fra i due piani $\zeta = \pm\sqrt{\zeta_0^2 + \frac{\zeta_0'^2}{\omega^2}}$.

(*) Per la dimostrazione si vegga la mia Nota: *Addizione alla Nota "Intorno ad alcune soluzioni del problema ristretto dei tre corpi"*, "Rendiconti del R. Istit. Lombardo di Scienze e Lettere", 1916.

4. — Supponiamo ora che in luogo della (5) abbia luogo la disuguaglianza opposta. Nel caso che nei secondi membri della (2) si trascurino i termini in ξ^2, η^2, $\xi\eta$ si è trovato (citata mia Nota, § 8) che moti che mantengono P nelle vicinanze del centro di librazione L sono, nel caso piano,

$$(11)\quad \begin{cases} \xi = H e^{-\alpha^2 t} \operatorname{sen}(\beta t + \nu) \\ \eta = \dfrac{H e^{-\alpha^2 t}}{2\sqrt{1-\mu}\,(\alpha^4+\beta^2)} \big[\beta(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)\cos(\beta t+\nu) - \\ \qquad - \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\operatorname{sen}(\beta t+\nu)\big] \end{cases}$$

essendo $-\alpha^2 + i\beta$, $-\alpha^2 - i\beta$, $\alpha^2 + i\beta$, $\alpha^2 - i\beta$ le quattro radici in λ dell'equazione (7) e H e ν due costanti che, mediante la posizione iniziale $\xi_0\,\eta_0$ di P, sono espresse da

$$H^2 = \frac{[2\sqrt{1-\mu}\,(\alpha^4+\beta^2)\eta_0 + \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\xi_0]^2 + \beta^2(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)\xi_0^2}{\beta^2(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)}$$

$$\operatorname{tg}\nu = \frac{\beta\xi_0(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)}{2\sqrt{1-\mu}\,(\alpha^4+\beta^2)\eta_0 + \alpha^2\xi_0(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)}.$$

La velocità iniziale di P si deve supporre data da

$$\xi_0' = H(\beta\cos\nu - \alpha^2\operatorname{sen}\nu)$$

$$\eta_0' = \frac{H}{2\sqrt{1-\mu}\,(\alpha^4+\beta^2)}\{\beta(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)\cos\nu - \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\operatorname{sen}\nu\}.$$

Ora nelle prime due equazioni delle (2) poniamo in luogo di ξ^2, η^2, $\xi\eta$ le espressioni date dalle (11); dopo ciò esse divengono

$$(12)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2\xi}{dt^2} - 2\sqrt{1-\mu}\,\dfrac{d\eta}{dt} - \varphi^2\xi = \\ \quad = \dfrac{-\psi^2 H^2 e^{-2\alpha^2 t}}{16(1-\mu)(\alpha^4+\beta^2)^2}\{(\alpha^4+\beta^2)^3 + 8(1-\mu)(\alpha^4+\beta^2)^2 + \varphi^4(\alpha^4+\beta^2) - \\ \quad - ((\alpha^4+\beta^2)^2(\alpha^4-\beta^2-2\varphi^2) + \varphi^4(\alpha^4-\beta^2))\cos(2\beta t+2\nu) - \\ \quad - 2\alpha^2\beta((\alpha^4+\beta^2)^2-\varphi^4)\operatorname{sen}(2\beta t+2\nu)\} \\ \dfrac{d^2\eta}{dt^2} + 2\sqrt{1-\mu}\,\dfrac{d\xi}{dt} - \chi^2\eta = \\ \quad = \dfrac{\psi^2 H^2 e^{-2\alpha^2 t}}{2}\{\beta(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)\operatorname{sen}(2\beta t+2\nu) + \\ \quad + \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\cos(2\beta t+2\nu) - \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\}. \end{cases}$$

Si soddisfa a questo sistema ponendo

$$
\begin{aligned}
\xi &= H e^{-\alpha^2 t} \operatorname{sen}(\beta t + \nu) + \\
&\quad + e^{-2\alpha^2 t}[U_0 + U_1 \cos(2\beta t + 2\nu) + U_2 \operatorname{sen}(2\beta t + 2\nu)] \\
\eta &= \frac{H e^{-\alpha^2 t}}{2\sqrt{1-\mu}\,(\alpha^4+\beta^2)} \{ \beta(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)\cos(\beta t+\nu) - \\
&\quad - \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\operatorname{sen}(\beta t-\nu)\} + \\
&\quad + e^{-2\alpha^2 t}[V_0 + V_1\cos(2\beta t+2\nu) + V_2 \operatorname{sen}(2\beta t + 2\nu)]
\end{aligned}
\tag{13}
$$

ove U_0, U_1, U_2, V_0, V_1, V_2 sono costanti che si determinano in modo che, sostituendo le (13) in (12), queste siano identicamente soddisfatte. Così facendo si trova

$$
U_0 = \frac{32\alpha^4(1-\mu)^{3/2}(\alpha^4+\beta^2)(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)-(4\alpha^4-\chi^2)\{(\alpha^4+\beta^2)^2+8(1-\mu)(\alpha^4+\beta^2)+\varphi^4\}}{16(1-4)(\alpha^4+\beta^2)\{(4\alpha^4-\varphi^2)(4\alpha^4-\chi^2)+16\alpha^4(1-\mu)\}}\psi^2 H^2
$$

$$
V_0 = -\frac{(\alpha^4+\beta^2)^2+8(1-\mu)(\alpha^4+\beta^2)+\varphi^4+2\sqrt{1-\mu}(\alpha^4+\beta^2)(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)(4\alpha^2-\varphi^2)}{4\sqrt{1-\mu}\,(\alpha^4+\beta^2)\{(4\alpha^4-\varphi^2)(4\alpha^4-\chi^2)+16\alpha^4(1-\mu)\}}\alpha^2\psi^2 H^2.
$$

Se poi con Δ_{rs} si indica il complemento algebrico dell'elemento a_{rs} della linea r e colonna s nel determinante

$$
\begin{vmatrix}
4\alpha^4-4\beta^2-\varphi^2 & -8\alpha^2\beta & 4\sqrt{1-\mu}\,\alpha^2 & -4\beta\sqrt{1-\mu} \\
8\alpha^2\beta & 4\alpha^4-4\beta^2-\varphi^2 & 4\sqrt{1-\mu}\,\beta & 4\alpha^2\sqrt{1-\mu} \\
-4\alpha^2\sqrt{1-\mu} & 4\beta\sqrt{1-\mu} & 4\alpha^4-4\beta^2-\chi^2 & -8\alpha^2\beta \\
-4\beta\sqrt{1-\mu} & -4\alpha^2\sqrt{1-\mu} & 8\alpha^2\beta & 4\alpha^4-4\beta^2-\chi^2
\end{vmatrix}
$$

diviso per il determinante stesso e si pone

$$
\begin{aligned}
W_i = \frac{\psi^2 H^2}{2}\Bigg[& \frac{(\alpha^4+\beta^2)^2(\alpha^4-\beta^2-2\varphi^2)+\varphi^4(\alpha^4-\beta^2)}{8(1-\mu)(\alpha^4+\beta^2)^2}\Delta_{1i} + \\
& + \frac{\alpha^2\beta[(\alpha^4+\beta^2)^2-\varphi^4]}{4(1-\mu)(\alpha^4+\beta^2)^2}\Delta_{2i} + \\
& + \alpha^2(\alpha^4+\beta^2-\varphi^2)\Delta_{3i} + \beta(\alpha^4+\beta^2+\varphi^2)\Delta_{4i}\Bigg],
\end{aligned}
$$

allora è

$$
U_1 = W_1, \quad U_2 = W_2, \quad V_1 = W_3, \quad V_2 = W_4.
$$

Si noti che il determinante è diverso dallo zero, essendo la somma di due quadrati

$$64\,\alpha^4\beta^2\,[\varphi^2-\chi^2+4\,(1-\mu)]^2+$$
$$\{\,16\,(\alpha^4+\beta^2)^2+\varphi^2\chi^2+4\,(\alpha^4-\beta^2)\,(\varphi^2+\chi^2-4\,(1-\mu)\,)\,\}^2,$$

il primo dei quali si riconosce immediatamente che non è nullo.

Si osservi ancora che H è dell'ordine di grandezza di mod $(P_0 - L)$ ove P_0 è la posizione iniziale di P e che le sei costanti U_i, V_i sono dell'ordine di $(P_0 - L)^2$.

Le (13) e la (4) sono le equazioni del moto di P in una approssimazione di secondo ordine.

Nel caso piano la traiettoria gira infinite volte intorno ad L e tende asintoticamente ad L; nel caso spaziale la traiettoria tende al segmento rettilineo di asse ζ compreso fra i due punti $\zeta = \pm\sqrt{\zeta_0^2 + \frac{\zeta_0'^2}{\omega^2}}$ ed il moto tende asintoticamente al moto armonico (4).

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza dell'8 Dicembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci Foà ed Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza delle Classi unite del giorno 23 giugno u. s.

Il Presidente invita l'Accademico Segretario a dare comunicazione di quanto fu esposto nell'adunanza tenuta il 24 novembre u. s. dalla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche a riguardo del carteggio avuto col Senatore Pompeo Molmenti a proposito del premio Nobel e delle Accademie chiamate dall'Accademia di Svezia a dar parere intorno al suo conferimento. E la nostra Accademia, grata al Senatore Molmenti per l'opera sua rivolta a far rilevare che l'art. 33, comma 18,

dello Statuto fondamentale del Regno, menzionando la sola Accademia di Torino, è chiara dimostrazione che le altre principali Accademie d'Italia furono via via semplicemente ad essa parificate, delibera che gli siano inviati i suoi ringraziamenti, nell'attesa di altre comunicazioni ufficiali in proposito.

Si passa alla votazione segreta per la elezione del Vicepresidente dell'Accademia. Votano i 24 Soci presenti. Il Presidente proclama eletto, salvo l'approvazione Sovrana, a Vicepresidente dell'Accademia il Socio Senatore Francesco Ruffini.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'8 Dicembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 24 novembre u. s.

Il Socio Cian, col consenso della Classe, accetta di fare, per preghiera del Socio Patetta che ne aveva avuto l'incarico, la commemorazione del compianto Socio corrispondente Novati.

Il Socio De Sanctis presenta una prima *Nota* del Prof. Vittorio Macchioro, intitolata *Dionysos Mystes*. Sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio Valmaggi presenta una sua seconda *Nota* dal titolo *Per il Regolamento della Facoltà di Lettere*, che sarà pure pubblicata negli *Atti*.

Raccoltasi la Classe in seduta privata, il Socio Brondi ringrazia la Classe per la sua nomina, deliberata ad unanimità di voti, a membro della Commissione per il premio Gautieri di filosofia, dichiarando che assai di buon grado l'accetta.

Ai termini del comma 2 dell'art. 10 dello Statuto della Reale Accademia, l'Accademico Segretario raccoglie le proposte firmate per la elezione di un Socio nazionale non residente.

LETTURE

Dionysos Mystes

Nota I del Prof. VITTORIO MACCHIORO

Che cosa significa Dionysos Mystes? Dioniso iniziato o Dioniso iniziatore?

Apparentemente ristretta, questa questione ha invece considerevole importanza nel rispetto mitologico e teologico, simile a tante questioni dibattute specialmente nei primi secoli del cristianesimo, dove la diatriba intorno al retto intendimento di una parola involveva gravi conseguenze teologali e dogmatiche. Così ora, se consideriamo Dioniso nella sua complessa natura di istitutore dei misteri, datore di bene e innovatore del mondo, comprenderemo come altra cosa sia vedere in lui un *iniziato*, cioè uno che questo bene ha ricevuto da altri prima di diffonderlo, e altra cosa vederci un *iniziatore*, cioè uno che dà ad altri questo bene, senza averlo prima ricevuto lui stesso: sono due concezioni diverse, che implicano un orientamento diverso nella ricostruzione della personalità mitica e mistica del dio. *Μύστης*, termine comunissimo per indicare l'iniziato, indica anche colui che inizia (1): ma è epiteto raro per Dioniso. In un inno orfico esso è usato dopo due altri — *λαθικηδής* e *λυσιμέριμνος*

(1) Hesych.: *μύστης ὁ εἰσηγητής* (cfr. *Anth. Pal.* IX 340: *ἦν δέ σε μύστης εἰσαγάγῃ*); Suid.: *ὁ τὰ μυστήρια ἐπιστάμενος ἢ διδάσκων*; Porph. *Vita Pyth.* 17 Nauck: *Κρήτης δ' ἐπιβὰς* (Pitagora) *τοῖς Μόργου μύσταις* (i sacerdoti) *προσῄει*; Him. *Or.* VII 2 usa pure *μύστης* metaforicamente nel senso di iniziatore. *Μύστης*, cioè iniziatore, era anche epiteto di Apollo: Artem. *On.* II 70 p. 168 Hercher: *Ἀπόλλωνα ὃν Μύστην καλοῦμεν*. Nel frammento di Porfirio *Περὶ τῆς ἐκλογίων φιλοσοφίας* dedicato a una suprema divinità creatrice, che comincia col verso *Ἀθανάτων ἄρρητε πατήρ, αἰώνιε, μύστα* (Mullach *Fr. phil. gr.* 190 v. 1), *μύστης* non significa certo iniziato.

— i quali ne determinano il significato (1). Infatti, Dioniso è invocato qui come colui che dà l'oblio degli affanni e li risolve, cioè, insomma, come consolatore (2): ora, chi è il *consolatore* deve essere l'*iniziatore*, così come chi è il *consolato* deve essere l'*iniziato*; non si può concepire un consolatore per eccellenza che riceva da altri il conforto. Se dunque *μύστης* forma qui tutt'un concetto con *λαθικηδής* e con *λυσιμέριμνος* è chiaro che deve significare *iniziatore* e non *iniziato*.

A Tegea, vicino al tempio di Demetra, sorgeva un tempio a Dionysos Mystes (3). Si può ammettere che anche qui *μύστης* significhi iniziatore, ma è anche vero che nulla si può obiettare a chi voglia intendere nell'altro senso. Iniziato dunque, sia pure: ma in quali misteri? Se il tempio di Dionysos Mystes era vicino a quello di Demetra è logico pensare che questo Dioniso sia detto Mystes per allusione alla nota iniziazione del dio nei misteri eleusini, tanto più che a favore di questa congettura sta tutta una tradizione (4), nonchè l'esempio di Eracle che fu chiamato Mystes proprio perchè era stato iniziato nei misteri eleusini (5).

Altri esempi oltre a questi due non ci sono: troppo pochi per risolvere il quesito. E allora bisogna cercarne la soluzione nell'esame della tradizione mitologica e figurativa.

Su questo fondamento letterario e artistico il Rizzo ha recentemente concluso che vi fu una tradizione letteraria e figurata, la quale affermava che Dioniso era stato iniziato nei suoi stessi misteri orfico-dionisiaci, e che questa iniziazione è rap-

---

(1) *Anth. Pal.* IX 524 = Abel *Orphica* p. 284 vv. 12-13: *λαθικηδέα, λυσιμέριμνον, μύστην.*

(2) P. es. Ps. Orph. *Hymn.* XLV, 7: *ἐλθέ... φέρων πολὺ γῆθος ἅπασι*; XLVII 6: *ἐλθέ ... γεγηθυίαις πραπίδεσσι.* Per ciò il *μύστης* dell'inno orfico non può intendersi come fa il Rizzo (*Dionysos Mystes* in *Mem. Acc. Arch. Nap.* III 1914 p. 15) nel senzo di iniziato.

(3) Paus. VIII 54 5 Hitzig: *Δήμητρος ἐν τῷ ἄλσει τῶν δρυῶν ναός ... πλησίον δὲ ἄλλο ἐστὶν ἱερὸν Διονύσου Μύστου.*

(4) Ps. Pl. *Ax.* 13 p. 371 E: *καὶ τοὺς περὶ Ἡρακλέα τε καὶ Διόνυσον κατιόντας εἰς Ἅιδου πρότερον λόγος ἐνθάδε μυηθῆναι, καὶ τὸ θάρσος τῆς ἐκεῖσε πορείας παρὰ τῆς Ἐλευσινίας ἐναύσασθαι.*

(5) Schol. Lyc. *Al.* 1328 Scheer: *Μύστῃ τῷ Ἡρακλεῖ διότι ἐμυήθη ἐν Ἐλευσῖνι.*

presentata in una delle scene della celebre pittura scoperta nel 1910 in una villa suburbana a Pompei (1).

Questo vogliamo accertare in questa Nota.

I.

Cominciamo con dire che esiste sì una tradizione che Dioniso fosse iniziato, ma non nei misteri dionisiaci, non in quelli che saranno poi i suoi misteri: egli si iniziò come Eracle nei misteri eleusini, allo scopo di poter scendere all'Ade. Miticamente dunque questa iniziazione non ha nulla che vedere con la iniziazione dionisiaca, la cui esistenza afferma il Rizzo, e non si può consentire con lui quando tende a dar carattere dionisiaco a questa iniziazione eleusina, per corroborare la sua tesi (2). A ogni modo sta il fatto che mentre la leggenda della iniziazione di Eracle ha avuto larga eco nell'arte, la iniziazione eleusina di Dioniso non ebbe mai nessuna importanza, e non conta nessun documento figurativo.

Tolta la attestazione dell'Assioco intorno alla iniziazione eleusina del dio, che nulla ha che vedere col nostro argomento, le fonti intorno alla sua iniziazione dionisiaca non solo sono *scarse*, come dice il Rizzo, ma *nulle* addirittura, perchè in realtà non esiste nessuna testimonianza letteraria che Dioniso venisse iniziato nei misteri dionisiaci.

Invece numerose testimonianze affermano l'esistenza di una tradizione secondo la quale Dioniso fu lui proprio a istituire i misteri. Nelle Baccanti di Euripide è il dio stesso che afferma

(1) De Petra in *Not. sc.* 1910 p. 139 s. tav. I-XX; Winter in *Kunst und Künstler* X 1912 p. 548 s.; Nicole in *Gazette des beaux arts* 1911 p. 213; Cooke in *Journ. rom. st.* III 1913 p. 157 s. tav. VIII-XIII; Rizzo *Dionysos Mystes* tav. I-IV. Queste pitture sono il fondamento del mio libro *Zagreus, studi e ricerche intorno all'orfismo*, che uscirà nel 1919 presso l'ed. Laterza. La mia interpretazione è del tutto diversa da quella degli egregi dotti che mi hanno preceduto. E in questa Nota dò le ragioni del mio dissenso da uno dei più valenti tra essi, cioè il prof. Rizzo.

(2) *Op. cit.* pp. 15, 59.

di averlo fatto per rivelarsi agli uomini (1), scopo che esclude che altri prima di lui avesse istituito i misteri, e che perciò egli potesse esservi iniziato; e lo stesso dicono Diodoro (2) e lo scoliaste di Omero che contamina questa versione con la iniziazione nei misteri di Rea (3) e Megastene che adombra pure la stessa versione (4); la quale poi si riflette negli epiteti *ἀρχηγέτης* o *ἔξαρχος* dei misteri (5), i quali dicon chiaramente che Dioniso era considerato come l'inventore dei misteri. E ciò dimostra anche la tarda tradizione evemeristica, secondo la quale Dioniso era un uomo che poi fu assunto a dio in premio delle sue innovazioni sacre (6).

Tutto ciò esclude certamente che Dioniso potesse venir iniziato da altri.

Ma il Rizzo pensa invece che questa iniziazione mitica avvenisse, e avvenisse per opera delle ninfe, traendo questa sua persuasione un po' dalla letteratura, un po' dall'arte figurata.

Ma se questo fosse il vero, di questa assistenza delle ninfe dovremmo trovare un'eco nella letteratura orfica, dove si allude alla educazione che Dioniso ricevette dalle sue nutrici. Invece non è così: negli inni orfici si parla di Ippa, delle ninfe, di Ino Leucotea, si allude ai misteri e all'antro in cui Dioniso fu

---

(1) Eurip. *Bacch.* 21 s.: *κἀκεῖ χορεύσας καὶ καταστήσας ἐμὰς τελετάς, ἵν' εἴην ἐμφανὴς δαίμων βροτοῖς.*

(2) Diod. III 64, 7: *καταδεῖξαι δὲ καὶ τὰ περὶ τὰς τελετὰς καὶ μεταδοῦναι τῶν μυστηρίων τοῖς εὐσεβέσι τῶν ἀνθρώπων.*

(3) Schol. *Il.* VI 131 Dindorf: *Διόνυσος ἐν Κυβέλοις τῆς Φρυγίας ὑπὸ τῆς Ῥέας τυχῶν καθαρμῶν, καὶ διαθεὶς τὰς τελετὰς καὶ λαβὼν πᾶσαν παρὰ τῆς θεᾶς τὴν διασκευὴν ἀνὰ πᾶσαν ἐφέρετο τὴν γῆν.*

(4) Megasth. 38, 22 (Müller *FHG.* II p. 404): *Μετὰ δὲ ταῦτα τῆς παραθέσεως τῶν καρπῶν ἐπιμεληθέντα μεταδιδόναι τοῖς Ἰνδοῖς καὶ τὴν εὕρησιν τοῦ οἴνου καὶ τῶν ἄλλων τῶν εἰς τὸν βίον χρησίμων παραδοῦναι.*

(5) Strab. X, 3 10: *Ἰάκχον τε καὶ τὸν Διόνυσον καλοῦσι καὶ τὸν ἀρχηγέτην τῶν μυστηρίων*; Schol. *Ar. Ran.* 343: *ὧν* (= misteri) *τῆς τελετῆς οὐ μόνον χορευτής, ἀλλὰ καὶ ἔξαρχος ἦν ὁ Διόνυσος.* Cfr. Schol. *Ap. Rh.* II 904: *οὕτω δὲ κέκληται ὁ ποταμὸς ἀπὸ τοῦ τὸν Διόνυσον αὐτόθι καταστῆσαι χορόν, ὅτε ἀπὸ Ἰνδῶν ὑπέστρεφε.*

(6) Him. *Or.* XIV 26; Julian. *Or.* VII 219 B; Aet. *Plac.* I *b* = Arnim *Stoicor. vet. fr.* II 1009 p. 300, 30; Malal. *Chron.* II p. 42 Dindorf; Cedren. *Hist.* I p. 43 Bekker.

educato (1), ma non si fa il minimo accenno a questa iniziazione mistica che sarebbe pur cosa tanto importante: e nell'unico passo, di un inno orfico al dio, in cui si allude ai misteri, egli è detto *τελετάρχης*, cioè institutore dei misteri (2), proprio come nella tradizione profana. Ferecide parla delle ninfe, della educazione da loro impartita al dio, della diffusione della vite fatta dal dio insieme alle ninfe (3), ma non dice punto che le ninfe lo iniziarono. E finalmente, mi pare assai convincente il fatto che nelle Rane Dioniso non riconosca gli iniziati e ad Eracle descrivente i prati dove troverà i beati (v. 154 s.) chiede chi sieno costoro.

La tradizione, la cui esistenza il Rizzo afferma vigorosamente (4), manca del tutto, a nostro parere.

Ci sarebbe non una tradizione vera e propria, ma almeno una testimonianza autorevole, se in un passo del nono libro delle Donisiache di Nonno fosse possibile trovare, come pensa il Rizzo, la descrizione della iniziazione del dio.

Dice Nonno (IX 111 sg. Koechly):

καὶ θεὸν ἔτρεφε Μύστις ἑῆς μετὰ μαζὸν ἀνάσσης
ὄμμασιν ἀγρύπνοισι παρεδρήσσουσα Λυαίῳ·
καὶ πινυτὴ θεράπαινα φερώνυμα μύστιδι τέχνῃ
ὄργια νυκτελίοιο διδασκομένη Διονύσου,
καὶ τελετὴν ἄγρυπνον ἐπεντύνουσα Λυαίῳ
πρώτη ῥόπτρον ἔσεισεν, ἐπεπλατάγησε δὲ Βάκχῳ
κύμβαλα δινεύουσα περίκροτα δίζυγι χαλκῷ,
πρώτη νυκτιχόρευτον ἀναψαμένη φλόγα πεύκης,

---

(1) *Hymn.* XLIX a Ippa; LI 3 s.: *Βάκχοιο τροφοί* (le Ninfe), *ἀντροχαρεῖς, σπήλυξι κεχαρμέναι*; LXXIV 2: (Ino) *θρέπτειρα εὐστεφάνου Διονύσου.*

(2) *Hymn.* LII v. 3.

(3) Pherec. ap. Schol. *Il* Σ 486 = Müller *FHG* I p. 84 fr. 46: *αὗται θρέψασαι τὸν Διόνυσον, περιήεσαν σὺν αὐτῷ, τὴν εὑρεθεῖσαν ἄμπελον ὑπὸ τοῦ θεοῦ τοῖς ἀνθρώποις χαριζόμεναι... Φερεκύδης, καθάπερ προείρηται, τὰς Ὑάδας Δωδωνίδας Νύμφας φησὶν εἶναι, καὶ Διονύσου τροφούς. Ἃς παρακαταθέσθαι τὸν Διόνυσον τῇ Ἰνοῖ διὰ τὸν τῆς Ἥρας φόβον.*

(4) Il R. parla di " testimonianze indiscutibili " (p. 59, n. 1) e di " esplicite testimonianze della tradizione letteraria " (p. 58). Il De Ridder (*Rev. et gr.* 1917 p. 322) dice che il R. ha riunito nel suo egregio studio *les textes qui se rapportent à l'enfance de Dionysos.* Quali testi?

εὔϊον ἐσμαράγησεν ἀκοιμήτῳ Διονύσῳ,
πρώτη καμπύλον ἄνθος ἀναδρέψασα κορύμβων
ἄπλοκον ἀμπελόεντι κόμην μιτρώσατο δεσμῷ·
αὐτὴ δ' ἔπλεκε θύρσον ὁμόζυγον οἴνοπι κισσῷ,
ἀκρότατον δὲ σίδηρον ἐπεσφήκωσε κορύμβῳ,
κευθόμενον πετάλοισιν, ὅπως μὴ Βάκχον ἀμύξῃ·
καὶ φιάλας γυμνοῖσι περὶ στέρνοισι καθάψαι,
χαλκείας ἐνόησε, καὶ ἰξύϊ δέρματα νεβρῶν.
καὶ τελετῆς ζαθέης ἐγκύμονα μύστιδα κίστην,
παίγνια κουρίζοντι δεδισκομένῃ Διονύσῳ.

Il Rizzo così parafrasa e interpreta questi versi, ai quali annette grande importanza, perchè conterrebbero la dimostrazione che esisteva una tradizione di Dioniso iniziato (1): " il poeta ci parla delle prime cure onde le Ninfe, i Satiri e Sileno circondavano l'infanzia e la puerizia di Dionysos. Dopo che la sorella di Semele, la provvida Ino, aveva nutrito l'infante col latte del suo seno, l'educazione diremo così 'spirituale' del divino fanciullo è affidata alla Ninfa Mystis, all'iniziatrice cioè per eccellenza. E questa con vigili occhi lo assiste, e, saggia istitutrice, per virtù della mistica arte ond'essa aveva nome, gl'insegna le sacre 'orge' notturne e il vigile mistero. E Mystis colei che, prima, agita i rumorosi strumenti del culto dionisiaco... prima, cogliendo il fiore ricurvo dei corimbi, cinge di un pampineo serto le fluenti chiome del dio, e prima intreccia l'edera al tirso... Essa gl'insegna il rito della mistica cista, piena degli strumenti della sacra iniziazione, primi trastulli al dio giovinetto „. E conclude: " Dionysos è, dunque, iniziato in quelli che saranno poi i suoi Misteri „ (2).

La prima osservazione da fare è che nel racconto di Nonno non intervengono punto nè satiri nè sileni, che il poeta nemmeno nomina e che non possono avere alcuna parte in questa educazione spirituale perchè essa non avviene, ammesso che avvenga, alla loro presenza. Ermete affida Dioniso a Ino che lo consegna a

(1) Egli ne trova sicure e larghe traccie nel poema di Nonno (*Op. cit.* p. 15.

(2) *Op. cit.* pp. 15-16.

Misti, la quale lo tiene gelosamente nascosto sotto chiavistello in una stanza buia (1): e in questa buia e remota stanza lo trattiene con quei giochi e quei trastulli nei quali il Rizzo vede adombrata la istituzione dei misteri bacchici. Questa precauzione ha lo scopo di escludere ogni estraneo dalla presenza di Dioniso perchè resti ignorata, e per sottrarre il fanciullo allo sguardo di Era; è dunque chiaro che la presenza di ninfe e satiri e sileni sarebbe stato il mezzo più sicuro per destare anche più presto l'attenzione della gelosa dea. Meno male se Nonno avesse seguìto la tradizione che troviamo in Pausania (2), secondo la quale Ino allevò Dioniso in un antro, chè in questo caso i sileni e le ninfe si giustificherebbero; ma Nonno, a farlo apposta, dice proprio che questa educazione avvenne in casa di Ino (3); ora, è mai possibile che in casa di Ino bazzicassero liberamente satiri e ninfe, e che consentissero anche a farsi chiudere in una stanza buia, con tanto di catenaccio, per il gusto di assistere alla educazione del dio?

A ogni modo queste ninfe si ridurrebbero alla sola Misti, cioè all'unica persona che rimane chiusa nella buia stanza con Dioniso. Ma Misti non è una ninfa: chi fosse lo dice Nonno (IX v. 98 s.):

Βρέφος ἀμφιπόλῳ παρεθήκατο Μύστιδι νύμφῃ
Μύστιδι καλλικόμῳ Σιδώνιδι, τὴν ἔτι κούρην
Κάδμος ἀνηέξησε πατὴρ θαλαμήπολον Ἰνοῦς.

Misti è dunque una ancella fenicia che Cadmo aveva tolto con sè da ragazza per servire Ino, detta *ἀνάσσῃ* di lei al v. 117: era dunque una donna mortale (4).

(1) IX 102: *ἀπροϊδῆ ζοφόεντι κατεκλήϊσσε βερέθρῳ*; IX 132: *τὸν δὲ πολυκλήϊστον ὑπὸ σφραγῖδα μέλαθρον· ἴδεν πανεπόψιος Ἥρη Μύστιδος ἀφράστοιο μυχῷ πεφυλάγμενον οἴκου.*

(2) Paus. III 24, 4: *ἀποφαίνουσι μὲν τὸ ἄντρον ἔνθα τὸν Διόνυσον ἔθρεψεν Ἰνώ.*

(3) IX 54: *ἐς δόμον ἤγαγεν Ἰνοῦς.*

(4) Il Pottier (*Rev. arch.* 1915 II p. 327) trova che il nome di Misti s'applica meglio di ogni altro a queste ninfe della pittura. Ma Misti non è ninfa nel mito, e ninfe non ci sono, come vedremo, nella pittura!

Non satiri, dunque, nè ninfe nè sileni assistono o partecipano alla educazione spirituale di Dioniso, ma un'unica donna, e mortale per giunta, che il Rizzo chiama ninfa per effetto della parola *νύμφη* usata da Nonno, non pensando che questa parola, congiunta all'aggettivo *ἀμφίπολος* o *θαλαμήπολος*, vuol dire semplicemente " ragazza „. Resterebbe poi a spiegare perchè questa " educazione spirituale „ venisse affidata a una umile serva straniera, e non piuttosto a Sileno, per esempio, che era il precettore di Dioniso, e che lo cura e lo vezzeggia in tante rappresentazioni.

Ma Nonno parla poi veramente di questa educazione mistica di Dioniso? È poi vero che Misti " saggia istitutrice per virtù " della mistica arte ond'essa aveva nome, gl'insegna le sacre " orge notturne e il vigile mistero „, nonchè " il rito della mi- " stica cista piena degli strumenti della sacra iniziazione, primi " trastulli al dio giovinetto „?

Queste parole del Rizzo si riferiscono ai versi seguenti:

113 s.: *καὶ πινυτὴ θεράπαινα φερώνυμα μύστιδι τεχνῃ*
ὄργια νυκτελίοιο διδασκομένη Διονύσου,
καὶ τελετὴν ἄγρυπνον ἐπεντύνουσα Λυαίῳ,
πρώτη ῥόπτρον ἔσευσεν.
127 s.: *καὶ τελετῆς ζαθέης ἐγκύμονα μύστιδα κίστην,*
παίγνια κουρίζοντι διδασκομένη Διονύσῳ.

Notiamo prima di tutto che nel secondo passo il Köchly, la cui edizione il Rizzo segue e cita, legge *δεδισκομένη* e non *διδασκομένη*, nè so perchè il Rizzo abbia sostituito l'una parola all'altra. *Διδασκομένη* leggono altri editori (De Marcellus, Parigi, Didot, 1856; Ludwich, Lipsia, Teubner, 1909), ma non il Köchly, il cui emendamento, accettato anche dal Jahn (1), è assai ragionevole. Leggendo *διδασκομένη* non si giustifica in nessun modo il dativo *κουρίζοντι Διονύσῳ* e si ha una scialba ripetizione del verso 114: invece l'espressione *δεδισκομένη* = *benevolo animo porrigens* colorisce bene la cura con cui Misti porge i balocchi al piccolo Dioniso.

---

(1) *Hermes* III 1869 p. 320.

Dalla parafrasi su citata appare che il Rizzo intende *διδασκομένη* attivamente, equivalente a *insegnando*, come forma media. Ci sono sì esempi in cui *διδάσκομαι*, al medio, significa *aliquem ut discipulum sibi instruere*: ma il fatto è che Nonno, parlando di Dioniso che insegna i misteri, usa sempre la forma attiva; per es. XII 397: *Μαιονίην δ' ἐδίδαξεν ἑὴν ἄγρυπνον ἑορτήν*; XL 295: *λαὸν ἀβακχεύτων Ἀράβων ἐδίδαξεν ἀείρειν μυστιπόλους νάρθηκας*; XX 372: *πατήρ μ' ἐδίδαξε μετὰ κλόνον ἔργα θαλάσσης*; sì che qui dovremmo aspettarci un *διδάσκουσα* invece di quel *διδασκομένη*, se il Rizzo ha ragione.

Un'altra difficoltà anche più grave. Ammettiamo pure che *διδασκομένη* possa intendersi attivamente: o dov'è allora l'oggetto su cui cade questa azione? Nella parafrasi del Rizzo alle parole *ὄργια νυκτελίοιο διδασκομένη Διονύσου* rispondono le parole " *gli* insegna le sacre orge notturne ", e alle parole *παίγνια κουρίζοντι διδασκομένη* (invece di *δεδισκομένη*) *Διονύσῳ* rispondono le parole " esso *gli* insegna il rito... primi trastulli al dio giovinetto " (1). Con che viene a dirsi che l'oggetto dell'azione espressa da *διδασκομένη* è nel primo caso espressa nel *genitivo* (*Διονύσου*), e nel secondo — per chi legge *διδασκομένη* — nel *dativo* (*Διονύσῳ*): e questo è impossibile, perchè tutti sanno che *διδάσκω* si costruisce *con doppio accusativo*. Dunque l'oggetto di quel verbo non c'è: e non si può neanche rimediare supponendo che Nonno scrivesse sì nel primo come nel secondo caso *Διόνυσον*, perchè la metrica non ce lo permette. Ne risulta perciò un periodo monco e irregolare, dove Dioniso, nominato prima ripetutamente, viene sottaciuto proprio qui dove si enuncia l'azione principale di cui egli oggetto, e cioè proprio la sua educazione spirituale. Tutto ciò è naturalmente inammissibile: e fa concludere molto facilmente che *διδασκομένη* non è medio, ma *passivo* e vale *doctus* come in *Il. Π* 811 (*διδασκόμενος πολέμοιο*), e che Nonno non ha punto voluto dire che Misti insegnò alcunchè a Dioniso, ma che era essa stessa esperta nelle orge bacchiche.

Che tutto ciò sia esatto si ricava anche dal confronto con XXVII 214 dove Nonno mette in bocca a Dioniso un verso quasi identico a quello fin qui discusso per ordinare che i prigionieri

(1) Identico errore commette il De Ridder (*Rev. et gr.* 1917 p. 322: elle fit connaître *au jeune Dionysos* la seconde ciste mystique etc.).

indiani vengano iniziati: *ὄργια νυκτιχόρευτα διδασκέσθω Διονύσου*. Se *διδασκέσθω* vuol dire *docetor*, *διδασκομένη*, a parità di condizioni, vorrà dire *docta*.

Questo passo di Nonno non è dunque favorevole alla tesi del Rizzo.

Il quale però può trovarvi un appiglio, anche se ivi proprio non è detto ciò che egli ci legge, perchè realmente Misti appare come l'inventrice di arnesi e riti bacchici: non li avrà insegnati a Dioniso, ma nemmeno può dirsi che Dioniso li inventasse: non sarà Dioniso un iniziato, ma non potè esser nemmeno l'*ἀρχηγέτης* dei misteri, da poi che almeno certi riti e certi arnesi sacri dei misteri erano stati inventati quando ancora egli era un fanciullo.

A risolvere questo dubbio bisogna naturalmente accertare quale parte Nonno assegni a Misti.

Secondo il Rizzo questa " Ninfa ", o meglio questa serva Sidonia, sarebbe la iniziatrice per eccellenza, la personificazione del mistero. Ma una obbiezione assai semplice sta in questo, che se Nonno avesse voluto farne la personificazione della iniziazione, non avrebbe attribuito anche ad altri personaggi quell'azione di cui Misti sarebbe la rappresentante, cioè l'iniziazione. Ora sta il fatto che Ino, dopo aver cercato inutilmente Dioniso sottrattole da Ermete per difenderlo da Era, istituisce i misteri dionisiaci sul Parnaso per ispirazione di Apollo (IX 286 s.) e che Dioniso stesso istituisce i misteri nella grotta di Rea dopo aver celebrato la vendemmia (XII 395 s.). E si noti che mentre a Misti il poeta attribuisce solo la trovata di qualche arnese bacchico per trastullare il bambino, a Ino e a Dioniso egli attribuisce una vera e propria istituzione dei misteri. Nel pensiero di Nonno, dunque, non solo non vi era un personaggio che rappresentasse la iniziazione, ma non vi fu nemmeno una sola e unica " invenzione " dei misteri, una monogenesi, se è lecito il termine, dei misteri. E in questa pluralità di origine si vede il riflesso della tradizione orfica che, incertissima in questo come in tanti altri particolari mitici, considerava una mezza dozzina di divinità come primi istitutori di misteri, e cioè le Nereidi con Calliope e Apollo (1).

(1) Ps. Orph. *Hymn.* XXIV 10 s.: *ὑμεῖς γὰρ πρῶται τελετὴν ἀνεδείξατε σεμνὴν εὑιέρου Βάκχοιο καὶ ἁγνῆς Φερσεφονείης Καλλιόπῃ σὺν μητρὶ καὶ Ἀπόλλωνι ἄνακτι.*

i Cureti (1), le Muse (2) e Temi (3). E quanto a Ino è chiaro che con essa il poeta volle poetizzare la nota fusione delfica delle religioni dionisiaca ed apollinea.

Data questa complessità e varietà di tradizioni, bisogna vedere quale posizione e quale azione abbia Dioniso nel poema nonniano, per indi concludere se, nel pensiero del poeta, questo dio fu o no l'institutore dei misteri, e se si può o no pensare che egli ricevesse da altri la iniziazione.

Da quando Dioniso istituisce i misteri nella grotta di Rea (4) fino al suo ingresso ad Atene e all'introduzione in quella città della religione dionisiaca, che chiude il poema, tutto quanto narra e inventa Nonno non ha altro scopo fuori della glorificazione di Dioniso quale istitutore dei misteri. Allegoricamente questa qualità suprema del dio è espressa facendolo padre di Telete (XVI 399 s.), la personificazione del mistero (*τελετή*), come dice il nome. E si badi: l'amore di Dioniso con Nicea, da cui nasce Telete, non è invenzion del poeta: lo troviamo, assai prima di Nonno, in Memnone (5), che il poeta segue in tutti i particolari. Ma in Memnone manca proprio Telete, che pare aggiunta da Nonno, per esprimere con questa personificazione il fatto che da Dioniso presero inizio le *τελεταί*.

Questo par verosimile, chi pensi l'amore che ha Nonno per le allegorie e le personificazioni, delle quali egli si serve graziosamente per esprimere l'introduzione o l'instituzione di arnesi o usi bacchici. Così nel libro XVIII Dioniso vien accolto onorevolmente da Stafilo (*στάφυλος* = graspo) con la moglie Mete (*μέθη* = ebrietà), il figlio Botri (*βότρυς* = grappolo) e il il ministro Pito (*πίθος* = botte). Graziosissima, come allegoria, la danza di Mete accompagnata da Stafilo e Botri, mentre Pito, pieno sino al gozzo, salta qua e là (XVIII 145 s.); e Pito viene ricompensato col permesso di mettersi sotto un torchio da vino per riempirsi del liquore che cola (XX 127 s.). Dato questo

---

(1) Ps. Orph. *Hymn.* XXXVIII, 6: *ὑμεῖς καὶ τελετὴν πρῶτοι μερόπεσσιν ἔθεσθε.*

(2) Ps. Orph. *Hymn.* LXXVI 7: *αἳ τελετὰς θνητοῖς ἀνεδείξατε.*

(3) Ps. Orph. *Hymn.* LXXIX 8 s.: *πρώτη γὰρ τελετὰς ἁγίας θνητοῖς ἀνέφηνας Βακχιακάς.* Nell'inno LIV 4 Sileno è detto *τελετάρχης.*

(4) XII 395 s.

(5) XLI 45; Müller, *FHG.* III p, 547.

amore e questo uso appropriato delle personificazioni, è chiaro che Telete deve essa pure aver un significato: e questo significato non può essere se non che Dioniso era il *padre delle τελεταί*. Assai meglio che non Misti potrebbe dunque Telete chiamarsi " la iniziatrice per eccellenza ".

Ma poichè stiam parlando di personificazioni, che cosa personifica dunque Misti? Anche questa volta il nome, chiarissimo, dà la spiegazione: Misti personifica la *scienza mistica*, quella *μύστις τέχνη* di cui essa è *φερώνυμα*, come dice Nonno: e si capisce che come tale essa inventi gli attributi sacri a Dioniso e presieda alla educazione del futuro innovatore.

È anche importante per il nostro discorso lo strettissimo nesso che lungo tutto il poema lega Dioniso a Rea. Quando il dio è tuttavia bambino Ermete lo toglie a Misti e lo porta a Rea che lo alleva nella sua grotta (IX 136 s.). Dioniso è detto ripetutamente figlio di Rea (1), che lungo tutto il poema interviene continuamente in favore di lui: ella dà la favella ad Ambrosia divenuta vite per aiutarlo (XXI 33 s.), si muove apposta sul suo carro per radunare l'esercito di Dioniso (XIV, 1 s.), ispira al dio l'idea di attaccar gli Indiani per mare (XXI, 306 s.), manda un sogno ad Ares per distoglierlo dall'aiutare gli Indiani (XXIX 325 s.), e incoraggia il dio all'impresa per mezzo di Atti (XXV 310 s.). I seguaci stessi di Rea sono i più attivi fautori di Dioniso: i Coribanti partecipano alla spedizione di lui (XIV 247 s.; XXVII 120; XXIX 215 s.; XXX 140 s.), i Telchini lo aiutano a passar l'Idaspe (XXIV 113 s.) e combattono con lui (XXVI 105 s.): così i Cabiri (XXIX 110 s.). Che anzi, a giudicar da certe espressioni, parrebbe che per Nonno le due religioni fino a un certo punto si identificavano: egli chiama carro di Cibele il carro di Dioniso (XVII 19), chiama cembali di Rea i timpani delle baccanti (XX, 327), e dopo la vittoria egli fa danzare ai guerrieri di Bacco i balli dei Coribanti (XI 245 s.).

Data questa fusione strettissima delle due divinità, come è mai possibile che i veri e propri misteri dionisiaci non sieno quelli che Dioniso istituisce nella grotta di Rea, ma sieno stati istituiti assai prima da altri, e precisamente da una ancella che nel poema non ha alcuna importanza? Non è chiaro che

(1) XXV 326 e 380; XLVII 473: XV 125; XXV 336.

questa istituzione dei misteri dionisiaci nella grotta di Rea è, epicamente, la conclusione di tutta la lunga assistenza prestata dalla dea al travagliato dio, e, religiosamente, una allegoria dei rapporti tra la religione dionisiaca e quella cibelica, come Nonno li vedeva? E non è chiaro che, epicamente, tutta la assistenza prestata dalla dea lungo tutto il poema perderebbe il suo contenuto e il suo carattere ove non avesse il suo coronamento in questa istituzione dei misteri, e che, religiosamente, il rapporto che Nonno vedeva tra le due religioni, risulterebbe falsato ove i misteri dionisiaci apparissero già esistenti quando le due religioni erano venute a contatto, e non apparissero conseguenza di questo contatto?

Ognun vede quante e quanto serie sono le ragioni per ammettere che nel pensiero di Nonno i veri misteri fossero quelli istituiti da Dioniso.

Il quale, infatti, è considerato nel poema come un grande novatore: il Tempo invita Zeus ad affidare a Dioniso il timone della vita rinnovata, e Zeus annunzia a Semele che Dioniso farà dimenticare i dolori della umanità (VII 35 s., 368 s.). E proprio per far trionfare questa nuova religione Dioniso imprende la sua crociata contro gli Indiani, che non ha altro scopo fuori che quello di convertire l'umanità alla sua religione: al re Deriade fatto prigione egli null'altro ordina fuori che accettare i suoi riti (XXI 235 s.; XXXVI 353 s.): agli Indiani prigionieri insegna i riti bacchici (XXVII 204 s.; XL 234 s.): agli Arabi insegna i misteri (XL, 295 s.). E il suo lungo viaggio termina con la istituzione dei misteri ad Atene (XLVII 1 s.). Ora, è mai possibile che Dioniso venisse considerato come un novatore e benefattore se questa innovazione era stata operata quando egli era ancora fanciullo? ed è possibile ch'egli imprendesse una faticosa e sanguinosa spedizione per diffondere una religione che già esisteva prima di lui?

È dunque indiscutibile che una tradizione intorno alla iniziazione di Dioniso *non è mai esistita* e che in tutte le testimonianze antiche, e in prima linea Nonno, Dioniso passa come l'istitutore dei misteri, colui che portò all'umanità il supremo bene della sua religione.

Per il Regolamento della Facoltà di Lettere

Nota II del Socio naz. resid. LUIGI VALMAGGI

Non v'ha dubbio. Con provvedimenti di tal natura non solo si turba l'assetto della Facoltà quale risulta dal regolamento, ma sono effettivamente attenuati o senz'altro eliminati gli stessi caratteri specifici delle sezioni. Basterebbe l'obbligatorietà delle due Storie, antica e moderna, dacché non si può immaginare maggiore incoerenza che la Filologia moderna con la Storia antica e la Filologia classica con la Storia moderna. Perciò la Facoltà di Torino aveva altresí ed esplicitamente proposto la soppressione delle sezioni, se anche non l'aveva proposta per questa sola ragione e per le altre ragioni precedentemente accennate. Perché le stesse sezioni singole cosí come sono ora costituite offrono il fianco, nonostante ogni contraria apparenza, alle critiche piú acerbe e piú meritate. Sbrighiamoci subito della Storia e Geografia, che non è, salvo qualche peggioramento (1), se non ripetizione pedissequa del regolamento Nasi, ossia non è, al pari del modello, se non nome vano senza soggetto, non è se non aggregazione arbitraria di parti, e non sono il primo ad osservarlo, senza alcun positivo contenuto scientifico, senza vincolo alcuno se non puramente accidentale. Fa egli mestieri, per stare alle sole discipline principali e piú rappresentative del gruppo, fa egli mestieri ricordare che la Storia antica e la Storia moderna sono materie le quali hanno oggetto e metodo del

(1) Nel regolamento Nasi il corso di Storia antica era triennale, il vigente regolamento lo ha ridotto a due soli anni. Uno per la storia greca e l'altro per la storia romana, a quel che pare, e lesti.

tutto dissimile? Fa egli mestieri ricordare che le fonti della Storia moderna sono essenzialmente documentarie, e della Storia antica filologiche e archeologiche? che ai cultori di Storia moderna si richiede specialmente diuturna pratica di archivî, e quelli di Storia antica abbisognano soprattutto di assidua familiarità con testi e monumenti, che loro occorrono Epigrafia, Papirologia, Archeologia, Antichità, e anche, e non meno, Grammatica greca e latina? che pertanto a volere " specializzare ", se non ci fosser di mezzo i guai che sappiamo, la sola sede acconcia per la Storia antica sarebbe la Filologia classica, come per la Storia moderna sarebbe la Filologia parimenti moderna?

Filologia moderna? Ma le altre sono inezie al paragone dei maltrattamenti subiti da questa infelice cenerentola, alla quale torniamo, dopo non breve ragionare, per qualche opportuna considerazione e per qualche proposta concreta. Il quadro per gli studi di Filologia moderna nel vigente regolamento comprende le seguenti quattro materie specifiche: primo, Letterature neolatine o Lingue e Letterature neolatine " secondo gli ordinamenti speciali delle varie Università ", e va bene; secondo, Storia delle lingue classiche e neolatine o Storia delle sole lingue classiche, ancora secondo gli ordinamenti speciali, e va meno bene, perché non si vede propriamente che cosa abbiano da spartire le sole lingue classiche con la Filologia moderna. Ma seguitiamo: terzo, Storia moderna, e qui non ci sarà da ridire: quarto... Sennonché un lettore che non sia ancora iniziato ai segreti dei regolamenti forse a questo punto si domanderà, non senza qualche stupore, quale posto sia fatto alle Letterature moderne, se delle quattro materie " specifiche " ammesse dal regolamento non ne avanza piú che una. Precisamente: le moderne letterature straniere si trovano messe in fascio tutte insieme, e neanche sole, nell'unico ultimo luogo disponibile, dove il regolamento prescrive Storia dell'arte medievale e moderna ovvero *sic et simpliciter* Letterature moderne, o quando tali insegnamenti non esistano, un altro corso indicato dalla Facoltà. Lasciamo andare le Università dove gli insegnamenti non esistono; ma anche dove sono professati è chiaro che uno studente può conseguire la laurea con le materie specifiche del cosí detto quadro di Filologia moderna senza avere mai ascoltato una lezione né dato un esame di una qualunque Letteratura

moderna. È vero che in compenso avrà seguíto un corso e superato un esame triennale di Letteratura latina e persino seguíto un corso e superato un esame biennale di Letteratura greca! Ecco le liete sorti delle materie di cui generosamente viene fatta offerta alle Facoltà che ancora ne mancano, ecco il promettente avvenire che le attende fino a tanto che con nome e in veste di Filologia moderna si smercierà ancora e sempre Filologia classica, ma Filologia classica a scartamento ridotto, per comune ludibrio di classicisti e modernisti; fino a tanto che non si oserà por mano a un ordinamento dove la Filologia moderna sia messa in condizioni pari a quella delle consorelle piú anziane, dove le sia possibile esplicare liberamente l'opera sua con decoro proprio e con profitto altrui. Né occorrerà per questo buttare a mare tutto intero il vigente regolamento; ma basterà liberarlo delle parti men sane, sopprimendo o sostituendo pochissimi articoli, quegli articoli per l'appunto che direttamente o indirettamente riguardano la materia delle sezioni. La materia tutta, dacché si domanda non solo la trasformazione della sezione di Filologia moderna, ma altresí, e non meno risolutamente, l'eliminazione di quell'intrusa, che è la cosí detta sezione di Storia e geografia.

***

Premetto che qui si tocca per necessità anche del corso di Filosofia, ma se ne tocca seguendo presso che alla lettera le disposizioni del regolamento vigente. Lasciamo ai competenti di proporre le varianti che giudicassero opportuno introdurre sia negli insegnamenti obbligatori, sia ancora nelle materie libere, se debbano essere tre o meno, e a scelta dello studente o della Facoltà, ovvero a scelta parte dell'uno e parte dell'altra. Su questo punto sarà però bene avvertire, per non parere in contradizione, che per gli studi filosofici la libera scelta, non che piú consentanea in teoria, è anche nella pratica meno pericolosa. Gli studenti di Filosofia sono sempre in numero ristretto, e i piú già laureati in Lettere, ai quali per solito non si fa obbligo di altri esami oltre quelli delle materie filosofiche. I pochi poi che si avviano subito e per deliberata elezione alla Filosofia, assai meno remunerativa degli studi letterari, danno con ciò

stesso non dubbio indizio di serietà e sincerità di propositi, e perciò ancora di mente matura alla libertà.

Ma ecco qua senza piú gli articoli, con cui si dovrebbero sostituire quelli ora vigenti nel regolamento di Facoltà: sono, da uno in fuori, gli articoli compresi tra il 6° ed il 14°.

Art. 6. — *Il corso della Facoltà di Filosofia e Lettere dura quattro anni. Per esservi ammesso, lo studente deve aver conseguito la licenza liceale, e la licenza dal Liceo classico se aspira alla laurea in Lettere con gli esami speciali del gruppo* A (art. 10) (1).

Art. 7. — *Resta immutato.*

Art. 8. — *Nella Facoltà si danno due specie di esami: 1° esami speciali; 2° esami di laurea. Per essere ammesso all'esame di laurea lo studente deve avere superato gli esami speciali indicati negli articoli seguenti.*

Art. 9. — *Per essere ammesso all'esame di laurea in Filosofia lo studente deve avere superato i seguenti dodici esami speciali:*

1° *Filosofia teoretica* (*triennale*)

2° *Filosofia morale* (*biennale*)

3° *Storia della filosofia* (*triennale*)

4° *Pedagogia* (*biennale*)

5° *Psicologia sperimentale, ovvero, dove l'insegnamento non esiste, altra materia designata dalla Facoltà* (*annuale*)

6° *Letteratura italiana* (*biennale*)

7° *Letteratura latina* (*biennale*)

8° *Letteratura greca, ovvero Letteratura tedesca* (*biennale*)

9° *Storia antica, ovvero Storia moderna* (*annuale*) (2)

10°, 11°, 12° *Tre materie a libera scelta* (*annuali*).

---

(1) Variante. — Il corso della Facoltà di Filosofia e Lettere dura quattro anni. Per esservi ammesso, lo studente deve avere conseguito la licenza liceale, e la licenza dal liceo classico se aspira alla laurea in Lettere con gli esami speciali del gruppo *A* o la licenza dal liceo moderno se aspira alla laurea in Lettere con gli esami speciali del gruppo *B* (art. 10).

(2) Nel vigente regolamento lo studente può scegliere tra Storia antica o moderna e altre materie (Letteratura greca o una Letteratura moderna dove l'insegnamento esiste). Credo che i competenti consentiranno nell'opportunità che il corso di Storia sia obbligatorio, con la sola facoltà di scegliere, per ragioni evidenti, tra Storia antica e Storia moderna. E

Art. 10. — *Per essere ammesso all'esame di laurea in Lettere lo studente deve aver superato i dodici esami speciali del gruppo* A, *ovvero, nelle Università dove esistono i relativi insegnamenti, i dodici esami speciali del gruppo* B.

Gruppo *A*

1° *Letteratura italiana* (*triennale*)
2° *Letteratura latina* (*triennale*)
3° *Letteratura greca* (*triennale*)
4° *Grammatica greca e latina* (*annuale*)
5° *Archeologia* (*annuale*)
6° *Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine* (*annuale*)
7° *Storia comparata delle letterature neo-latine* (*annuale*)
8° *Storia antica* (*biennale*)
9° *Storia moderna* (*biennale*)
10° *Geografia* (*annuale*)
11° *Storia della filosofia* (*annuale*)
12° *Una materia complementare ufficiale, o in mancanza* (1) *una materia ufficiale di altra Facoltà, a libera scelta* (*annuale*).

Gruppo *B*

1° *Letteratura italiana* (*triennale*)
2° *Letteratura francese* (*triennale*)
3° *Letteratura inglese* (*triennale*)
4° *Letteratura tedesca* (*triennale*) (2)

suppongo che approveranno altresí la sostituzione della Letteratura tedesca a una Letteratura " moderna „ in genere. Anche di questo le ragioni sono ovvie. Ad ogni modo se non va si farà presto a correggere.

(1) Nell'Annuario del 1915, che è l'ultimo pubblicato dal Ministero di Pubblica Istruzione, si trovano mancanti di insegnamenti complementari ufficiali le sole Facoltà di Catania e Messina.

(2) Variante. — 3° Letteratura inglese o tedesca a scelta dello studente, 4° Letteratura latina, 5° Storia comparata delle lingue ecc., 6° Storia comparata delle letterature ecc., 7° Storia dell'arte ecc., 8° Storia moderna, 9° Geografia, 10° Storia della filosofia, 11° Una materia designata dalla Facoltà, e per il numero di anni pure stabilito dalla Facoltà, 12° Una materia ecc. a libera scelta.

5° *Letteratura latina* (*annuale*)

6° *Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine, ovvero, dove si ha la sola Storia comparata delle lingue classiche, una materia designata dalla Facoltà* (*annuale*)

7° *Storia comparata delle letterature neo-latine* (*biennale*)

8° *Storia dell'arte medievale e moderna, ovvero, dove l'insegnamento non esiste, altra materia designata dalla Facoltà* (*annuale*)

9° *Storia moderna* (*biennale*)

10° *Geografia* (*annuale*)

11° *Storia della filosofia* (*annuale*)

12° *Una materia complementare ufficiale, o in mancanza una materia ufficiale di altra Facoltà, a libera scelta* (*annuale*).

Art. 11. *Ai concorsi per cattedre di Filosofia e Pedagogia nelle scuole medie e normali non possono essere ammessi, salvo il disposto di leggi speciali, se non gli aspiranti forniti di laurea in Filosofia.*

Ai concorsi per cattedre di lingue straniere nelle scuole medie e normali non possono essere ammessi se non gli aspiranti forniti di laurea in Lettere con gli esami speciali del gruppo B, *ovvero, fino a nuova disposizione, forniti di diploma di abilitazione.*

Ai concorsi per cattedre di altre materie letterarie nelle scuole medie e normali non possono essere ammessi se non gli aspiranti forniti di laurea in Lettere con gli esami speciali del gruppo A.

Art. 5, 12, 13, 14. — *Soppressi.*

Sarà bene prevenire subito un'obiezione: che quella dell'art. 11 non sia materia di competenza del regolamento della Facoltà di Lettere. Non credo l'obiezione fondata. Per legge l'istruzione superiore ha il fine (si è già ricordato piú volte, ma non guasterà riportare testualmente) " di indirizzare la gio- " ventú, già fornita delle cognizioni generali che si acquistano " nell'insegnamento secondario, per gli uffici e le professioni " per le quali si richiedono accurati studi speciali „ (art. 11 del Testo unico, che riproduce l'art. 47 della legge Casati e l'art. 1 della legge Matteucci). E poiché ogni regolamento è applicazione ed esplicazione delle disposizioni fondamentali di legge, non può escludersi che al regolamento della Facoltà di Lettere spetti di fissare le norme per l'ammissione all'insegnamento nelle

scuole medie, che secondo la legge è appunto l'ufficio al quale la Facoltà indirizza gli alunni. Tant'è vero che già in altro precedente regolamento, ossia nel regolamento 8 ottobre 1876, si conteneva uno speciale articolo, il tredicesimo, destinato a disciplinare questa materia. E non soltanto in un regolamento: ad esempio nell'articolo 6 della legge 16 febbraio 1861 sull'istruzione superiore nelle provincie napolitane (Imbriani), secondo capoverso, leggevasi: " La laurea conseguita in Filosofia ed in " Belle Lettere, e quella ottenuta nelle Scienze matematiche e na- " turali, conferirà il diritto per aspirare ad essere nominato pro- " fessore nei diversi stabilimenti d'istruzione secondaria o tecnica " dello Stato ". Ma quando pure si esitasse a introdurle nel regolamento di Facoltà, le disposizioni del nostro art. 11 potrebbero sempre trovar sede nel regolamento per i concorsi a cattedre di scuole medie. L'essenziale sarà che sieno assicurate per mezzo di esse, in quel qualunque modo che parrà migliore, le condizioni indispensabili perché non vadano in gran parte perduti i vantaggi del nuovo ordinamento.

Vantaggi che non è d'uopo illustrare con molte parole, a cominciare dall'eliminazione dei danni inerenti alla soverchia libertà di scelta. Non piú sezioni per " uso interno "; non piú strade diverse per un'unica mèta. I due gruppi di materie hanno organismo cosí differente, è cosí diverso il contenuto dell'uno e dell'altro, e sono cosí distinte le carriere cui mettono capo, che la scelta dovrà per forza esercitarsi in modo non dissimile, e con inconvenienti non maggiori che tra i corsi di Lettere e di Filosofia, o anche, ardirei dire, tra questa e quella Facoltà. D'altra parte, rese obbligatorie tutte le materie necessarie alla coltura degli alunni, non guasterà, e l'abbiamo già detto, se questi saranno chiamati ad aggiungerne una di loro elezione, sia pure sbrigandosi per la via piú facile. La scelta poi è limitata alle sole materie complementari per ragioni ovvie, e soprattutto per il rispetto dovuto a insegnamenti che, se non la legge fondamentale, i successivi regolamenti hanno bistrattato persino nella denominazione (1). Senza dire che a una parte, e forse, chi faccia

(1) Contro la denominazione di " insegnamenti complementari " insorse già la Facoltà di Messina (*Proposte* citate, p. 5), raccomandando che si parli soltanto di insegnamenti " obbligatorî " e " facoltativi ". Non occorre spender parole a dimostrare l'opportunità della raccomandazione.

il conto generale delle cattedre, alla parte maggiore (Letterature moderne e Storia dell'arte), è pure provveduto efficacemente col corso di studi del gruppo *B*, cioè con la vera e propria sezione, tante volte indarno invocata, di Filologia moderna.

La quale sorge da questo ordinamento saldamente costituita in ogni sua parte. Non credo che possa affacciarsi il minimo scrupolo o dubbio di natura giuridica se vengono rese obbligatorie alcune tra le materie complementari: in ciò l'ordinamento proposto non fa che conformarsi all'esempio dello stesso regolamento 9 agosto 1910 presentemente in vigore, e contro la legalità di questa disposizione nulla mai, che io sappia, è stato eccepito. Infatti, come piú volte abbiamo ricordato nelle pagine precedenti, è per l'appunto la legge (art. 17 del Testo unico, in cui sono fusi l'articolo 55 della legge Casati e l'articolo 4 della legge Matteucci), è la legge che commette al regolamento di disciplinare l'intera materia dei corsi e degli esami: delegazione di potere che non trova limite neppure in quel punto (art. 15 del Testo unico, secondo capoverso), dove, distinte le materie d'insegnamento nelle due categorie di materie fondamentali e complementari, si dichiarano fondamentali le materie delle quali " l'esame e la frequenza sono obbligatorie per il conse- " guimento di lauree o diplomi ", dacché questo non importa che le materie fondamentali sieno le sole a fornire lauree e diplomi, ma sí che le sole materie fondamentali sono sempre obbligatorie, mentre le altre, le materie complementari, possono essere obbligatorie o facoltative secondo i casi. Né farà difficoltà se nella sezione non sono comprese tutte le materie fondamentali. Lo stesso modo tiene il regolamento ora vigente, lo stesso modo ha tenuto il regolamento Boselli, e a nessuno passò per il capo d'impugnarne la validità, non trovandosi fondamento per impugnarla in verun articolo di legge.

Ma oltre che con mezzi che non si saprebbero pensare piú semplici, la nuova sezione sorge ancora senza aggravio del bilancio (che non è vantaggio trascurabile, specialmente nei tempi che corrono), e in assetto (basta dare un'occhiata all'elenco delle materie) da non scapitare al confronto con l'altra sezione, con la sezione tradizionale, vorremmo dire con la sorella maggiore, se la metafora non paresse peccare in qualche modo d'irreverenza. Sorge nelle Facoltà che già dispongono degli insegna-

menti di Letterature straniere, che sono le piú o almeno le piú importanti, e di quello di Storia dell'arte, che si potrà col tempo e forse anche in breve tempo istituire dove ancora manca, prescrivendo frattanto e in via del tutto provvisoria, se l'insegnamento non esiste, altra materia designata dalla Facoltà, come è notato esplicitamente nella nostra proposta. Che se l'istituzione di nuove cattedre di Storia dell'arte, e la sostituzione di ordinarî o straordinarî a semplici incaricati importeranno in seguito una maggiore spesa di qualche decina di migliaia di lire, questo sarà sempre poco in confronto dei benefizî che ne procederanno, sia ai fini scientifici sia ai fini professionali. Infatti non v'ha chi non intenda quale diversità passi per la stessa scienza tra l'avere sede stabile, con acconci strumenti, con quanto corredo è necessario, e l'andar mendicando un po' di tetto. in non adatta compagnia, ospite derelitta se non appena tollerata o addirittura spregiata, quale per lo piú è stata ed è tuttavia la sorte della Filologia moderna. Si adonterà qualcuno per la presenza del Latino? Non so, ma non vedo nemmeno come in una Università italiana si possa pervenire alla laurea in Lettere senza avere seguíto, sia pure per breve tempo, un insegnamento di quella Letteratura che è tra le glorie maggiori e piú invidiate del nostro passato. E anche quanto ai fini puramente professionali la proposta riforma non sarà per riuscire meno proficua. Basti por mente agli effetti che deriveranno dalla sostituzione di un corso di studi universitari alla baraonda degli esami di abilitazione. Effetti salutari non solo per la preparazione dei futuri insegnanti, ma ancora per la loro levatura morale, per la loro stessa dignità e autorità di docenti. Perché a insegnare le altre materie in un ginnasio si richiede la laurea e a insegnare il francese deve bastare la semplice abilitazione? Non si sentirà egli l'abilitato, per questa sua piú umile origine, non si sentirà egli e non sarà tenuto dai suoi colleghi medesimi in condizione di piú o meno aperta inferiorità? E con la minore considerazione dell'insegnante non procede ella di pari passo la minore considerazione della materia insegnata? Non sara questa per avventura la causa principalissima. o una tra le cause principalissime degli scarsi frutti che l'insegnamento delle lingue straniere suole produrre nelle scuole medie? Sorvolo su quelle speciali attitudini che non si conseguono se

non per mezzo di adeguata coltura scientifica, e senza le quali non può darsi vera sapienza didattica. Non si nega: per l'ammissione agli esami di abilitazione si richiedono determinati titoli di studio. Ma non ho bisogno di ricordare che per l'abilitazione di primo grado, che è quella cui aspirano i piú, occorrono titoli minimi, ivi compresa la licenza dalle scuole normali, e quanto all'abilitazione di secondo grado, se la condizione prescritta è di possedere una laurea, o almeno di avere frequentato per tre anni i corsi della Facoltà di Lettere, superando i relativi esami o anche (roba vecchia, per fortuna) conseguito l'abilitazione all'insegnamento liceale delle materie letterarie o della filosofia, nella pratica avviene che i pochi candidati toccano piú spesso la mèta per vie traverse, dacché sono solitamente stranieri, per i quali si fa luogo a giudizio di equipollenza, giudizio non sempre rigorosissimo, oppure sono abilitati di primo grado che usufruiscono della disposizione transitoria, per cui dopo tre anni di insegnamento nelle scuole pubbliche è loro accordato di presentarsi all'esame di abilitazione di secondo grado. La disposizione transitoria avrà vigore sino al prossimo anno: dopo staremo a vedere. Intanto sarà bene guardarsi dall'attribuire troppo valore scientifico al dettato, alla lezione pratica e alle altre prove di cui si compongono gli esami di abilitazione, senza contare che dove non giunge la dottrina dei candidati, supplisce qualche volta l'indulgenza degli esaminatori.

È ovvio che la riforma non potrà attuarsi d'un tratto: perciò nel nostro articolo 11 è stabilito che sino a nuova disposizione sono ammessi ai concorsi per cattedre di lingue straniere nelle scuole medie gli aspiranti forniti del diploma di abilitazione. Sino a nuova disposizione, cioè sino a quando non saranno senz'altro soppressi gli esami di abilitazione. E non si potranno sopprimere sino a che non sia trascorso almeno il tempo necessario perché coloro che hanno già acquistata la conoscenza pratica delle lingue straniere nel liceo moderno, pervengano alla laurea in Lettere secondo il nuovo ordinamento. Il liceo moderno! Chi non ricorda le censure e i dileggi che ne salutarono il primo apparire? chi non ha presenti le delusioni e le recriminazioni che ne accompagnarono poi le vicende non propriamente gloriose? Eppure con qualche abile cura anche codesto mostricciattolo potrebbe rimettersi in migliore arnese.

Ecco intanto un rimedio tra i piú efficaci: la fornitura d'insegnanti preparati con mezzi acconci, e non già improvvisati lavorando frettolosamente di gomiti agli esami di abilitazione. Ma non è questo il solo vantaggio che dal nostro ordinamento ridonderà a favore del liceo moderno. La legge con cui fu istituito stabiliva che la licenza del liceo moderno, senza greco, al pari di quella del liceo classico, fosse titolo valido per l'ammissione a tutte le Facoltà universitarie, non esclusa la stessa Facoltà di Lettere. Ora è avvenuto piú volte che licenziati dal liceo moderno, chiedendo l'iscrizione al corso di Lettere, presentassero istanza per essere esentati dall'esame di Letteratura greca, sostituendo a questa qualche altra materia, ad esempio (come è concesso per la laurea in Filosofia) la Letteratura tedesca. La Facoltà di Torino, e io ne fui tra i piú risoluti propugnatori, rispose sempre negativamente, di sua propria autorità, a simili istanze; ma è probabile che altre Facoltà si sieno comportate in modo diverso, o che abbiano per lo meno rimesso la decisione al Ministero, se questo giudicò opportuno statuire, or non sono molti mesi, che anche gli alunni provenienti dal liceo moderno per conseguire la laurea in Lettere debbano seguire il corso e superare l'esame di greco giusta le tassative prescrizioni del regolamento di Facoltà. Ottimamente. Sennonché ne deriva che per legge viene assicurato un diritto, che poi per altra parte è vietato di esercitare: amenità non infrequente nella gran babilonia delle leggi e dei regolamenti (1). Ma qui

---

(1) Un altro esempio insigne d'incongruenza è nella parte degli stessi regolamenti universitari che riguarda i trasferimenti di cattedra. Il Testo unico, determinando le condizioni necessarie per il trasferimento a cattedra diversa, pone per prima che si tratti " di cattedre appartenenti ad " un gruppo di scienze sostanzialmente tra loro connesse a seconda di " quanto verrà stabilito nei regolamenti speciali delle Facoltà o Scuole " (art. 34, secondo capoverso, lettera *a*). E i regolamenti speciali, fissati i singoli gruppi di materie da considerarsi connesse ai fini della predetta disposizione, stabiliscono concordemente che per le cattedre non comprese nei gruppi medesimi l'esistenza della condizione prescritta dal Testo unico, ossia l'affinità di materia, deve essere riconosciuta dal Consiglio superiore (art. 3 dei regolamenti delle Facoltà di Medicina, Scienze e Lettere, art. 4 del regolamento della Facoltà di Giurisprudenza). Ora avviene che in contradizione ai regolamenti speciali che limitano l'intervento del Consiglio al solo caso di cattedre non comprese nei gruppi,

offre riparo la nostra riforma con la sezione moderna senza greco: che se paresse troppo liberale la disposizione dell'art. 6, col quale si fissano norme restrittive per l'ammissione al solo gruppo *A*, e non anche contemporaneamente per l'ammissione al gruppo *B*, basterà sostituire la variante proposta in nota. Per conto mio dirò che la disposizione mi pareva utile, e perciò l'avevo introdotta, nell'interesse stesso della sezione moderna, per non chiudere la via a qualche volenteroso, il quale fornito di licenza dal liceo classico, ma possedendo la necessaria conoscenza delle lingue straniere, sentisse inclinazione di preferenza per questi studi.

Ancora una variante. Tra le materie obbligatorie del gruppo *B* sono comprese tanto la Letteratura inglese quanto la Letteratura tedesca. Ora nel liceo moderno, che è l'istituto dove i futuri aspiranti alla laurea in Lettere col gruppo *B* apprendono le lingue straniere, non si studia ad un tempo inglese e tedesco, ma solo o l'uno o l'altro a scelta. E poiché, giova sempre ripeterlo, non è ufficio dell'Università impartire l'istruzione elementare, sia pure per le lingue straniere, ne segue che farà d'uopo o rendere entrambe le materie obbligatorie nel liceo moderno, o secondo la variante, che forse sarà il partito praticamente migliore, renderne obbligatoria una sola anche all'Università. In questo caso per completare i dodici esami speciali dovrà aggiungersi una nuova materia designata dalla Facoltà (a libera scelta dello studente basta una sola!): ad esempio, dove gli insegnamenti esistono, Letterature comparate, ovvero Storia del Risorgimento, ovvero, e sarebbe utile ripristinarla se piú non si professa, Stilistica italiana. Per i concorsi all'insegnamento nelle scuole medie non ci sarà difficoltà, dacché al diploma di laurea i concorrenti uniscono anche lo specchietto dei voti ottenuti nei singoli esami speciali, e basterà per sapere se il loro corso di studi comprende l'inglese oppure il tedesco.

---

il regolamento generale, promulgato in pari data, statuisce invece che deva udirsi il parere del Consiglio superiore su qualunque proposta di passaggio a cattedra diversa (art. 45). Non occorre aggiungere che la disposizione del regolamento generale è evidentemente irrita e nulla, perché la facoltà di disciplinare i trasferimenti di cattedra è delegata dalla legge ai regolamenti speciali e non già al regolamento generale.

***

Il meglio è nemico del bene. Io non sono tenero delle ricostruzioni *ab imis*, e preferisco stare con coloro i quali opinano che piú delle grandi riforme riescano profittevoli le piccole, ritocchi e variazioni secondo il bisogno. Ogni ordinamento ha pregi e difetti suoi proprî, e non occorre far getto del buono per sopprimere ciò che non serve od è nocivo. Tanto succede sempre che l'ordinamento nuovo prende a modello il vecchio, e ne riproduce fedelmente le parti che non hanno d'uopo di correzione. Dunque a che pro ricominciare ogni volta da capo? Esaminate gli stessi regolamenti universitarî, paragonateli se vi basta la pazienza l'uno con l'altro, e non ne troverete uno solo che non sia condotto sulla falsariga dei precedenti, piú o meno pedissequamente secondo n'è piú o meno moderata la tendenza ad innovare. E non soltanto i regolamenti, ma ancora le leggi venute successivamente ad innestarsi per varie ragioni sulla legge fondamentale. Correggiamo adunque, e non distruggiamo, correggiamo e rifacciamo a passo a passo come e dove l'esperienza insegna: se non avremo la completa riforma generale (ma è egli veramente sentito il bisogno di una riforma siffatta?), sarà in compenso la via piú sicura per giungere a un assetto i cui inconvenienti si trovino ridotti al minor numero possibile. E non sarà poco. Qui per cominciare vediamo come con non piú di cinque articoli di regolamento sia provveduto a emendare le innovazioni introdotte negli ultimi tempi, esami a scelta e raggruppamento per sezioni, rimovendone i difetti o volgendole a miglior fine; come sia provveduto a sopprimere gli infausti esami di abilitazione e contemporaneamente a costituire la sezione di Filologia moderna, da tante parti invocata e già espressamente promessa, con identica dicitura (1), in due successivi regola-

(1) Non sarà superfluo riprodurre testualmente: " Nelle Facoltà piú " importanti per numero di studenti e in quelle dove ne sia piú vivo il " bisogno, possono essere istituite, udito il Consiglio superiore di pubblica " istruzione, scuole speciali di Filologia moderna con insegnamento delle " principali letterature moderne. — La materia dei programmi, degli esami " e dei diplomi di tali scuole sarà disciplinata in uno speciale regola- " mento ".

menti (regolamento 17 maggio 1906, art. 4, e regol. 9 agosto 1910, art. 5); come sia provveduto ancora a ripristinare nella sezione tradizionale tutti gli insegnamenti necessarî per fornire ai futuri docenti la dovuta preparazione.

Si dirà che questa sezione è troppo ligia agli interessi professionali? che ai fini esclusivamente scientifici potrebbe fare a meno di alcune materie e sostituirle con altre piú omogenee, sia pure complementari? che dovrebb'essere la sezione antica, la vera e propria Filologia classica, parallela alla Filologia moderna della nuova sezione? Ma non è mia la colpa se all'istruzione superiore sono assegnate anche funzioni professionali. E poi a che gioverebbe? Conosco l'opinione di molti: che la carriera professionale si debba separare da quella puramente scientifica, che la prima debba mettere capo agli esami cosí detti di stato, e alla carriera scientifica sia riservato l'onore della laurea dottorale. Ma questa è una delle tante utopie di cui si trova imbottito il cervello di molte brave persone. O che vi par detto da senno? Qual valore ha mai in Italia, agli occhi dei piú, il vostro titolo di dottore? e quanti mai credete di trovare disposti a spendere parecchi anni di studio, cioè tempo, fatica e danaro, per venire in possesso di un semplice pezzo di carta, che non abiliterà a nessuna professione, che non aprirà la via a nessun impiego, che non darà nessun affidamento di lucro? Sta bene che sia il perfetto figurino germanico; ma non tutte le scarpe calzano lo stesso piede. E col vento che spira parrebbe ragionevole supporre che un tal figurino abbia a passare interamente di moda. Sennonché non v'ha da sperar molto. Nessuno forse è piú dottrinario degli uomini di studio, e perciò piú incline a propugnare principî e sistemi senza prendersi troppo pensiero della loro applicazione pratica. Rammento che nella prima adunanza di Facoltà alla quale ebbi l'onore d'intervenire, si doveva compilare l'elenco dei corsi liberi di altre Facoltà che una recente disposizione prescriveva di raccomandare agli studenti di Filosofia e Lettere. La discussione fu animata ed elevata, protraendosi per oltre due ore: si parlò di diritto, di matematica, di scienze fisiche e naturali, persino di ostetricia, ed io seguii attentamente i dotti discorsi, anche per ragione d'ufficio (fungevo allora da segretario), sebbene non senza qualche vaga ombra di dubbio circa la loro effettiva utilità. Prevalse in fine,

a onor del vero, il partito piú saggio, che fu di dichiarare l'incompetenza della Facoltà a raccomandare piuttosto l'uno che l'altro corso libero, e pertanto la necessità di escluderli tutti o di ammetterli tutti. E poiché le prescrizioni ministeriali non consentivano il primo, si deliberò naturalmente secondo l'altro corno del dilemma. Ahimè! vana liberalità. Infatti eseguite le opportune indagini nei registri di segreteria si accertò che, nonostante il ricco assortimento, di corsi liberi di altre Facoltà gli studenti di Lettere e quelli di Filosofia non ne avevano scelto neanche uno.

Gli è che alle cose dell'istruzione si provvede per regola non tenendo alcun conto della psicologia dei nostri giovani, che dovrebbe pur avere qualche peso sulla bilancia, o al piú attribuendo ad essi una psicologia affatto diversa dalla vera. Ma i saggi che di tale andazzo abbiamo veduto sin qui sarebbero poco ove si confrontassero con le disquisizioni e le proposte della defunta Commissione per la riforma universitaria: ponderosi volumi che ora giacciono dimenticati negli archivi minervini, se pure (oggidí si vende cara anche la carta straccia) non sono finiti al macero. Ed è ventura: quale disgrazia per l'Università italiana, che in fondo è assai migliore di quanto non appaia dalle querimonie dei suoi detrattori, quale disgrazia se quelle sapienti lucubrazioni fossero state tradotte in altrettanti articoli di legge e di regolamento!

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Dicembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco e Majorana.

Scusa l'assenza il Socio Parona. Lo supplisce come Segretario, dietro invito del Presidente, il Socio Segre.

Letto e approvato il verbale della precedente adunanza, il Presidente comunica che il Prof. G. Guglielmo ha inviato tre sue Note, che vorrebbe fossero pubblicate negli *Atti*. A norma dell'art. 26 dello Statuto vengono incaricati di riferire su di esse i Soci Somigliana e Majorana.

Il Socio D'Ovidio presenta, per la stampa negli *Atti*, una Nota del Prof. G. Sannia sulle *Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato*; e il Socio Peano uno scritto del Prof. T. Boggio, *Sulla Geometria assoluta degli spazi curvi*, ed uno del Prof. O. Lazzarino, *Sulla generalizzazione dei moti alla Poinsot e sulla stabilità degli assi permanenti di rotazione in detti moti*.

LETTURE

Sul carattere invariantivo di certi operatori nell'analisi estensiva ad n dimensioni

Nota di A. DEL RE

Nei miei diversi lavori intorno agli operatori per l'analisi estensiva che chiamai *hamiltoniani* e *gradienti* (lavori che, causa le condizioni speciali create dallo stato di guerra alle pubblicazioni d'ogni genere. dovettero trovar posto *frazionate* in Note pubblicate ad intervalli diversi ed in Rendiconti accademici pure diversi) (1), io stabilii tutte le proprietà di quegli operatori e dei loro derivati (*divergenze, rotazionali, ondeggiamenti* (2), *lagrangiani, laplassiani, parametri differenziali*, ecc.) che permettono il loro uso, in analisi spaziale grassmanniana, nella forma più agevole; cioè nella forma spogliata dagli ingombri derivanti dalla ignoranza del modo di comportarsi degli operatori medesimi rispetto alle proprietà ed operazioni che sono a base di tale analisi, e spogliata altresì d'ogni sistema di riferimento particolare. Rimane solo a stabilire, in riguardo a quest'ultima circostanza, in quale maniera gli enti che si generano dalla applicazione degli ham. e dei grad. e loro derivati, su funzioni scalari od estensive, presentano il carattere di indipendenza dalla piramide cui possa essere riferita la loro definizione, quando questa piramide sia assunta del tutto arbitrariamente.

(1) Cfr.: " Rend. R. Accad. di Napoli „: 3 Note (1° ed 8 luglio, 7 novembre 1916). — " Rend. R. Accad. dei Lincei „: 6 Note (settembre, ottobre, novembre 1916; 2 e 6 dicembre 1917; 6 gennaio 1918). — " Rend. del R. Istit. Lombardo „: una Nota (novembre 1917).

(2) Non abbiamo trovata una espressione più significativa di questa per accennare all'operazione dualistica di quella che, in *una metrica generale*, corrisponde alla operazione rappresentata dalla parola *rotazionale*.

Lo scopo del presente lavoro è appunto di sistemare questa quistione e di dare, nel contempo, un gruppo di nuove formule generali che ho incontrato nel corso della ricerca, e che, messe insieme a quelle di cui fu oggetto la mia Nota *Sopra alcune formule fondamentali nell'an. spaz. ad* n *dim. etc.* [1], inserita nei Rend. della R. Accad. di Napoli per l'anno 1911, costituisce un materiale di relazioni generali per la analisi estensiva ad n dimensioni, la cui importanza non potrà sfuggire a tutti coloro i quali maneggiano questa analisi, sia indipendentemente da ogni particolare ipotesi dello spazio che le serve di *sostegno*, sia in subordinazione d'uno spazio *sostegno* a tipo euclideo, in quel caso particolare nel quale diventa quella conosciuta sotto il nome di *analisi vettoriale*.

1. Formule preliminari. — *a)* Indichiamo con $\boldsymbol{e}_1\, \boldsymbol{e}_2 \ldots \boldsymbol{e}_{n+1}$ i vertici di una piramide ortogonale di elementi unitarii indipendenti in uno spazio estensivo ad n dimensioni, e con $\mathfrak{e}_1\, \mathfrak{e}_2 \ldots \mathfrak{e}_{n+1}$ i vertici di un'altra piramide, arbitrariamente presa, di $n+1$ elementi dello stesso spazio, definiti dalle relazioni

$$\mathfrak{e}_i = e_{i1}\, \boldsymbol{e}_1 + e_{i2}\, \boldsymbol{e}_2 + \ldots + e_{i,n+1}\, \boldsymbol{e}_{n+1} \tag{1}$$

con $D = (\mathfrak{e}_1\, \mathfrak{e}_2 \ldots \mathfrak{e}_{n+1}) = \Sigma \pm e_{11}\, e_{22} \ldots e_{n+1,n+1} \neq 0$. Ponendo

$$\begin{gathered} \mathfrak{e}'_1 = \mathfrak{e}_2\, \mathfrak{e}_3 \ldots \mathfrak{e}_{n+1}, \ldots, \mathfrak{e}'_h = (-1)^{h-1}\, \mathfrak{e}_1 \ldots \overline{\mathfrak{e}_h} \ldots \mathfrak{e}_{n+1}, \ldots, \\ \mathfrak{e}'_{n+1} = (-1)^n\, \mathfrak{e}_1\, \mathfrak{e}_2 \ldots \mathfrak{e}_n, \end{gathered} \tag{2}$$

ove il tratto su $\mathfrak{e}_h$ sta a significare l'assenza di questo simbolo nel prodotto in cui figura, avremo [cfr. (N; s. a. f.), n° 4, *b*, *c*]:

$$\mathfrak{e}'_i = E_{i1}\, \boldsymbol{e}_1 + E_{i2}\, \boldsymbol{e}_2 + \ldots + E_{i,n+1}\, \boldsymbol{e}_{n+1} \; (i = 1, 2, \ldots, n+1), \tag{3}$$

ove E_{ik} è il minore complementare dell'elemento e_{ik} nel determinante D. Dalle (2) e poi dalle (1), (3) si hanno rispettivamente ed ovviamente le

$$\left.\begin{aligned} &(\mathfrak{e}_i/\mathfrak{e}'_i) = D, \; (\mathfrak{e}_i/\mathfrak{e}'_k) = 0 && (4) \\ &(\mathfrak{e}_i/\boldsymbol{e}_k) = e_{ik}, \; (\mathfrak{e}'_i/\boldsymbol{e}_k) = E_{ik} && (5) \end{aligned}\right\} \text{per } i, k = 1, 2, \ldots, n+1 \text{ ed } i \neq k.$$

---

[1] Questa Nota sarà indicata appresso scrivendo (N; s. a. f.).

Se con $s_1 s_2 \dots s_\varrho$, $t_1 t_2 \dots t_\varrho$ indichiamo due permutazioni principali di classe ρ dei numeri $1, 2, \dots, n+1$, per le (5) potremo scrivere

$$(6) \quad \Sigma \pm e_{s_1 t_1} e_{s_2 t_2} \dots e_{s_\rho t_\rho} = \Sigma \pm (\mathfrak{e}_{s_1} | \boldsymbol{e}_{t_1}) (\mathfrak{e}_{s_2} | \boldsymbol{e}_{t_2}) \dots (\mathfrak{e}_\varrho | \boldsymbol{e}_\varrho) = \\ = (\mathfrak{e}_{s_1} \mathfrak{e}_{s_2} \dots \mathfrak{e}_{s_\rho} | \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho})$$

$$(7) \quad \Sigma \pm E_{s_1 t_1} E_{s_2 t_2} \dots E_{s_\rho t_\rho} = (-1)^\mu D^{\varrho-1} . \Sigma \pm e_{\sigma_1 \tau_1} e_{\sigma_2 \tau_2} \dots e_{\sigma_{\rho'} \tau_{\rho'}} = \\ = (-1)^\mu D^{\varrho-1} . (\mathfrak{e}_{\sigma_1} \mathfrak{e}_{\sigma_2} \dots \mathfrak{e}_{\sigma_{\rho'}} | \boldsymbol{e}_{\tau_1} \boldsymbol{e}_{\tau_2} \dots \boldsymbol{e}_{\tau_{\rho'}})$$

ove μ è uguale alla somma delle somme di tutte le s (la Σs) e di tutte le t (la Σt). e $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_{\varrho'}$, $\tau_1 \tau_2 \dots \tau_{\varrho'}$ sono ordinatamente le permutazioni principali complementari delle $s_1 \dots$, $t_1 \dots$.

Moltiplicando a dritta la (6) e la (7) per $\boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}$ e sommando corrispondentemente a tutte le $m = \binom{n+1}{\rho}$ permutazioni principali della classe ρ delle t, si vengono ad avere le formule seguenti:

$$(8) \quad \Sigma \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho} \Sigma \pm e_{s_1 t_1} e_{s_2 t_2} \dots e_{s_\rho t_\rho} = \\ = \Sigma (\mathfrak{e}_{s_1} \mathfrak{e}_{s_2} \dots \mathfrak{e}_{s_\rho} | \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}) \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}$$

$$(9) \quad \Sigma \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho} \Sigma \pm E_{s_1 t_1} E_{s_2 t_2} \dots E_{s_\rho t_\rho} = \\ = (-1)^{\Sigma s} D^{\varrho-1} \Sigma (-1)^{\Sigma t} (\mathfrak{e}_{\sigma_1} \mathfrak{e}_{\sigma_2} \dots \mathfrak{e}_{\sigma_{\rho'}} | \boldsymbol{e}_{\tau_1} \boldsymbol{e}_{\tau_2} \dots \boldsymbol{e}_{\tau_{\rho'}}) \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho},$$

la prima delle quali può evidentemente scriversi nella forma

$$(8') \quad \mathfrak{e}_{s_1} \mathfrak{e}_{s_2} \dots \mathfrak{e}_{s_\rho} = \Sigma (\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2 \dots \mathfrak{e}_\varrho | \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}) \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}$$

sotto la quale comparve già in (N; s. a. f.); e la seconda, in virtù delle (3), delle (4) e della 2ª fra le (5) nell'altra:

$$(9') \quad \mathfrak{e}'_{s_1} \mathfrak{e}'_{s_2} \dots \mathfrak{e}'_{s_\rho} = \\ = (-1)^{\Sigma s} D^{\varrho-1} . \Sigma (-1)^{\Sigma t} (\mathfrak{e}_{\sigma_1} \mathfrak{e}_{\sigma_2} \dots \mathfrak{e}_{\sigma_{\rho'}} | \boldsymbol{e}_{\tau_1} \boldsymbol{e}_{\tau_2} \dots \boldsymbol{e}_{\tau_{\rho'}}) \boldsymbol{e}_{t_1} \boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}$$

che è nuova, e che serve ad esprimere un ρ-spigolo della piramide supplementare di una data. per mezzo di questa e di una piramide di elementi mutuamente normali e nei loro moduli pure normali.

b) Per semplicità di scrittura, poniamo

$$(10)\qquad \boldsymbol{e}_{s_1}\boldsymbol{e}_{s_2}\dots\boldsymbol{e}_{s_\rho}=\boldsymbol{E}_s\,,\qquad \mathfrak{e}_{s_1}\mathfrak{e}_{s_2}\dots\mathfrak{e}_{s_\rho}=\mathfrak{E}_s\,,\qquad \mathfrak{e}'_{s_1}\mathfrak{e}'_{s_2}\dots\mathfrak{e}'_{s_\rho}=\mathfrak{E}'_s\,,$$

sottintendendo così, nelle scritture $\mathfrak{E}_s$, $\mathfrak{E}'_s$, la classe ρ delle permutazioni $s_1\,s_2\dots s_\varrho$.

Al posto poi di $\boldsymbol{e}_{\sigma_1}\boldsymbol{e}_{\sigma_2}\dots\boldsymbol{e}_{\sigma_{\rho'}}$, $\mathfrak{e}_{s_1}\mathfrak{e}_{s_2}\dots\mathfrak{e}_{\sigma_{\rho'}}$, $\mathfrak{e}'_{\sigma_1}\mathfrak{e}'_{\sigma_2}\dots\mathfrak{e}'_{\sigma_{\rho'}}$ scriveremo, quando $\sigma_1\,\sigma_2\dots\sigma_{\varrho'}$ sia la permutazione principale complementare della $s_1\,s_2\dots s_\varrho$ rispettivamente,

$$(10')\qquad \boldsymbol{E}_{/s}=\boldsymbol{e}_{\sigma_1}\boldsymbol{e}_{\sigma_2}\dots\boldsymbol{e}_{\sigma_{\rho'}}\,,\qquad \mathfrak{E}_{/s}\,,\qquad \mathfrak{E}'_{/s}\,;$$

così s e $/s$, quali indici, vengono, in sostanza, a rappresentare due permutazioni principali supplementari, definite *senz'ambiguità*. Evidentemente è $//s=s$.

Con tali notazioni, le (8′), (9′) prendono la forma

$$(11)\qquad \mathfrak{E}_s=\sum_{t=1}^{t=m}(\mathfrak{E}_s\,|\,\boldsymbol{E}_t)\,\boldsymbol{E}_t\,,\qquad \mathfrak{E}'_s=(-1)^{\Sigma s}D^{\varrho-1}\sum_{t=1}^{t=m}(-1)^{\Sigma t}(\mathfrak{E}_{/s}\,|\,\boldsymbol{E}_{/t})\,\boldsymbol{E}_t$$

dove Σt, quale esponente di -1, ha il significato che risulta dall'espressione di μ data in *a)*.

c) Dalle (3) che servono di definizione alle $\mathfrak{e}_j$ $(j=1,2,\dots,n+1)$, caviamo

$$(12)\qquad D\boldsymbol{e}_j=E_{1j}\,\mathfrak{e}_1+E_{2j}\,\mathfrak{e}_2+\dots+E_{n+1,j}\,\mathfrak{e}_{n+1}\,;$$

per cui sarà:

$$(13)\qquad D^\varrho\,\boldsymbol{e}_{s_1}\boldsymbol{e}_{s_2}\dots\boldsymbol{e}_{s_\rho}=\Sigma\Sigma\pm E_{t_1s_1}E_{t_2s_2}\dots E_{t_\rho s_\rho}\,.\,\mathfrak{e}_{t_1}\mathfrak{e}_{t_2}\dots\mathfrak{e}_{t_\rho}$$

dove il primo Σ è esteso a tutte le m permutazioni prime di classe ρ, $t_1\,t_2\dots t_\varrho$.

In virtù della 2ª delle (5) che fornisce

$$(14)\qquad \begin{aligned}&\Sigma\pm E_{t_1s_1}E_{t_2s_2}\dots E_{t_\rho s_\rho}=\\&=\Sigma\pm(\mathfrak{e}'_{t_1}/\boldsymbol{e}_{s_1})(\mathfrak{e}'_{t_2}/\boldsymbol{e}_{s_2})\dots(\mathfrak{e}'_{t_\rho}/\boldsymbol{e}_{s_\rho})=(\mathfrak{e}'_{t_1}\mathfrak{e}'_{t_2}\dots\mathfrak{e}'_{t_\rho}/\boldsymbol{e}_{s_1}\boldsymbol{e}_{s_2}\dots\boldsymbol{e}_{s_\rho})\end{aligned}$$

e dalla 2ª delle (11), dopo aver diviso per $D^{\varrho-1}$, abbiamo dalla (13)

$$(15)\qquad \begin{aligned}D\,.\,\boldsymbol{E}_s&=(-1)^{\Sigma s}.\,\Sigma(-1)^{\Sigma t}(\boldsymbol{E}_{/s}/\boldsymbol{E}_{/t})=\\&=(-1)^s.\,\Sigma(-1)^{\Sigma t}(\boldsymbol{E}_{/t}/\mathfrak{E}_{/s})\,\boldsymbol{E}_t\,.\end{aligned}$$

Osservando poi che, in generale, è

$$(16)\qquad e_{s_1}\, e_{s_2} \dots e_{s_\rho}\, e_{\sigma_1}\, e_{\sigma_2} \dots e_{\sigma_{\rho'}} = \\ = (-1)^{\Sigma s - \binom{\rho+1}{2}} \,.\, e_1\, e_2 \dots e_{n+1} = (-1)^{\Sigma s - \binom{\rho+1}{2}}$$

[giacchè il numero delle inversioni che presentano gli indici a primo membro è $s_1 + s_2 + \dots + s_\varrho - \frac{\rho(\rho+1)}{2}$], per le (10) e scrivendo $\xi_s = \Sigma s - \binom{\rho+1}{2}$ per $s = 1, 2, \dots, m$, con $m = \binom{n+1}{\rho}$; ovvero è:

$$(16')\qquad \boldsymbol{E}_s \,.\, \boldsymbol{E}_{/s} = (-1)^{\xi_s},$$

se ne dedurranno le

$$(17)\qquad \boldsymbol{E}_s = (-1)^{\xi_s}\, \boldsymbol{E}_s\,,\quad \boldsymbol{E}_s = (-1)^{\xi_s}\, \boldsymbol{E}_{/s}\,,\quad \boldsymbol{E}_s = (-1)^{\xi_s + \varrho\varrho'} \,.\, \boldsymbol{E}_{/s}\,.$$

Più generalmente, osservando che è, per le (4),

$$(18)\qquad (\mathfrak{e}_{s_1}\, \mathfrak{e}_{s_2} \dots \mathfrak{e}_{s_\rho} / \mathfrak{e}'_{s_1}\, \mathfrak{e}'_{s_2} \dots \mathfrak{e}_{s_\rho}) = \Sigma \pm (\mathfrak{e}_{s_1}/\mathfrak{e}'_{s_2})\, (\mathfrak{e}_{s_2}/\mathfrak{e}'_{s_2}) \dots (\mathfrak{e}_{s_\rho}/\mathfrak{e}'_{s_\rho}) = D^\varrho,$$

e, con questa, anche

$$\mathfrak{e}_{s_1}\, \mathfrak{e}_{s_2} \dots \mathfrak{e}_{s_\rho}\, \mathfrak{e}_{\sigma_1}\, \mathfrak{e}_{\sigma_2} \dots \mathfrak{e}_{\sigma_{\rho'}} = (-1)^{\xi_s}\, \mathfrak{e}_1\, \mathfrak{e}_2 \dots \mathfrak{e}_{n+1} = (-1)^{\xi_s}\, D\,,$$

se ne deducono successivamente, la

$$(19)\qquad |\mathfrak{e}'_{s_1}\, \mathfrak{e}'_{s_2} \dots \mathfrak{e}'_{s_\rho} = (-1)^{\xi_s}\, D^{\varrho-1}\, \mathfrak{e}_{\sigma_1}\, \mathfrak{e}_{\sigma_2} \dots \mathfrak{e}_{\sigma_{\rho'}}\,,$$

e le

$$(20)\qquad \left\{ \begin{array}{ll} \mathfrak{E}'_s = (-1)^{\xi_s}\, D^{\varrho-1}\, \mathfrak{E}_{/s}\,, & \mathfrak{E}_{/s} = (-1)^{\xi_s}\, D^{1-\varrho}\, |\mathfrak{E}'_s \\ |\mathfrak{E}'_{/s} = (-1)^{\xi_{/s}}\, D^{\varrho'-1}\, \mathfrak{E}_s\,, & \mathfrak{E}_s = (-1)^{\xi_{/s}}\, D^{1-\varrho'}\, |\mathfrak{E}'_{/s} \\ & \text{con } \xi_{/s} = \Sigma_{/s} - \binom{\rho'+1}{2}; \end{array} \right.$$

dalle quali si ricavano le seguenti:

$$(21)\qquad \left\{ \begin{array}{ll} \mathfrak{E}'_s = (-1)^{\xi_s + \varrho\varrho'}\, D^{\varrho-1}\, |\mathfrak{E}_s\,, & |\mathfrak{E}_s = (-1)^{\xi_s + \varrho\varrho'}\, D^{1-\varrho}\, \mathfrak{E}'_s \\ \mathfrak{E}'_{/s} = (-1)^{\xi_{/s} + \varrho'\varrho}\, D^{\varrho'-1}\, |\mathfrak{E}_s\,, & |\mathfrak{E}_s = (-1)^{\xi_{/s} + \varrho'\varrho}\, D^{1-\varrho'}\, \mathfrak{E}'_{/s} \end{array} \right.$$

Le (20), (21) per le due piramidi supplementari $\mathfrak{e}_1\,\mathfrak{e}_2 \dots \mathfrak{e}_{n+1}$, $\mathfrak{e}'_1\,\mathfrak{e}'_2 \dots \mathfrak{e}'_{n+1}$ sono da confrontarsi con le (17) (e con quelle che da queste si ricavano prendendone i supplementi), valevoli per la piramide originaria $\boldsymbol{e}_1\,\boldsymbol{e}_2 \dots \boldsymbol{e}_{n+1}$.

2. Caso delle funzioni scalari. — *a)* Se ci riferiamo alla formula (29) della mia citata Nota (N; s. a. f.), troviamo che essa permette di scrivere la Ω nella forma

$$\Omega = \frac{1}{D^\rho} \sum_{s=1}^{s=m} (\Omega/\mathfrak{E}'_s)\, \mathfrak{E}_s\,, \tag{22}$$

ovvero, per la prima delle (20) precedenti,

$$\Omega = \frac{1}{D} \sum_{s=1}^{s=m} (-1)^{\xi_s} (\Omega\, \mathfrak{E}_{/s})\, \mathfrak{E}_s\,, \tag{23}$$

che può, in sostanza, farsi derivare dalla (29′) della stessa (N; s. a. f.).

Ne deduciamo che, posto

$$\omega'_i = \frac{1}{D^\rho} (\Omega/\mathfrak{E}'_i) = \frac{(-1)^{\xi_i}}{D} (\Omega\, \mathfrak{E}_{/i}) \qquad (i = 1, 2, \dots, m), \tag{24}$$

avremo la Ω, riferita alla piramide $\mathfrak{e}_1\,\mathfrak{e}_2 \dots \mathfrak{e}_{n+1}$, nella forma

$$\Omega = \omega'_1\, \mathfrak{E}_1 + \omega'_2\, \mathfrak{E}_2 + \dots + \omega'_m\, \mathfrak{E}_m\,. \tag{25}$$

Ora, al posto delle espressioni (24) scrivendo le espressioni equivalenti

$$\begin{aligned} \omega'_i &= \frac{1}{D^\rho} \{ (\boldsymbol{E}_1/\mathfrak{E}'_i)\, \omega_1 + (\boldsymbol{E}_2/\mathfrak{E}'_i)\, \omega_2 + \dots + (\boldsymbol{E}_m/\mathfrak{E}'_i)\, \omega_m \} \\ &= \frac{(-1)^{\xi_i}}{D} \{ (\boldsymbol{E}_1\, \mathfrak{E}'_{/i})\, \omega_1 + (\boldsymbol{E}_2\, \mathfrak{E}_{/i})\, \omega_2 + \dots + (\boldsymbol{E}_m\, \mathfrak{E}'_{/i})\, \omega_m \}; \end{aligned} \tag{26}$$

e tenendo conto che, quando sia U una funzione scalare delle $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ [e quindi, per le (26), pure delle $\omega'_1, \omega'_2, \dots, \omega'_m$], si hanno le

$$\frac{\partial U}{\partial \omega_j} = \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} \frac{\partial \omega'_1}{\partial \omega_j} + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} \frac{\partial \omega'_2}{\partial \omega_j} + \dots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} \frac{\partial \omega'_m}{\partial \omega_j} \quad (j = 1, 2, \dots, m), \tag{27}$$

si potranno dare per le $\frac{\partial U}{\partial \omega_j}$ le due forme di espressione che seguono:

$$(28)\quad \frac{\partial U}{\partial \omega_j} = -\frac{1}{D^\rho}\left\{(\boldsymbol{E}_j\,\mathfrak{E}'_1)\frac{\partial U}{\partial \omega'_1} + (\boldsymbol{E}_j\,\mathfrak{E}'_2)\frac{\partial U}{\partial \omega'_2} + \ldots + (\boldsymbol{E}_j/\mathfrak{E}'_m)\frac{\partial U}{\partial \omega'_m}\right\}$$
$$= \frac{(-1)^{\xi_j}}{D}\left\{(\boldsymbol{E}_j\,\mathfrak{E}'_1)\frac{\partial U}{\partial \omega'_1} + (\boldsymbol{E}_j\,\mathfrak{E}'_2)\frac{\partial U}{\partial \omega'_2} + \ldots + (\boldsymbol{E}_j\,\mathfrak{E}'_m)\frac{\partial U}{\partial \omega'_m}\right\}$$
$$(j = 1, 2, \ldots, m)$$

che conviene tenere entrambe così esplicitamente scritte.

Moltiplicando le (28) per $\boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{E}_2, \ldots, \boldsymbol{E}_m$ risp. secondo i div. val. dell'indice j, e sommando da 1 ad m, tanto dopo la moltiplicazione sulla 1ª forma, quanto dopo la molt. sulla 2ª, abbiamo rispettivamente

$$(29)\quad G_\Omega U =$$
$$= \frac{1}{D^\rho}\sum_{j=1}^{j=m}\left\{(\boldsymbol{E}_1\,\mathfrak{E}'_j)\boldsymbol{E}_1 + (\boldsymbol{E}_2\,\mathfrak{E}'_j)\boldsymbol{E}_2 + \ldots + (\boldsymbol{E}_m\,\mathfrak{E}'_j)\boldsymbol{E}_m\right\}\frac{\partial U}{\partial \omega'_j}$$

$$(30)\quad G_\Omega U =$$
$$= \frac{1}{D}\sum_{j=1}^{j=m}(-1)^{\xi_j}\left\{(\boldsymbol{E}_1\,\mathfrak{E}_j)\boldsymbol{E}_1 + (\boldsymbol{E}_2\,\mathfrak{E}_j)\boldsymbol{E}_2 + \ldots + (\boldsymbol{E}_m\,\mathfrak{E}_j)\boldsymbol{E}_m\right\}\frac{\partial U}{\partial \omega'_j}.$$

Ora, essendo

$$(\boldsymbol{E}_i\,\mathfrak{E}_j) = (-1)^{\varrho\varrho'}(\mathfrak{E}_j\,\boldsymbol{E}_i) = (-1)^{\varrho\varrho'}(\mathfrak{E}_j/\boldsymbol{E}_i), \quad (\boldsymbol{E}_i\,\mathfrak{E}_j) = (\mathfrak{E}_j/\boldsymbol{E}_i),$$

sarà pure

$$\sum_{i=1}^{i=m}(-1)^{\xi_j}(\boldsymbol{E}_i\,\mathfrak{E}_j)\,\boldsymbol{E}_i = (-1)^{\xi_j+\varrho\varrho'}\sum_{i=1}^{i=m}(\mathfrak{E}_j/\boldsymbol{E}_i)\,\boldsymbol{E}_i =$$
$$= [\text{form. (2) della (N; s. a. f.)}]\,(-1)^{\varrho\varrho'+\xi_j}\,\mathfrak{E}_j,$$
$$\sum_{i=1}^{i=m}(\boldsymbol{E}_i/\mathfrak{E}'_j)\,\boldsymbol{E}_i = \sum_{i=1}^{i=m}(\mathfrak{E}'_j/\boldsymbol{E}_i)\,\boldsymbol{E}_i = \mathfrak{E}'_j;$$

epperò, si avranno dalle (29) e (30) rispettivamente

$$(31)\quad G_\Omega U = \frac{1}{D^\rho}\left\{\frac{\partial U}{\partial \omega'_1}\mathfrak{E}'_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2}\mathfrak{E}'_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m}\mathfrak{E}'_m\right\}$$

$$(32)\quad G_\Omega U = \frac{(-1)^{\rho\rho'}}{D}\left\{(-1)^{\xi_1}\frac{\partial U}{\partial \omega'_1}/\mathfrak{E}_1 + (-1)^{\xi_2}\frac{\partial U}{\partial \omega'_2}\mathfrak{E}_2 + \ldots\right.$$
$$\left. + (-1)^{\xi_m}\frac{\partial U}{\partial \omega'_m}/\mathfrak{E}_m\right\}$$

che, come del resto era a prevedersi, avrebbero potuto dedursi l'una dall'altra con l'aiuto delle (21) se la deduzione diretta di ciascuna non ci fosse occorsa a titolo di controllo.

b) Se ci riferiamo alla piramide $\mathfrak{e}'_1\,\mathfrak{e}'_2 \ldots \mathfrak{e}'_{n+1}$ dei punti (3), la medesima formula citata (29′) della (N; s. a. f.) ci permette di scrivere

$$\Omega = \frac{1}{D} \sum (-1)^{\xi_s} (\Omega\, \mathfrak{E}'_{/s})\, \mathfrak{E}'_s\,; \tag{33}$$

ovvero, per la 2ª, in orizzontali, delle (21)

$$\Omega = (-1)^{\varrho\varrho'} D^{\varrho'-2} \sum (-1)^{\xi_s + \xi_{/s}}\, \Omega/\mathfrak{E}_s)\, \mathfrak{E}'_s\,; \tag{34}$$

od anche, osservando essere $\xi_s + \xi_{/s} = \Sigma s + \Sigma/s - \binom{\rho+1}{2} - \binom{\rho'+1}{2} = \rho\rho'$,

$$\Omega = D^{\varrho'-2} . \sum (\Omega/\mathfrak{E}_s)\, \mathfrak{E}'_s \tag{35}$$

col solito significato per le s. — Ponendo

$$\begin{aligned} \omega''_i &= D^{\varrho'-2} (\Omega/\mathfrak{E}_i) = \\ &= D^{\varrho'-2} \{ (\boldsymbol{E}_1/\mathfrak{E}_i)\, \omega_1 + (\boldsymbol{E}_2/\mathfrak{E}_i)\, \omega_2 + \ldots + (\boldsymbol{E}_m/\mathfrak{E}_i)\, \omega_m \} \end{aligned} \tag{36}$$

scriveremo, per Ω, la espressione

$$\Omega = \sum_{i=1}^{i=m} \omega''_i\, \mathfrak{E}'_i \tag{37}$$

e dedurremo, grazie alle (27),

$$\frac{\partial U}{\partial \omega_j} = D^{\varrho'-2} \left\{ (\boldsymbol{E}_j/\mathfrak{E}_1) \frac{\partial U}{\partial \omega''_1} + (\boldsymbol{E}_j/\mathfrak{E}_2) \frac{\partial U}{\partial \omega''_2} + \ldots + (\boldsymbol{E}_j/\mathfrak{E}_m) \frac{\partial U}{\partial \omega''_m} \right\} \tag{38}$$
$$(j = 1, 2, \ldots, m).$$

Moltiplicando queste relazioni rispettivamente per $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{E}_2, \ldots, \boldsymbol{E}_m$ e sommando [dopo avere osservato che, nella somma

$$\begin{aligned} G_\Omega U = D^{\varrho'-2} \Big\{ & \frac{\partial U}{\partial \omega''_1} \sum_{j=1}^{j=m} (\boldsymbol{E}_j/\mathfrak{E}_1)\, \boldsymbol{E}_j + \frac{\partial U}{\partial \omega''_2} \sum_{j=1}^{j=m} (\boldsymbol{E}_j/\mathfrak{E}_2)\, \boldsymbol{E}_j + \ldots \\ & + \frac{\partial U}{\partial \omega''_m} \sum_{j=1}^{j=m} (\boldsymbol{E}_i/\mathfrak{E}_m)\, \boldsymbol{E}_j \Big\}, \end{aligned} \tag{39}$$

i coefficienti delle varie derivate della U sono, per la citata formula (2) della (N; s. a. f.), rispettivamente $\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_m$, e dopo di avere scritto $n - \rho - 1$ al posto di $\rho' - 2$] si trova

$$(40) \qquad G_\Omega U = D^{n-\rho-1} \left\{ \frac{\partial U}{\partial \omega''_1} \mathfrak{E}_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega''_2} \mathfrak{E}_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega''_m} \mathfrak{E}_m \right\}.$$

Dal confronto di questa con la (31) deduciamo:

$$(41) \qquad D^{n-1} \left\{ \frac{\partial U}{\partial \omega''_1} \mathfrak{E}_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega''_2} \mathfrak{E}_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega''_m} \mathfrak{E}_m \right\} = \\ = \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} \mathfrak{E}'_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} \mathfrak{E}'_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} \mathfrak{E}'_m.$$

c) Se, estendendo la definizione originaria del $G_\Omega U$, di *una maniera generale*, chiamiamo *gradiente* d'una funzione scalare U delle variabili $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_m$ rispetto alla formazione

$$(42) \qquad \Omega = \omega'_1 \mathfrak{E}_1 + \omega'_2 \mathfrak{E}_2 + \ldots + \omega'_m \mathfrak{E}_m$$

riferita alla piramide $T \equiv \mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2 \ldots \mathfrak{e}_{n+1}$ di $n+1$ vertici indipendenti qualunque, della quale siano $\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \ldots, \mathfrak{E}_m$ i varii ρ-spigoli, l'altra formazione

$$(43) \qquad \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} \mathfrak{E}'_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} \mathfrak{E}'_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} \mathfrak{E}'_m$$

riferita alla piramide $T' \equiv \mathfrak{e}'_1 \mathfrak{e}'_2 \ldots \mathfrak{e}'_{n+1}$ supplementare della T secondo le formule di costruzione (3), (2) [della quale è caso particolare la originaria, perchè allora è $\mathfrak{e}'_1 = \mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}'_2 = \mathfrak{e}_2, \ldots$, $\mathfrak{e}'_{n+1} = \mathfrak{e}_{n+1}$ anche nei moduli], la (31) fornisce l'enunciato seguente:

(I) *Il gradiente della funzione scalare* U, *rispetto alla formazione* Ω *d'ordine* ρ *riferita alla piramide arbitraria* T *di* $n+1$ *vertici indipendenti, uguaglia il gradiente normale* [1] *di* U *moltiplicato per la potenza d'esponente* ρ *del prodotto dei vertici di* T.

---

[1] Così vogliamo chiamare il grad. di U rispetto alla Ω riferita ad una piramide normale.

Dalla (40), col tener presente la espressione (37) per la Ω, deduciamo poi l'altro enunciato:

(II) *Il gradiente della funzione scalare* U *rispetto alla formazione* Ω *d'ordine* ρ, *riferita alla piramide* T' *supplementare della* T *uguaglia il gradiente normale della* U *moltiplicato per la potenza di esponente* $1+\rho-n$ *del prodotto dei vertice di* T.

d) Si noti che, dalle (4), dopo aver osservato che è

$$(\mathfrak{e}_1\,\mathfrak{e}_2 \dots \mathfrak{e}_{n+1}/\mathfrak{e}'_1\,\mathfrak{e}'_2 \dots \mathfrak{e}'_{n+1}) = \Sigma \pm (\mathfrak{e}_1/\mathfrak{e}'_1)\,(\mathfrak{e}_2/\mathfrak{e}'_2) \dots (\mathfrak{e}_{n+1}/\mathfrak{e}'_{n+1}),$$

risulta essere $D/\mathfrak{e}'_1\,\mathfrak{e}'_2 \dots \mathfrak{e}'_{n+1} = D^{n+1}$; e quindi

$$(44) \qquad /\mathfrak{e}'_1\,\mathfrak{e}'_2 \dots \mathfrak{e}'_{n+1} = D^n, \qquad \text{ovvero} \qquad \mathfrak{e}'_1\,\mathfrak{e}'_2 \dots \mathfrak{e}'_{n+1} = D^n = D',$$

formula che può ritenersi inclusa nella (7) che è più generale [e, conseguentemente, nella (9')] quando si osservi che per $\rho = n+1$, nella (7) il fattore $\Sigma \pm e_{\sigma_1\tau_1} \dots e_{\sigma_{\rho'}\tau_{\rho'}}$ va sostituito dall'unità [e, conseguentemente, la (9') va resa valida, per tal valore di ρ, assumendo convenzionalmente che il coefficiente di $\boldsymbol{e}_{t_1}\boldsymbol{e}_{t_2} \dots \boldsymbol{e}_{t_\rho}$ diventi 1], e che $\mu = \Sigma s + \Sigma t = (n+1)(n+2)$ è un numero pari; [osservando, inoltre, che per $\rho = n+1$, sia la $t_1\,t_2 \dots t_{n+1}$ cke la $s_1\,s_2 \dots s_{n+1}$ diventano entrambe la permutazione principale $1, 2, \dots, n+1$].

Per la (44) e pel precedente enunciato (I), il gradiente quale risulta dall'enunciato (II) viene pure eguale al gradiente normale moltiplicato per $(D')^\varrho = (D^n)^\varrho$; ed i due risultati non sono contraddittorii, poichè nella considerazione della T', la T interviene, in uno alla formazione (43), coi suoi ρ-spigoli, non direttamente, ma quali supplementi degli $(n+1-\rho)$-spigoli della T'. Siccome nella costruzione della T' per mezzo delle formule (2), (3) abbiamo lasciata arbitraria la scelta dei moduli, introducendo la limitazione che risulta dallo scegliere, nelle (3), al posto dei coefficienti $E_{i1}, E_{i2}, \dots, E_{i,n+1}$ $(i = 1, 2, \dots, n+1)$, non i minori complementari degli elementi del determinante D, ma tali minori divisi per D, avremmo avuto risultati combacianti.

A complemento degli enunciati (I) e (II) la (41) fornisce, intanto, quest'altro:

(III) *Il gradiente della funzione scalare* U, *rispetto alla formazione* Ω *riferita alla piramide* T *uguaglia il gradiente della* U,

rispetto alla Ω *riferita alla piramide supplementare, moltiplicato per la potenza* $(n-1)^{ma}$ *del prodotto dei vertici di* T.

e) I precedenti enunciati dimostrano il carattere invariantivo del gradiente nel passaggio da una piramide normale ad una qualsiasi di elementi di riferimento purchè indipendenti; in tale passaggio il gradiente si riproduce moltiplicato pel prodotto dei vertici della nuova piramide; sicchè, posto che questo sia 1, la riproduzione si fa integralmente (il gradiente prende il carattere d'invariante assoluto). Ora, l'essere uguale, o diverso, da 1 il prodotto dei vertici della nuova piramide [supponiamo sia appunto la T dei punti (1)] è un fatto che dipende dalla scelta che si fa dei moduli di essi e non dalla loro posizione nello spazio. Se, scritte le (1), con che i vertici della T restano definiti di posizione e di moduli, e calcolato il determinante D, modifichiamo i moduli col dividerli per $\sqrt[n+1]{D}$ [e questa operazione equivale a quella di sostituire per ogni e_{ik} $(i, k = 1, 2, ..., n+1)$ il quoziente $e_{ik} : \sqrt[n+1]{D}$, nell'intesa che per $\sqrt[n+1]{D}$ sia presa sempre una medesima delle varie $n+1$ determinazioni], avremo, a modificazione eseguita, la medesima piramide T col prodotto 1 pei vertici.

In questa intesa, e *con la definizione data in c)* pel gradiente, definizione che abbraccia quella che servì come punto di partenza, gli enunciati (I), (II), (III) prendono la forma unica: *Il gradiente di una funzione scalare* U *è indipendente dalla piramide cui è riferita la formazione* Ω *rispetto alla quale vien preso.*

f) Circa la nuova definizione data pel gradiente, è da rilevarsi ch'essa non è arbitraria, poichè procede dall'analoga

$$(45) \qquad \nabla_\Omega U = (-1)^{\varrho\varrho'} \left\{ \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} \mathfrak{E}'_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} \mathfrak{E}'_2 + \dots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} \mathfrak{E}'_m \right\}$$

che si presenta come naturale da assumersi per l'hamiltoniano, col sostituire alla formazione Ω la supplementare $|\Omega$, cioè

$$|\Omega = \omega'_1 | \mathfrak{E}_1 + \omega'_2 | \mathfrak{E}_2 + \dots + \omega'_m | \mathfrak{E}_m .$$

E diciamo che il 2° membro della (45) si presenta come *definizione naturale* da assumersi pel 1°, perchè riferendoli alla

definizione che servì di introduzione al $\nabla_\Omega U$ (Rend. Acc. di Napoli, 1° luglio 1916), si ha

$$\begin{aligned}
\nabla_\Omega U . d\Omega &= (-1)^{\varrho\varrho'} \left\{ \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} | \mathfrak{E}'_1 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} | \mathfrak{E}'_m \right\} \times \\
&\qquad \times \left\{ d\omega'_1 . \mathfrak{E}_1 + \ldots + d\omega'_m . \mathfrak{E}_m \right\} \\
&= (-1)^{\varrho\varrho'} \left\{ \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} d\omega'_1 (| \mathfrak{E}'_1 . \mathfrak{E}_1) + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} d\omega'_2 (| \mathfrak{E}'_2 . \mathfrak{E}_2) + \ldots \right. \\
&\qquad \left. + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} d\omega_m (| \mathfrak{E}'_m . \mathfrak{E}_m) \right\} \\
&= \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} d\omega'_1 (\mathfrak{E}_1 | \mathfrak{E}'_1) + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} d\omega'_2 (\mathfrak{E}_2 | \mathfrak{E}'_2) + \ldots \\
&\qquad + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} d\omega'_m (\mathfrak{E}_m | \mathfrak{E}'_m) \\
&= \frac{\partial U}{\partial \omega'_1} d\omega'_1 + \frac{\partial U}{\partial \omega'_2} d\omega'_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial \omega'_m} d\omega'_m = dU,
\end{aligned}$$

per essere

$$(| \mathfrak{E}'_i . \mathfrak{E}_i) = (-1)^{\varrho\varrho'} (\mathfrak{E}_i | \mathfrak{E}'_i) = (-1)^{\varrho\varrho'}, \qquad (\mathfrak{E}_i | \mathfrak{E}'_k) = 0$$
$$(i, k = 1, 2, \ldots, m\,;\ i \neq k).$$

3. Caso delle funzioni estensive. — *a)* Sia ora U la funzione estensiva

$$\boldsymbol{U} = U_1 . \boldsymbol{F}_1 + U_2 . \boldsymbol{F}_2 + \ldots + U_q . \boldsymbol{F}_q, \qquad q = \binom{n+1}{\sigma} \tag{46}$$

d'ordine σ, e diciamo $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots, \mathfrak{F}_q$ i σ-spigoli della piramide $\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2 \ldots \mathfrak{e}_{n+1}$, ed $\mathfrak{F}'_1, \mathfrak{F}'_2, \ldots, \mathfrak{F}'_q$ quelli della piramide supplementare, costruita con le formule (2) e (3), numerati sia gli uni che gli altri come vennero numerati i σ-spigoli $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \ldots, \boldsymbol{F}_q$ della piramide originaria. Avremo, mantenendoci ancora nel caso generale per quanto concerne il valore D del prodotto $\mathfrak{e}_1 \mathfrak{e}_2 \ldots \mathfrak{e}_{n+1}$:

$$\boldsymbol{U} = \frac{1}{D^\sigma} \sum_{s=1}^{s=q} (\boldsymbol{U} / \mathfrak{F}'_s)\, \mathfrak{F}_s \tag{47}$$

$$\boldsymbol{U} = \frac{1}{D} \sum_{s=1}^{s=q} (-1)^{\xi_s} (\boldsymbol{U} \mathfrak{F}_{/s})\, \mathfrak{F}_s . \tag{48}$$

Ponendo

$$U'_s = \frac{1}{D^\sigma} (\boldsymbol{U} / \mathfrak{F}'_s) = \frac{(-1)^{\xi_s}}{D} (\boldsymbol{U} \mathfrak{F}_{/s}) \tag{49}$$

si potrà scrivere la $\boldsymbol{U}$ nella forma

$$(50) \qquad \boldsymbol{U} = U'_1 \,.\, \mathfrak{F}_1 + U'_2 \,.\, \mathfrak{F}_2 + \ldots + U'_q \,.\, \mathfrak{F}_q = \sum_1^q U'_i \mathfrak{F}_i ;$$

epperciò si avrà (Ω essendo, non occorre ripetere la formaz. cons. innanzi):

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = G_\Omega (U'_1 \mathfrak{F}_1) + G_\Omega (U'_2 \mathfrak{F}_2) + \ldots + G_\Omega (U'_q \mathfrak{F}_q).$$

Da questa si ricava (cfr. Rend. Accad. Lincei, sett. 1916), se $\rho + \sigma \leq n + 1$:

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = (-1)^{\rho\sigma} \sum_{i=1}^{i=q} G_\Omega U'_i \,.\, \mathfrak{F}_i ;$$

e se $\rho + \sigma \geqq n + 1$:

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = (-1)^{\rho'\sigma'} \sum_{i=1}^{i=q} G_\Omega U'_i \,.\, \mathfrak{F}_i .$$

Ora, grazie alle (31), (32) [per fissare le idee, e per semplicità, riferiamoci alla sola (31)], è:

$$G_\Omega U'_1 = \frac{1}{D^\rho} \left\{ \frac{\partial U'_i}{\partial \omega'_1} \mathfrak{E}'_1 + \frac{\partial U'_i}{\partial \omega'_2} \mathfrak{E}'_2 + \ldots + \frac{\partial U'_i}{\partial \omega'_m} \mathfrak{E}'_m \right\} \quad (i = 1, 2, \ldots, q);$$

dunque sarà pure, rispettivamente, per $\theta = \rho\sigma$, $\rho\rho'$, $\rho'\sigma'$ secondochè sia $\rho + \sigma < n + 1$, $\rho + \sigma = n + 1$, $\rho + \sigma > n + 1$:

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = \frac{(-1)^\theta}{D^\rho} \left\{ \sum_{i=1}^{i=q} \frac{\partial U'_i}{\partial \omega'_1} \mathfrak{E}'_1 \mathfrak{F}_i + \sum_{i=1}^{i=q} \frac{\partial U'_i}{\partial \omega'_2} \mathfrak{E}'_2 \mathfrak{F}_i + \ldots + \sum_{i=1}^{i=q} \frac{\partial U'_i}{\partial \omega'_m} \mathfrak{E}'_m \mathfrak{F}_i \right\}.$$

Da questa, per essere le derivate delle U'_i, rispetto alle ω'_h, funzioni scalari, si ricava ovviamente l'altra:

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = \frac{(-1)^\theta}{D^\rho} \left\{ \mathfrak{E}'_1 \frac{\partial}{\partial \omega'_1} \sum_1^q U'_i \mathfrak{F}_i + \mathfrak{E}'_2 \frac{\partial}{\partial \omega'_2} \sum_1^q U'_i \mathfrak{F}_i + \ldots + \mathfrak{E}'_m \frac{\partial}{\partial \omega'_m} \sum_1^q U'_i \mathfrak{F}_i \right\},$$

e, per la (50), anche:

$$(51) \qquad G_\Omega \boldsymbol{U} = \frac{(-1)^\theta}{D^\rho} \left\{ \mathfrak{E}'_1 \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_1} + \mathfrak{E}'_2 \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_2} + \ldots + \mathfrak{E}'_m \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_m} \right\}.$$

Ma si ha:

$$(52) \qquad \mathfrak{E}'_i \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_i} = (-1)^{\vartheta} \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_i} \mathfrak{E}'_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, m);$$

dunque, sarà in fine:

$$(53) \qquad G_\Omega \boldsymbol{U} = \frac{1}{D^\varrho} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_1} \mathfrak{E}'_1 + \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_2} \mathfrak{E}'_2 + \ldots + \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega'_m} \mathfrak{E}'_m \right\}$$

conformemente alla (31), ma con la differenza (diciamolo di nuovo) che nella (31) la U è *scalare*, mentre nella (53) la $\boldsymbol{U}$ è *estensiva*.

b) Se, invece di riferirci alla (31), ci fossimo riferiti [non alla (32) come si è avvertito, ma] alla (40), avremmo avuto

$$G_\Omega U'_i = D^{n-\varrho-1} \left\{ \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_1} \mathfrak{E}_1 + \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_2} \mathfrak{E}_2 + \ldots + \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_m} \mathfrak{E}_m \right\}$$
$$(i = 1, 2, \ldots, q);$$

per cui avremmo potuto scrivere:

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = (-1)^{\vartheta} D^{n-\varrho-1} \left\{ \sum_{i=1}^{i=q} \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_1} \mathfrak{E}_1 \mathfrak{F}_i + \ldots + \sum_{i=1}^{i=q} \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_m} \mathfrak{E}_m \mathfrak{F}_i \right\};$$

ovvero, per essere le $\frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_n}$ delle funzioni scalari

$$G_\Omega \boldsymbol{U} = (-1)^{\vartheta} D^{n-\varrho-1} \left\{ \mathfrak{E}_1 \sum_1^q \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_1} \mathfrak{F}_i + \ldots + \mathfrak{E}_m \sum_1^q \frac{\partial U'_i}{\partial \omega''_m} \mathfrak{F}_i \right\},$$

dalla quale seguono successivamente:

$$(54) \quad G_\Omega \boldsymbol{U} = (-1)^{\vartheta} D^{n-\varrho-1} \left\{ \mathfrak{E}_1 \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega''_1} + \mathfrak{E}_2 \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega''_2} + \ldots + \mathfrak{E}_m \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega''_m} \right\}$$

e [per l'intervento delle (52)]:

$$(55) \quad G_\Omega \boldsymbol{U} = D^{n-\varrho-1} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega''_1} \mathfrak{E}_1 + \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega''_2} \mathfrak{E}_2 + \ldots + \frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial \omega''_m} \mathfrak{E}_m \right\}.$$

formula conforme alla (40), ma con la differenza (sia rammentato anche qui) che nella (40) la U è *scalare* e nella (55) *estensiva*.

c) I risultati testè ottenuti ci portano alla conclusione, che *deve* essere rilevata, secondo la quale *gli enunciati* (I), (II), (III), dati nel n° 2 precedente, *sono veri anche quando* U *è funzione estensiva.* — Anzi, se, assegnati i vertici di una piramide arbitraria di elementi indipendenti, intendiamo che i moduli vengano assegnati come si disse nel n° 2, *e)*, possiamo completare l'enunciato ivi dato col sostituirgli quest'altro: *Il gradiente d'una funzione, scalare od estensiva, è un ente indipendente dalla piramide cui è riferita la formazione rispetto alla quale vien preso.* — E questa proprietà risulta vera evidentemente pure sia per gli hamiltoniani che per le funzioni le quali procedono da queste, e che presentammo sotto il nome di *divergenze, rotazionali, ondeggiamenti* ecc., ricordati sin dal principio di questo scritto. A questo riguardo si confronti pure quanto venne da noi detto nel chiudere la citata Nota nei " Rend. dell'Ist. Lombardo ".

Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato

Nota di GUSTAVO SANNIA (a Cagliari)

In una breve Nota [1], trattando delle serie di funzioni interpretate col *metodo di Borel generalizzato* [2], ho esteso i più semplici teoremi sulle serie uniformemente convergenti. Qui ritorno su questi teoremi, estendo i noti teoremi di HARNACH e di WEIERSTRASS sulle serie di funzioni rispettivamente armoniche e analitiche, dimostro un teorema che poi applicherò (in altra Nota) ad un nuovo studio sulle *serie di Dirichlet*, ed infine approfondisco l'esame della sommabilità uniforme di una *serie di potenze* [3] e lo studio della funzione che essa rappresenta.

1. — Una serie di funzioni di una variabile reale x, definite in un intervallo (a, b),

$$u_0(x) + u_1(x) + \ldots + u_n(x) + \ldots \tag{1}$$

è, per ogni x fissato in (a, b), una serie numerica, quindi (L′, n° 1)

[1] *Le serie di funzioni sommate col metodo di Borel generalizzato* (" Rend. della R. Accad. dei Lincei ", vol. XXVI, serie 5ª, 2° sem., fasc. 4°). La indicherò con una L.

[2] *Generalizzazione del metodo di Borel per la sommazione delle serie* (Idem, vol. XXVI, serie 5ª, 1° sem., fasc. 11°). Indicherò questa Nota con una L′.

[3] Ho già trattato di queste serie, interpretandole col metodo di BOREL generalizzato, in cinque Note: due in questi *Atti* (vol. LIII, pp. 135 e 192) e tre nei " Rend. della R. Accad. dei Lincei " (vol. XXVII, serie 5ª, 1° sem., fasc. 2° e 4°). Le indicherò rispettivamente con S_1, S_2, L_1, L_2, L_3.

è *sommabile* (B, r) (cioè *col metodo di Borel di ordine* r) quando è una trascendente intera la *serie associata di ordine* r

$$u^{(r)}(\alpha, x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r}(x) \frac{\alpha^n}{n!} \quad (2)$$ [4]

ed è convergente l'*integrale associato di ordine* r

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x)\, d\alpha.. \quad (3)$$

Allora la *somma* della serie è il numero

$$u(x) = U_{r-1}(x) + \int_0^{\infty} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x)\, d\alpha\,, \quad (4)$$

ove

$$U_{r-1} = 0 \text{ se } r \leq 0\,, \quad U_{r-1}(x) = u_0(x) + \ldots + u_{r-1}(x) \text{ se } r > 0. \quad (5)$$

2. — La (1) può essere sommabile (B, r) in tutto l'intervallo (a, b); dirò che lo è *uniformemente* quando:

A) qualunque sia $m > 0$, la serie (2) (di funzioni delle due variabili α e x) è convergente uniformemente nel campo

$$0 \leq \alpha \leq m\,, \qquad a \leq x \leq b\,, \quad (6)$$

B) e l'integrale (3) è convergente uniformemente in (a, b) [5].

---

[4] Al parametro α vanno attribuiti soltanto valori positivi, zero incluso. L'intero r può anche essere negativo: in tal caso si porrà, per convenzione, $u_{n+r}(x) = 0$ se $n + r < 0$ (L', n° 1).

[5] Introduco questa definizione, perchè allora (come vedremo) tutti i più noti teoremi sulle serie convergenti uniformemente seguitano a sussistere quando alla convergenza (o sommabilità ordinaria) vien sostituita la sommabilità (B, r).

Essa è alquanto diversa da quella che assunsi nella Nota L, dove, invece della condizione A) posi la seguente (meno restrittiva):

A') per ogni $\alpha \geq 0$ fissato, la serie (2) di funzioni della sola x sia convergente uniformemente in (a, b).

E con questa definizione della sommabilità (B, r) uniforme dimostrai i teoremi del n° 3 della presente Nota.

Così operando, non feci che estendere (salvo la nomenclatura) teoremi e dimostrazioni già dati da C. H. Hardy (in *Trans. of the Cambridge Phil.*

Il concetto di serie sommabile (B, r) uniformemente è estensione del concetto di serie convergente uniformemente, perchè:

Se una serie (1) *di funzioni limitate in un intervallo* (a, b) *è ivi convergente uniformemente ed ha per somma* u (x), *è pure sommabile* (B, r) *uniformemente (qualunque sia* r*) ed ha ugual somma* ([6]).

Soc., t. XIX, 1904, p. 297) sulle serie (1) interpretate col metodo originario di Borel, e riportati in seguito dal Bromwich nel n° 109 del suo trattato *An introduction to the theory of infinite series* e poi dal Ford nel n° 43 del suo trattato *Studies on divergent series and sommability* (editi da Macmillan and Co., London-New York, rispett. nel 1908 e 1916).

Orbene tutte queste dimostrazioni non sono soddisfacenti, perchè fondate essenzialmente su due teoremi enunciati dal Bromwich (loc. cit., n° 172) e poco esatti: *se in un integrale del tipo* $\int_a^\infty f(x, y)\, dx$, *uniformemente convergente nell'intervallo* (α, β), *l'integrando è funzione continua di* y *per ogni* $x \geq a$, 1°) *l'integrale è funzione continua di* y *in* (α, β), 2°) *e lo si può integrare rispetto a* y *sotto il segno di integrazione in ogni intervallo contenuto in* (α, β).

Essi diventano certamente esatti se, nell'ipotesi, alla continuità *parziale di* f (x, y) *rispetto a* y si sostituisce quella *totale* in ogni punto (x, y) al finito del campo $a \leq x$, $\alpha \leq y \leq \beta$.

Appunto per assicurare la continuità totale all'integrando di (3), è opportuno sostituire la condizione A) alla A′). Cfr. ([8]).

([6]) Il teorema è stato già dimostrato in L (n° 3) con la definizione di sommabilità (B, r) uniforme ivi adottata. Rimane dunque a dimostrare soltanto che *una serie* (1) *di funzioni limitate in* (a, b) *che ivi sia uniformemente convergente soddisfa la condizione* A) *del n° 2.* Cfr. ([5]).

Fissato ad arbitrio un numero $m > 0$, sia α un numero dell'intervallo $(0, m)$. Allora si ha $\alpha/(n+p) < 1$ $(p = 1, 2, \ldots)$ per ogni intero $n \geq m-1$, quindi la successione $\alpha^n/n!$, $\alpha^{n+1}/(n+1)!$, $\alpha^{n+2}/(n+2)!$, ... è decrescente. Allora, per un noto lemma di Abel, possiamo asserire che, per ogni intero positivo p, si ha

$$(a) \qquad \left| u_{n+r}(x) \frac{\alpha^n}{n!} + \ldots + u_{n+r+p}(x) \frac{\alpha^{n+p}}{(n+p)!} \right| < \frac{\alpha^n}{n!} H(x) < \frac{m^n}{n!} H(x),$$

ove $H(x)$ è la massima delle quantità

$$(b) \qquad u_{n+r}(x),\ u_{n+r}(x) + u_{n+r+1}(x),\ \ldots,\ u_{n+r}(x) + \ldots + u_{n+r+p}(x)$$

per ciascun valore x di (a, b).

D'altra parte, poichè (1) è convergente uniformemente in (a, b), dato $\epsilon > 0$,

3. — I. *Se una serie* (1) *di funzioni continue in un intervallo* (a, b) *è ivi sommabile* (B, r) *uniformemente, la sua somma* u (x) *è funzione continua in* (a, b).

Giusta l'ipotesi, la serie (2) soddisfa la condizione A) del n° 2; ora, poichè i suoi termini sono funzioni continue in tutti i punti (α, x) del campo (6) [7], ne segue che anche la somma $u^{(r)}(\alpha, x)$ è funzione continua in tal campo; anzi, essendo m (contenuto nella condizione A)) arbitrario, questa funzione, e quindi anche l'integrando di (3), è funzione continua in ogni punto al finito (α, x) del campo: $0 \leq \alpha$, $a \leq x \leq b$ [8].

Da ciò e dal fatto che, giusta l'ipotesi, l'integrale (3) soddisfa la condizione B) del n° 2, segue che l'integrale stesso è funzione continua di x in (a, b).

Poichè infine anche $U_{r-1}(x)$ (5) è funzione continua, tale sarà pure la somma $u(x)$ (6) della (1).

II. *Se una serie* (1) *di funzioni continue in un intervallo* (a, b) *è ivi sommabile* (B, r) *uniformemente ed ha per somma* u (x), *gli*

---

esiste un intero positivo n indipendente da x (e che supporremo non minore di $m-1$) tale che si abbia

$$| u_{n+r}(x) + \ldots + u_{n+r+q}(x) | < e^{-m} \epsilon$$

per ogni intero positivo q ed ogni x di (a, b). Or dunque le quantità (b), e quindi anche $H(x)$, non possono superare $e^{-m}\epsilon$ per ogni x di (a, b), e perciò dalla (a) segue che

$$\left| u_{n+r}(x) \frac{\alpha^n}{n!} + \ldots + u_{n+r+p}(x) \frac{\alpha^{n+p}}{(n+p)!} \right| < \frac{m^n}{n!} e^{-m} \epsilon < e^m e^{-m} \epsilon = \epsilon$$

per ogni intero $p > 0$ ed ogni punto (α, x) del campo (6).

Dunque la condizione A) del n° 2 è soddisfatta.

[7] Essendo $u_{n+r}(x)$ continua in (a, b) e $\frac{\alpha^n}{n!}$ continua in $(0, m)$, il loro prodotto è funzione continua nel campo (6) (e non solo parzialmente rispetto ad x o ad α), poichè il suo limite (doppio) in un punto (α_0, x_0) del campo è $u_{n+r}(x_0) \frac{\alpha_0^n}{n!}$.

[8] Se in luogo della A) la (2) soddisfacesse la condizione A') della nota [5], ne seguirebbe soltanto che la somma $u^{(r)}(\alpha, x)$, e quindi l'integrando di (3), sarebbe funzione continua rispetto ad x in (a, b) per ogni valore fissato di α.

integrali dei suoi termini tra i limiti a *e* b *formano una serie sommabile* (B, r) *che ha per somma l'analogo integrale di* u(x) ([9]).

III. *Se una serie* (1) *di funzioni aventi derivata continua in un intervallo* (a, b) *è sommabile* (B, r) *nell'intervallo* ([10]) *e se la serie delle derivate*

$$(1') \qquad u'_0(x) + u'_1(x) + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} u'_n(x)$$

è ivi sommabile (B, r) *uniformemente, la somma* u′ (x) *della* (1)′ *è la derivata della somma* u (x) *della* (1).

Per le ipotesi fatte sulla (1)′, ad essa è applicabile il teorema II (ove si ponga $b = x$) che dà

$$\int_a^x u'(x)\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^x u'_n(x)\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} [u_n(x) - u_n(a)],$$

ove la serie è sommabile (B, r) per ogni x di (a, b). Ma per ipotesi $\sum u_n(a)$ è sommabile (B, r) ed ha per somma $u(a)$; dunque, sommando le due serie termine a termine, si ha (L′, n° 3) che la (1) è sommabile (B, r) in (a, b) ed ha per somma

$$u(x) = \int_a^x u'(x)\,dx + u(a).$$

Da ciò segue che $u'(x)$ è la derivata di $u(x)$, poichè, per il teorema I applicato alla (1)′, $u'(x)$ è funzione continua in (a, b).

4. — Le definizioni ed i teoremi precedenti si estendono alle serie di funzioni di più variabili reali. Tralasciando questa facile estensione, passiamo a dimostrare un teorema che generalizza il noto teorema di Harnach sulle serie di funzioni armoniche.

([9]) Dimostreremo più innanzi (n° 6) un teorema più generale.

([10]) E basta che tale sia in un punto (p. es. $x = a$) dell'intervallo, come risulterà dalla dimostrazione.

Se una serie di funzioni

$$u_0(x, y) + u_1(x, y) + \dots + u_n(x, y) + \dots, \tag{7}$$

armoniche in un campo C, *è sommabile* (B, r) *uniformemente sul contorno* l, *tale è pure nel campo, ed ivi la somma* u (x, y) *è funzione armonica.*

Poichè (7) è sommabile (B, r) uniformemente su l, sono soddisfatte condizioni analoghe alle A) e B) del n° 2 ([11]), ossia: è convergente uniformemente la serie

$$u^{(r)}(\alpha, x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{n+r}(x, y) \frac{\alpha^n}{n!} \tag{8}$$

quando il punto (x, y) giace su l ed α nell'intervallo $(0, m)$, ed è convergente uniformemente su l l'integrale

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x, y)\, d\alpha. \tag{9}$$

Per la convergenza uniforme di (8), dato $\epsilon > 0$, esiste un intero $n \geq 0$ (indipendente da α, x e y) tale che, per ogni intero $p > 0$, risulti

$$\left| u_{n+r}(x, y) \frac{\alpha^n}{n!} + \dots + u_{n+r+p}(x, y) \frac{\alpha^{n+p}}{(n+p)!} \right| < \epsilon \tag{10}$$

quando (x, y) giace su l ed α in $(0, m)$. Ma la quantità in parentesi è, per ogni α fissato, una funzione armonica in C, tali essendo le $u_n(x, y)$, e perciò assume i suoi valori estremi sul contorno l di C: quindi la (10) vale *a fortiori* anche nei punti interni a C.

Dunque la (8) sarà pure uniformemente convergente quando (x, y) cade in C (contorno incluso) ed α in $(0, m)$. Ne segue che la sua somma è funzione continua delle tre variabili α, x e y (tali essendo i suoi termini) quando (x, y) cade in C (contorno incluso) ed è $\alpha \geq 0$ (essendo $m > 0$ arbitrario); inoltre, per

---

([11]) Ove all'intervallo (a, b) vi si sostituisca la linea l.

ogni $\alpha \geq 0$ fissato, detta somma è funzione armonica in C (per il teorema di HARNACH).

Poi, dalla convergenza uniforme di (9) su l, segue che, dato $\epsilon > 0$, esiste un numero $\alpha_1 \geq 0$ (indipendente da x e y) tale che, per ogni $\alpha_2 > \alpha_1$, risulti

$$(11) \qquad \left| \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x, y)\, d\alpha \right| < \epsilon$$

in tutti i punti (x, y) di l. Ma l'integrale in parentesi è funzione armonica in C (tale essendo il suo integrando per ogni α fissato), quindi prende i suoi valori estremi sul contorno l; dunque la (11) varrà *a fortiori* anche in tutti i punti (x, y) interni a C, e perciò l'integrale (10) sarà convergente uniformemente anche in C.

Da tutto ciò segue che la serie (7) è sommabile (B, r) uniformemente, non solo su l, ma anche in C.

Poichè infine le due funzioni (10) e

$$U_{r-1}(x, y) = 0 \text{ se } r \leq 0,$$
$$U_{r-1}(x, y) = u_0(x, y) + \ldots + u_{r-1}(x, y) \text{ se } r > 0$$

sono armoniche in C, tale sarà pure la somma $u(x, y)$ della (7) che (n° 1) è somma di queste due funzioni.

5. — Le definizioni ed i teoremi dei n^i 1, 2 e 3 si estendono facilmente al campo complesso. E si estende come sègue anche il noto teorema di WEIERSTRASS sulle serie di funzioni analitiche:

Se una serie di funzioni analitiche regolari in un'area A *è ivi sommabile* (B, r) *uniformemente, la sua somma è una funzione analitica regolare in* A, *la cui derivata* k-*esima è la somma della serie che si ottiene dalla data derivandola* k *volte termine a termine, e che risulta sommabile* (B, r) *in* A.

Poichè la serie è sommabile (B, r) uniformemente in A, lo sarà pure in ogni area B (contorno l incluso) tutta contenuta in A; perciò il teorema è corollario del seguente:

I termini di una serie siano funzioni analitiche regolari nell'interno di un'area B *e continue sul contorno* l *dell'area. Se la*

serie è sommabile (B, r) *uniformemente su* l, *lo è pure in* B, *e la sua somma è una funzione analitica regolare in* B, *la cui derivata* k-*esima è la somma della serie che si ottiene dalla data derivandola* k *volte termine a termine, e che risulta sommabile* (B, r) *in* B ([12]).

6. — Ora passiamo a dimostrare un teorema che è estensione del teorema II del n° 3 ([13]). Occorrono due lemmi.

Lemma I. — *Sia* g (z, x) *una funzione della variabile complessa* z *in una regione al finito* A *e della variabile reale* x *in un intervallo* (a, b), *tale che per ogni* z *di* A *il suo modulo sia funzione continua di* x *in* (a, b), *tranne al più nell'estremo* a *che può essere un suo punto di infinito, e tale inoltre che l'integrale* (*reale e positivo se* a $<$ b)

$$J(z) = \int_a^b |g(z, x)|\, dx$$

sia convergente e limitato nella regione A. *Allora, se*

$$f_0(\alpha, x) + f_1(\alpha, x) + \ldots + f_n(\alpha, x) + \ldots \tag{12}$$

è una serie di funzioni continue (reali o complesse) delle due variabili reali α *e* x *nel campo* (6), *che ivi sia convergente uniformemente con somma* f (α, x), *si ha*

$$\int_a^b g(z, x) f(\alpha, x)\, dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b g(z, x) f_n(\alpha, x)\, dx \tag{13}$$

(14) *per* α *in* (0, m) *e* z *in* A,

ed in tal campo (14) *la serie secondo membro è convergente uniformemente.*

Per le ipotesi fatte sulla (12), la sua somma $f(\alpha, x)$ sarà, come le $f_n(\alpha, x)$, funzione continua nel campo (6); quindi, per

---

([12]) Se nell'enunciato si sostituisce " sommabile (B, r) „ con " convergente „, si ha un teorema noto (Goursat, *Cours d'Analyse*, vol. II, n° 297). Viceversa, se nella dimostrazione di questo si sostituisce dappertutto " convergente „ con " sommabile (B, r) „, si ha la dimostrazione del teorema del testo.

([13]) Si riduce a questo ponendovi $g(z, x) = 1$.

le ipotesi fatte su $g(z, x)$, tutti gli integrali che compaiono nella (13) saranno convergenti (ed assolutamente).

Così, per la continuità di $f(\alpha, x)$, sarà $|f(\alpha, x)|$ minore di una costante $K > 0$ nel campo (6); quindi, detto σ un numero positivo piccolo ad arbitrio, si avrà

$$\int_{a+\sigma}^{b} |g(z, x) f(\alpha, x)| \, dx < K \int_{a+\sigma}^{b} |g(z, x)| \, dx < KJ(z) < KJ,$$

ove J indica il limite superiore in A della funzione $J(z)$, che è positiva e limitata per ipotesi. Dunque il primo membro è positivo e limitato in A; ma esso evidentemente è funzione monotona (decrescente) di σ, dunque ammette un limite finito quando σ tende a zero decrescendo, il che prova che l'integrale primo membro di (13) è convergente (ed assolutamente per definizione).

Ciò premesso, per la convergenza uniforme di (12) nel campo (6), dato $\epsilon > 0$, esiste un intero positivo h (indipendente da α e x) tale che per ogni intero $k > h$ risulti

$$\left| \sum_{n=h}^{k} f_n(\alpha, x) \right| < \frac{\epsilon}{2J} \text{ nel campo (6).} \tag{15}$$

Ne segue che, per ogni z di A, è

$$\left| \sum_{n=h}^{k} \int_a^b g(z, x) f_n(\alpha, x) \, dx \right| = \left| \int_a^b g(z, x) \sum_{n=h}^{k} f_n(\alpha, x) \, dx \right|$$

$$\leq \int_a^b |g(z, x)| \left| \sum_{n=h}^{k} f_n(\alpha, x) \right| dx < \frac{\epsilon}{2J} \int_a^b |g(z, x)| \, dx,$$

quindi

$$\left| \sum_{n=h}^{k} \int_a^b g(z, x) f_n(\alpha, x) \, dx \right| < \frac{\epsilon}{2} \text{ nel campo (14).} \tag{16}$$

Ciò prova che la serie (13), di funzioni di α e z, è convergente uniformemente nel campo (14).

Si ha poi dalla (15) (al limite per $k = +\infty$)

$$\left|\sum_{n=h}^{\infty} f_n(\alpha, x)\right. = \left|f(\alpha, x) - \sum_{n=0}^{h-1} f_n(\alpha, x)\right. < \frac{\epsilon}{2J} \text{ nel campo (6)},$$

quindi, per la (16),

$$\left|\int_a^b g(z, x) f(\alpha, x) - \sum_{n=0}^{h-1} \int_a^b g(z, x) f(\alpha, x)\, dx\right|$$

$$\leq \int_a^b |g(z, x)| \left|f(\alpha, x) - \sum_{n=0}^{h-1} f_n(\alpha, x)\right| dx < \frac{\epsilon}{2J} J = \frac{\epsilon}{2}.$$

Da ciò e dalla (16) (che vale per ogni $k > h$ e quindi anche al limite per $k = +\infty$) segue che

$$\left|\int_a^b g(z, x) f(\alpha, x)\, dx - \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b g(z, x) f_n(\alpha, x)\, dx\right|$$

$$\leq \left|\int_a^b g(z, x) f(\alpha, x)\, dx - \sum_{n=0}^{h-1} \int_a^b g(z, x) f_n(\alpha, x)\, dx\right| +$$

$$+ \left|\sum_{n=h}^{\infty} \int_a^b g(z, x) f_n(\alpha, x)\, dx\right| < \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \epsilon$$

nel campo (14). Poichè ϵ è arbitrario, ciò prova che il primo membro di questa disuguaglianza vale zero, e quindi che la (13) sussiste, nel campo (14).

Lemma II. — *Sia* g (z, x) *la funzione definita nel lemma I ed* h (α, x) *una funzione continua (reale o complessa) delle variabili reali* α *e* x *nel campo* (6), *tale che l'integrale*

$$\int_0^{\infty} h(\alpha, x)\, dx \qquad (\alpha \geq 0) \tag{17}$$

sia convergente uniformemente nell'intervallo (a, b). *Allora si ha*

$$\int_a^b g(z, x)\, dx \int_0^{\infty} h(\alpha, x)\, d\alpha = \int_0^{\infty} d\alpha \int_a^b g(z, x)\, h(\alpha, x)\, dx$$

in tutti i punti z *dell'area* A; *ed ivi l'integrale tra i limiti* 0 *e* ∞ *del secondo membro è convergente uniformemente* [14].

TEOREMA. — *Sia* g (z, x) *la funzione definita nel lemma I ed* (1) *una serie di funzioni continue (reali o complesse) della variabile reale* x *in un intervallo* (a, b), *che ivi sia sommabile* (B, r) *uniformemente ed abbia per somma* u (x). *Allora si ha*

$$\int_a^b g(z, x)\, u(x)\, dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b g(z, x)\, u_n(x)\, dx \tag{18}$$

in tutti i punti z *dell'area* A; *ed ivi la serie del secondo membro è sommabile* (B, r) *uniformemente.*

Per le ipotesi fatte sulla (1), la (2) è una serie di funzioni di α e x continue nel campo (6), che ivi è uniformemente convergente (n° 2), quindi ad essa è applicabile il lemma I. Si trova così che

$$\int_a^b g(z, x)\, u^{(r)}(\alpha, x)\, dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b g(z, x)\, u_{n+r}(x)\, \frac{\alpha^n}{n!}\, dx$$

e che la serie secondo membro è convergente uniformemente nel campo (14).

Ponendo per semplicità

$$\int_a^b g(z, x)\, u_n(x)\, dx = v_n(z), \quad \int_a^b g(z, x)\, u^{(r)}(\alpha, x)\, dx = v^{(r)}(\alpha, z), \tag{19}$$

la si può scrivere

$$v^{(r)}(\alpha, z) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{n+r}(z)\, \frac{\alpha^n}{n!},$$

---

[14] La dimostrazione è analoga a quella del lemma I: invece della serie (12) qui si considera l'integrale (17), quindi nella dimostrazione, in luogo dei simboli operatori $\sum_{n=h}^{k}$, $\sum_{n=h}^{\infty}$, $\sum_{n=0}^{h-1}$, compariranno i simboli $\int_h^k d\alpha$, $\int_h^{\infty} d\alpha$, $\int_0^h d\alpha$.

e ciò mostra che essa è la serie associata di ordine r alla serie di funzioni

$$(18)' \qquad \sum_{n=0}^{\infty} v_n(z)$$

che, per le (19), coincide con la serie secondo membro di (18).

Inoltre la somma $u^{(r)}(\alpha, x)$ della (2) è funzione continua nel campo (6), ove la (2) è convergente uniformemente; quindi il lemma II è applicabile alla funzione $h(\alpha, x) = e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x)$. Si trova così che

$$\int_a^b g(z, x)\, dx \int_0^\infty e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x)\, d\alpha = \int_0^\infty e^{-\alpha} d\alpha \int_a^b g(z, x)\, u^{(r)}(\alpha, x)\, dx$$
$$= \int_0^\infty e^{-\alpha} v^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha$$

in tutti i punti z dell'area A, e che ivi l'ultimo integrale è convergente uniformemente. Ora, poichè questo è l'integrale associato di ordine r alla $(18)' \equiv (18)$, concludiamo che questa serie è sommabile (B, r) uniformemente nell'area A.

Rimane solo a dimostrare che la sua somma è il primo membro della (18). Infatti questa somma è espressa da (n° 1)

$$v(z) = V_{r-1}(z) + \int_0^\infty e^{-\alpha} v^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha,$$

ove

$$V_{r-1}(z) = 0 \text{ se } r \leq 0, \quad V_{r-1}(z) = v_0(z) + \ldots + v_{r-1}(z) \text{ se } r > 0,$$

ossia, per le (5) e (19),

$$(20) \qquad V_{r-1}(z) = \int_a^b g(z, x)\, U_{r-1}(x)\, dx;$$

infine, per le (19) e (20), l'espressione di $v(z)$ diventa

$$v(z) = \int_a^b g(z, x)\, U_{r-1}(x)\, dx + \int_a^b g(z, x)\, dx \int_0^\infty e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, x)\, dx$$

e, per la (4), si riduce al primo membro della (18).

7. — *Se una serie di potenze di una variabile*

$$u_0 + u_1 z + u_2 z^2 + \ldots + u_n z^n + \ldots \tag{21}$$

è sommabile (B, r) *in un punto* M_0 *del piano complesso diverso dal punto* O ($z = 0$), *è pure sommabile* (B, r) *ed uniformemente sul segmento* OM_0.

Ho dimostrato questo teorema nel n° 13 della Nota S_1, però con l'aggiunta " *purchè si escluda un intorno di* O *se* $r \leq 0$ ". Allo scopo di togliere questa restrizione, riprenderò la dimostrazione nel caso $r \leq 0$.

Come in S_1, si vede che tutto si riduce a dimostrare che: *se un integrale improprio del tipo*

$$\int_0^\infty e^{-\frac{b}{\rho}} \rho^{r-1} f(b)\, db \qquad (b \geq 0), \tag{22}$$

ove f (b) *è funzione continua, è convergente per* $\rho = \rho_0 > 0$, *lo è pure ed uniformemente per* $0 < \rho \leq \rho_0$.

Supponiamo dunque $0 < \rho \leq \rho_0$ e consideriamo l'integrale

$$J(\alpha, \beta) = \int_\alpha^\beta e^{-\frac{b}{\rho}} \rho^{r-1} f(b)\, db = \rho^{r-1} \int_\alpha^\beta e^{-b\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)} e^{-\frac{b}{\rho_0}} f(b)\, db,$$

ove α e β sono numeri arbitrarii tali che $\beta > \alpha > (1 - r)\rho_0$.

Il primo fattore dell'ultimo integrando è funzione positiva e decrescente di b, quindi (per il secondo teorema della media)

$$J(\alpha, \beta) = \rho^{r-1} e^{-\alpha\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)} \int_\alpha^\gamma e^{-\frac{b}{\rho_0}} f(b)\, db, \tag{23}$$

ove γ è un certo numero compreso fra α e β.

Il fattore esterno a questo integrale è una funzione positiva di ρ la cui derivata

$$\rho^{r-3} e^{-\alpha\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)} [\alpha - (1 - r)\rho]$$

è positiva; poichè, essendo $\alpha > (1 - r)\rho_0$, $0 < \rho \leq \rho_0$, $r \leq 0$, è $\alpha > (1 - r)\rho$. Dunque detta funzione è crescente, e perciò

assume il suo massimo valore (che è ρ_0^{r-1}) per $\rho = \rho_0$. Ne segue, per la (23), che

$$(24) \qquad |J(\alpha, \beta)| \leq \left| \int_\alpha^\gamma e^{-\frac{b}{\rho_0}} \rho_0^{r-1} f(b)\, db \right|.$$

Ora, poichè (22) è convergente per $\rho = \rho_0$, dato $\epsilon > 0$, esiste un numero $\alpha > (1 - r)\rho_0$ (quindi positivo) tale che per ogni $\gamma > \alpha$ il secondo membro di (24) sia minore di ϵ; ed allora sarà pure $|J(\alpha, \beta)| < \epsilon$ per ogni $\beta > \alpha$. Poichè α è indipendente da ρ, ciò assicura che l'integrale (22) è convergente uniformemente per $0 < \rho \leq \rho_0$.

8. — Il perfezionamento ora apportato al teorema del n° 13 della Nota S_1 si ripercuote in tutti quei teoremi delle Note S_2, L_1, L_2, L_3 le cui dimostrazioni sono fondate su di esso. Sia per non sorpassare i limiti imposti a questa Nota, sia perchè la revisione è facile, mi limito ad enunciare quei teoremi nella loro nuova e definitiva forma.

Ricordo anzitutto (S_2, n^i 14 e 15) che su ogni semiretta p uscente dal punto O vi è un segmento OG che (escluso forse G) è il luogo dei punti z di p ove la serie (21) e ciascuna delle sue derivate

$$k!\, u_k + (k+1)\, k \ldots 2\, u_{k+1} z + (k+2)(k+1)\, 3\, u_{k+2} z^2 + \ldots \qquad (k = 1, 2, \ldots)$$

è sommabile (B, r) per qualche valore di r, con somme che indicherò con $u(z)$ e $u^{(k)}(z)$ rispettivamente.

Per la funzione $u(z)$ così definita su OG (tranne forse in G) valgono le seguenti proprietà.

La funzione u (z) *è continua in tutti i punti di* O G *(anche in* G *se ivi è definita) ed ammette* $u^{(k)}(z)$ *per derivata di ordine* k [*anche in* G *se ivi è definita* $u^{(k)}(z)$] [15].

Quindi: *in* O *la* u (z) *ammette tutte le derivate, che valgono*

---

[15] Queste proprietà valgono in particolare nel punto O. Invece in S_2 (§ 6) si era dimostrato esser valevoli in O solo sotto condizioni restrittive imposte alla serie (21).

$k!\,u_k$ $(k = 1, 2, \ldots)$; *sicchè la* (21) *è per la funzione* u (z) *lo sviluppo in serie di Taylor nel punto* O.

Si ha pure

$$u(z) \sim u_0 + u_1 z + u_2 z^2 + \ldots$$

ossia la serie (21) *è anche lo sviluppo asintotico* (*di* Poincaré) *di* u (z) *intorno al punto* O [16].

Bono (Sassari), 21 settembre 1918.

---

[16] Questa proprietà trovasi dimostrata in L_3 (n° 9) solo sotto condizioni restrittive imposte alla serie (21).

Sulla geometria assoluta degli spazi curvi

Nota di TOMMASO BOGGIO

In due Note, in corso di stampa nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ", ho mostrato come un'opportuna rappresentazione di uno spazio curvo C_n in uno spazio euclideo E_n permetta di ottenere rapidamente le proprietà assolute di C_n, date dalla metrica relativa ad una dilatazione α in E_n, la quale, pure essendo un elemento *ausiliario*, è assai efficace. Nelle ordinarie trattazioni analitiche, la metrica α è rappresentata da una forma differenziale quadratica f, composta mediante le coordinate dei punti P dello spazio E_n, la quale forma equivale alla nostra $dP \times \alpha dP$; in tale forma f spariscono tanto il punto Q generico dello spazio C_n, quanto P, quanto α, cioè spariscono tutti gli elementi geometrici assoluti; il calcolo si fa sempre in base alla f, perciò ne risulta un calcolo *indiretto* in E_n, mentre effettivamente si deve operare in C_n.

Continuando nell'ordine di idee esposto nelle due Note sopra accennate, esaminerò ora altre quistioni geometriche, dalle quali apparirà chiaro come l'operare indirettamente in E_n complichi inutilmente le questioni; ne risulterà quindi l'importanza della rappresentazione geometrica stabilita fra gli spazi C_n ed E_n, nella prima delle Note citate (che, in ciò che segue, indicherò con Nota 1ª).

1. — Il punto Q di C_n sia funzione di una variabile numerica t. Esso descrive allora una *linea* in C_n, per il cui arco s porremo:

$$ds = \text{mod}\, dQ, \tag{1}$$

che corrisponde al generico $ds^2 = dQ \times dQ = dP \times \alpha dP$ in tutto C_n, solo che nella (1), essendo Q funzione di t, anche s è funzione di t.

Il vettore dQ/ds dello spazio E'_{n+1} in cui è immerso C_n, è *unitario*, e si può porre, come d'uso:

$$t = dQ/ds. \tag{2}$$

Sia γ la geodetica uscente da Q e tangente in Q alla linea considerata, cioè tangente a t, e siano Q_1, Q_2 punti rispettivamente della linea Q e della linea γ, situati alla stessa distanza (arco) ds da Q. Sviluppando Q_1 e Q_2 colla formula di Taylor, e limitandoci ai differenziali secondi, si ha:

$$Q_1 = Q + dQ + d^2Q/2.$$
$$Q_2 = Q + dQ,$$

perchè, per la geodetica γ il d^2Q, è nullo. Ne viene:

$$Q_1 - Q_2 = d^2Q/2.$$

Si conclude perciò che, in E'_{n+1}, il vettore $Q_1 - Q_2$ ha per direzione limite, col tendere di ds a zero, quella del vettore d^2Q/ds^2, che può chiamarsi direzione della *normale principale* in Q alla linea considerata.

Inoltre, se h è la distanza di Q_1 da Q_2, il limite di $2h/ds^2$, che può chiamarsi *flessione* $\frac{1}{\rho}$ della linea Q, nel punto Q, è appunto il mod (d^2Q/ds^2). Si ha dunque:

$$\left\{\begin{array}{l} \text{direzione normale principale in } Q\text{: } \dfrac{d^2Q}{ds^2} = \dfrac{dt}{ds}, \\ \text{flessione in } Q\text{: } \dfrac{1}{\rho} = \text{mod}\,\dfrac{d^2Q}{ds^2} = \text{mod}\,\dfrac{dt}{ds}, \end{array}\right. \tag{3}$$

e se si pone:

$$n = \frac{dt}{ds} \Big/ \text{mod}\,\frac{dt}{ds}, \tag{4}$$

si ha, come per la prima delle formule di Frenet nello spazio ordinario:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{\rho}\, n. \tag{5}$$

Ora si ha (Nota 1ª):

$$\frac{d^2Q}{ds^2} = \beta \left\{ \frac{d^2P}{ds^2} + \Phi\left(\alpha, \frac{dP}{ds}\right)\frac{dP}{ds} \right\},$$

quindi dalle (3) segue subito:

$$(3') \quad \begin{cases} \text{direz. norm. principale in } Q\text{: } \beta \left\{ \frac{d^2P}{ds^2} + \Phi\left(\alpha, \frac{dP}{ds}\right)\frac{dP}{ds} \right\} \\ \frac{1}{\rho^2} = \left\{ \frac{d^2P}{ds^2} + \Phi\left(\alpha, \frac{dP}{ds}\right)\frac{dP}{ds} \right\} \times \alpha \left\{ \frac{d^2P}{ds^2} + \Phi\left(\alpha, \frac{dP}{ds}\right)\frac{dP}{ds} \right\}, \end{cases}$$

che esprimono gli elementi (3) in E_n, e corrispondono alle formule (31), (32) date dal Bianchi a pag. 364 della sua *Geometria Differenziale* (2ª ediz., vol. 1°).

Troviamo ora direttamente le (3′), operando in E_n, per vedere appunto come questo procedimento sia più complicato.

Chiamando P_1, P_2 i corrispondenti di Q_1, Q_2 nella linea P e nella geodetica che corrispondono, nello spazio E_n, alla linea Q e alla geodetica γ, si ha, indicando con apici le derivate rispetto ad s e con ϵ l'arco PP_1 o PP_2:

$$P_1 = P + \epsilon P' + \epsilon^2 P''/2,$$
$$P_2 = P + \epsilon P' - \epsilon^2 \Phi(\alpha, P')\, P'/2,$$

avendo tenuto presente la (6) della Nota 1ª. Ne segue:

$$P_1 - P_2 = \epsilon^2 \{ P'' + \Phi(\alpha, P')\, P' \}/2.$$

La direzione limite di $P_1 - P_2$ è quindi $P'' + \Phi(\alpha, P')\, P'$ [Cfr. Bianchi, op. cit., pag. 364], che ora occorre riportare in C_n, applicando l'omografia β. Per il quadrato della distanza di P_1 da P_2 si ha: $(P_1 - P_2) \times \alpha (P_1 - P_2)$, e quindi per il quadrato di $\frac{1}{\rho}$ in C_n si ritrova la seconda delle (3′).

2. — Il punto Q di C_n sia funzione di $n-1$ variabili indipendenti $u_1, u_2, \ldots, u_{n-1}$, cioè descriva una *ipersuperficie* Σ.

Sia $\boldsymbol{N}$ il vettore unitario normale in C_n agli $n-1$ vettori $\partial Q/\partial u_r$ $(r = 1, 2, \ldots, n-1)$ e formante con questi un si-

stema destrogiro. Si dirà che $\boldsymbol{N}$ è la direzione della normale a Σ in Q. Si ponga:

$$(6)\quad \begin{cases} \sigma = \dfrac{d\boldsymbol{N}}{dQ}, \text{ per } Q \text{ variabile in } \Sigma, \\ \sigma\boldsymbol{N} = 0, \text{ per } \sigma \text{ operante fuori dei vettori normali ad } \boldsymbol{N}, \end{cases}$$

e così l'omografia σ è definita in tutto il campo C_n.

Essendo $\boldsymbol{N}$ unitario si ha:

$$(7)\qquad \boldsymbol{N} \times d\boldsymbol{N} = 0, \qquad \text{ovvero} \qquad \boldsymbol{N} \times \sigma dQ = 0.$$

Un vettore x arbitrario di C_n ha direzione data da $\epsilon\boldsymbol{N} + dQ$ (ϵ infinitesimo costante), e quindi, per le (6), σx ha direzione data da $\epsilon\sigma\boldsymbol{N} + \sigma dQ = \sigma dQ = d\boldsymbol{N}$, perciò ne viene:

$$\boldsymbol{N} \times \sigma x = 0, \qquad \text{cioè} \qquad x \times \mathrm{K}\sigma\boldsymbol{N} = 0,$$

che, per essere x arbitrario, porge:

$$(8)\qquad \mathrm{K}\sigma\boldsymbol{N} = 0.$$

Operando con δ sulla $\boldsymbol{N} \times dQ = 0$, e con d sulla $\boldsymbol{N} \times \delta Q = 0$ e ricordando (Nota 1ª) che $d\delta Q = \delta dQ$ si ottiene:

$$\delta\boldsymbol{N} \times dQ = d\boldsymbol{N} \times \delta Q, \qquad \text{ossia} \qquad \sigma\delta Q \times dQ = \sigma dQ \times \delta Q,$$

da cui:

$$dQ \times (\mathrm{K}\sigma - \sigma)\,\delta Q = 0.$$

Ma, nel campo Σ, gli spostamenti dQ, δQ sono arbitrari, inoltre, nella direzione $\boldsymbol{N}$, valgono le (6), (8), e quindi $(\mathrm{K}\sigma - \sigma)\,\boldsymbol{N} = 0$, perciò si conclude $\mathrm{K}\sigma - \sigma = 0$, ossia:

$$(9)\qquad \mathrm{K}\sigma = \sigma,$$

e perciò *l'omografia σ è una dilatazione.*

Si ritrovano dunque le proprietà di σ, analoghe a quelle che valgono per una superficie dello spazio ordinario [Cfr. Burali-Forti, *Fondamenti per la Geometria differenziale su di una superficie, ecc.* (" Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo ", tomo XXXIII, 1° sem. 1912)]. Ecco qualche altro esempio.

A causa delle (6), (8) la σ è degenere, perciò $I_n \sigma = 0$. Gli altri invarianti $I_r \sigma$, $(r = 1, 2, \ldots, n-1)$ sono le *curvature* di ordine r in Q dell'ipersuperficie Σ immersa in C_n. Per $r = n-1$ si ha la corrispondente della curvatura di Gauss.

La dilatazione σ ha n direzioni *unite*, che formano un sistema ortogonale. Esse sono le *direzioni principali* di Σ in Q, lungo le quali il $d\boldsymbol{N}$ è parallelo a dQ; similmente si hanno le *linee di curvatura*, ecc.

3. — Volendo fare uso dello spazio E_n occorre introdurre il vettore:

$$\boldsymbol{N}_1 = \beta^{-1} \boldsymbol{N}, \qquad \text{cioè tale che } \boldsymbol{N} = \beta \boldsymbol{N}_1. \tag{10}$$

Dalle relazioni:

$$\boldsymbol{N} \times \boldsymbol{N} = 1, \qquad \boldsymbol{N} \times dQ = 0,$$

si trae:

$$\beta \boldsymbol{N}_1 \times \beta \boldsymbol{N}_1 = 1, \qquad \beta \boldsymbol{N}_1 \times \beta dP = 0,$$

e poichè (Nota 1ª) $\alpha = K\beta \,.\, \beta$ si ha:

$$\boldsymbol{N}_1 \times \alpha \boldsymbol{N}_1 = 1, \qquad \boldsymbol{N}_1 \times \alpha dP = dP \times \alpha \boldsymbol{N}_1 = 0, \tag{11}$$

che corrispondono alle formule (30) date dal Bianchi a pag. 359 (op. cit.); come si vede, le (11) si ottengono quasi senza calcoli, dopo aver operato nello spazio effettivo C_n.

Da formule note, e ricordando che $\beta = dQ/dP$ è una derivata rispetto a P, segue:

$$\sigma = \frac{d\boldsymbol{N}}{dQ} = \frac{d(\beta \boldsymbol{N}_1)}{dP} \beta^{-1} = \left\{ \beta \frac{d\boldsymbol{N}_1}{dP} + \beta \Phi(\alpha, \boldsymbol{N}_1) \right\} \beta^{-1},$$

e quindi:

$$\frac{d\boldsymbol{N}_1}{dP} + \Phi(\alpha, \boldsymbol{N}_1) = \beta^{-1} \sigma \beta. \tag{12}$$

Siccome poi

$$dQ \times d\boldsymbol{N} = dQ \times \sigma dQ = \beta dP \times \sigma \beta dP = dP \times K\beta \,.\, \sigma \,.\, \beta dP =$$
$$= dP \times K\beta \,.\, \beta \,.\, \beta^{-1} \,.\, \sigma \,.\, \beta dP,$$

risulta, per la (12):

$$(13)\quad dQ \times dN = dP \times \mathrm{K}\beta.\sigma.\beta dP = dP \times \alpha \left\{ \frac{dN_1}{dP} + \Phi(\alpha, N_1) \right\} dP,$$

la quale corrisponde alla formula (K) data dal Bianchi a pagina 362.

Il numero $dQ \times dN$, che vale pure $-N \times d^2 Q$ è ciò che viene chiamato la *seconda forma differenziale* relativa a Σ (Bianchi, op. cit., pag. 359); ora questa è data dalla (13) sotto forma effettiva, e senza bisogno di calcoli.

Come per le ordinarie superficie, la prima forma (dQ^2) e la seconda ($dQ \times dN$) non rendono alcun servigio, dal punto di vista della trattazione con metodo assoluto. Così pure non è necessaria la considerazione delle geodetiche uscenti dai punti di Σ e della ipersuperficie geodeticamente parallela a Σ (Bianchi, op. cit., pag. 357-359).

Se si pone

$$R = Q + \epsilon N,$$

con ϵ infinitesimo costante, si ha:

$$dR = dQ + \epsilon dN, \qquad \text{quindi} \qquad N \times dR = 0,$$

cioè il punto R descrive una ipersuperficie parallela a Σ. Ora,

$$(dR)^2 = (dQ)^2 + 2\epsilon dQ \times dN = (dQ)^2 - 2\epsilon N \times d^2 Q,$$

quindi l'espressione $dQ \times dN$ dà la variazione del ds^2 passando da Σ alla ipersuperficie R; per ottenere ciò non occorre quindi la considerazione delle geodetiche uscenti dai punti di Σ.

E si potrebbe continuare nell'ordine di idee ora considerato; ma su ciò rimandiamo ad una Memoria completa successiva. Piuttosto esamineremo ora altre formule che si ottengono in C_n coll'aiuto dello spazio E_n, e non già, come si fa ordinariamente, nello spazio E_n per poi passare allo spazio effettivo C_n.

4. — Sia h un numero funzione di P e quindi anche di Q (o viceversa), allora si ha:

$$dh = dP \times \mathrm{grad}_P h,$$

e similmente:

$$\delta dh = \delta P \times \operatorname{grad}_P (dP \times \operatorname{grad}_P h) =$$
$$= \delta P \times \frac{d \operatorname{grad}_P h}{dP} dP = dP \times \frac{d \operatorname{grad}_P h}{dP} \delta P,$$

perchè l'omografia $\frac{d \operatorname{grad} h}{dP}$ è una dilatazione; ne segue:

(14) $\delta dh = d\delta h$, (per h numero funzione di P o di Q).

Dalla dimostrazione della (14) segue subito:

(15) $$\delta P \times d \operatorname{grad}_P h = dP \times \delta \operatorname{grad}_P h.$$

Sia ora λ una omografia, funzione di P, che trasforma vettori di E_n in vettori pure di E_n. Per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vettori costanti arbitrari di E_n si ha dalla (14):

$$\delta d (\boldsymbol{a} \times \lambda \boldsymbol{b}) = d\delta (\boldsymbol{a} \times \lambda \boldsymbol{b}),$$

da cui:

$$\boldsymbol{a} \times \delta d \lambda \boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} \times d\delta \lambda \boldsymbol{b},$$

la quale, per l'arbitrarietà di $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$, dà subito:

(16) $\delta d\lambda = d\delta\lambda$, (per λ omografia funzione di P in E_n).

Siccome, come abbiamo già osservato, si ha $\alpha = \mathrm{K}\beta . \beta$, ne segue:

$$d\alpha = \mathrm{K} d\beta . \beta + \mathrm{K}\beta . d\beta,$$

quindi, applicando δ si trae:

$$\delta d\alpha = \mathrm{K}\delta d\beta . \beta + \mathrm{K} d\beta . \delta\beta + \mathrm{K}\delta\beta . d\beta + \mathrm{K}\beta . \delta d\beta;$$

scambiando d e δ fra loro, poi sottraendo, ne segue:

(a) $$\delta d\alpha - d\delta\alpha = \mathrm{K} (\delta d\beta - d\delta\beta) . \beta + \mathrm{K}\beta . (\delta d\beta - d\delta\beta);$$

ricordando che (Nota 1ª)

$$\delta d\beta - d\delta\beta = \beta . \Theta (\alpha, dP, \delta P),$$

ed osservando che, essendo α omografia in E_n, si ha, in virtù della (16), $\delta d\alpha = d\delta\alpha$, si ricava dalla (a):

$$K\Theta(\alpha, dP, \delta P) . K\beta . \beta + K\beta . \beta . \Theta(\alpha, dP, \delta P) = 0,$$

ossia:

$$K\Theta(\alpha, dP, \delta P) . \alpha + \alpha . \Theta(\alpha, dP, \delta P) = 0,$$

che può scriversi, α essendo dilatazione:

$$(17) \qquad \alpha . \Theta(\alpha, dP, \delta P) + K\{\alpha . \Theta(\alpha, dP, \delta P)\} = 0,$$

o, sotto altra forma:

$$(17') \qquad \alpha . \Theta(\alpha, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}) + K\{\alpha . \Theta(\alpha, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})\} = 0,$$

ove $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ sono vettori costanti di E_n. Queste formule provano che $\alpha . \Theta(\alpha, dP, \delta P)$, ovvero $\alpha . \Theta(\alpha, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$, per $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ vettori costanti di E_n, è un'*omografia assiale.*

5. — Siano $d_r P$, $(r = 1, 2, 3, ...)$ degli spostamenti arbitrari di P in E_n, e quindi $d_r Q$ gli spostamenti corrispondenti di Q in C_n. Se ricordiamo (Nota 1ª) che

$$d_2 d_1 \beta - d_1 d_2 \beta = \beta . \Theta(\alpha, d_1 P, d_2 P).$$

e operiamo sui due membri con $K\beta$, si ha:

$$\alpha . \Theta(\alpha, d_1 P, d_2 P) = K\beta . (d_2 d_1 \beta - d_1 d_2 \beta),$$

da cui:

$$(b) \quad d_4 P \times \alpha\Theta(\alpha, d_1 P, d_2 P) d_3 P = d_4 P \times K\beta . (d_2 d_1 \beta - d_1 d_2 \beta) d_3 P;$$

ma $\beta dP = dQ$, e quindi, ritenendo dP vettore costante e osservando che in tal caso si ha, ad es.:

$$d_2 d_1 \beta . d_3 P = d_2 d_1 (\beta d_3 P) = d_2 d_1 d_3 Q,$$

il secondo membro della (b) diventa:

$$d_4 Q \times (d_2 d_1 d_3 Q - d_1 d_2 d_3 Q),$$

e quindi si ha:

$$(18)\quad d_4P \times \alpha\Theta(\alpha, d_1P, d_2P)\, d_3P = d_4Q \times (d_2d_1d_3Q - d_1d_2d_3Q) \ (*).$$

Per r, s, t, u numeri interi, positivi e non nulli, arbitrari, si ha ovviamente:

$$(19)\quad d_rd_s(d_tQ \times d_uQ) = d_tQ \times d_rd_sd_uQ + d_rd_tQ \times d_sd_uQ + \\ + d_sd_tQ \times d_rd_uQ + d_uQ \times d_rd_sd_tQ\,.$$

Se in questa scambiamo tra loro r e s e poi si sottrae la formula ottenuta, dalla (19), si ha, ricordando la (14):

$$(20)\quad d_tQ \times (d_rd_sd_uQ - d_sd_rd_uQ) = d_uQ \times (d_sd_rd_tQ - d_rd_sd_tQ).$$

Si osservi che da questa e dalla (18) risulta ancora la (17).

Ad r, s, t, u si diano ordinatamente i gruppi di valori:

$$1423; \qquad 2314; \qquad 1324; \qquad 2413,$$

e sostituiamo nella (20); poi sommiamo membro a membro le prime due formule ottenute, e dal risultato si sottragga la somma delle due rimanenti. Osservando che $d\delta Q = \delta dQ$ e tenendo conto della (14) risulta:

$$d_1d_4(d_2Q \times d_3Q) + d_2d_3(d_1Q \times d_4Q) - d_1d_3(d_2Q \times d_4Q) - \\ - d_2d_4(d_1Q \times d_3Q) = d_4Q \times (d_2d_1d_3Q - d_1d_2d_3Q) + \\ + d_3Q \times (d_1d_2d_4Q - d_2d_1d_4Q) + \\ + 2d_2d_4Q \times d_1d_3Q - 2d_3d_2Q \times d_1d_4Q\,,$$

(*) Non volendo considerare dP come costante, si opera così. Da $\beta d_3P = d_3Q$, operando prima con d_1 e poi con d_2, si ha:

$$d_2d_1\beta\,.\,d_3P + d_1\beta\,.\,d_2d_3P + d_2\beta\,.\,d_1d_3P + \beta\,.\,d_2d_1d_3P = d_2d_1d_3Q;$$

scambiando tra loro d_1 e d_2, sottraendo ed osservando che i vari d applicati a P sono commutabili, si ha:

$$d_2d_1\beta\,.\,d_3P - d_1d_2\beta\,.\,d_3P = d_2d_1d_3Q - d_1d_2d_3Q\,,$$

come si era trovato per altra via.

che, per la (20), dà subito:

$$(21)\qquad d_4 Q \times (d_2 d_1 d_3 Q - d_1 d_2 d_3 Q) = \frac{1}{2} \{ d_1 d_4 (d_2 Q \times d_3 Q) + \\ + d_2 d_3 (d_1 Q \times d_4 Q) - d_1 d_3 (d_2 Q \times d_4 Q) - d_2 d_4 (d_1 Q \times d_3 Q) \} + \\ + d_1 d_4 Q \times d_2 d_3 Q - d_1 d_3 Q \times d_2 d_4 Q.$$

Se cambiamo in questa 1234 in 3412, il 2° membro non muta, perciò:

$$(22)\qquad d_4 Q \times (d_2 d_1 d_3 Q - d_1 d_2 d_3 Q) = d_2 Q \times (d_4 d_3 d_1 Q - d_3 d_4 d_1 Q).$$

In virtù della (18) si può dare alla (22) la forma notevole:

$$(23)\qquad d_4 P \times \alpha\Theta\,(\alpha, d_1 P, d_2 P)\, d_3 P = d_2 P \times \alpha\Theta\,(\alpha, d_3 P, d_4 P)\, d_1 P,$$

o anche, per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$ vettori costanti di E_n:

$$(23')\qquad \boldsymbol{b} \times \alpha\Theta\,(\alpha, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d})\, \boldsymbol{a} = \boldsymbol{d} \times \alpha\Theta\,(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\, \boldsymbol{c}.$$

Dalle (18), (21) si trae poi la seguente importante formula:

$$(24)\qquad \boldsymbol{b} \times \alpha\Theta\,(\alpha, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d})\, \boldsymbol{a} = \frac{1}{2} \{ \boldsymbol{a} \times \mathrm{grad}_P [\boldsymbol{d} \times \mathrm{grad}_P (\boldsymbol{b} \times \alpha \boldsymbol{c})] + \\ + \boldsymbol{b} \times \mathrm{grad}_P [\boldsymbol{c} \times \mathrm{grad}_P (\boldsymbol{a} \times \alpha \boldsymbol{d})] - \\ - \boldsymbol{a} \times \mathrm{grad}_P [\boldsymbol{c} \times \mathrm{grad}_P (\boldsymbol{b} \times \alpha \boldsymbol{d})] - \\ - \boldsymbol{b} \times \mathrm{grad}_P [\boldsymbol{d} \times \mathrm{grad}_P (\boldsymbol{a} \times \alpha \boldsymbol{c})] \} + \\ + \boldsymbol{b} \times \{ \mathrm{K}\Phi\,(\alpha, \boldsymbol{c})\, \alpha\Phi\,(\alpha, \boldsymbol{d}) - \mathrm{K}\Phi\,(\alpha, \boldsymbol{d})\, \alpha\Phi\,(\alpha, \boldsymbol{c}) \} \boldsymbol{a}.$$

Per ottenerla basta osservare che ritenuto, al solito, dP vettore costante, si ha, ad es.:

$$d_1 d_4 (d_2 Q \times d_3 Q) = d_1 d_4 (d_2 P \times \alpha d_3 P) = \\ = d_1 [d_1 P \times \mathrm{grad}\,(d_2 P \times \alpha d_3 P)] = \\ = d_1 P \times \mathrm{grad}\,[d_4 P \times \mathrm{grad}\,(d_2 P \times \alpha d_3 P)];$$

$$d_1 d_4 Q \times d_2 d_3 Q = d_1 \beta \,.\, d_4 P \times d_2 \beta \,.\, d_3 P = \\ = \beta\Phi\,(\alpha, d_1 P)\, d_4 P \times \beta\Phi\,(\alpha, d_2 P)\, d_3 P = \\ = d_4 P \times \mathrm{K}\Phi\,(\alpha, d_1 P) \,.\, \alpha \,.\, \Phi\,(\alpha, d_2 P)\, d_3 P;$$

e che inoltre, per h numero funzione di P, si ha:

$$\boldsymbol{a} \times \mathrm{grad}\,(\boldsymbol{b} \times \mathrm{grad}\, h) = \boldsymbol{a} \times \frac{d\,\mathrm{grad}\, h}{dP} \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \times \frac{d\,\mathrm{grad}\, h}{dP} \boldsymbol{a} = \\ = \boldsymbol{b} \times \mathrm{grad}\,(\boldsymbol{a} \times \mathrm{grad}\, h).$$

6. — Vediamo ora come possono determinarsi delle speciali metriche α che realizzano uno spazio curvo C_n, tale che in ogni punto Q la curvatura riemanniana, secondo qualsiasi giacitura, abbia un valor *costante* $\mathcal{K}_0$.

È noto (Nota 1ª) che, per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vettori costanti di E_n, si ha:

$$(a) \qquad \mathcal{K}_0 = \boldsymbol{b} \times \alpha\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\, \boldsymbol{a} / \{ \boldsymbol{a} \times \alpha\boldsymbol{a} \,.\, \boldsymbol{b} \times \alpha\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a} \times \alpha\boldsymbol{b})^2 \},$$

che deve valere qualunque siano $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$.

Vediamo se è possibile soddisfare alla (a) con α numero, e precisamente

$$\alpha = 1/\varphi^2,$$

essendo φ un numero reale, funzione di P: scegliamo inoltre $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ unitari e ortogonali, in guisa dunque che $\boldsymbol{a}^2 = \boldsymbol{b}^2 = 1$, ed $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = 0$; allora la (a) diventa:

$$(a') \qquad \mathcal{K}_0 = \varphi^4 . \boldsymbol{b} \times \Theta(1/\varphi^2, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\, \boldsymbol{a}/\varphi^2.$$

Se, per brevità di scrittura, poniamo:

$$(b) \qquad \boldsymbol{u} = \operatorname{grad}_P (1/\varphi^2) = -(2 \operatorname{grad}_P \varphi)/\varphi^3,$$

allora, per la (24), la (a') diventa:

$$\mathcal{K}_0 = -\frac{1}{2}\varphi^4 \{ \boldsymbol{b} \times \operatorname{grad}(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{u}) + \boldsymbol{a} \times \operatorname{grad}(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{u}) \} +$$
$$+ \varphi^2 \boldsymbol{b} \times \left\{ \mathrm{K}\Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right) \Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{b}\right) - \mathrm{K}\Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{b}\right) \Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right) \right\} \boldsymbol{a},$$

ovvero:

$$(c) \qquad \mathcal{K}_0 = -\frac{1}{2}\varphi^4 \left\{ \boldsymbol{a} \times \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \times \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\boldsymbol{b} \right\} +$$
$$+ \varphi^2 \left\{ \Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right) \boldsymbol{b} \times \Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{b}\right) \boldsymbol{a} - \Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{b}\right) \boldsymbol{b} \times \Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right) \boldsymbol{a} \right\}.$$

Ora, dall'espressione dell'omografia Φ (Nota 1ª) e dalle formule di Pieri sull'operatore S, si ha subito, ad es.:

$$2\Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right) = \varphi^2 \{ \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a} + \mathrm{H}(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{a}) - \mathrm{H}(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{u}) \},$$

onde:

$$2\,\Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right)\boldsymbol{b} = \varphi^2\,(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{b} + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{b}\,.\,\boldsymbol{a}),$$

$$2\,\Phi\left(\frac{1}{\varphi^2}, \boldsymbol{a}\right)\boldsymbol{a} = \varphi^2\,(2\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{a} - \boldsymbol{u}),$$

perciò la (c) assume la forma:

$$(c') \qquad \mathcal{K}_0 = -\frac{1}{2}\,\varphi^4 \left\{ \boldsymbol{a} \times \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\,\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \times \frac{d\boldsymbol{u}}{dP}\,\boldsymbol{b} \right\} + \\ + \frac{1}{4}\,\varphi^6 \left\{ 3\,(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{a})^2 + 3\,(\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{b})^2 - \boldsymbol{u}^2 \right\}.$$

Si consideri ora in E_n il sistema unitario ortogonale di vettori $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ e si applichi la (c') alle coppie $(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2)$, $(\boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3), \ldots, (\boldsymbol{a}_{n-1}, \boldsymbol{a}_n), (\boldsymbol{a}_n, \boldsymbol{a}_1)$ e si sommino le formule risultanti; si ottiene subito:

$$(d) \qquad n\,\mathcal{K}_0 = -\,\varphi^4 .\, \mathrm{div}\,\boldsymbol{u} + \frac{1}{4}\,\varphi^6\,(6 - n)\,\boldsymbol{u}^2.$$

Sostituendo qui ad $\boldsymbol{u}$ il suo valore (b) risulta:

$$n\,\mathcal{K}_0 = 2\,\varphi^4 .\, \mathrm{div}\,\frac{\mathrm{grad}\,\varphi}{\varphi^3} + (6 - n)\,(\mathrm{grad}\,\varphi)^2 = \\ = 2\,\varphi^4 \left(\frac{1}{\varphi^3}\,\Delta\varphi + \mathrm{grad}\,\frac{1}{\varphi^3} \times \mathrm{grad}\,\varphi\right) + (6 - n)\,(\mathrm{grad}\,\varphi)^2 = \\ = 2\,\varphi^4 \left\{ \frac{1}{\varphi^3}\,\Delta\varphi - \frac{3}{\varphi^4}\,(\mathrm{grad}\,\varphi)^2 \right\} + (6 - n)\,(\mathrm{grad}\,\varphi)^2,$$

e riducendo:

$$(25) \qquad 2\,\varphi\,\Delta\varphi - n\,(\mathrm{grad}_P\,\varphi)^2 = n\,\mathcal{K}_0,$$

che è l'equazione differenziale che determina φ in funzione di P.

Quest'equazione differenziale è la forma assoluta che assume la seconda delle condizioni (18) date a pag. 345 del vol. 1° del Bianchi (ove la U è qui sostituita dalla φ); la prima delle (18) equivale a

$$\frac{d\,\mathrm{grad}\,\varphi}{dP}\,\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = 0,$$

per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vettori unitari ortogonali, ed è verificata con la nostra posizione seguente (e), posizione *particolare*, che non dà quindi tutte le soluzioni della nostra (25).

Cerchiamo di soddisfare alla (25) con φ funzione quadratica di P; poniamo quindi, O essendo un punto fisso arbitrario:

$$(e) \qquad \varphi = p + \boldsymbol{a} \times (P - O) + q\,(P - O)^2,$$

ove p, q sono numeri ed $\boldsymbol{a}$ vettore, tutti costanti, per ora arbitrari.

Da (e) si ha:

$$\operatorname{grad} \varphi = \boldsymbol{a} + 2q\,(P - O),$$
$$\Delta\varphi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = 2nq;$$

sostituendo nella (25) si ottiene:

$$(f) \qquad 4npq - n\boldsymbol{a}^2 = n\mathcal{K}_0;$$

le costanti p, q, $\boldsymbol{a}$ sono dunque legate da questa sola condizione.

Per $\boldsymbol{a} = 0$ e $p = 1$, si ha $q = \mathcal{K}_0/4$, quindi la (e) porge:

$$(26) \qquad \varphi = 1 + \frac{1}{4}\mathcal{K}_0\,(P - O)^2,$$

che coincide colla forma data da Riemann.

Per $\boldsymbol{a} \neq 0$ e $p = q = 0$ si ha $\mathcal{K}_0 = -\boldsymbol{a}^2$, cioè C_n è uno spazio *pseudosferico*, di raggio $R = 1 \bmod \boldsymbol{a}$, e si ha [Bianchi, op. cit., pag. 345, formula (E)]:

$$(27) \qquad \varphi = \boldsymbol{a} \times (P - O).$$

Ma uno spazio pseudosferico di raggio R si ottiene anche con $p = 1$, $q = 0$, ovvero con $p = 0$, $q = 1$, e si ha rispettivamente:

$$\varphi = 1 + \boldsymbol{a} \times (P - O),$$
$$\varphi = \boldsymbol{a} \times (P - O) + (P - O)^2.$$

È facile vedere che la (27) dà l'*unico* integrale *omogeneo* della (25), il quale deve essere di 1° grado.

Vediamo se si può soddisfare alla (25) assumendo:

$$\varphi = p + \boldsymbol{a} \times (P - O) + (P - O) \times \lambda (P - O),$$

ove p, $\boldsymbol{a}$, λ indicano rispettivamente un numero, un vettore, e una dilatazione, costanti; sostituendo nella (25) ed eguagliando i termini di grado 1 e 2 nei due membri si hanno le equazioni:

$$\boldsymbol{a} \times (\mathrm{I}_1 \lambda - n\lambda)(P - O) = 0,$$
$$(P - O) \times (\mathrm{I}_1 \lambda \,.\, \lambda - n\lambda^2)(P - O) = 0,$$

che sono soddisfatte solo per $\mathrm{I}_1 \lambda = n\lambda$; e siccome questa mostra che λ deve essere un numero, siamo ricondotti alla forma (e).

7. — Supponiamo ora $n = 3$, cioè sia C_n uno spazio curvo a 3 dimensioni.

Abbiamo già visto, nel § 4, che, per $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ vettori costanti di E_n, l'omografia $\alpha\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ è assiale; quindi, per $n = 3$, e solo in tal caso, si ha:

$$\alpha\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \mathrm{V}\{\alpha\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\}\wedge. \tag{29}$$

Ma $\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ è funzione alternata di $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$, quindi deve esistere un'omografia, funzione solo di α, che indicheremo con λ_α, tale che

$$\mathrm{V}\{\alpha\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\} = \lambda_\alpha (\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b}), \tag{30}$$

perchè anche $\mathrm{V}\{\alpha\Theta(\alpha, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\}$ è un vettore funzione alternata di $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$.

Ne segue che la (a) del § 6 porge, per la curvatura riemanniana $\mathscr{K}$, relativa alla giacitura individuata da $\beta^{-1}\boldsymbol{a}$, $\beta^{-1}\boldsymbol{b}$:

$$\mathscr{K} = \frac{\boldsymbol{b} \times \{\lambda_\alpha (\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})\} \wedge \boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a} \times \alpha\boldsymbol{a} \,.\, \boldsymbol{b} \times \alpha\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a} \times \alpha\boldsymbol{b})^2} = \frac{\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \times \lambda_\alpha (\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})}{\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \times (\alpha\boldsymbol{a} \wedge \alpha\boldsymbol{b})},$$

cioè:

$$\mathscr{K} = \frac{\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \times \lambda_\alpha (\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})}{\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \times \mathrm{R}\alpha (\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})}.$$

La curvatura $\mathscr{K}$ di Riemann si può dunque (sempre per $n = 3$) considerare determinata da un vettore $\boldsymbol{k}$ di E_n tale

che $\beta^{-1}\boldsymbol{k}$ è normale alla giacitura in C_n a cui corrisponde la curvatura $\mathscr{K}$ e si ha:

$$\mathscr{K} = \frac{\boldsymbol{k} \times \lambda_\alpha \boldsymbol{k}}{\boldsymbol{k} \times \mathrm{R}\alpha \boldsymbol{k}} . \tag{31}$$

Dalle (29), (30), (23′) risulta poi subito:

$$\boldsymbol{v} \times \{\lambda_\alpha(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})\} \wedge \boldsymbol{u} = \boldsymbol{b} \times \{\lambda_\alpha(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v})\} \wedge \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \times \lambda_\alpha(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}),$$

e poichè

$$\boldsymbol{v} \times \{\lambda_\alpha(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b})\} \wedge \boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v} \times \lambda_\alpha(\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} \times \mathrm{K}\lambda_\alpha(\boldsymbol{u} \wedge \boldsymbol{v}),$$

ne segue $\mathrm{K}\lambda_\alpha = \lambda_\alpha$, cioè *l'omografia* λ_α *è una dilatazione.*

Applicando l'omografia β alle direzioni unite (due a due ortogonali) della dilatazione λ_α si ottengono le *direzioni principali* in Q dello spazio curvo C_n, secondo le quali la curvatura $\mathscr{K}$ è massima o minima.

Esse formano il triedro principale in Q nello spazio C_n.

Sulla generalizzazione dei moti alla Poinsot e sulla stabilità degli assi permanenti di rotazione in detti moti

Nota di ORAZIO LAZZARINO

Facendo seguito ad alcune Note precedenti [1], nelle quali mi sono occupato della rotazione attorno ad un punto fisso di un sistema di forma invariabile nel quale sussistano dei moti interni, mi propongo ora di far vedere, sempre per via intrinseca ed utilizzando le indagini del VOLTERRA [2], come i casi studiati siano una generalizzazione dei moti alla POINSOT, e come si possa trattare da un punto di vista più generale, di quanto sia stato fatto precedentemente, la questione degli assi permanenti di rotazione e della loro stabilità.

1. — Nuova forma dell'equazione differenziale dei moti alla Poinsot. — È noto che l'equazione differenziale dei moti alla POINSOT può scriversi, in assenza di forze esterne, sotto la forma intrinseca [3],

$$\alpha\Omega' + \Omega \wedge \alpha\Omega = 0, \tag{1}$$

---

[1] O. LAZZARINO, Nota 1ª: *Rappresentazione cinematica della rotazione di un corpo nel quale sussistano dei moti interni stazionarî*, " Rendic. della R. Accad. dei Lincei „, 2° sem. 1917; Nota 2ª: *Assi permanenti nel moto di rotazione di un corpo, ecc.*, " Id. „, 2° sem. 1917; Nota 3ª: *Sulla rotazione di un corpo di rivoluzione nel quale sussistano dei moti interni variabili*, " Id. „, 2° sem. 1917.

[2] V. VOLTERRA, *Sur la théorie des variations des latitudes*, " Acta Mathematica „, tomo XXII, a. 1899.

[3] C. BURALI FORTI e R. MARCOLONGO, *Analyse vectorielle générale*, Pavia, 1913, t. II, p. 4 [4]. — Questo testo sarà indicato in seguito, per semplicità, con le iniziali A. V. G.

o anche

$$I_3\alpha \,.\, \Omega' + \alpha\Omega \wedge \alpha^2\Omega = 0\,,$$

o anche

$$(1') \qquad \Omega' = -(I_3\alpha)^{-1} .\, \alpha\Omega \wedge \alpha^2\Omega$$

dove α è l'omografia d'inerzia del sistema rispetto al punto fisso O; Ω è il vettore della velocità istantanea di rotazione attorno ad O; Ω' è la derivata di Ω rispetto al tempo.

Ponendo

$$(2) \qquad f_1 = (1/2)\,(I_3\alpha)^{-1} .\, (\alpha\Omega)^2 \;; \qquad f_2 = (1/2) \,.\, \Omega \times \alpha\,\Omega,$$

si ha

$$\mathrm{grad}_\Omega f_1 = (I_3\alpha)^{-1} .\, \alpha^2\Omega \;; \qquad \mathrm{grad}_\Omega f_2 = \alpha\Omega$$

e quindi, sostituendo nella (1'), si ricava l'equazione

$$(3) \qquad \Omega' = \mathrm{grad}\, f_1 \wedge \mathrm{grad}\, f_2$$

che ha la nuova forma cercata.

Si dimostra facilmente che, sia nel caso che nel corpo ruotante sussistano dei moti interni stazionari, sia in casi più generali, l'equazione del moto può sempre ridursi al tipo (3).

Difatti, si è già visto [4] che, quando i moti interni al sistema ruotante sono stazionari, l'equazione differenziale del moto può scriversi, in assenza di forze esterne,

$$(4) \qquad \alpha\Omega' + \Omega \wedge (\alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i) = 0$$

ossia

$$(4') \qquad I_3\alpha \,.\, \Omega' + \alpha\Omega \wedge (\alpha^2\Omega + \alpha\boldsymbol{M}_i) = 0$$

dove $\boldsymbol{M}_i$ è il momento, rispetto ad O, dell'impulso dovuto ai moti interni. Ponendo

$$(5) \qquad f_1 = (1/2)\,(I_3\alpha)^{-1} .\, (\alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i)^2 \;; \qquad f_2 = (1/2)\,\Omega \times \alpha\Omega$$

si ha

$$(5') \qquad \mathrm{grad}_\Omega f_1 = (I_3\alpha)^{-1} .\, (\alpha^2\Omega + \alpha\boldsymbol{M}_i) \;; \qquad \mathrm{grad}_\Omega f_2 = \alpha\Omega$$

---

(4) V. l. c., Nota 1ª.

e quindi, risolvendo la (4′) rispetto ad Ω' e sostituendo, si ricava l'equazione

$$\Omega' = \operatorname{grad} f_1 \wedge \operatorname{grad} f_2 \tag{3'}$$

che è del tipo (3), c. d. d.

Per applicare questo procedimento a casi più generali, conviene considerare la funzione

$$F = (1/2)\,(\Omega \times \alpha\Omega + 2\Omega \times \boldsymbol{M}_i) \tag{6}$$

dalla quale si ricava

$$\operatorname{grad}_\Omega F = \alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i = K \tag{7}$$

dove K è il *vettore costante* (fisso nello spazio) dell'*integrale delle aree* [5]. Dopo ciò, le (5) assumono la forma

$$f_1 = (1/2)\,(\mathrm{I}_3\,\alpha)^{-1}\,.\,(\operatorname{grad} F)^2\ ; \qquad f_2 = \Omega \times \operatorname{grad} F - F \tag{8}$$

e si può dimostrare che " *se per un sistema ruotante attorno ad* " *un punto fisso sussiste l'integrale* (7) [*che è una nuova forma* " *dell'integrale delle aree*], *dove* F *è una funzione qualunque di* Ω *e* " *del tempo, l'equazione del moto può sempre ridursi al tipo* (3) ".

Infatti, derivando la (7) rispetto al tempo, si ha

$$\frac{d \operatorname{grad} F}{dt} = \frac{d \operatorname{grad} F}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dt} + \frac{\partial \operatorname{grad} F}{\partial t} = 0$$

ossia

$$\frac{d \operatorname{grad} F}{d\Omega} \cdot \frac{d\Omega}{dt} + \Omega \wedge \operatorname{grad} F = 0.$$

Ponendo

$$\frac{d \operatorname{grad} F}{d\Omega} = \beta \tag{9}$$

e applicando alla precedente equazione l'operatore $\mathrm{R}\beta$, si ricava

$$\mathrm{I}_3\beta\,.\,\Omega' + (\beta\Omega) \wedge \beta \operatorname{grad} F = 0. \tag{10}$$

---

[5] V. l. c., Nota 2ª. — Giova rilevare che l'integrale (7) delle aree sussiste anche nel caso in cui i moti interni siano variabili.

Ponendo inoltre

$$(11) \qquad \varphi_1 = (1/2)\,(\mathrm{grad}\,F)^2 \;;\quad \varphi_2 = \Omega \times \mathrm{grad}\,F - F$$

si ha, tenendo conto della (9),

$$\mathrm{grad}_\Omega\,\varphi_1 = \beta\,\mathrm{grad}\,F \;;\qquad \mathrm{grad}_\Omega\,\varphi_2 = \beta\,\Omega$$

e quindi, risolvendo la (10) rispetto ad Ω' e sostituendo, si ottiene

$$(12) \qquad \Omega' = (\mathrm{I}_3\beta)^{-1}\,.\,\mathrm{grad}\,\varphi_1 \wedge \mathrm{grad}\,\varphi_2$$

dove il fattore $\mathrm{I}_3\beta$ è notoriamente l'Hessiano della funzione F.

Per eliminare $\mathrm{I}_3\beta$ basta sostituire a t la variabile τ definita dalla relazione

$$(13) \qquad \frac{dt}{d\tau} = \mathrm{I}_3\beta$$

in virtù della quale si ha immediatamente l'equazione

$$(14) \qquad \frac{d\Omega}{d\tau} = \mathrm{grad}\,\varphi_1 \wedge \mathrm{grad}\,\varphi_2$$

che è del tipo (3) c. d. d.

Se la funzione F è di 2° grado in Ω, saranno tali anche f_1 ed f_2: poi dalla (9) risulta che β è costante e quindi anche $\mathrm{I}_3\beta$ ha valore costante. Indicando con a tale valore, si ricava dalla (13)

$$t = a\,(\tau - \tau_0)$$

dove τ_0 è una costante arbitraria. Ponendo in questo caso

$$f_1 = (1/2a)\,.\,(\mathrm{grad}\,F)^2 = \varphi_1/a \;;\quad f_2 = \Omega \times \mathrm{grad}\,F - F = \varphi_2,$$

la (14) diviene

$$(14') \qquad \Omega' = \mathrm{grad}\,f_1 \wedge \mathrm{grad}\,f_2\,.$$

Potendosi trascurare nella F il termine indipendente da Ω, risulta senz'altro, dal teorema di Eulero sulle funzioni omogenee, che, per ottenere l'espressione della f_2, basta trascurare in F il termine di primo grado in Ω.

2. — **Ricerca degli assi permanenti di rotazione.** — Partendo dall'equazione (3′), che vale per i moti alla POINSOT generalizzati, si può fare la ricerca degli assi permanenti di rotazione da un punto di vista più generale di quanto sia stato fatto precedentemente (V. l. c., Nota 2ª).

L'equazione (3′) ammette evidentemente gl'integrali

$$f_1 = \text{cost.} \; ; \quad f_2 = \text{cost.} \tag{15}$$

che possono considerarsi come le equazioni di due superficie di secondo grado le cui intersezioni, che sono quartiche di 1ª specie, saranno tutte le traiettorie possibili del punto $P_1 = O + \Omega$.

Questo punto può chiamarsi, col VOLTERRA, *indice di rotazione* e non è da confondere col *polo di rotazione*, che è determinato dall'intersezione della semiretta $O\Omega$ con l'ellissoide d'inerzia del sistema rispetto al punto fisso O.

Dopo ciò è chiaro che, per avere gli assi permanenti di rotazione, basta trovare le *posizioni di equilibrio* del punto P_1.

Tali posizioni si hanno evidentemente quando si annulla il vettore Ω', cioè quando sussiste la relazione

$$\text{grad} f_1 \wedge \text{grad} f_2 = 0 \, , \tag{16}$$

la quale, indicando con m un numero reale, può anche scriversi

$$\text{grad} f_1 = m \, \text{grad} f_2 \, . \tag{16'}$$

Poichè questa è anche la condizione necessaria e sufficiente perchè le superficie (15) siano tangenti fra loro, si ha che, in questo caso, P_1 sarà un *punto doppio* delle quartiche, e si può quindi concludere che " *i punti doppii delle quartiche definite* " *dalle* (15) *sono le posizioni di equilibrio dell'indice* P_1 *e carat-* " *terizzano le rotazioni permanenti del sistema; il luogo di tali* " *punti, al variare delle condizioni iniziali del moto, è la curva* " *che ha per equazione la* (16) ...

Nel caso dei moti interni stazionarî, la (16), tenuto conto delle (5′), equivale alla

$$\Omega \wedge (\alpha \Omega + \boldsymbol{M}_i) = 0 \tag{17}$$

e la (16′) alla

$$(16'') \qquad \alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i = m\,(\mathrm{I}_3\alpha)\,\Omega\,,$$

da cui, indicando con l un numero reale, si ha

$$(17') \qquad l\Omega = \alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i\,,$$

e da qui si ottiene immediatamente l'espressione di $\boldsymbol{M}_i$ in funzione di Ω, e viceversa

$$(18) \qquad \boldsymbol{M}_i = (l - \alpha)\,\Omega$$

$$(19) \qquad \Omega = (l - \alpha)^{-1}\,\boldsymbol{M}_i\,.$$

Ne segue la relazione

$$(20) \qquad P_1 = O + \Omega = O + (l - \alpha)^{-1}\,\boldsymbol{M}_i\,,$$

la quale dà, al variare di l da $-\infty$ a $+\infty$, tutti i punti della curva luogo delle posizioni di equilibrio dell'indice di rotazione P_1.

Si può dimostrare, in modo molto semplice, che questa curva è una *cubica gobba*.

Infatti, ricordando una formola nota (A. V. G., I, p. 38 [4′]), la (19) può scriversi

$$\Omega = [\mathrm{I}_3\,(l - \alpha)]^{-1}\,\mathrm{R}\,(l - \alpha)\,\boldsymbol{M}_i\,,$$

e quindi un punto generico P_1 della curva sarà espresso, per la (20), da

$$(20') \qquad P_1 = O + [\mathrm{I}_3\,(l - \alpha)]^{-1}\,.\,\mathrm{R}\,(l - \alpha)\,\boldsymbol{M}_i$$

ossia, applicando formole note, da

$$(20'') \qquad P_1 = O + \frac{\mathrm{R}\,\alpha - l\,.\,(\mathrm{I}_1\,\alpha - \alpha) + l^2}{-\mathrm{I}_3\,\alpha + l\,.\,\mathrm{I}_2\,\alpha - l^2\,.\,\mathrm{I}_1\,\alpha + l^3}\,\boldsymbol{M}_i$$

e questa equazione è della forma

$$(20_1) \qquad P_1 = O + \frac{\boldsymbol{a} + l\,\boldsymbol{b} + l^2\,\boldsymbol{c}}{a_1 + l\,a_2 + l^2 a_3 + l^3}$$

dove $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ sono tre vettori arbitrari ed a_1, a_2, a_3 numeri reali.

Cerchiamo i punti d'intersezione della curva (20_1) con un piano arbitrario la cui equazione, indicando con $\boldsymbol{d}$ un vettore e con m un numero reale, può scriversi

$$(21) \qquad (P_1 - O) \times \boldsymbol{d} = m.$$

Sostituendo qui a P_1 l'espressione (20_1), si ha

$$(22) \quad ml^3 + (ma_3 - \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d})l^2 + (ma_2 - \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{d})l + (ma_1 - \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{d}) = 0,$$

e, poichè questa equazione è di terzo grado in l, si conclude che " *un piano generico taglia la curva in tre punti e quindi* " *questa è una cubica gobba* (*) c. d. d. ".

Come risulta dalla (20′), supposto $\boldsymbol{M}_i \neq 0$, il punto P_1 va all'infinito quando l è tale che $\mathrm{I}_3(l - \alpha) = 0$, cioè quando l è uguale ad uno dei tre momenti principali d'inerzia del sistema relativi al punto fisso O. Posto poi $P_1 = O + n\boldsymbol{u}$, con $\boldsymbol{u}$ vettore unitario ed n numero reale, dalla (20) si ha

$$(l - \alpha)\,\boldsymbol{u} = \boldsymbol{M}_i / n,$$

perciò, se P_1 va all'infinito, si ha $(l - \alpha)\,\boldsymbol{u} = 0$ cioè $\alpha\boldsymbol{u} = l\boldsymbol{u}$ e quindi " *i tre asintoti della curva sono paralleli agli assi prin-* " *cipali d'inerzia relativi ad O* e tagliano i piani diametrali in " punti di cui è facile assegnare l'espressione in base alla (20) ".

Indicando con A, B, C i momenti principali d'inerzia e con L_1, L_2, L_3 i corrispondenti asintoti, si vede facilmente che la

---

(*) Per dimostrare che la (20′) è l'equazione di una *cubica gobba* si può anche seguire quest'altro procedimento: Siano A_1, A_2, A_3 tre punti qualunque non allineati, la curva incontrerà il piano da essi determinato nei punti che corrispondono ai valori di l, per i quali si ha

$$(P_1 - A_1) \times (A_2 - A_1) \wedge (A_3 - A_1) = 0$$

ossia, per la (20′),

$$[\mathrm{I}_3(l - \alpha) \,.\, (O - A_1) + \mathrm{R}(l - \alpha)\,\boldsymbol{M}_i] \times (A_2 - A_1) \wedge (A_3 - A_1) = 0$$

e, poichè questa è un'equazione di 3° grado in l, la curva è una cubica gobba, c. d. d.

detta cubica è formata da tre rami g_1, g_2, g_3. Supposto $A > B > C$ il primo ramo g_1 parte dal punto $-\infty$ di L_1 e va al punto $+\infty$ di L_2 e corrisponde ai valori di l compresi tra A e B; il secondo ramo g_2 va dal punto $-\infty$ di L_2 al punto di $+\infty$ di L_3 e corrisponde ai valori di l compresi tra B e C; finalmente il terzo ramo g_3 va dal punto $-\infty$ di L_3 al punto $+\infty$ di L_1 e corrisponde ai valori di l maggiori di A e a quelli minori di C, esso passa anche per l'origine che corrisponde ad $l = \infty$. Da ciò si conclude che " *la curva è una iperbole cubica* ".

Volendo ora trovare la condizione perchè la cubica sia piana, si osserva che, in tale ipotesi, la curva dovrà avere infiniti punti in comune con un piano e, se tale piano ha per equazione la (21), si trae che la (22) deve avere infinite radici. Per questo è necessario e basta che i coefficienti della (22) siano nulli, che cioè si abbia

$$m = 0\,, \qquad \boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d} = 0\,, \qquad \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{d} = 0\,, \qquad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{d} = 0\,.$$

La prima di queste equazioni esprime che il piano (21) passa per il punto O, le altre tre dicono che i vettori $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ sono normali al vettore $\boldsymbol{d}$ e che quindi devono essere tra loro complanari; perciò la condizione necessaria e sufficiente perchè la cubica sia piana è espressa dalla relazione

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} \wedge \boldsymbol{c} = 0\,.$$

Nel caso della (20'') questa condizione assume la forma

$$\boldsymbol{M}_i \times \alpha \boldsymbol{M}_i \wedge \mathrm{R}\alpha \boldsymbol{M}_i = 0$$

che equivale a quest'altra

$$\boldsymbol{M}_i \times \alpha \boldsymbol{M}_i \wedge \alpha^2 \boldsymbol{M}_i = 0\,. \tag{23}$$

Si può inoltre dimostrare che in questo caso " *la* (23) *esprime* " *anche la condizione necessaria e sufficiente perchè la cubica si* " *spezzi in curve di ordine inferiore* ".

Infatti, la (20'') equivale alla (17) e da questa, indicando rispettivamente con p, q, r e con m_1, m_2, m_3 le grandezze delle

componenti dei vettori Ω e $\boldsymbol{M}_i$ rispetto agli assi principali d'inerzia $O\boldsymbol{i}$, $O\boldsymbol{j}$, $O\boldsymbol{k}$, si deduce immediatamente il sistema

$$(17'') \qquad \begin{cases} a) & (C-B)\,qr + m_3 q - m_2 r = 0 \\ b) & (A-C)\,rp + m_1 r - m_3 p = 0 \\ c) & (B-A)\,pq + m_2 p - m_1 q = 0. \end{cases}$$

Inoltre, dalla (23) si ha

$$(23') \qquad (C-B)\,(A-C)\,(B-A)\,m_1 m_2 m_3 = 0.$$

Riguardando le p, q, r come coordinate della curva, dalle (17'') risulta chiaro che la cubica è data dall'intersezione di tre cilindri con gli assi paralleli ai tre assi principali di inerzia; essa passa per l'origine, cioè per il punto fisso, ed ha per punti impropri quelli degli assi.

Considerando due di questi cilindri, ad esempio quelli di equazioni $(17''_a)$ e $(17''_b)$, si vede che essi hanno in comune la retta impropria del piano $O\boldsymbol{ij}$, hanno vertici distinti (cioè i punti impropri degli assi $O\boldsymbol{i}$, $O\boldsymbol{j}$) e, lungo questa generatrice comune, hanno i piani tangenti

$$(\epsilon) \qquad (C-B)\,r + m_3 = 0\,, \qquad (A-C)\,r - m_3 = 0\,.$$

Ora dimostro che " *affinchè la cubica si spezzi è necessario* " *e sufficiente che sia nullo uno dei numeri* (C — B), (A — C), " (B — A), m_1, m_2, m_3, *o, in altri termini, che sussista la* (23'), " *ossia la* (23) ".

Che la condizione sia sufficiente è evidente. Se, infatti, è ad esempio $C - B = 0$, il cilindro $(17''_a)$ si spezza nel piano improprio e nel piano $m_3 q - m_2 r = 0$, e per conseguenza la cubica si spezza nella retta impropria del piano $O\boldsymbol{jk}$ e in una conica che è l'intersezione del piano precedente col cilindro $(17''_b)$ o $(17''_c)$. Se è invece $m_1 = 0$, il cilindro $(17''_b)$ degenera nel piano $O\boldsymbol{jk}$ e nel piano $(A-C)\,r - m_3 = 0$ e quindi la cubica è costituita ancora da una retta e da una conica.

Viceversa, dico che, se la (23') non è soddisfatta, *la cubica è irriducibile.*

Infatti, in tal caso i cilindri $(17''_a)$ e $(17''_b)$ hanno lungo la comune generatrice (retta impropria del piano Oij) i piani tangenti (ϵ), sopra indicati, i quali sono certamente distinti, perchè in caso contrario sarebbe $(C-B)+(A-C)=0$ ossia $B-A=0$. D'altra parte, i cilindri stessi sono, nella fatta ipotesi, entrambi irriducibili. Dunque la cubica, essendo l'intersezione di due cilindri irriducibili che hanno vertici diversi, una generatrice comune e, lungo questa, piani tangenti diversi, deve risultare necessariamente irriducibile.

Resta con ciò dimostrato che la condizione (23) è anche necessaria e quindi, tenendo presente il significato cinematico dell'annullarsi dei coefficienti $(C-B), \ldots m_1 \ldots$, si può concludere che " *la condizione necessaria e sufficiente perchè la cubica* " *luogo delle posizioni di equilibrio dell'indice di rotazione* P_1 *si* " *spezzi in curve di ordine inferiore è che l'ellissoide d'inerzia* " *del sistema, relativo al punto fisso, sia di rivoluzione attorno ad* " *uno degli assi principali d'inerzia, oppure che vi siano condi-* " *zioni tali per cui il vettore momento* $\boldsymbol{M}_i$ *dei moti interni debba* " *muoversi costantemente in uno dei piani principali d'inerzia* ".

In particolare, la condizione (23) sussiste evidentemente anche quando l'ellissoide d'inerzia è una sfera, oppure il vettore $\boldsymbol{M}_i$ si mantiene costantemente parallelo ad uno degli assi principali d'inerzia.

Se poi, verificandosi questa seconda ipotesi, l'ellissoide d'inerzia è di rivoluzione attorno ad $O\boldsymbol{M}_i$, allora, come risulta dalle $(17'')$, la cubica si spezza in una retta e in un piano.

È facile esaminare quando questo luogo cessa di essere una curva; perciò basta osservare che la (17) può scriversi

$$(17''') \qquad \Omega \wedge \alpha\Omega + \Omega \wedge \boldsymbol{M}_i = 0 .$$

Perchè questa equazione sia soddisfatta qualunque sia Ω, cioè per ogni posizione del punto P_1, è necessario e basta che siano separatamente nulli i termini di secondo e primo grado in Ω, cioè

$$(24) \qquad \Omega \wedge \alpha\Omega = 0 , \qquad \Omega \wedge \boldsymbol{M}_i = 0 .$$

Essendo Ω arbitrario, la prima delle (24) esprime che qualunque direzione è unita per l'omografia α, perciò α è necessa-

riamente un numero e l'ellissoide di inerzia del sistema si riduce ad una sfera; la seconda richiede che sia $\boldsymbol{M}_i = 0$, che cioè il corpo sia completamente rigido. Quindi, se le (24) sono verificate qualunque sia Ω, il luogo delle posizioni di equilibrio del punto P_1 non è più una curva, poichè ogni punto dello spazio è una posizione di equilibrio di P_1, cioè ogni asse è asse permanente di rotazione. Si può dunque concludere che " *condizione necessaria e sufficiente perchè ogni asse sia asse permanente di rotazione è che il corpo sia completamente rigido e che l'ellissoide d'inerzia del sistema, rispetto al punto fisso O, sia una sfera* ".

Se poi α è un numero, ma $\boldsymbol{M}_i \neq 0$, allora la (17''') esprime che " *in queste ipotesi le rotazioni sono permanenti quando, e solo quando, il vettore Ω risulta parallelo ad $\boldsymbol{M}_i$, fatta naturalmente eccezione del caso $\Omega = 0$* ".

Se, invece, l'ellissoide d'inerzia è di rotazione attorno ad un asse passante per O, per es. $O\boldsymbol{k}$, ed inoltre $\boldsymbol{M}_i \neq 0$, allora, ricordando che in questo caso l'omografia α d'inerzia assume la forma (V. l. c., Nota 3ª)

$$\alpha = A + a\mathrm{H}(\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}),$$

dove A e a sono due costanti, la (17') può scriversi

$$(17_1) \qquad n\Omega = a \,.\, \Omega \times \boldsymbol{k} \,.\, \boldsymbol{k} + \boldsymbol{M}_i$$

ove n è un numero reale, e quindi si conclude che " *quando l'ellissoide d'inerzia del sistema, relativo al punto fisso O, è di rotazione attorno ad un asse passante per O, le rotazioni sono permanenti quando, e solo quando, l'asse istantaneo di rotazione $O\Omega$ giace nel piano individuato dall'asse di rotazione dell'ellissoide e dall'asse $O\boldsymbol{M}_i$ dei moti interni* ".

Se poi, nel caso del corpo di rivoluzione, è $\boldsymbol{M}_i = 0$, cioè il corpo è completamente rigido, allora la (17_1) dà l'equazione

$$a \,.\, \Omega \times \boldsymbol{k} \,.\, \Omega \wedge \boldsymbol{k} = 0,$$

che è soddisfatta quando $\Omega \wedge \boldsymbol{k} = 0$, oppure $\Omega \times \boldsymbol{k} = 0$, essendo la costante a diversa da zero. Si ha quindi che " *in un corpo completamente rigido il cui ellissoide d'inerzia, relativo al punto fisso O, è di rotazione attorno ad un asse passante per O, la*

" *rotazione è permanente quando, e solo quando, il vettore* Ω *ri-*
" *sulta parallelo o perpendicolare al detto asse* ".

3. — **Stabilità degli assi permanenti di rotazione.** — Essendo $P_1 = O + \Omega$, è evidente che ad ogni *rotazione stabile* del sistema corrisponderà una posizione di *equilibrio stabile* dell'indice P_1 e *viceversa*.

Basta quindi definire la stabilità di P_1 per definire quella degli assi permanenti di rotazione.

Si dirà, col Volterra, che " la posizione P_1^0 di P_1 è sta-
" bile, quando, per n piccolo a piacere, si può trovare un altro
" numero e tale che, ponendo P_1 ad una distanza, da P_1^0, minore
" di e, e facendolo muovere secondo la legge rappresentata
" dalla (3'), il punto P_1 non si allontanerà mai da P_1^0 al di là
" di n, cioè non si avrà mai mod $(P_1 - P_1^0) > n$ ".

Ciò premesso, il Volterra dimostra (V. l. c.) i seguenti teoremi:

1°) " Tutti i punti isolati delle quartiche definite dalle
" equazioni (15) sono posizioni di equilibrio stabile dell'indice
" di rotazione P_1 ".

2°) " Esiste una doppia stabilità delle rotazioni permanenti
" corrispondenti ai punti isolati delle quartiche (15); una ri-
" spetto alle variazioni del moto di rotazione e l'altra rispetto
" alle variazioni dei moti interni ".

3°) " I punti dell'iperbole cubica che non sono punti iso-
" lati delle quartiche (15) corrispondono a rotazioni instabili ".

Poichè, in base ai detti teoremi, le rotazioni permanenti *stabili* del sistema corrispondono ai *punti isolati* delle quartiche (15) e le instabili ai *nodi*, è evidente che la separazione degli assi permanenti stabili dagli instabili si riduce ora sostanzialmente alla separazione dei punti isolati dai nodi delle quartiche (15).

Per procedere a tale separazione, si supponga (come a § 2) che $P_1 = O + \Omega$ sia una *posizione di equilibrio* dell'indice di rotazione; allora questo punto P_1 o, se si vuole, il vettore corrispondente $\Omega = P_1 - O$, dovrà soddisfare alle equazioni (15) della quartica considerata, le quali, per la (5), possono scriversi

$$(25) \quad (1/2) . I_3 \alpha^{-1} (\alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i)^2 = \text{cost.}\,; \qquad (1/2)\,\Omega \times \alpha\Omega = \text{cost.}\,,$$

e anche alla *condizione* (16′), oppure (17′), *di tangenza* delle quadriche (15).

Poichè le tangenti, nel punto doppio P_1 della quartica, hanno la direzione del vettore $dP_1 = d\Omega$, occorrerà, per determinarle, determinare il vettore dP_1. Per tale scopo si differenziano due volte le (25), riguardandovi come variabile soltanto Ω, ovvero P_1, e si ha successivamente

$$(26) \qquad (\alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i) \times \alpha dP_1 = 0 \; ; \qquad \alpha\Omega \times dP_1 = 0$$

$$(27) \qquad \begin{cases} \alpha^2 dP_1 \times dP_1 + \alpha(\alpha\Omega + \boldsymbol{M}_i) \times d^2 P_1 = 0 \\ \alpha dP_1 \times dP_1 + \alpha\Omega \times d^2 P_1 = 0 . \end{cases}$$

Siccome poi, nel punto P_1, è verificata la (17′), segue che le due equazioni (26) sono tra loro identiche, perciò basta considerarne una sola, ad esempio la seconda; inoltre per la (17′), la prima delle (27) può scriversi

$$\alpha^2 dP_1 \times dP_1 + l \,.\, \alpha\Omega \times d^2 P_1 = 0 .$$

Eliminando ora, fra questa e la seconda delle (27), il vettore d^2P_1, risulta

$$(28) \qquad \alpha(l - \alpha)\, dP_1 \times dP_1 = 0 .$$

Perciò, in conclusione, il vettore dP_1 deve soddisfare alla seconda delle (26) ed alla (28).

Per ricavare da queste due equazioni il vettore dP_1 si può applicare un procedimento noto [6]: si osserva che dP_1 risulta normale ai due vettori $\alpha\Omega$ [ossia $\alpha(P_1 - O)$] e $\alpha(l - \alpha)\, dP_1$ e perciò, indicando con m un numero reale, si può scrivere

$$dP_1 = m\,(\alpha\Omega) \wedge \alpha(l - \alpha)\, dP_1$$

cioè " *il vettore* dP_1 *risulta direzione unita per l'omografia* " $(\alpha\Omega) \wedge \alpha(l - \alpha)$ ".

---

[6] A. Pensa, *Sulla risoluzione di equazioni vettoriali ed omografiche*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. 49, anno 1914.

Per trovare le *direzioni unite* di questa omografia basta, applicando un noto metodo generale [7], cercare le radici della equazione cubica in s

$$\mathrm{I}_3\,[(\alpha\Omega) \wedge \alpha\,(l-\alpha) - s] = 0 \tag{29}$$

ossia, sviluppando e tenendo presente una nota formola (A. V. G., I, p. 42 [1]),

$$s^3 - \mathrm{I}_1[(\alpha\Omega) \wedge \alpha(l-\alpha)]\,s^2 + \mathrm{I}_2[(\alpha\Omega) \wedge \alpha(l-\alpha)]\,s = 0\,. \tag{29'}$$

Una radice della (29′) è $s = 0$, e le altre due son date dall'equazione

$$s^2 - \mathrm{I}_1\,[(\alpha\Omega) \wedge \alpha\,(l-\alpha)]\,s + \mathrm{I}_2\,[(\alpha\Omega) \wedge \alpha\,(l-\alpha)] = 0\,.$$

Per formole note (A. V. G., I, p. 42 [1]), questa equazione può scriversi

$$s^2 + \alpha\Omega \times \mathrm{R}\,(l-\alpha)\,.\,\mathrm{R}\alpha\,.\,\alpha\Omega = 0$$

e, per la (19),

$$s^2 + \mathrm{I}_3\alpha\,.\,\alpha\,(l-\alpha)^{-1}\boldsymbol{M}_i \times \mathrm{R}\,(l-\alpha)\,.\,(l-\alpha)^{-1}\boldsymbol{M}_i = 0$$

ossia

$$s^2 + \mathrm{I}_3\alpha\,.\,\mathrm{I}_3\,(l-\alpha)\,.\,\boldsymbol{M}_i \times \alpha\,(l-\alpha)^{-3}\boldsymbol{M}_i = 0\,. \tag{30}$$

È chiaro che il valore di s sarà *reale* o *immaginario*, secondo che il 2° termine della (30) sarà *negativo* o *positivo*. Da ciò segue che, in corrispondenza, il punto P_1 sarà un *nodo* o un *punto isolato* delle quartiche (15) e quindi si avrà rispettivamente un asse permanente di rotazione *instabile* o *stabile*.

Dopo ciò, indicando con h un numero reale infinitesimo, il vettore dP_1 è dato da

$$\begin{aligned} dP_1 &= h\,.\,\mathrm{RK}\,[(\alpha\Omega) \wedge \alpha\,(l-\alpha) - s]\,\boldsymbol{M}_i = \\ &= h\,.\,\mathrm{R}\,[\alpha\,(l-\alpha)\,.\,(\alpha\Omega) \wedge + s]\,\boldsymbol{M}_i = \\ &= h\,.\,\mathrm{R}\,\{\alpha\,(l-\alpha)\,[\alpha\,(l-\alpha)^{-1}\boldsymbol{M}_i] \wedge + s\}\,\boldsymbol{M}_i\,. \end{aligned}$$

---

[7] Cfr. A. V. G., I, p. 160.

Questa espressione di dP_1 potrebbe anche ridursi a forma più semplice, ma ciò non ci occorre, essendo ora la questione ridotta all'esame della variazione del segno del 2° termine della (30), col variare di l.

Per rendere più intuitivo questo esame, si ponga

$$M = \mathrm{I}_3 (l - \alpha) = (l - A)(l - B)(l - C)$$

$$N = \boldsymbol{M}_i \times \alpha (l - \alpha)^{-3} \boldsymbol{M}_i = \frac{A m_1^2}{(l - A)^3} + \frac{B m_2^2}{(l - B)^3} + \frac{C m_3^2}{(l - C)^3}$$

dove A, B, C sono i momenti principali d'inerzia rispetto ad O ed m_1, m_2, m_3, le grandezze delle componenti di $\boldsymbol{M}_i$, secondo gli assi principali d'inerzia.

Osservando che l'invariante terzo $I_3\alpha = ABC$ è una quantità essenzialmente positiva e indipendente da l, è chiaro che, per esaminare le variazioni di segno del secondo termine della (30), basta esaminare quelle del prodotto

$$D = MN.$$

Indicando con e un numero positivo sufficientemente piccolo ma non nullo, considerando il caso generale in cui i tre momenti principali d'inerzia siano diversi tra loro e supponendo precisamente $C < B < A$, si ottengono per i fattori M, N e per il prodotto D, al variare di l da $-\infty$ a $+\infty$, i *segni* indicati nel seguente specchietto:

l	M	N	D
$-\infty$	$-$	$-$	$+$
$C - e$	$-$	$-$	$+$
$C + e$	$+$	$+$	$+$
$B - e$	$+$	$-$	$-$
$B + e$	$-$	$+$	$-$
$A - e$	$-$	$-$	$+$
$A + e$	$+$	$+$	$+$
$+\infty$	$+$	$+$	$+$

Dall'esame di questi segni risulta immediatamente che il prodotto D, e quindi il 2° termine dell'equazione (30): *a)* si

mantiene *positivo* per tutti i valori di l minori di C e per tutti quelli maggiori di A: *b)* non cambia di segno quando l passa per i valori A, B, C: *c)* cambia di segno due volte soltanto, una prima volta per l compreso tra C e B ed una seconda volta per l compreso fra B ed A.

Questi due particolari valori di l sono radici dell'equazione

$$N = \boldsymbol{M}_i \times \alpha (l - \alpha)^{-3} \boldsymbol{M}_i = 0 . \tag{31}$$

Dopo ciò, tenendo anche presente quanto si è detto nel § 2, si può concludere che " il 2° termine dell'equazione (30) sarà " *positivo* lungo il ramo g_3 dell'iperbole cubica e in due parti " dei rami g_1, g_2, adiacenti rispettivamente ai punti all'infinito " degli assintoti L_1, L_3, e sarà *negativo* nelle due parti residue " dei rami g_1, g_2 che sono adiacenti al punto all'infinito di L_2. " Ai detti *valori positivi* corrisponderanno *punti isolati* delle " quartiche (15) e quindi assi di rotazione *permanenti stabili*; " mentre ai *valori negativi* corrisponderanno *nodi* delle quartiche " e quindi assi di rotazione *permanenti* ma *instabili*.

" In corrispondenza poi dei valori di l che sono radici del- " l'equazione (31), si avranno i *punti di passaggio dalle rotazioni* " *stabili alle instabili, e viceversa* ".

Si può ancora dimostrare che " *in questi punti di passaggio,* " *l'iperbole cubica risulta tangente alle quadriche del sistema* (15) " *che si toccano in essi* ".

Infatti, derivando la (19') rispetto ad l, si ha il vettore

$$\frac{dP_1}{dl} = -(l - \alpha)^{-2} \boldsymbol{M}_i , \tag{31'}$$

che dà evidentemente la direzione della tangente, in P_1, alla cubica. Si dimostra che, se è verificata la (31), questa tangente giace nel piano tangente comune, in P_1, alle quadriche (15).

Invero, la normale a tali quadriche ha la direzione del vettore grad f_2, cioè, per la seconda delle (5'), del vettore $\alpha\Omega$, ossia, per la (19), del vettore $\alpha(l - \alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i$, e allora la (31), che può anche scriversi

$$\alpha (l - \alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i \times (l - \alpha)^{-2} \boldsymbol{M}_i = 0 ,$$

mostra appunto che tale vettore è normale al vettore (31'). Quindi, nei punti P_1 per i quali la (31) sussiste, la cubica risulta tangente alle quadriche (15) che si toccano in essi, c. d. d.

4. — Studio delle piccole oscillazioni dell'indice di rotazione P_1 attorno alle sue posizioni di equilibrio stabile. — Considerando il caso generale in cui la cubica non si spezza in curve di ordine inferiore, siano l_1, l_2 le radici dell'equazione (31) ed l un valore non compreso fra queste radici. Allora il vettore

$$\Omega_0 = (l - \alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i \tag{32}$$

definirà una posizione di equilibrio stabile del punto P_1 e quindi una rotazione permanente stabile del sistema.

Ponendo

$$\Omega = \Omega_0 + \omega$$

dove ω è un vettore da determinarsi, l'equazione (4) del moto porge

$$\alpha\Omega'_0 + \alpha\omega' + \Omega_0 \wedge (\alpha\Omega_0 + \alpha\omega + \boldsymbol{M}_i) + \omega \wedge (\alpha\Omega_0 + \alpha\omega + \boldsymbol{M}_i) = 0.$$

Osservando che il vettore Ω'_0 soddisfa, per ipotesi, alla (4) e supponendo che il modulo del vettore ω sia così piccolo che possano trascurarsi rispetto ad esso i termini di secondo grado in ω (e quindi il termine $\omega \wedge \alpha\omega$), l'equazione precedente si riduce a quest'altra

$$\alpha\omega' + \Omega_0 \wedge \alpha\omega + \omega \wedge (\alpha\Omega_0 + \boldsymbol{M}_i) = 0\,,$$

e questa, tenendo conto della (17') (cioè $l\,\Omega_0 = \alpha\,\Omega_0 + \boldsymbol{M}_i$), si può anche scrivere

$$\alpha\omega' + [(l - \alpha)\,\omega] \wedge \Omega_0 = 0$$

ossia, per la (32),

$$\alpha\omega' + [(l - \alpha)\,\omega] \wedge (l - \alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i = 0. \tag{33}$$

Per integrare questa equazione conviene porre

$$\omega = e^{\varepsilon t}\omega_1$$

dove z è una costante, t il tempo e ω_1 un vettore incognito costante, e allora dalla (33) si ricava l'equazione

$$(34) \qquad z \,.\, \alpha\omega_1 + [(l-\alpha)\,\omega_1] \wedge (l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i = 0$$

che può anche scriversi

$$\{ z\alpha - [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha) \} \omega_1 = 0$$

e quindi, ponendo

$$(35) \qquad z - \alpha^{-1} [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha) = \gamma,$$

si ha

$$(34') \qquad \gamma\omega_1 = 0.$$

L'omografia γ è evidentemente degenere e quindi deve essere nullo il suo invariante terzo, cioè

$$(36) \qquad I_3\gamma = I_3 \{ z - \alpha^{-1} [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha) \} = 0.$$

Sviluppando la (36) al modo solito e osservando che l'invariante terzo di una omografia assiale è nullo, si ha

$$z^3 - I_1 \{ \alpha^{-1} [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha) \} . z^2 +$$
$$+ I_2 \{ \alpha^{-1} [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha) \} . z = 0.$$

Calcolando poi, mediante formole note, questi invarianti, si trova successivamente:

$$I_1 \{ [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha)\, \alpha^{-1} \} =$$
$$= -2\,(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i \times V\,[(l-\alpha)\,\alpha^{-1}] = 0$$

$$I_2 \{ [(l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i] \wedge . (l-\alpha)\, \alpha^{-1} \} =$$
$$= (l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i \times R\,[(l-\alpha)\,\alpha^{-1}] \,.\, (l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i =$$
$$= (l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i \times R\,(l-\alpha) \,.\, R\alpha^{-1} \,.\, (l-\alpha)^{-1} \boldsymbol{M}_i =$$
$$= I_3\alpha^{-1} \,.\, I_3\,(l-\alpha) \,.\, \boldsymbol{M}_i \times \alpha\,(l-\alpha)^{-3} \boldsymbol{M}_i$$

e quindi si ha

$$(36') \qquad z^3 + I_3\alpha^{-1} \,.\, I_3\,(l-\alpha) \,.\, \boldsymbol{M}_i \times \alpha\,(l-\alpha)^{-3} \boldsymbol{M}_i \,.\, z = 0.$$

Le radici di questa equazione sono:

$$(37) \qquad z = 0 \quad \text{e} \quad z = \pm i\sqrt{(\mathrm{I}_3\alpha)^{-1}.\mathrm{I}_3(l-\alpha).\boldsymbol{M}_i \times \alpha(l-\alpha)^{-3}\boldsymbol{M}_i}.$$

Avendo supposto che i valori di l non devono essere compresi fra le radici l_1, l_2 della (31), risulta che devono essere immaginarie le radici z che non sono nulle e quindi il periodo T di oscillazione del punto P_1. attorno ad una posizione di equilibrio stabile, sarà dato da

$$(38) \qquad T = 2\pi : \sqrt{(\mathrm{I}_3\alpha)^{-1}.\mathrm{I}_3(l-\alpha).\boldsymbol{M}_i \times \alpha(l-\alpha)^{-3}\boldsymbol{M}_i}.$$

Facendo variare l nel modo detto, si hanno dalla (38) tutti i periodi con i quali l'indice di rotazione P_1 può oscillare attorno alle sue posizioni di equilibrio stabile.

Per trovare la curva descritta dal punto P_1 per effetto di queste piccole oscillazioni, si moltiplica scalarmente la (33) prima per $(l-\alpha)^{-1}\boldsymbol{M}_i$ e poi per $(l-\alpha)\,\omega$; si ricavano così le equazioni

$$(39) \qquad \alpha\omega' \times (l-\alpha)^{-1}\boldsymbol{M}_i = 0$$

$$(40) \qquad \alpha\omega' \times (l-\alpha)\,\omega = 0$$

e integrando queste si ottengono, dopo qualche riduzione, le formole:

$$(39') \qquad \alpha\omega \times (l-\alpha)^{-1}\boldsymbol{M}_i = \text{cost.}$$

$$(40') \qquad \alpha\omega \times (l-\alpha)\,\omega = \text{cost.}$$

le quali esprimono che " *il punto* P_1 *descrive una ellisse giacente* " *nel piano* (39'), *cioè in un piano parallelo al piano tangente alle* " *superficie* $\mathrm{f}_1 = \text{cost.}$, $\mathrm{f}_2 = \text{cost.}$ *nel punto* $\mathrm{P}_1{}^0 = O + \Omega_0$ ".

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Dicembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, Ruffini, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Pacchioni, e Stampini Segretario della Classe.

Si scusa l'assenza dei Soci De Sanctis, Cian e Valmaggi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del giorno 8 dicembre corr.

Il Presidente rivolge calorose parole di saluto al Socio Senatore Ruffini recentemente eletto a Vicepresidente dell'Accademia. Risponde il Socio Ruffini ringraziando il Presidente così per le parole ora rivoltegli come per la lettera nella quale volle comunicargli la votazione dei Colleghi dell'Accademia. A tutti egli porge le più vive azioni di grazie per la grande dimostrazione di stima e, più ancora, di affetto che gli vollero dare. Assicura i Colleghi che egli, come uomo di studio, considera questa nomina come la più alta onorificenza a cui potesse aspirare in compenso di una lunga attività scientifica e di sforzi intensi, attraverso non sempre facili contingenze della vita, per raggiungere una meta ognor più alta nel cammino del sapere.

L'Accademico Segretario legge un voto della R. Accademia della Crusca, recentemente inviato al Governo del Re, circa i diritti d'Italia su tutte le regioni in cui è impresso il suggello dell'idioma italiano " tesoreggiato nelle pagine degli scrittori e nella viva voce del popolo ".

A nome del Socio De Sanctis assente l'Accademico Segretario presenta una seconda *Nota* del Prof. Vittorio Macchioro su *Dionysos Mystes*, e a nome del Socio Valmaggi, assente del pari, una prima *Nota* del Prof. Benedetto Romano dal titolo *Appunti sull'ortografia di Marziale*. Saranno entrambe pubblicate negli *Atti*.

Raccoltasi la Classe in adunanza privata, procedette alla votazione per l'elezione di un Socio nazionale non residente. E risulta eletto alla unanimità, salvo l'approvazione Sovrana, il Prof. On. Antonio Salandra.

LETTURE

Dionysos Mystes

Nota II del Prof. VITTORIO MACCHIORO

II.

Esaminiamo ora la cosidetta tradizione figurativa.

Si tratta di alcune rappresentazioni nelle quali è esibita la iniziazione di un fanciullo, e precisamente:

1) Stucco della Farnesina, nel Museo delle Terme (1);

2) Altro stucco, ivi stesso (2);

3) Pittura nella *Domus Aurea* (3);

4) Anforetta vitrea del Museo di Firenze (4);

5) Terracotta " Campana „ con molte repliche a Londra nel Museo delle Terme (5);

6) Pittura parietale nella villa suburbana a Pompei.

Da questa serie vanno tolte le pitture della *Domus Aurea*, perchè, come vedremo, quella è una iniziazione eleusinia, e non dionisiaca, e la pittura pompeiana, nella quale, secondo quanto diremo tra poco, non vi è nessuna iniziazione da potersi accomunare a quella degli altri monumenti.

I quali certamente sono troppo pochi e troppo tardi per poter costituire quel che si suole intendere per tradizione figurativa, anche perchè questi pochi monumenti di età romana non

(1) Mon. Inst. *Suppl.* tav. 35; Rizzo, fig. 8.

(2) Mon. Inst. *Suppl.* tav. 35; Rizzo, fig. 9.

(3) *Jahrbuch d. Inst.* XXVIII 1913 tav. 9 b; Rizzo, fig. 10.

(4) Caetani-Lovatelli, *Ant. mon. ill.* tav. XV; Rizzo, fig. 11.

(5) Campana *Ant. op. in pl.* tav. 45; Rizzo, fig. 12.

possono bastare a ricostruire, senza alcun sussidio letterario, una tradizione che, se era, risaliva almeno al V sec. Il Rizzo arricchisce questa serie però con alcuni monumenti, tardi anch'essi (figg. 3-7), dove si vede l'infanzia di Dioniso, cioè il lavacro, la vestizione e simili: ma questi monumenti, ai quali molti altri potremmo aggiungere (1), non contribuiscono per nulla a formare una tradizione figurativa della iniziazione dionisiaca, perchè in essi non vi è quel significato sacro che il Rizzo vi ravvisa (2), perchè rappresentano un puro e semplice episodio mitico dove manca ogni ritualità, una scena di vita infantile, che in tanto riguarda Dioniso in quanto è Dioniso il bambino che vien lavato e vestito, ma che nulla ha in sè di sacro, tant'è vero che proprio questa scena avveniva davvero in tutte le case greche dove vi era un neonato, e dove si celebrava la lustrazione rituale.

Questa tradizione figurativa si riduce dunque a ben poca cosa. A ogni modo, esaminiamola.

In tutte queste rappresentanze si vede un fanciullo col capo velato o no, munito di simboli o attributi dionisiaci, nell'atto che viene iniziato da un Sileno e da alcune sacerdotesse: e il Rizzo crede che quel fanciullo sia Dioniso fanciullo.

La prima obiezione è costituita da tutto quanto abbiamo detto fin qui, perchè solo le testimonianze letterarie possono dirci se questo fanciullo è o non è Dioniso, non essendo possibile dirimere la questione con argomenti tratti dalle rappresentanze medesime. Ma le testimonianze letterarie negano che mai vi fosse la tradizione che Dioniso venisse iniziato: l'iniziando di queste scene non può dunque essere Dioniso.

Il Rizzo adduce però due argomenti a favore della propria tesi: 1) gli attributi caratteristici di Dioniso che questo fan-

---

(1) Vaso d'argento dalla Tessaglia (*Ath. Mitt.* 1912, t. III; Reinach *Rép. des rel.* III p. 530, 6); terracotta " Campana „ (Campana, *Op. in pl.* tav. 50; Reinach *Rel.* II p. 276, 2); sarcofago della collezione Walters a Baltimore (*Mélanges d'arch.* 1885 t. II; Reinach *Rel.* II p. 198, 1); sarcofago del Museo Fitz-William a Cambridge (Harrison *Prolegomena*[2] fig. 152); rilievo eburneo di Milano (*Arch. Ztg.* 1846 tav. 38; Reinach, *Rép. des rel.* II, pp. 59, 3-4; Harrison *Themis* p. 60 fig. 9).

(2) *Op. cit.* p. 7.

ciullo reca o indossa; 2) la presenza, accanto a lui, di Sileno (1).

Al primo argomento è assai facile opporre un ragionamento semplicissimo tratto dall'essenza stessa del mistero.

La quale, come dirò meglio altrove (2), consisteva nel raggiungimento della *ἰσόθεος φύσις*, per cui l'iniziato diventava l'*εἴδωλον* del dio. Questa identificazione col Dio veniva espressa ritualmente in più modi: nei misteri isiaci l'iniziato veniva coperto con la veste celeste che simboleggiava l'apoteosi e adorato come un'immagine del sole: nei misteri eleusini egli ripeteva il digiuno di Demetra e beveva il *κυκεών* come aveva fatto la dea, ed errava qua e là con le faci imitando la dea nell'atto di cercare Core: nei misteri dionisiaci egli rivestiva la nebride, simbolo di Dioniso *ἔριφος*, immaginato come cerbiatto, e diventava lui stesso simbolicamente identico al dio cerbiatto: da ciò la nota formula orfica *ἔριφος ἐς γάλα ἔπετον* (3). Se dunque la iniziazione aveva lo scopo di identificare l'iniziato al dio e se era opinione che la iniziazione dionisiaca parificasse a Dioniso il miste (4), è naturalissimo che questi iniziati esprimano indossando o recando gli attributi di Dioniso, come il tirso o le embádes, la loro identificazione al dio. È verissimo dunque che queste figure di iniziandi sono identiche ad altrettante figure di Dioniso, ma è anche vero che esse debbono esser tali per ragioni dogmatiche, e che il loro aspetto dionisiaco non porge il minimo appoggio alla congettura del Rizzo. Ancora una volta, dunque, mancandoci ogni argomento intrinseco per dirimere la questione, siam costretti a ricorrere alle testimonianze per decidere se siamo innanzi a un mortale iniziando o a Dioniso. E le testimonianze dicono che non è Dioniso.

---

(1) " Un fanciullo coronato di edera, col tirso e col timpano, calzato " dei traci calzari, alla cui iniziazione presiede Sileno, chi può mai es- " sere se non lo stesso Dioniso? „ (Rizzo p. 13).

(2) Mi riferisco al mio studio *Eraclito e l'orfismo*, di imminente pubblicazione negli *Studi italiani di filologia classica*, nonchè al mio futuro libro *Zagreus*.

(3) Rimando per le testimonianze ai miei scritti già citati.

(4) Olympiod. *In Phaed.* B 166 p. 122 Norvin: *ὁ δὲ τῷ Διονύσῳ καθιερωθεὶς ὁμοιωθεὶς αὐτῷ, μετέχει καὶ τοῦ ὀνόματος. Ivi* B 161: p. 120 Norvin; *καθαρθεῖσαι τῶν Τιτανικῶν μολυσμῶν καὶ συναγερθεῖσαι γίνονται βάκχοι.*

Il secondo argomento mi pare ancora più debole.

Perchè, lasciando anche da parte ogni considerazione estetica intorno all'idealismo nell'arte greca e alla mescolanza di elementi reali e ideali in essa, per cui non è il caso di meravigliarsi se vicino all'iniziando compare un Sileno, così come, per esempio, vicino ai vasai di un notissimo vaso di Ruvo compaiono Atena e due Nikai in atto di incoronarli (1): noi chiediamo se questa associazione di personaggi umani ed esseri bacchici è cosa diversa da quello che si vede in centinaia di vasi a soggetto dionisiaco. Non compaiono dunque in queste pitture continuamente sileni e satiri vicino a delle figure femminili o maschili, umane, di baccanti? Ma vi è di più: noi sappiamo che nelle scene iniziatorie avevano larga parte de' sacerdoti travestiti in aspetto di questa o quella divinità: nei misteri orfico-eleusini di Agre si rappresentava una pantomima con i fatti di Dioniso (2): nel bakkheion di una corporazione ateniese di Iobacchi si rappresentavano — come appare dallo statuto (3) — scene mistiche, i cui personaggi erano Dioniso, Core, Palemone, Afrodite, e un enigmatico Proteuritmo (4). Ad Andania dei sacerdoti mascherati rappresentavano talune divinità (5); abbiamo poi da Porfirio interessanti notizie intorno alle parti rappresentate dai sacerdoti nei misteri eleusini (6), e Platone ci dice che nelle *τελεταί* vi erano persone mascherate da sileni, ninfe,

---

(1) Reinach, *Rép. des vas.* II p. 336, 1.

(2) St. Byz. *Ἄγραι: χωρίον ... ἐν ᾧ τὰ μικρὰ μυστήρια ἐπιτελεῖται μίμημα τῶν περὶ τὸν Διόνυσον.* Cfr. *Myth. Vat.* III 12 p. 269 Mai: hanc etiam fabulam in sacris repraesentasse leguntur.

(3) *At. Mitt.* 1884 XIX Wide p. 248 s.; Maass *Orpheus* p. 18 s.; Dittenberger, *Sylloge*[2] 737; Prott-Ziehen *Leges graec. sacrae* II 44. V. 64 s.: *τοὺς μερισμοὺς λέγειν καὶ ποιεῖν.*

(4) *Ivi* v. 123 s. Su queste recite v. Wide, l. c. p. 276; Maass, p. 51; Ziehen p. 139.

(5) Dittenberger *Sylloge*[2] 653; Michel *Recueil* 624; Cauer *Delectus* 47; Collitz-Bechtel *Gr. Dial. inschr.* 4689. V 24: *ὅσαις δὲ δεῖ διασκευάζεσθαι εἰς θεῶν διάθεσιν, ἐχόντω τὸν εἱματισμὸν καθ' ὃ ἂν οἱ ἱεροὶ διατάξωντι.*

(6) Porph. ap. Eus. *Praep. ev.* III, 12 4 Dindorf: *ἐν δὲ τοῖς κατ' Ἐλευσῖνα μυστηρίοις ὁ μὲν ἱεροφάντης εἰς εἰκόνα τοῦ δημιουργοῦ ἐνσκευάζεται, δᾳδοῦχος δὲ εἰς τὴν ἡλίου, καὶ ὁ μὲν ἐπὶ βωμῷ εἰς τὴν σελήνην, ὁ δὲ ἱεροκῆρυξ Ἑρμοῦ.*

Pani (1). Dato tutto ciò e se alcuno trovasse illogico l'accostamento, per noi naturalissimo, di questi sileni e di questi esseri umani, si può anche pensare che i sileni sieno realmente dei sacerdoti mascherati che presiedono alla iniziazione. Per l'una o per l'altra via, dunque, la presenza dei personaggi mitici si accorda benissimo con la idea dominante che in queste scene sia rappresentata la iniziazione di un fanciullo. Dirò anzi che questi personaggi mitici sono in disaccordo proprio con quella tradizione letteraria della quale queste scene sarebbero, secondo il Rizzo, la integrazione. Abbiamo già veduto, infatti, che nella unica testimonianza addotta da lui, cioè in Nonno, la supposta iniziazione di Dioniso avverrebbe in una stanza buia, in presenza di Ino, senza ninfe nè sileni; or qui noi troveremmo invece, se queste figurazioni rappresentassero la iniziazione del dio, proprio quei sileni e quelle ninfe che dal racconto di Nonno restano escluse. Così che tra la tradizione letteraria e quella figurativa ci sarebbe, invece dell'accordo, la più stridente e inconciliabile discordanza.

A noi pare inoltre che in alcune tra le scene citate e riprodotte dal Rizzo non possa vedersi, a parte ogni altro argomento estrinseco, la iniziazione di Dioniso fanciullo ai misteri dionisiaci. Nella pittura della *Domus Aurea* è indiscutibile che si tratta dei misteri eleusini e non dei misteri orfici, come provano le due figure di Demetra e Core che assistono alla scena, nè so capire come, riconoscendo in queste due figure le due dee, si possa parlare di misteri dionisiaci. Ammesso anche, dunque, che l'iniziando di questa pittura sia Dioniso, cosa assai dubbia oltre che per le ragioni mitologiche già dette, anche perchè egli non reca alcun attributo bacchico, è chiaro che questa figurazione può riferirsi solo alla ben nota tradizione che Dioniso si facesse iniziare nei misteri eleusini. Un'altra figurazione che certamente non rappresenta ciò che il Rizzo vorrebbe, è quella di una terracotta " Campana „ che ha molte repliche, dove il rito

(1) Plat. *Leg.* VII 815 *c*: *ὅση (ὄρχησις) μὲν Βακχεία τ' ἐστὶ καὶ τῶν ταύταις ἑπομένων, ἃς Νύμφας τε καὶ Πᾶνας καὶ Σειληνοὺς καὶ Σατύρους ἐπονομάζοντες ὥς φασι μιμοῦνται κατφνωμένους, περὶ καθαρμούς τε καὶ τελετάς τινας ἀποτελούντων.* V. sui sacerdoti attori anche Gruppe *Gr. Myth.* II p. 924.

è certamente dionisiaco, ma l'iniziato non è un fanciullo, ma un adulto, come prova la sua statura.

Più gravi riserve dobbiamo fare per la figurazione contenuta nelle pitture della villa pompeiana.

Per poter svolgere le nostre argomentazioni con l'ampiezza necessaria premettiamo due parole intorno all'argomento di queste scene, accettando momentaneamente e solo per ragioni di metodo la esegesi del Rizzo, del quale prendiamo anche la designazione con lettere delle singole scene.

Intorno a un'ampia sala si svolgono, dipinte in grandezza quasi naturale, le scene seguenti:

A) Una donna seduta ascolta un bambino stante davanti a lei che legge attentamente in un rotolo, mentre un'altra donna si accosta da sinistra. Una terza donna coronata di mirto si avvia verso destra portando un bacile con sopravi taluni oggetti indistinti;

B) Intorno a una trapeza si veggono tre donne: l'una seduta al centro scopre con la manca un bacile arrecato da sinistra da una servente e tiene nella destra un ramicello di mirto su cui una terza donna liba da una oinocoe. Verso destra un Sileno tocca la lira;

C) Su un grosso parallelepipedo siedono un satiro in atto di suonar la siringa e una satirisca che sta allattando un cerbiatto. A destra del gruppo una donna arretra con gesto ed espressione di terrore;

D) Un sileno porge da bere a un giovine satiro, mentre un altro giovinetto regge alta una maschera bacchica. A destra Dioniso e Core;

E) Una donna ginocchioni sta per scoprire il phallos, interrotta nel suo gesto da una figura alata munita di verga;

F) Quattro tiasote.

Nella scena *A* il Rizzo riconosce senza esitazione l'iniziazione di Dioniso, tanto che la tavola che riproduce questa scena è intitolata *Dionisos apprende a leggere il rituale dei misteri* (1):

---

(1) In questa tavola come anche nella tav. II è visibilissima e assai accentuata una fascia che cinge il fanciullo sopra la vita, e che secondo il R. sarebbe di lana catartica (p. 31). Io debbo dichiarare che questa fascia

e tutta la figurazione acquista significato e lume, nell'esegesi del Rizzo, da questa prima scena, tanto che lo scritto che espone questa esegesi si intitola *Dionysos Mystes*, cioè Dioniso iniziato.

Questa scena *A* il Rizzo mette in stretto rapporto col luogo di Nonno (1) che è il fondamento di tutta l'esegesi di lui (2): ora noi diciamo invece che se questa scena rappresenta l'iniziazione di Dioniso le si deve negare ogni e qualunque relazione o concordanza con Nonno, perchè nel racconto del poeta greco mancano, e debbono mancare, come dicemmo, quei satiri e quelle ninfe (se ninfe sono) che nelle pitture ricorrono con grande abbondanza.

Ma ciò a noi poco importa, perchè a noi pare assolutamente da escludersi per ragioni intrinseche che queste pitture rappresentino la iniziazione del piccolo Dioniso.

Si badi infatti: in tutte le scene di iniziazione, non una esclusa, che il Rizzo cita e riproduce e nelle quali egli riconosce la iniziazione di Dioniso, l'iniziato appare col capo velato; ed è questo un segno che il velare il capo era un gesto rituale tra i più importanti e caratteristici dell'iniziazione. Così era infatti (3), e Aristofane nelle Nuvole, parodiando l'iniziazione dionisiaca, non senza ragione mette in scena proprio questa cerimonia (4); anche il fatto che la iniziazione di Eracle viene rappresentata e quasi sintetizzata in molti monumenti proprio da questa

---

non esiste nell'originale: essa è l'ombra proiettata dal rotolo disteso sul corpo del fanciullo ed ha lo stesso color rosso-bruno dell'ombra dell'inguine che nella tavola del Rizzo non è visibile.

(1) " Il fanciullo è l'iniziato, Dionysos: la donna è l'iniziatrice... Noi potremmo chiamarla Mystis, riferendoci alla tradizione poetica raccolta da Nonno „ (p. 29). Cfr. p. 32.

(2) " Luogo per noi importantissimo „ (p. 16); — " Nostra fonte precipua „ (p. 58).

(3) Su questo rito, Rizzo *Op. cit.* p. 12, n. 1.

(4) Ar. *Nub.* v. 235 s. Il Dieterich (*Ueber eine Szene der arist. Wolken*, in *Rh. Mus.* N. S. XLVIII (1893) p. 275 s. = *Kl. Schriften* p. 117 s.) ha dimostrato che questa scena parodia i misteri bacchici. V. anche Harrison *Prolegomena*[2] p. 511 s. Altri crede che la parodia miri ai misteri eleusini, ma il coro delle Nubi commemora Bromio (v. 311 s.) e invoca Dioniso (v. 606), e il corifeo si proclama alunno di Dioniso (v. 319).

cerimonia (1), prova che essa era la più caratteristica di tutte le varie fasi dell'iniziazione. Se così è, non si spiega perchè in queste scene e proprio nella prima dove, secondo il Rizzo, è esibito proprio Dioniso nell'atto di venir iniziato o istruito nei misteri manchi per l'appunto quella cerimonia che si vede in tutti gli altri monumenti, cioè il velamento del capo: non si comprende come mai in un monumento se altri mai cospicuo, risalente, per giudizio concorde di tutti, circa alla fine del V secolo (2) e cioè direttamente connesso al periodo aureo della religione orfica, manchi una cerimonia che in quella medesima età era certo universalmente praticata nelle iniziazioni orfiche, come prova la parodia aristofanea: e inversamente non si comprende come mai una cerimonia che manca nel più cospicuo e complesso e schietto monumento orfico a noi noto ritorni poi con singolare persistenza in monumenti assai più tardi e assai più lontani dalla fonte religiosa orfica, come son quelli ricordati e riprodotti dal Rizzo. Questa profonda diversità tra le pitture pompeiane e le altre rappresentanze non si spiega in nessun modo: e meno di ogni altro potrà spiegarla chi pensa che tanto la pittura pompeiana quanto le altre scene rappresentino alla pari l'iniziazione di Dioniso. Perchè manca dunque la scena del velamento? Se non c'era nell'originale greco, se cioè alla fine del V sec. essa non era praticata — poichè possiamo esser certi che in quell'originale tutte le cerimonie più importanti del rito erano rappresentate — perchè la portò sulla scena Aristofane e perchè compare essa costantemente nei monumenti posteriori? E se nell'originale greco c'era, perchè il copista romano la tolse, quando tanti altri monumenti, non fosse altro, lo dovevano avvertire che questa scena era tra le più caratteristiche del rito? Difficoltà gravissime. E si risolvono concludendo che queste pitture non rappresentano la iniziazione di Dioniso.

Nulla, infatti, vi è in queste scene che possa accordarsi in

---

(1) Si vedano i monumenti seguenti: rilievo di Napoli (Reinach *Rép. rel.* III p. 89, 2); urna dell'Esquilino (Reinach III p. 333, 1); rilievo " Campana " del Museo delle Terme, *Röm. Mitt.* 1910 p. 133 (Rizzo); sarcofago di Torre Nova (Reinach III p. 172, 1).

(2) Rizzo p. 66.

qualche modo con questa iniziazione divina, e tutto porta ad escluderla.

L'ambiente prima di tutto. " Nè paesaggio — dice benis-
" simo il Rizzo (1) — nè prospetti ed edifizi, nè ' interni ', nessun
" elemento paesistico o architettonico, insomma: ed unico ac-
" cenno assai incerto e schematico al luogo sono i plinti di
" marmo, sui quali stanno o siedono alcuni personaggi. Il pit-
" tore ha supposto che le figure si muovano sul podio della de-
" corazione, prospetticamente avanzato di tanto quanto bastava
" a dare l'illusione del piano di posa, e che le pareti stesse
" del triclinio sono lo sfondo dell'azione rappresentata; la quale
" sembra perciò, che si svolga dentro la stessa sala ".

Giustamente e acutamente detto: ma è possibile immaginare, o meglio: è possibile che un antico immaginasse che la iniziazione di Dioniso avveniva entro la stessa sala? Quando e dove mai in tutta la pittura pompeiana è dato osservare questa proiezione del passato nel presente, del mitico nel reale? Vi è una sola pittura antica in cui l'ambiente non armonizzi con la scena o col mito rappresentato, sia questo ambiente domestico o campestre, privato o pubblico, reale o immaginario? Ora, perchè mai intorno a questa iniziazione del Dio non vediamo su per giù quell'ambiente che mostrano le altre scene dove pure dovremmo col Rizzo riconoscere la iniziazione di Dioniso, e cioè un ambiente paesistico? E la pittura pompeiana che tanto amava proprio l'ambiente paesistico, perchè l'avrebbe soppresso solo o proprio in questo caso? Si potrà pensare che l'originale greco non mostrava alcun accenno ad ambiente e che perciò qui l'ambiente non c'è. Giustissimo: ma nell'originale greco della fine del V secolo l'azione non si svolgeva certo entro le pareti di una stanza pompeiana. Dobbiamo dunque pensare che il copista, avulsa l'azione intera a quel qual si sia ambiente ch'era il suo, la proiettasse entro l'ambiente pompeiano, con travaglio pari al cattivo gusto, per arrivare a questo assurdo: a una iniziazione di Dioniso che avviene entro una stanza pompeiana.

Dopo l'ambiente, i personaggi.

Intorno a Dioniso bambino noi vediamo costantemente in

---

(1) *Op. cit.* p. 27.

tutte le figurazioni, variamente affaccendati, satiri e ninfe. Il Rizzo riconosce gli uni e gli altri anche nella pittura pompeiana e parla anche ripetutamente del tiaso, specialmente a proposito delle scene *C*, *D*, *F* (1). Di tiaso, veramente, a me pare che non ci sia pur l'ombra, se per tiaso intendiamo quel giocondo seguito, maschile e femminile, di Dioniso, che danza e salta facendo corteo al dio in innumerevoli pitture vascolari. Qui non vi è nulla di tutto ciò; vi sono bensì nelle tre scene dette dei personaggi bacchici intenti a determinate azioni che spiegheremo altrove, ma essi non sono per nulla legati al dio da una comunanza di gesti o di sentimenti, essi non danzano, non suonano intorno a lui, non mostrano nemmeno di accorgersi della presenza di lui, badano ai fatti proprî con indifferenza assai poco lusinghiera per il dio troneggiante. Tiaso dunque no: ma personaggi bacchici in determinate azioni delle quali non è il momento questo per discorrere. Si badi tuttavia alle quattro donne della scena *F*: di esse una sola è caratterizzata come baccante, vale a dire rappresentata con quel gesto e quei caratteri che l'arte dava alle baccanti, e cioè la danzatrice ignuda, che è infatti identica a una baccante che precede il carro di Dioniso e Ariadne nel trionfo bacchico dipinto in casa di M. Lucrezio Frontone (2): ma le altre tre chi mai oserebbe crederle baccanti? Che vi è in esse di bacchico? E che fanno quelle due di cui l'una poggia il capo timorosa nel grembo all'altra? E che fa quella terza donna tutta vestita? A ogni modo se sono baccanti nel senso mitico della parola non so come si possa spiegare la nudità della danzatrice con le costumanze e le danze rituali ed espiatorie, come fa il Rizzo, e ricordare i rituali epigrafici greci (3). A me pare che qui convenga tener ben distinto il mito dal rito, per non confondere le baccanti mitiche che formavano il tiaso di Dioniso, e che egli riconosce in queste figure, con le iniziande che partecipavano ai misteri di Dioniso, e per non attribuire la nudità delle iniziande reali alle baccanti del mito.

Io non so riconoscere dunque il tiaso femminile in queste figure.

(1) *Op. cit.* pp. 34, 35, 53.
(2) *Not. scavi* 1901 p. 155 fig. 9.
(3) *Op. cit.* pp. 53-54.

I sileni invece ci sono: ma, strano a dirsi, mentre nelle altre scene è Sileno proprio, nella sua qualità di precettore e sacerdote di Dioniso (1) e direttore dei misteri (2), che assiste e inizia il dio, qui l'iniziando è affidato a due donne qualunque, e il bravo precettore si spassa, lungi dal suo diletto alunno, a suonar la lira o a porger da bere — come comunemente si crede — ai suoi minori colleghi. Ed anche questo raddoppiarsi di Sileno è curioso. Sileno è un personaggio ben definito che ha una sua parte speciale nel mito e nei misteri di Dioniso, come suo precettore e sacerdote; due Sileni, dunque, sono tanto impossibili e assurdi, nell'ambito dei misteri, quanto due Dionisi, specialmente quando in tanta abbondanza di Sileni neppur uno si trova vicino al suo discepolo, al cui ammaestramento si è provveduto per incarico, intanto che il maestro è occupato altrove. E finalmente, non si spiega come mai gli stucchi e le terrecotte, arte tarda e industriale, mostrino tanta fedeltà alla tradizione da presentarci Sileno proprio come precettore e sacerdote dionisiaco, e questa pittura qui, che direttamente deriva dalla tradizione orfica, violi questa tradizione, e mostri un Sileno che sarà forse un eccellente citarista ma è certo un pessimo maestro.

L'educazione spirituale di Dioniso resta dunque affidata a due donne, l'una delle quali addirittura d'aspetto matronale, molto diverse dalle ninfe che assistono l'iniziando delle altre scene, e chiaramente caratterizzate come donne mortali dal costume e dall'apparenza.

Il Rizzo, al quale non poteva sfuggire la difficoltà insita nell'aspetto stesso di queste due donne, cerca di attenuarla con vari ragionamenti (3), benchè al suo desiderio di trovare un accordo

---

(1) Firm. Mat. *De err. prof. rel.* VI 5 Ziegler: paedagogum pueri [Dioniso] constituit sacerdotem huic. Silenus fuit nomen. Cfr. Eus. *Praep. ev.* II 2, 8 Dindorf.

(2) In un'isola immaginaria descritta da Filostrato, Dioniso ha affidato a Sileno la celebrazione dei misteri. Phil. *Im.* II 17 (Benndorf-Schenkl): *ἐπιτρέψαντα τῷ Σειληνῷ τὰ ἐνταῦθα ἀπόρρητα.* Sinesio attribuisce a Sileno la direzione dei misteri: Synes. *Calv. enc.* 68; Migne *PG.* LXVI p. 1177 A: *Σειληνῷ δὲ κἀκεῖ* (nei misteri) *καθέδρα καὶ σκότος ἐστί, καὶ τοῦ Διονύσου παιδαγωγὸς ἀποδέδεκται.*

(3) *Op. cit.* p. 32.

tra queste pitture e Nonno giovi in fondo più lasciar credere che queste donne sono donne mortali — l'una delle quali potrebbe essere Misti — che non persuaderci che sono ninfe, dal momento che in Nonno le ninfe non ci sono. Comunque sia ciò, non posso dire che gli argomenti del dotto archeologo m'abbiano convinto.

Io non trovo che nell'arte ci fosse tra ninfa e donna mortale quella identità o confusione che il Rizzo afferma: il tipo della ninfa è giovanile, tende spesso alla parziale nudità, mostra costume ideale. In nessun caso, poi, può ritenersi una ninfa la matrona velata che si accosta da sinistra. Quanto ai raffronti che il Rizzo fa con le scene da lui stesso riprodotte, nelle quali egli riconosce l'iniziazione di Dioniso, è verissimo che alcune — non tutte però — delle figure femminili che vi partecipano hanno aspetto umano e mortale: ma sono poi ninfe? Ninfe sarebbero certamente se quelle iniziazioni si riferissero a Dioniso, ma poichè, come vedemmo, ciò non è nè può essere, si conclude che quelle son donne mortali, le quali stanno iniziando un fanciullo, e che se queste figure della pittura parietale son tanto compagne a quelle altre gli è segno che sono esse pure mortali e non ninfe. E dove è certo che sono ninfe, cioè nelle figurazioni con l'infanzia di Dioniso che il Rizzo riproduce, ivi il loro carattere è chiaramente denotato dalla seminudità e dal costume ideale; mentre le due donne dell'affresco riprodotto alla fig. 5, delle quali l'una sta allattando il bambino, e l'altra assiste in aspetto e costume matronale, che non paiono ninfe e che il Rizzo cita in appoggio alla sua tesi, possono benissimo essere due mortali, e cioè Ino e Misti.

Il Rizzo ricorda altresì le " belle e eleganti *thiasotai*, vestite " secondo la moda attica del secolo quinto „ di una pittura vascolare: orbene, mi consenta l'egregio dotto di dire che qui c'è un po' di confusione. Perchè le tiasote non possono per nulla paragonarsi, o parificarsi, alle ninfe: esse sono *mortali*, donne cioè come tutte le altre, che stanno compiendo o hanno compiuto un rito, e non vi è ragione perchè l'arte le rappresenti diverse da quel che erano: le ninfe invece erano *divinità*, e solo per errore o trascuranza di qualche artista assunsero talvolta aspetto e foggia di mortali.

Nè l'ambiente, dunque, nè i personaggi sono quelli che una iniziazione dionisiaca, e cioè un episodio mitico, esigerebbe, perchè

l'ambiente è reale, anzi pompeiano, e dei personaggi quelli che sono mitici non partecipano all'azione, e quelli che partecipano all'azione non sono mitici.

Badiamo ora non a quel che manca, ma a quel che c'è in queste scene. Che cosa vi è infine che possa riferirsi alla iniziazione di Dioniso, tranne la prima scena, nella quale poi a ragion veduta è impossibile riconoscerla?

Nei monumenti relativi ai fatti o ai gesti di Dioniso voi trovate sempre espressi tutti più o meno gli episodi più importanti della vita del dio. Si veda per esempio un rilievo d'avorio di Milano (1); esso mostra Dioniso arrecato dalle ninfe a Rea, la danza coribantica intorno al fanciullo, i giuochi di lui aiutato da Sileno, e infine il dio nell'atto di guidare il carro di Rea preceduto dal tiaso. Qualche cosa di simile ci aspetteremmo da queste pitture; vale a dire che dopo la prima scena con l'istruzione del dio giovinetto ci aspetteremmo qualche altra scena riferibile alla vita o al culto del dio, qualche rappresentanza che mostri le conseguenze mitiche o religiose di quella iniziazione. Nulla di tutto ciò invece: dopo questa prima scena Dioniso non compare più in nessuna delle scene che si svolgono intorno alla stanza pompeiana: in nessuno di questi episodi, comunque si voglia interpretarli, compare più il dio, e tutte le varie azioni sono compiute o subite da altri personaggi che nulla hanno che vedere con Dioniso, cioè da alcune donne che non vengono caratterizzate punto come menadi. Intorno alla trapeza tu vedi tre donne, una donna arretra spaventata nella scena *C*, un'altra donna scopre il phallos, altre quattro donne si vedono nell'ultima scena. E Dioniso dove se n'è ito? lo vediamo nel bel mezzo delle scene in grembo a Core, senza che tra la prima scena dove lo vedi bambino e questa qui dove lo vedi adulto vi sia un trapasso, un nesso qualunque. Come spiegare tutto ciò? Se dopo quella prima scena l'originale greco mostrava qualche altro episodio relativo a Dioniso perchè mai il copista lo avrebbe soppresso e sostituito con tanti altri episodi diversi non riferibili a Dioniso?

---

(1) *Arch. Zeit.* 1846 tav. 38; Reinach, *Rép. des reliefs* II pp. 393-4; Harrison *Themis* p. 60 fig. 9.

E questo Dioniso in grembo a Core, come si spiega? È mai possibile ammettere che il dio *assista da adulto alla propria iniziazione infantile*? Il Rizzo, veramente, è ben lontano dall'asserire questa stramberia, perchè pensa che il gruppo di Dioniso e Core sia un emblema (1); ma io confesso che anche questo rappresentare Dioniso " come emblema nella medesima compo- " sizione che rappresenta Dionysos iniziato „ mi pare una cosa strana e inverosimile.

A ogni modo questa spiegazione presuppone che il gruppo sia immaginato *dipinto sulla parete dell'ambiente in cui si svolge la scena*, perchè, se così non fosse, il gruppo non sarebbe più un *emblema*. Ma tutto dice che Dioniso e Core sono stati immaginati e rappresentati come persone *reali*, tant'è vero che essi seggono su troni *poggianti su quello stesso piano su cui stanno gli altri personaggi* e che su questo stesso piano giace il calzare che il dio si è levato. Questa realità rappresentativa è sentita del resto dallo stesso Rizzo quando trova dell'analogia tra questa scena e i " gruppi rappresentanti Dionysos con Ariadne, seduti o sdraiati sulla *kline*, in mezzo al *thiasos* orgiastico „ (2), dove naturalmente gli dei sono pensati come *persone* e non come *emblemi*. Sì che per forza si arriva alla conclusione che se l'esegesi del Rizzo fosse esatta noi avremmo qui un Dioniso fanciullo che viene iniziato e un Dioniso adulto che assiste alla iniziazione del primo.

Delle singole scene, nessuna, dunque, si accorda con la " iniziazione „ effigiata nella prima scena. Diremo di più: v'è una scena (*F*) che contraddice addirittura, così come la spiega il Rizzo, alla scena, al concetto stesso della iniziazione (3).

---

(1) *Op. cit.* pp. 41 e 43.

(2) *Op. cit.* p. 43.

(3) Questa scena è generalmente spiegata come una scena di flagellazione rituale in base a Pausania (VIII 23, 1) che attesta un simile rito per Alea. Poichè questa interpretazione ha fatto, come dice il Pottier (*Rev. arch.* 1915 II p. 340), " son chemin dans le monde, car il n'est pas rare d'entendre dire que l'on possède avec cette peinture de Pompei une mise en scène du rite pratiqué dans le temple d'Aléa „, io debbo rivendicare *a me* questa spiegazione, che io ebbi a comunicare nel 1910 al De Petra. Infatti il De Petra parlando di questa interpretazione dice: " questo luogo classico mi fu indicato dall'ispettore del Museo Nazionale dott. V. Macchioro quando gli esposi la mia interpretazione „ (*Not. scavi* 1910 p. 144 nota).

Il Rizzo pensa che quella flagellante alata sia una " potenza " avversa al fine supremo dei misteri dionisiaci, invida della " beatitudine eterna agognata dai mortali „ (1), un " daimon geloso, di natura inferna o titanica, il quale si oppone a che si compia il mistico rito, d'onde perviene agli uomini la purificazione del peccato primigenio „ (2) e questo demone risalirebbe a tradizioni orfiche e sarebbe precisamente Ananke o Adrasteia " colei che impone le sue immutabili prescrizioni a tutte le potenze terrene ed ultra terrene, che regola il corso del destino, invocata come signora nell'introduzione degli inni orfici „ (3).

Diremo prima di tutto, tra parentesi, che la Adrasteia orfica non era punto un demone geloso o invidioso di chi che sia, perchè del tutto imparziale (4): essa faceva parte, per dir così, dell'Olimpo orfico come regolatrice e legiferatrice, e immaginarla invidiosa della beatitudine che gli iniziati si procacciavano nei misteri e pensare che essa voglia interrompere la iniziazione gli è come pensare, per grazia di esempio, un S. Michele che per invidia o gelosia interviene a interrompere un battesimo o una comunione e prende a botte coloro che stan compiendo il sacramento. Inoltre gli orfici rappresentavano Adrasteia assai diversa da questo essere alato, ignudo, munito di alti calzari e di verga: essi la immaginavano in atto di battere i cembali innanzi all'antro della Notte dove siede Fanete, per attrarre l'attenzione di tutti sulla sua legge (5), oppure munita di verghe di bronzo e di timpani rumoreggianti (6).

---

(1) *Op. cit.* p. 50.

(2) *Op. cit.* p. 51.

(3) *Ivi.*

(4) Hermias *In Plat. Phaed.* p. 148 = Abel *Orphica* 109, 110: *Ἀδράστεια διὰ τοῦτο κεκλημένη, διὰ τὸ τὰ ὑπ' αὐτῆς τεθέντα καὶ νομοθετηθέντα ἀναπόδραστα εἶναι.*

(5) *Ivi*: *ἐν τοῖς προθύροις γὰρ τοῦ ἄντρου τῆς Νυκτὸς ἠχεῖν λέγεται τοῖς κυμβάλοις ἵνα πάντα τὰ αὐτῆς τῶν νόμων κατήκοα γένηται. ἔνδον μὲν γὰρ ἐν τῷ ἀδύτῳ τῆς Νυκτὸς κάθηται ὁ Φάνης· ἐν μέσῳ δὲ ἡ Νύξ μαντεύουσα τοῖς θεοῖς, ἡ δὲ Ἀδράστεια ἐν τοῖς προθύροις πᾶσι νομοθετοῦσα τοὺς θείους νόμους.*

(6) Procl. *Theol. Plat.* IV 16, 206 = Abel 111: *Παρ' Ὀρφεῖ δὲ καὶ φρουρεῖν λέγεται* (Adrastea) *τὸν τῶν ὅλων δημιουργὸν καὶ χάλκεα ῥόπτρα λαβοῦσα καὶ τύμπανα ἠχήεντα οὕτως ἠχεῖν ὥστε πάντας ἐπιστρέφειν εἰς αὐτὴν τοὺς θεούς.*

Ma ammettiamo che questa sia Adrasteia: o perchè dovrebbe interrompere lo scoprimento del phallos, cerimonia tra le più comuni dei riti dionisiaci? Se questa cerimonia era contraria alle leggi divine delle quali Adrasteia era custode, perchè gli orfici l'avrebbero accolta nei loro riti, e come mai essa compare così spesso in rappresentanze orfico-dionisiache? (1). E se ammettiamo col Rizzo che nelle figurazioni delle quali abbiamo parlato qui sopra, sia rappresentata l'iniziazione di Dioniso, come mai in talune di esse, come una terracotta " Campana „ e il dipinto della *Domus Aurea*, si vede accennato o anche eseguito proprio quel rito fallico che nella pittura pompeiana eccita lo sdegno di Adrasteia stessa? Ed è possibile che una serie di cerimonie le quali si svolgono intorno alla persona stessa di Dioniso e che si sintetizzano nella iniziazione di lui sieno tanto eterodosse da contravvenire alle leggi immutabili di Adrasteia?

Ma siamo schietti: vi è poi una iniziazione in queste scene? Dov'è essa dunque? la scena *A* rappresenta tutto al più, a detta del Rizzo medesimo, l'apprendimento del rituale, cioè la preparazione della iniziazione, non la iniziazione stessa.

Chi apprende il rituale non subisce la cerimonia relativa, ma impara solo quale ne è il significato o in che consiste: chi impara il catechismo si prepara alla comunione, ma non la riceve. La vera e propria iniziazione manca dunque in queste scene, e dovrebbe seguire alla scena *A*, se quello è Dioniso che sta apprendendo il rituale. E io non so pensare che il pittore abbia voluto ommettere proprio questa scena tanto notevole e caratteristica, la più importante certo di tutta la figurazione; e debbo concludere che nemmeno nell'originale greco vi era una scena con la iniziazione vera e propria di Dioniso.

Concludendo, non vi fu mai nè una tradizione letteraria, nè una tradizione figurativa intorno alla iniziazione di Dioniso. Dionysos Mystes significa Dioniso iniziatore. E questa è l'unica concezione che armonizzi con l'altissimo concetto che l'orfismo

---

(1) Questa obbiezione vale anche per chi pensa che questa figura sia Aidos (Cooke, in *Journ. rom. stud.* 1913 p. 159 s.), o Iris (De Ridder, in *Rev. et gr.* 1917 p. 190), o Nike (Pottier, in *Rev. arch.* 1915 II p. 342-4).

ebbe di Dioniso: questo dio parificato e identificato a Zeus (1), identificato a Fanete, il dio primigenio (2), che ricevette da Zeus il regno del mondo (3), non può concepirsi se non come un innovatore, che attuò una vera palingenesi del mondo e delle coscienze: e pensare che egli venisse iniziato in quella religione che da lui ebbe principio, che ci venisse iniziato come un mortale qualunque, significa davvero non sentire la grandezza mistica di questa figura.

Cade qui assai opportuno ricordare ciò che i teologi pensano intorno al battesimo di Cristo. Questo è narrato dai Vangeli, è menzionato dai padri della Chiesa, è rappresentato nell'arte; ebbene, non ostante tutta questa ricca e molteplice tradizione, il battesimo di San Giovanni è considerato concordemente da tutti i teologi solo come un atto che predispose al battesimo di Cristo. Il vero battesimo sacramentale che schiude il regno messianico fu istituito, secondo il cristiano, solo da Cristo. E perchè ciò? Perchè ammettendosi che altri prima di Cristo avesse istituito questo sacramento fondamentale del cristianesimo si viene a negare a Cristo nè più nè meno che la sua qualità di Salvatore. Così nel caso di Dioniso, ci fosse anche stata la tradizione della sua iniziazione orfica, possiamo esser ben sicuri che l'orfismo considerò sempre Dioniso come l'istitutore della iniziazione, perchè attribuire ad altri questo sacramento equivaleva a distruggere la personalità mistica del dio.

---

(1) Macrob. *Sat.* I 18, 17 = Abel *Orphica* fr. 169: *Εἷς Ζεύς, εἷς Ἀίδης, εἷς Ἥλιος, εἷς Διόνυσος. Ivi,* I 23, 22 = Abel fr. 235: *ἀγλαὲ Ζεῦ Διόνυσε.*

(2) Procl. *In Plat. Tim.* II 102 E = Abel *Orphica* fr. 71: *Αὐτός τε ὁ Διόνυσος καὶ Φάνης*; Macrob. *Sat.* I, 18, 12 = Abel fr. 167: *Ὃν* (il sole) *δὴ νῦν καλέουσι Φάνητά τε καὶ Διόνυσον.* Cfr. Diod. I 11, 3 = Abel fr. 168.

(3) Procl. *In Plat. Tim.* V p. 291 A = Abel *Orphica* p. 186; Olympiod. *In Plat. Phaed.* = Abel p. 186; Procl. *In Plat. Crat.* p. 396 F (p. 55, 5 Pasquali) e *In Tim.* V (III p. 310, 32 s. Diehl).

Appunti sull'ortografia di Marziale

Nota I del Prof. BENEDETTO ROMANO

La questione dell'ortografia degli autori latini che, per merito sopratutto di un mio caro maestro dell'Ateneo torinese (1), entrò, per così dire, nella sua fase risolutiva, non si è ancora imposta a tutti. Lo stesso prof. Sabbadini, così profondo conoscitore della latinità nelle sue svariate e molteplici esplicazioni, si mostra un po' scettico al riguardo e continua ad essere d'avviso che l'ortografia delle nostre edizioni è e non può non essere in gran parte convenzionale (2). Ma la teoria Brambachiana (3), che ci dà appunto questo tipo convenzionale, riconducendo l'ortografia di tutti gli autori latini a quella in voga ai tempi di Quintiliano, come quella proposta nel 1896 dalla Commissione nominata dalla " American Philological Association „ (4), secondo la quale il modello uniforme dell'ortografia latina dovrebbe ricercarsi nella grafia del 1° secolo, ponendo a base quella del *Monumentum Ancyranum*, saranno bensì comode per gli usi della scuola, ma sono ben lungi dal darci delle opere antiche quel colorito che loro si conviene anche nella veste esteriore, perchè un tipo uniforme per tutti gli scrittori, all'infuori di ogni considerazione circa il tempo e il luogo in cui vissero, la scuola o l'indirizzo che seguirono o preferirono, e forse anche il genere letterario che trattarono, esclude *a priori* la possibilità dell'ortografia veramente originale, la quale varia da autore ad autore

(1) L. Valmaggi, *Neofilologi?*, in " Bibliot. delle Scuole italiane „, III, 115 segg., 135 segg. e IV, 11.

(2) *Il genitivo dei nomi in* -io, in " Boll. fil. cl. „, XXIII, 8, p. 173.

(3) W. Brambach, *Die Neugestaltung der lat. Orth.*, Leipzig, 1868. E. Stampini ne diede la traduzione con molte aggiunte sull'ort. delle iscrizioni (Torino, 1882).

(4) *Proceedings*, XXVI, pag. 54 e seg.; XXVII, pag. 22 e segg.

e da età ad età in correlazione alle molteplici metamorfosi fonetiche che subisce il linguaggio nel suo continuo divenire.

Lasciate quindi da parte queste teorie, comode fin che si vuole, ma che non appagano affatto le giuste esigenze dei dotti, noi ci troviamo di fronte, si può dire, ad un nuovo problema, del quale però ci furono indicati i termini con assoluta chiarezza e precisione (1).

Consideriamo le grandi edizioni di Marziale, quelle dello Schneidewin, del Friedländer e del Gilbert, e quella del Lindsay, e noi ci troviamo di fronte ad un caratteristico disaccordo in fatto di ortografia, nonostante che i due ultimi abbiano fatto oggetto particolare delle loro indagini e dei loro studi l'ortografia stessa dell'Autore (2).

Il Gilbert si mostra in generale molto ossequente alla tradizione manoscritta e ripetutamente lo dichiara (3). Ma quanta poca fiducia meritino i codici in siffatta materia fu già ampiamente dimostrato (4), nè è il caso di ripeterlo, e neppure le iscrizioni portano in questa questione maggior luce, perchè a prescindere dalle varietà ortografiche determinate dal vario genere delle iscrizioni, dal loro diverso carattere e dalle differenti località in cui furono scritte, anche quando se ne conosca la data, esse presentano tali e tante contradizioni, tanti e così gravi errori dovuti all'ignoranza del lapicida, ben nota a quanti si occupano di epigrafi latine, che non è il caso di farci sopra troppo affidamento, nè tanto meno di trarne delle decisive conclusioni. Difatti anche il prof. Buch dell'Università di Chicago, che in certi appunti di ortografia (5), di cui avremo occasione

(1) L. Valmaggi, in " Bibliot. delle Scuole ital. „, l. c. e in " Riv. di fil. class. „, XLI, 587 segg.

(2) Friedlaender, *M. Valerii Martialis* Epigrammaton, lib. I, 108 segg.; Gilbert, *M. Valerii Martialis*, Epigrammaton libri, pag. iv segg.; Lindsay, *M. Val. Martialis*, epigrammata, Oxonii, 1902; Lindsay, in " Journ. of philology „, XXIX, n. 57 (a. 1894), pp. 24-60.

(3) Gilbert, op. cit., praefatio, pag. v.

(4) L. Valmaggi, " Riv. di fil. class. „, XLI, 587 e segg.; Reid, *M. Tulli Ciceronis* Academica, London, 1885², pag. 73; Clark, *M. Tulli Ciceronis Pro Milone*, Oxford, 1895, pag. 97.

(5) Carl Darling Buch, *Notes on Latin ortography*, in " Classical Review „, XIII, pag. 116 segg. e 156 segg.

di occuparci ancora, mette a contributo oltrechè i precetti dei grammatici e le testimonianze dei mss., anche e sopratutto quelle delle iscrizioni, non può sempre pervenire a risultati certi e determinati, nè a conclusioni definitive.

Il Lindsay procura invece di scoprire il meglio che può, attraverso le testimonianze dei codici, da lui accuratamente studiati e vagliati (1), le varie metamorfosi cui ha potuto andar soggetta la ortografia originale del poeta, mettendo a profitto la sua vasta e profonda erudizione in questo campo.

E tale metodo, che è senza dubbio più logico e quindi migliore di quello dei suoi predecessori, può dare in determinati casi, e tale è appunto quello di M., la cui tradizione manoscritta si presenta nelle più favorevoli condizioni, un risultato soddisfacente, ma non può, nè deve essere considerato come un metodo razionale, perchè i codici, anche letti, compulsati e confrontati con sani criteri, ci daranno sempre l'ortografia dei copisti e mai quella dell'autore.

Quindi non solo non è prudente fissare questa o quella grafia secondo il maggior o minor consenso dei codici in una data forma, essendo ormai provato che anche il consenso di tutta una famiglia può non essere sufficiente, ma anche quando dei codici e dei copisti si conoscesse rispettivamente la data, la provenienza, le tendenze e fosse quindi possibile aver ragione delle variazioni ortografiche dipendenti da questi fatti, noi ci troveremmo ancor sempre a così grande distanza di tempo e di luogo dall'originale, che non sarebbe lecito far su di essi un sicuro assegnamento; tanto più quando si pensi che la tradizione manoscritta era inquinata fin dalle origini, come ne fan fede le testimonianze degli stessi scrittori latini, che già si lagnavano ai loro tempi degli errori dei copisti (2).

Non dovremo perciò dare ad essi una eccessiva importanza, nè tanto meno fondarvi sopra l'ortografia dell'autore: ci si potrà servire di loro soltanto e limitatamente in qualche caso per corroborare l'applicazione di quei principî e criteri generali precedentemente fissati per stabilire colle maggiori garanzie di probabilità l'ortografia originale. Difatti anche col metodo del

---

(1) *Ancient Editions of Martial.* Oxon., Parker, 1902.

(2) L. Valmaggi, l. c., in " Riv. di fil. class. ", XLI, 587 segg.

Lindsay, che consiste appunto in un accurato ed intelligente studio comparativo dei vari manoscritti, noi ci troviamo nella necessità di risolvere, dirò così, caso per caso, a furia di induzioni, di ipotesi, di congetture, le quali, fatte e proposte da un dotto come il Lindsay, che ha una profonda conoscenza dei suoni e delle forme latine e del loro sviluppo storico, possono darci, se non in tutto, almeno in parte un soddisfacente risultato, ma è chiaro anche che ci possono condurre col più cieco arbitrio, alla più cieca confusione, quando non si determinino *a priori* i criteri generali e particolari che si debbono seguire.

Ora questi criteri sono stati determinati con chiarezza e precisione dal Valmaggi, il quale così compendia le norme del suo metodo razionale, di cui ebbe la prima felice intuizione: " restituire l'ortografia dei singoli scrittori indipendentemente dalla tradizione e salva sempre ogni diversa ragione di metro e di *ornatus*, secondo le regole dell'età e della scuola di ciascuno di essi ".

Se non che bisogna procedere con molta cautela, perchè il materiale di cui disponiamo è relativamente scarso, non potendoci assolutamente fidare, come già abbiam detto, dei mss. stessi di cui vogliamo con criteri più razionali correggere l'ortografia. D'altra parte anche le scuole non sono sempre separate, divise da un taglio netto, che ne determini in modo chiaro e preciso il rispettivo campo d'azione, ma talora influiscono variamente l'una sull'altra, in varia misura nei varî periodi del loro sviluppo. Dove si potrebbero trovare due termini più antitetici dell'analogia e dell'anomalia? eppure queste due forze, che si contesero per tanto tempo il dominio della lingua, non di rado si confondevano insieme, come già ebbe a rilevare A. Gellio (1), e come dottamente ci ha dimostrato il Sabbadini, il quale, occupandosi in un magistrale articolo, colla ben nota sua competenza, della questione, traccia a grandi linee un abbozzo della natura e dello sviluppo storico di queste due forze rispetto all'ortografia, indicandoci anche con quali procedimenti siano da ricostruire le regole dell'una e dell'altra (2). E da esso appunto noi appren-

(1) B. Romano, *La critica letteraria in A. Gellio*, Loescher, 1902, pagina 21 segg.

(2) *L'anomalia e l'analogia nell'ortografia latina*, in " Riv. di fil. cl. ", XXXI, pag. 22 segg.

diamo che, se la scuola nuova obbediva all'anomalia e la arcaicizzante alla analogia (1), non erano rari i rapporti e gli influssi reciproci fra i due opposti indirizzi.

Bisognerà tenere conto dei varî elementi caso per caso; ma soprattutto bisognerà procedere con la necessaria risolutezza, senza arrestarci di fronte a certe restituzioni che possono apparire ardite, solo per il fatto che noi siamo abituati a leggere gli autori attraverso alla grafia dei copisti medievali, i quali potranno bensì presentare traccie di questa o quell'altra scuola (2), ma in una cosa però li troviamo tutti concordi, nella naturale e, direi quasi, inconsapevole tendenza a rimodernare le loro scritture, specie per quanto si riferisce all'ortografia.

Grecismi.

Marziale vive nella 2ª metà del 1° sec. dell'impero e la sua attività letteraria si esplica negli ultimi due decenni del secolo stesso (a. 80-102 Friedl. *M. Valerii Martialis Epigr.* I. 50 e segg. e *Sittengesch.* III⁷ 500), quando cioè forte è la lotta tra le due scuole, che appaiono in quell'epoca entrambe fornite di presso a poco uguali elementi di vitalità. Egli inoltre scrive per la società elegante del suo tempo ed i suoi epigrammi, brevi e succose poesiole di attualità, hanno e debbono avere sopratutto il pregio della modernità.

E queste considerazioni sarebbero per se stesse sufficienti per persuaderci a collocare Marziale fra i poeti della scuola nuova, anche quando mancassero nei suoi epigrammi le arguzie e i frizzi più o meno pungenti contro i seguaci della scuola arcaica.

Fatta questa premessa, vediamo come convenga nel modo più razionale restituire l'ortografia del poeta, comprendendo in essa anche la flessione dei nomi greci, gli accusativi della 3ª

(1) Nè questo deve recar meraviglia, perchè l'indirizzo analogico, benchè sorto in tempi più recenti, aveva per còmpito di trattenere entro determinati confini la naturale evoluzione del linguaggio e quindi esercitava o procurava di esercitare sulla lingua un'azione eminentemente conservatrice.

(2) Sabbadini, l. c., pagg. 29 e 38 segg.

in *es* ed *is*, i genitivi in *i* dei temi in *-io* della 2ª, che teoricamente fan parte della morfologia, ma che in pratica siamo abituati a veder trattati come materia di ortografia.

Come adunque si sarà regolato il nostro poeta circa la flessione dei nomi greci? La risposta non può essere dubbia. Veramente quanti si occuparono fin qui di siffatto argomento, come afferma il Valmaggi recensendo alcuni di tali lavori (1), non capirono che l'alternarsi di forme greche e latine nella flessione dei nomi greci è tutta questione di scuola, ma, fondando le loro tanto minuziose quanto inutili indagini sulla tradizione manoscritta, tratti verosimilmente in inganno da certi vocaboli che, o per il loro significato, o per il loro uso, o per l'antica loro introduzione nella lingua latina, ne avevano per così dire acquistata la cittadinanza, ignari inoltre che anche la scuola nuova seguiva l'ellenismo solo fin dove esso presentava indubbi caratteri di modernità, sciuparono, uso le parole stesse del prof. Valmaggi, tempo e fatica e taluni anche il loro ingegno a raccogliere diligentissimamente l'abbondante scoria dei codici, illustrando, vagliando, catalogando con somma cura interminabili filze di incongruenze, moltiplicando, miserevole lavoro di Sisifo, tabelle e regole che non hanno senso comune. Noi invece pensiamo che, trattandosi di M., di un poeta cioè della scuola nuova, non ci sia in linea generale che da sostituire ovunque, ove ragioni speciali non suggeriscano o consiglino il contrario, le desinenze greche.

Già lo Schneidewin nella sua seconda edizione s'era messo timidamente su questa strada. Gilbert, che professa il più grande rispetto per la tradizione manoscritta, *ne rem dubiam*, come dice lui, *attingeret*, accolse le restituzioni del suo predecessore ed in un caso solo si permise di spingersi più innanzi, scrivendo cioè con C^1 *hemitritaeos* a XII, 90, 2, avendola questa stessa parola accolta lo Schneidewin a IV, 80, 3 con la testimonianza di tutti i mss. (2). Il Friedländer fa un passo innanzi, accogliendo p. es. *Encolpos* (I, 31, 2 e V, 48, 2), che Gilbert rimpiange di non aver

---

(1) L. Valmaggi, Recensione dei lavori dello Zwiener e del Leimeister, in "Boll. di fil. class.", XVIII, 5, p. 103.

(2) Gilbert, op. cit., praef., pag. v.

accettato, come pure *Hecaben* III, 32, 3 e III, 76, 4, e mostrandosi incerto fra *Geryonem* e *Geryonen* (V, 65, 12 in nota), fra *Parthenopaeus, Artemidorus* e *Parthenopaeos, Artemidoros* (VI, 77, 2.3 in nota).

Il Lindsay anche lui si mostra decisamente propenso per le desinenze greche, e ciò credo sia dovuto al fatto della sua maggior indipendenza dai codici, nei quali è naturale che prevalgano le varianti nel senso latino, perchè spesso i copisti quasi inconsapevolmente sostituiscono la forma latina alla greca o trascinati dall'uso arcaicizzante, o più probabilmente, come fu giustamente osservato (1), mossi da preconcetti che fan loro considerare la desinenza greca come contaminazione. Ma noi sappiamo che è appunto una delle caratteristiche essenziali, che distinguono la scuola nuova dalla arcaicizzante, l'uso costante delle forme greche, e non solo dalla testimonianza esplicita di Quintiliano (2), ma ancora dall'esame accurato sopratutto dei poeti latini. Si capisce che qui bisogna procedere con cautela, perchè allo stesso modo che molti nostri puristi non sospettavano certo la presenza di francesismi nella lingua di Dante, così è probabile che anche gli scrittori del 1° secolo non si rendessero più conto di tutti i grecismi che s'erano introdotti nella loro lingua fin dai primi tempi, che vi avevano assunto forma latina, per essere il popolo stesso rozzamente analogista nei suoi primi contatti con una civiltà superiore (3), e che col lungo uso vi avevano, per così dire, acquistato diritto di cittadinanza. Del resto, come già ho detto, questi poeti della scuola nuova amavano grecizzare anche e sopratutto per desiderio di modernità ed è in questo senso appunto che noi dobbiamo intendere il loro ellenismo. Quindi non tutte le desinenze greche godettero presso di loro di uguali simpatie. Così, p. es., la desinenza *-os* del nom. sing. della 2ª decl., perchè poteva facilmente confondersi colla stessa desinenza del nom. lat. arcaico, dovrebbe essere dai poeti della scuola nuova messa in disparte, special-

---

(1) S. Alessi, *La flessione dei nomi greci in Valerio Flacco,* in " Boll. di fil. class. ", XIX, 2, 3, pag. 56.

(2) *Inst. or.*, 1, 5, 58.

(3) M. Lenchantin De Gubernatis, *La flessione dei nomi greci nel poemetto " Aetna ",* in " Boll. di fil. class. ", XIV, 8-9, p. 201.

mente in quei casi nei quali era possibile l'equivoco: la conservarono i nomi proprii geografici e di persone reali o mitologiche, che non furono, per così dire, trapiantate in Roma, e che in omaggio al loro significato si mostrano più riluttanti a modificare la loro forma originaria, come Cypros, Ephesos, Tyros ecc., ma per la ragione anzidetta si dovette avere sempre Hermaphroditus, Parthenopaeus, Phoebus, Priapus, ecc., trattandosi di nomi oramai diventati latini. Il Lindsay, sull'autorità dei codici, ammette questa desinenza arcaica in qualche raro caso di parola latina, come *salvos* (I, 8, 2), quindi *lascivom* (VI, 21, 5), attribuendo la scarsità degli esempi all'opera del " corrector " nello " scriptorium ", dove era costume purgare affatto le cattive grafie merovingie, ma io penso che la ragione vera, come avrò occasione di dire in seguito, sia da ricercarsi nell'antipatia che per i veri e proprii arcaismi dovettero sentire i seguaci della scuola nuova.

Come desinenza invece di genit. della 3ª, dovette essere di uso più generale per i nomi greci, sia per la mancanza di una desinenza intermedia fra l'arcaica e la grecizzante, sia per evitare una confusione prodotta nel linguaggio dalla presenza di altre desinenze omofone, cioè l'*-os* dell'acc. pl., confusione a cui tentava già di portare un rimedio la desinenza *-us* del nom. della 2ª (1); e quindi in M. noi avremo *Pallados*, *Babylonos* e non altro, come pure *Myronos*, *Myos* ecc. La forma *Mentoris* (III, 41, 1; VIII, 51, 2), che per essere accertata dai mss. fu accolta dagli editori, presenta però l'acc. *Mentora* (XI, 11, 5): mentre i pochi nomi comuni, tipo *gigas, gigantis* (XIII, 78, 1), hanno costantemente il genitivo alla latina, ma l'accusativo alla greca.

Che ai tempi di M. le parole derivate dal greco con consonante aspirata conservassero la loro aspirazione è presumibile; dovevano essere rari i casi in cui la parola, per aver acquistata una vera cittadinanza romana e per aver quindi per così dire dimenticata la sua origine, lasciava da parte l'aspirazione, quindi è conforme alla grafia dell'età di Marziale, come attesta pure il Gilbert, che in questo caso rinunzia anche all'autorità

(1) S. Alessi, l. c., in " Boll. di fil. class. ", XIX, 2-3, p. 58.

dei mss. (1), scrivere *Charinus*, *Charmenion*, *Chloe*, ecc., *disticha*, *tetrasticha* ecc., *schola*, *chors*, *schema*, *schida* ecc., nonostante che ottimi codici, i quali naturalmente seguono un'ortografia posteriore, abbiano *c* invece di *ch*. Come pure, se eccettuiamo *cantus* (XIV, 168, 2) e forse *coturnus* (VIII, 3, 13), è da scriversi *opthalmicus*, *pthisicus* ecc. *thermae*, *Barathrum*, *cochlea* e *cochleare*, nonostante che di quest'ultima grafia sopratutto la forma non aspirata sia meglio attestata, perchè, come si sa, i codici son più propensi a lasciar indietro qualche elemento anzichè ad aggiungerlo.

Anche la *v* greca dovette assumere preferibilmente in Marziale la forma di *y*, che ebbe in latino un suono intermedio fra *u* ed *i*: ed è probabile che questa pronunzia oscillante abbia determinato nei codici le forme *u* ed *i* abbastanza frequenti.

Quindi credo convenga scrivere *bybliopola* e forse anche *bybliotheca* nelle varie occorrenze della parola, per quanto si tratti di vocaboli di uso così comune per uno scrittore, che non farebbe meraviglia presentassero già la semplice *i* che poi prevalse nella grafia posteriore. Anche *crystallum* è da ritenersi costante grafia di Marziale, come forse *myrrha*, nonostante un certo accordo fra i codici TLE per *murra*, e *Sylla* in VI, 9, 7; IX, 43, 10; XI, 5, 9, e *Syria* e i suoi derivati e quindi anche *Syrus* (nome di uno schiavo), dove i codici sono incerti tra *su*, *si*, *sy*, tantochè il Lindsay si persuade ad accogliere in taluni casi *u*, come *murra* qualche volta, *Sulla* e *Surus* sempre.

Il gruppo *κν* delle parole greche credo sia da conservarsi tale e quale, tanto al principio che al mezzo della parola, essendo appunto, come già abbiam visto, una delle caratteristiche della scuola nuova l'esatta translitterazione delle parole greche: direi quindi *Cnosia* a IX, 34, 7, e anche a XIII, 106, 1, nonostante l'accordo dei codici per GN, in quest'ultimo luogo; lascierei *Cnidiae* a XIII, 66, 2 dove la lezione è incerta (*sic nitidae* B^A^, *si gnidiae* RE) e conserverei il gruppo *cn* originario nelle varie occorrenze della parola *cycnus*. Del resto Marziale, come afferma anche il Lindsay, non solo affetta l'esatta translitterazione delle parole greche (2), ma in molti casi, certo più frequenti di

(1) Op. cit., praef., pag. IV-V.
(2) L. c., pag. 31.

quelli comunemente ammessi, le trascrive addirittura con caratteri greci (1). Anche il Valmaggi molti anni prima manifestò la stessa opinione a proposito di *dipyrum* (IV, 47, 2) (2), non ritenendo affatto che vi si opponga la trascrizione latina dei manoscritti, dacchè non mancano nei codd. di Marziale altri esempi di vocaboli greci similmente trascritti in caratteri latini, come in V, 38, 3; XI, 58, 12; XIV, 187, L. ecc.: quindi è da preferirsi in tali casi la grafia greca *δίπυρον*, *σμάραγδος*, *ὀψωνάτωρ* ecc.

Accade anche talora che una stessa parola in occorrenze diverse si presenti in forme diverse. Così per es. *Iros* in VI, 77, 1, ma *Irus* in XII, 32, 9. Però indipendentemente dalla testimonianza dei codici che vorrebbe *Iros* nel primo caso a maggioranza, e *Irus* nel secondo ad unanimità, mancando la testimonianza di A^A, a me pare si possa accettare nell'un caso e nell'altro la forma latina, non solo perchè, come si è detto, la desinenza *os* sapeva anche di arcaismo, ma perchè *Irus* qui è bensì un nome proprio greco ma usato per antonomasia ad indicare un uomo poverissimo.

A III, 76, 4 la testimonianza dei mss. indica *Hecaben* (LE, -ubam T), a III, 32, 3 *Hecubam* (LE) e in omaggio a tale autorità gli editori mantengono la distinzione, eccettuato il Friedländer che scrive in entrambi i luoghi *Hecaben*: è probabile però che qui l'*Hecubam* di III, 32, 3 debba conservarsi non tanto in obbedienza ai codici, quanto perchè in questo caso è evidente l'omoteleuto, di cui si deve tener pur conto specialmente presso i poeti (3).

Caratteristico poi è il contrasto fra *Europes buxeta* di II, 14, 15 attestato da L contro E che ha *-pae*, ed *Europae buxos* di III, 20, 12 attestato da LE. Gli editori tutti quanti obbediscono all'autorità dei codici e lasciano sussistere le due forme, nonostante che in tutti gli altri casi *Europe* sia declinato alla greca, che nessuna ragione speciale giustifichi qui la desinenza latina e che neanche sia il caso di invocare il capriccio del poeta.

---

(1) L. c., pag. 39.

(2) " Riv. di fil. ed istruz. class. ", XXIX, pag. 251.

(3) L. Valmaggi, in " Riv. di fil. ed istruz. cl. ", XLI, 587 in fine.

Così non vedo la ragione di latinizzare il genitivo *Libyes* a V, 74, 2. Il Lindsay, indotto evidentemente dal codice di Lucca, il più antico della 2ª famiglia e che i suoi predecessori non conobbero, conserva la desinenza greca, che gli altri invece latinizzarono: il nominativo per ragioni metriche non può essere che alla greca in *e*.

Anche *Mytilene*, che i codici lasciano sussistere accanto a *Mitylene*, mette in imbarazzo il Lindsay sulla scelta della vera forma; ma qui pure non è il caso di esitare: bisogna scegliere la forma che più da vicino rispecchia la parola greca originaria.

Desinenza -*is* dell'acc. pl. della 3ª declinazione.

Lo scambio della desinenza -*is* ed -*es* dell'acc. pl. della 3ª decl. è per se stesso un fatto morfologico, ma considerato nelle sue applicazioni può benissimo valutarsi come un fatto di ortografia: si tratta in altri termini della usurpazione della desinenza -*es* dei nomi della 3ª in consonante a danno della desinenza -*is* dei temi in -*i*.

Il Gilbert esclude assolutamente per Marziale la desinenza -*is* e per non offendere, alternandola colla desinenza -*es*, l'occhio dei lettori, e sopratutto per la scarsa testimonianza dei mss., tantochè rigetta anche i tre unici esempi dello Schneidewin, *terribilis* spect. 9, 3; *tris* III, 4, 2; II, 4, 2. Il Friedländer è della stessa opinione; difatti ospita a spect. 9, 3 la nota del Gilbert " Die codd. geben den acc. pl. der 3. decl. in der ganz überwiegenden Mehrzahl der Stellen auf *ēs*. T bietet in Buch I-VII nur einmal *īs* „. Veramente il Lindsay, che, come abbiamo già avvertito, conobbe un *codex optimus* (1), ignoto ai suoi predecessori, non solo ne trova un discreto numero, ma talora anche rileva il perfetto accordo dei tre archetipi ora per -*es*, ora per -*is* (2).

Noi però sappiamo quanto scarsa autorità abbiano i codici, autorità che, in siffatta materia sopratutto, è in ragione inversa

(1) " Class. Rev. „, XV, pag. 413 segg.
(2) L. c., pag. 32.

della bontà del codice stesso, perchè mentre il copista ignorante, che non capisce quello che scrive, può cadere in errori grossolani, che, appunto per essere tali, sono generalmente di facile correzione, quello intelligente è tratto quasi senza avvedersene a rimodernare l'ortografia preesistente secondo i suoi gusti e le consuetudini dell'età. Del resto, comunque sia di ciò, sta il fatto che, scomparsa la distinzione, dirò così, grammaticale fra le due desinenze, continuò a sussistere quella ortografica o per meglio dire eufonica.

Gellio coll'autorità del grammatico M. Valerio Probo ce lo attesta per Virgilio, aggiungendo anche che la scelta tra l'una e l'altra era regolata soltanto dalle leggi dell'eufonia (1). Ora, nonostante il progressivo affermarsi della scuola nuova, non è ammissibile che d'un tratto tale desinenza *is*, che era così comune ai tempi di Virgilio, sia stata totalmente abbandonata dagli scrittori del 1° secolo e quindi anche da Marziale, il quale, in misura forse più ristretta, avrà approfittato anche lui di questa libertà di scelta, in conformità, s'intende, del ritmo del verso e dell'intonazione del passo, tanto più che, come è a tutti noto, uno dei fattori più importanti dell'anomalia, che, come fu già avvertito, fu la bandiera dei poeti nuovi, era appunto la *consuetudo auribus indulgens*, la *consuetudo artifex suavitatis*, la quale permetteva anche di peccare *suavitatis causa* (2).

Desinenza *ī* del gen. sing. dei temi in *-io*.

Un altro omaggio M. rende alla scuola nuova coll'uso costante del genitivo anomalistico in *ī-* dei sostantivi in *-ius* ed *-ium*; nè ci deve stupire il fatto che questa forma di genitivo sia più antica di quella col doppio *i*, mentre i seguaci della scuola nuova si oppongono alla corrente arcaicizzante, perchè, come fu giustamente osservato (3), è anche questa una delle

(1) *N. A.*, XIII, 21, 1-5 e 10-11.

(2) Cic., *Orat.*, 157-161.

(3) L. Dalmasso, *Il genitivo singolare dei temi in* -io- *ed un'osservazione del Lachmann*, in " Boll. di fil. class. „ XXIII, 6, pag. 124.

tante contradizioni fra teoria e pratica, così frequenti nel campo della grammatica, una delle interferenze dei due opposti fenomeni dell'analogia e dell'anomalia, cui abbiamo già innanzi accennato.

In ventisette casi solo tre o quattro presentano la desinenza analogistica col doppio *i*: quello duplice di *cybii* (XI, 27, 3 e 31, 14), accettato da tutti gli editori del poeta, e quello di *Fabricii* (XI, 2, 2), accolto dallo Schneidewin, ma rifiutato da Wagner, Gilbert e Friedländer, i quali, sulla proposta del primo, accolgono l'emendamento *Fabricia*. Il Lindsay invece, e giustamente, torna all'antica lezione (1), perchè, se è vero che l'anomalia ha difeso strenuamente la forma con l'*i* semplice, è pur vero che il genitivo analogico in *ii* si trova già in Properzio e più frequente in Ovidio e per gli aggettivi anche prima in Catullo e Virgilio; quindi non credo sia da escludersi questa forma nel caso nostro, tanto più che essa è richiesta dalle esigenze del metro: e che il metro abbia pure esercitato il suo influsso su siffatte questioni lo riconosce anche il Sabbadini quando afferma e dimostra che di pari passo con la sanzione tecnica degli analogisti procedette l'uso dei poeti dattilici (2).

Ancora e sempre senza uscire dal campo più propriamente grammaticale il nostro poeta si rivela seguace della scuola nuova: egli, difatti, nell'uso dei così detti aggettivi *abundantia* tipo *hilaris-hilarus*, adotta costantemente le desinenze della 3ª declinazione, mentre tutti i grammatici sono concordi nel considerare la maggior parte delle forme di 2ª declinazione come arcaismi (3).

---

(1) Per la stessa ragione credo si debba consentire nell'*exilii* dei codd. e delle antiche edizioni (XII, 25, 6), accolto pure dal Lindsay.

(2) *Il genitivo dei temi in* -io-, in " Boll. di filol. classica ", XXIII, 8, pag. 172.

(3) Valmaggi, *Ortografia e morfologia*, in " Riv. di filol. class. ", XLI, pag. 587.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Dicembre 1918

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: SEGRE, PEANO, JADANZA, FOÀ, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, PONZIO, SACCO e PARONA Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Scusa l'assenza il Direttore della Classe Senatore D'OVIDIO.

Il Socio SACCO fa omaggio della sua Nota *Lo spessore della Stratosfera*. Il Presidente ringrazia.

Il Segretario presenta la *Notice historique sur Déodat Dolomieu* inviata in omaggio dall'autore Alfred LACROIX, Segretario perpetuo dell'Accademia di Francia e nostro Socio corrispondente.

Il Socio MATTIROLO presenta la Nota del nostro Socio corrispondente Prof. G. B. DE TONI, *Contributo alla teratologia del genere " Chrysanthemum „ L.* Sarà stampata negli *Atti*.

Raccoltasi la Classe in adunanza privata procedette alla votazione per la nomina di un Socio corrispondente nella Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'Ingegnere civile e militare. È eletto ad unanimità di voti l'Ingegnere Agostino MESNAGER, Professore e Direttore dei Laboratori della Scuola Nazionale dei Ponti e Strade, a Parigi.

LETTURE

Contributo alla teratologia del genere " Chrysanthemum „ L.

Nota del Socio corrispondente G. B. DE TONI

Nel genere *Chrysanthemum* L. si verificano abbastanza frequentemente casi teratologici (1), ciò che del resto succede spesso, in particolare riguardo al fenomeno della fasciazione, nelle *Compositae*, com'era già noto ai botanici del secolo decimosesto (2).

(1) Cfr. Masters Maxwell T., *Vegetable Teratology*, passim, London, 1869, R. Hardwicke, 8°; Fletcher J., *Floral Monstruosities* (" Science Gossip „, vol. XXVI, 1890, pag. 68); Penzig O., *Pflanzen-Teratologie*, II, pag. 75-77, Genua, 1894, A. Ciminago, 8°; Turner E. E., *Botanical Monstruosities* (" Science Gossip „, n. s., vol. I, 1894, pag. 93); Tassi Fl., *Anomalie vegetali* (" Bollettino del R. Orto botanico di Siena „, I, 1898, pag. 135); Masters M. T., *Chrysanthemum Leucanthemum* (" Gardeners Chronicle „, 3 ser., vol. XXXII, pag. 255); Trotter A., *Contributo alla teratologia vegetale* (" Bullettino della Società botanica italiana „, 1902, pag. 44-50); Chifflot J., *Anomalies des organes reproducteurs chez les Chrysanthèmes cultivés* (" Compt. rend. de l'Acad. des Sciences „, mars 1903); Bois D., *Drageons fasciés de Chrysanthème* (" Revue hortic. „, t. LXXVIII, 1906, pag. 493-494, fig. 189); *Chrysanthème à capitules prolifères* (" Revue hortic. „, t. LXXIX, 1907, pagine 513-514, fig. 170); De Gasperi G. B., *Un caso di fasciazione caulina e florale in un Leucanthemum vulgare* (" Malpighia „, vol. XXIII, 1909, pagine 241-243, c. fig.).

(2) Cfr. Mattirolo O., *L'opera botanica di Ulisse Aldrovandi*, pag. 36, nota 2, Bologna, 1897, Merlani, 8°; De Toni G. B., *Ricordi di teratologia vegetale nelle opere Aldrovandiane* (" Malpighia „, vol. XX, 1906, pag. 303-304); Trotter A., *Le cognizioni cecidologiche e teratologiche di Ulisse Aldrovandi e della sua scuola* (" Marcellia „, vol. IX, 1910, pag. 114-126). — Acute considerazioni sulla teratologia (fasciazione nel *Cichorium*) vennero esposte nel 1562 da Corrado Gesner scrivendone in proposito al medico Cosimo Holtzsch; cfr. Gesneri Conradi, *Epistolarium medicinalium libri III*, p. 86, Tiguri, MDLXXVII, Frosch, 8°.

Le specie, prese in considerazione nell'opera che abbiamo più recente sulle mostruosità delle piante (1), sono *Chrysanthemum carinatum* Schousb., *coronarium* L., *frutescens* L., *grandiflorum* Willd., *indicum* L., *Leucanthemum* L., *Myconis* L., e una specie innominata (casi descritti da J. M. Fehr [1679] e J. D. Major [1665]) (2); a queste deve aggiungersi il *Chrysanthemum montanum* L., del quale fu segnalata la concrescenza di due capolini (3).

Per il *Chrysanthemum carinatum* Schousb. si conosceva fino ad oggi soltanto la trasformazione dei fiori del disco in fiori ligulati, originandosi in così fatta maniera i capolini volgarmente chiamati doppii (4); ora io posso fornire qualche nuovo contributo teratologico, avendomene porta occasione l'egregio tecnico del Regio Orto Botanico di Modena sig. Emilio Susan, il quale nel Giardino pubblico della stessa città, durante il luglio 1918, raccolse e mi consegnò per lo studio tre infiorescenze mostruose prelevate da un individuo riferibile alla varietà *β luteum* della elegante specie Schousboeana, che venne altresì figurata sotto il nome di *Chrysanthemum tricolor* (5).

Nel primo caso il peduncolo dell'infiorescenza alquanto appiattito, della larghezza massima di tre millimetri, mostrava, oltre alle tenui solcature longitudinali proprie alla specie, due solchi più cospicui opposti l'un l'altro, ossia situato ciascuno sulla faccia piana; il peduncolo sosteneva due antodii strettamente contigui mostrando confluenza dei fiori del disco, di guisa

(1) Penzig O., op. cit.

(2) Cfr. pure Dryander J., *Catalogus Bibliothecae historico-naturalis Josephi Banks*, t. III, pag. 403-404, Londini, 1797, G. Bulner et Soc., 8°.

(3) Cfr. Cornaz E., *Trois faits de tératologie* (" Bulletin de la Soc. des sciences naturelles de Neuchâtel „, vol. XXVI, 1898, pag. 421).

(4) Cfr. Masters M. T., *Vegetable Teratology*, pag. 188.

(5) Cfr. Schousboe P. K. A., *Iagttagelser over Vextriget i Marokko*, p. 198, tab. 6, Kjöbenhavn, 1800, typ. Seidelin, 4°; Kerner J. S., *Hortus sempervirens*, tab. 48, Stuttgardiae, 1795-1830, typ. Acad. Carol., fol.; Andrews H. C., *Botanists Repository*, tab. 109, London, 1799–1811, 4°; *The Botanical Magazine*, tab. 508, 5095 (var. *pictum*); " Journal d'Horticulture „, III, tab. 9; *Flore des Serres*, tab. 1099 e 1313 (var. *Bruridgeanum* e var. *venustum*); *Gartenflora*, XIII (1864), pag. 66, tab. 427, fig. 4-9 (la fig. 5 corrisponde alla var. β. *luteum*).

che il complesso costituito dall'unione dei due gruppi di fiori tubulosi presentava in sezione trasversa la forma di un biscotto, essendo interrotta per una zona di tre millimetri di lunghezza la regione che avrebbe dovuto essere occupata da fiori ligulati; visti al luogo dell'inserzione, siccome le squame ricettacolari costituivano due gruppi nettamente distinti, i due capolini apparivano invece semplicemente accostati l'uno all'altro. La sezione trasversale del peduncolo mostrava un midollo singolo, dovuto con ogni evidenza alla fusione dei parenchimi midollari dei due peduncoli coerenti.

Il secondo caso è molto simile al precedente. Il peduncolo, formato dalla adesione di due peduncoli, era largo quattro a quattro e mezzo millimetri; la struttura interna corrispondeva affatto a quella già indicata per il primo caso; però, le due infiorescenze, che nel caso sopra descritto componevano una sinantodia genuina, resultavano distinte nella regione dei fiori tubulosi, in quanto che i fiori ligulati formavano in entrambi i capolini un giro completo; qui dunque si verificava una sinantodia soltanto in apparenza.

L'ultimo caso si mostrava più complicato dei due precedenti. Il peduncolo sosteneva tre capolini e, largo ben sei millimetri, constava con tutta evidenza dell'unione di tre peduncoli; di questi, già all'ispezione superficiale, due apparivano più intimamente fusi insieme, laddove il terzo era dagli altri due senza gran difficoltà separabile. La sezione trasversale fornì una riprova di quanto scorgevasi essere un carattere morfologico esterno, perchè essa permise di constatare l'esistenza di due soli parenchimi midollari, l'uno esteso maggiormente lungo un asse (sezione trasversale ellittica) dovuto alla fusione dei due midolli dei peduncoli strettamente connati, l'altro (sezione trasversale circolare) dovuto al peduncolo semplicemente applicato. Anche qui trattasi di capolini, come nel secondo caso, avvicinati in modo da simulare una sinantodia.

Con queste sinantodie vere o apparenti (1) si è tuttavia ben lontani da quelle complicazioni che vennero descritte per

---

(1) Sulle sinantodie delle *Compositae* cfr. Penzig O., *op. cit.*, pag. 50, ed anche pag. 58 (a proposito di *Bellis perennis* L.) e pag. 98 (a proposito di

altre *Compositae*, ad esempio nelle specie dove si riscontrarono cinque a sette infiorescenze concrescenti insieme (*Bellis perennis* L., *Taraxacum officinale* Vill.) e perfino in numero superiore a venti (1), come fu osservato nel *Cnicus arvensis* Hoffm.

Modena, 8 dicembre 1918.

Taraxacum officinale Vill.); Turner E. E., *Botanical Monstruosities found during 1892* (" Science Gossip „, vol. 29, 1893, pag. 69-70: *Bellis perennis* L. con 5 cap. concresc.); Winkelmann, in *Verhandl. Bot. Ver. Brandenb.*, 38, 1896, pag. xlix-l: *Taraxacum officinale* Vill. con 6 cap. concresc.

(1) Cfr. Taylor J. E., *Notes on Vegetable Teratology* (" Science Gossip „, vol. 26, 1890: *Cnicus arvensis* Hoffm. con 22 infiorescenze concrescenti e fasciazione).

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Gennaio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO ANZIANO LUIGI EINAUDI

Sono presenti i Soci Baudi di Vesme, Schiaparelli, Prato, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio Vidari.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

L'Accademico Segretario Stampini legge una lettera del Presidente dell'Accademia, il quale, non potendo per la sua salute intervenire alla seduta e al ricevimento di lunedì, 6 corr., in onore di Woodrow Wilson, mentre scusa la sua assenza, delega esso Segretario a rappresentare l'Accademia nella detta solennità. Si conviene perciò, in seguito ad accordi già presi col Socio Vidari, nella sua qualità di Rettore della R. Università, che il Socio Stampini, in rappresentanza del Presidente Naccari, rivolga a Woodrow Wilson un saluto in lingua latina a nome dell'Accademia, della quale il Wilson è Socio straniero, nell'aula magna della R. Università, ove il Wilson sarà ricevuto dal Rettore e dal Corpo Accademico, mancando il tempo necessario per organizzare uno speciale ricevimento nel palazzo stesso dell'Accademia. Il Socio Stampini accetta l'incarico.

L'Accademico Segretario legge una lettera di S. E. Paolo Boselli, quale Presidente della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, con la data del 28 dicembre u. s., con la quale egli trasmette all'Accademia, perchè sia da essa presa in benevola considerazione, la proposta, da quella Società approvata ad unanimità, di far voti al Governo perchè sia ricostruita sul Campidoglio l'*Ara Pacis Augustae*, e sia fatta " segnacolo della fortuna d'Italia „. E la Classe, dopo breve discussione, e in seguito alle osservazioni del Socio Schiaparelli, di buon grado si associa al concetto fondamentale della proposta approvata dalla Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti, con la riserva che, pur trovandosi il modo di riunire insieme tutti i pezzi esistenti, se è possibile, dell'*Ara Pacis*, sia esclusa qualsiasi aggiunta estranea e qualsiasi restauro, sì che la ricomposizione sia fatta col solo materiale esistente e nello stato in cui i frammenti ci sono pervenuti, e sia conservata quale reliquia di monumento della età augustea senza assegnarle altra come che sia nobile destinazione.

In fine l'Accademico Segretario legge un telegramma dell'On. Prof. Antonio Salandra che ringrazia la Classe per la sua elezione a Socio nazionale non residente.

Il Socio Valmaggi presenta una seconda *Nota* del Prof. Benedetto Romano *Appunti sull'ortografia di Marziale*, e una prima *Nota* del Prof. Giovanni Campus concernente *Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici.* Saranno entrambe pubblicate negli *Atti.*

LETTURE

SALUTO RIVOLTO
AL PRESIDENTE WOODROW WILSON
NELL'AULA MAGNA DELLA R. UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
PER INCARICO DEL PRESIDENTE DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DALL'ACCADEMICO SEGRETARIO ETTORE STAMPINI
IL VI GENNAIO 1919

Vehementer exoptabant, Vir excellentissime, sodales Taurinenses Regiae Academiae disciplinis excolendis te in aedes suas excipere ibique, indicto clarissimorum hominum conventu, tibi iustum ac debitum honorem tribuere, tibique praesenti qua admiratione, quo studio, qua observantia nomen tuum prosequantur sollemni ritu iterum expromere. Memoria enim tenes Academiam Taurinensem iam inde a mense iunio praeteriti anni te in exterorum sodalium suorum amplissimum coetum moralibus historicis philologis disciplinis provehendis omnium suffragiis cooptavisse, non solum ut te adsertorem et vindicem iustitiae ac libertatis generis humani mirifice a se observari et coli significaret, verum etiam ut te, quondam iurisprudentiae tradendae professorem eundemque magnificum Princetonensis studiorum Universitatis rectorem, te optimarum artium studiis multisque litteris eruditum, te in universa iuris doctrina excellentem imprimisque regendae rei publicae scientissimum honoraret, teque certiorem faceret nos libros tuos, quos non multis ante annis Bibliothecae huius Athenaei immani incendio adflictae humanissime misisti, plane cognitos habere maximique facere.

Quoniam vero te angustiis temporis festinare coactum diutius morari alienum visum est, data nobis ad dicendum facultate a magnifico Athenaei rectore, cuius quoque nomine Academia

nostra exornatur, paucis verbis tibi in hoc vetere studiorum domicilio salutem impertire tibique reverentiam nostram in hoc maximo Universitatis Taurinensis auditorio praestare decrevimus, in hoc, inquam, auditorio immortalibus nostrorum iuvenum nominibus decorato, qui pro patria fortissime pugnantes procubuerunt. In hoc auditorio, quod nos quasi aedem Italae fortunae sacram veneramur, meritam tibi gratiam memori mente persolvere par est, cum tu eas Americae civitates sapientissime regas et modereris, quae tot devota morti pectora ferocissimis Sociorum hostibus opposuerint, non ut pro aris et focis suis dimicarent, quibus nullum periculum impendebat, sed ut humanum civilemque cultum suo sanguine sospitarent, insigne et post hominum memoriam omnino singulare abstinentiae et verae magnitudinis exemplum aetatis nostrae futurique aevi gentibus praebentes.

Accipe igitur, Woodrow Wilson, nobilissime humanitatis renovandae opifex, benignis auribus quae Regiae Academiae nomine et auctoritate quam brevissime dicenda putavimus, sitque benignitas tua firmissimo et nobis et Italis omnibus argumento — tu sine nos in hac certissima spe requiescere — ad id quoque probandum, fore ut etiam in nova illa societate, quam auspiciis tuis humanum genus initurum est, in doctrinae studiis, in disciplinarum et artium paene infinita vi et materia cum Americae populis gens Itala artioribus in dies vinculis coniungatur.

Scripsit Hector Stampini, sodalis ab actis R. Academiae Taurinensis disciplinis excolendis, die VI mensis Ianuarii an. MCMXIX.

Appunti sull'ortografia di Marziale

Nota II del Prof. BENEDETTO ROMANO

Pseudo-Arcaismi.

La posizione che M., come poeta della scuola nuova, prende contro gli arcaismi è chiara, ma, per determinarne con sicurezza i limiti, è bene avvertire che alla sua età, quando, come si è detto, le due scuole apparivano entrambe fornite di presso a poco uguali elementi di vitalità, non tutte le antiche forme della grafia repubblicana erano considerate con ugual spirito di ostilità o di diffidenza. Già abbiamo detto della desinenza *-os* del nom. sing. della 2ª decl. e della desinenza *-is* dell'acc. pl. della terza ed abbiamo detto che anche nel 1° sec. dell'impero un certo numero di grafie repubblicane continuano a mostrarsi con più o meno frequenza: difatti la scrizione *vo* per *vu* (*voltus*, *servos*, *volt*, ecc.) non è affatto estranea anche al periodo posteriore ad Augusto. Ora lo Schneidewin [2] dà in queste forme l'assoluta prevalenza alla vocale *o*, Gilbert restituisce dappertutto *u* (1). Il Lindsay crede invece di seguire una via di mezzo e ammettendo che M. abbia usate le due forme dà una leggera preferenza alle forme in *vu* (26) su quelle in *vo* (20); consigliando di accettare *vo* nei passi soltanto, dove qualche archetipo attesti questa grafia; ma urta, come avverte lui stesso, in un grave inconveniente, poichè seguendo i codici non si ha per il *liber spectaculorum*, in contrasto cogli altri libri, alcuna

(1) Op. cit., praef., pag. v.

forma in *vo*, perchè l'archetipo A^A, che è l'unico che lo contiene, ignora questa forma. Pare quindi più che mai opportuno invocare qui i principii della scuola nuova cui appartenne M., in omaggio ai quali son da restituirsi senza esitazione le forme in *vu*, anche se, come opina il Meillet (1), e indubbiamente a ragione, il nesso *vo* si mantenne a lungo nella scrittura pur quando la pronunzia era già passata a *vu*. Quanto alla sostituzione di *i* ad *u* in *decimus*, *maximus* ecc., è probabile che ai tempi di M. questo passaggio non si fosse ancora compiuto interamente, nonostante l'autorità di Cesare, e per tutti quanti i casi. Le ricerche del Lindsay sui mss. ci conducono a questo risultato curioso che le espressioni *decimus libellus*, *vir*, *lapis* sono date dai codici senza contrasto, mentre il contrasto l'abbiamo in *decuma hora*, *bruma*, *decumus annus*. È certo che all'età dei codici l'*i* aveva definitivamente detronizzato l'*u* primitivo, ma ai tempi del poeta probabilmente sussistevano ancora le due forme, come del resto sarebbe confermato se si accolgono, e non pare dubbio che si debbano accogliere, i risultati del Brock (2).

Dal gruppo *ns* la *consuetudo* molto per tempo aveva cacciato via la *n* (3) e quindi è logico per Marziale adottare la grafia moderna per tutti gli avverbi numerali, tipo *decies*, *centies* e per gli ordinali in *esimus*, come *sexagesimus*, nonostante che la *n* compaia ancora qua e là nei mss. Lo Schneidewin nella sua seconda edizione scrive sempre *ns*, più ragionevolmente il Gilbert e il Lindsay dànno l'assoluta prevalenza alle forme in *s*.

Del resto la scuola nuova è così detta appunto perchè amava la modernità e M., che ad essa appartenne, ci tiene ad apparire moderno, quindi nei suoi epigrammi noi non possiamo trovare veri arcaismi, all'infuori di quelli voluti per raggiungere un determinato scopo: tale sarebbe il caso di *divom* nella frase *divom genitor* XII, 77, 4, dove la forma arcaica aggiunge una certa comica solennità (4); mentre talune altre espressioni,

---

(1) *Mélanges Chatelain*, 33 sg.
(2) *Quaestionum grammaticarum capita duo*, Jurievi, 1897.
(3) Sabbadini, l. c., pag. 29.
(4) Gilbert, l. c., pag. 110; Lindsay, l. c., pag. 26.

che a noi sembrano arcaiche, al suo tempo non erano tali ancora, perchè è noto che non tutte le forme per varie e complesse ragioni invecchiano contemporaneamente.

Assimilazione e Dissimilazione.

Questo è il punto più scabroso della trattazione. Marziale è un poeta della scuola nuova, quindi anomalista, quindi propenso all'assimilazione. Questo ragionamento non fa una grinza, ma se noi dal campo puramente teorico passiamo a quello pratico, all'applicazione cioè di questo principio, ci incontriamo in tali e tante difficoltà che ci costringono a procedere con ogni sorta di cautele.

Innanzi tutto occorre determinare la priorità o meno dell'assimilazione sulla dissimilazione. Fino a questi ultimi tempi si era sempre creduto che l'assimilazione, che noi vediamo continuare anzi trionfare nelle lingue romanze, fosse posteriore; ora invece si suppone da dotti filologi che l'assimilazione, come quella che si trova in perfetta armonia colla legge fonetica, sia sorta prima e che solo più tardi intervenga il lavoro riflesso dell'analogista a mettere in evidenza nei composti le forme semplici normali o presunte tali.

Questa è l'opinione del Sabbadini (1), e prima di lui, per tacer d'altri, del Seelmann (2), il quale non solo afferma che le forme assimilate sono le più antiche, ma che le non assimilate sorgono dalla ricomposizione in un più tardo periodo, venendo così implicitamente a riconoscere che tutti i composti, assimilati o no, risalgono ad originarie forme assimilate. Ciò però non possiamo affermarlo. Difatti, se consideriamo una parola come *accipio*, che ci presenta quella unica grafia in tutto il periodo repubblicano, e che continua anche più tardi ad essere più comune di *adcipio* (3), gli potremmo dare ragione, ma se noi consideriamo p. es. il gruppo *ad-f*, noi troviamo che, nella gran

(1) L. c., in " Riv. di fil. class. ", XXXI, 42, 43.
(2) *Aussprache des Latein*, pag. 61 e seg.
(3) Buch, l. c., in " Class. Rev. ", pag. 158.

maggioranza degli esempi relativi, le forme assimilate erano totalmente sconosciute nel periodo repubblicano, quando cioè la grafia era più strettamente fonetica. Quindi il principio, che in teoria è indubbiamente giusto, non ha e non può avere sempre la sua corrispondenza nella pratica. È presumibile infatti che, oltre ai composti nati spontaneamente ed inconsapevolmente dal popolo, in armonia alle leggi fonetiche, altri fossero sorti più tardi, creati dai grammatici e dagli autori, quando s'introdussero in Roma le lotte di scuola dell'analogia e dell'anomalia, quando cioè lo sviluppo naturale delle leggi fonetiche cominciò ad essere turbato dalla riflessione degli scrittori. Converrà dunque considerare il principio analogico della dissimilazione come un fenomeno di carattere temporaneo transitorio, che sorge più tardi come opera riflessa degli autori, in un'epoca in cui i bisogni della lingua andavano rapidamente crescendo, e come opera di grammatici, che credevano di dover porre un freno al libero sviluppo delle leggi fonetiche. Del resto la difficoltà stessa in cui si trova il Sabbadini nel classificare gli anomalisti e gli analogisti anche sotto questo punto di vista, e la strana mescolanza di forme assimilate e dissimilate da lui rilevate negli autori, negli amanuensi e nei trattatisti che esamina, sono una prova indiretta ma eloquente che la priorità dell'assimilazione non va presa in senso troppo generale ed assoluto.

Se poi noi l'assimilazione la consideriamo in se stessa, ci persuaderemo di leggieri che il principio che guidò la grafia latina delle parole composte non è uniforme, e non può essere in nessun modo ridotto ad una legge o norma generale, nè per i varî gruppi di consonanti, nè per uno stesso gruppo, anche considerato in una stessa parola, non che in parole differenti. Basta, per convincerci, dare un'occhiata ai risultati del citato studio del prof. Buch, il quale si propone di fissare la grafia prevalente nel 1° secolo dell'impero, mettendo a contributo, oltrechè le attestazioni dei grammatici e le testimonianze dei mss., anche e sopratutto quelle delle iscrizioni. Ed è noto che le iscrizioni, se non hanno grande valore quando si tratti di casi singoli ed isolati, possono però servire fino ad un certo punto a rivelare un indirizzo, una tendenza generale di una data età; difatti sarebbe strano, nel nostro caso particolare p. es., che l'ignoranza dei lapicidi così per un puro caso si possa trovare

assolutamente concorde ed unanime sia nel cancellare certi casi di assimilazione, sia nel sostituirvi la dissimilazione.

Ora noi vediamo che talora il processo fonetico è tenuto in freno dalla influenza analogica della forma normale della preposizione semplice: così, p. es., il gruppo *n-l*, che fin dai primissimi tempi operò la sua assimilazione in *il* (cfr. *corolla* da *corona*), resiste durante tutto il periodo repubblicano in *conligo conloco* ecc. Altra volta è la consapevolezza della composizione più forte in una parola che in un'altra, che si fa sentire: così, p. es., mentre il *conlegium* della repubblica è soppiantato dal *collegium* del periodo di Augusto, solo più tardi troviamo le forme assimilate di *conloco*, *conloquium*, *inlustris* ecc.: come pure accanto ad *intellego*, che è la propria dicitura dei primissimi tempi, abbiamo *interlino*, *interloquor*, che si presentano sempre dissimilati. Ma oltre a ciò anche la natura dei componenti, le modificazioni dell'uno e dell'altro ed il loro reciproco influsso, il significato del composto, l'accento, la pronunzia sono altrettanti elementi che esercitano in varia misura la loro azione su questo fenomeno, che non è, giova ripeterlo, da confinarsi nelle lontane origini della lingua, ma da ritenersi concomitante al suo sviluppo storico e conseguentemente sottoposto alle varie vicende delle due scuole, che, come abbiamo detto, se ne contendevano il dominio.

Quindi, pur conoscendo la scuola cui appartenne, chi vorrà restituire l'esatta grafia dell'A., si troverà nella necessità di dover considerare gruppo per gruppo e qualche volta anche caso per caso, tanto più trattandosi di un poeta e di un poeta come Marziale, pel quale è presumibile, data la natura della poesia latina in genere ed in ispecie il carattere dei suoi epigrammi, contenuti per lo più nel breve giro d'un distico o di una quartina, che non solo ogni parola, come ebbe pure ad osservare il Lindsay (1), ma anche ogni sillaba sia stata scelta con meditazione.

Del resto anche gli editori di M., pur nel loro caratteristico disaccordo, sono unanimi nel non accogliere una grafia uniforme nè per interi gruppi di consonanti e neanche per tutti i casi

(1) L. c., pag. 26.

di ogni singolo gruppo. Lo Schneidewin ci dà tutte forme assimilate, il Gilbert che, come sappiamo, ha molta fede nella tradizione manoscritta, dà naturalmente anche lui la preferenza alle forme assimilate, come quelle che incominciano appunto a prevalere nei codici di epoca più tarda, accettando le dissimilazioni solo quando le incontri in qualche codice di buona marca. Il Lindsay invece, che si appoggia alle testimonianze iscrizionali e manoscritte dei tempi più antichi, colle quali il Buch (1) ha inteso di fissare la grafia del 1° sec. dell'impero, dà alle forme assimilate un'assoluta prevalenza.

Noi in omaggio ai principî anomalistici della scuola nuova crediamo che si debbano scegliere tutte le forme assimilate, non estranee all'età di Marziale ed indipendentemente dalla tradizione manoscritta, anche perchè siamo persuasi che nella lingua corrente e moderna, che doveva essere appunto quella adottata dai poeti nuovi e quindi da Marziale, le assimilazioni, che, per essere in armonia colle naturali leggi fonetiche, indulgono maggiormente alle *aures* ed al *sonus*, fossero più frequenti che non nelle iscrizioni, che per la loro speciale natura affettano in generale un certo carattere di solennità. Del resto è noto che nell'uso corrente i composti tendono naturalmente all'assimilazione, perchè a poco a poco, consolidando ed estendendo il loro significato, assorbono per così dire tutta la forza del primo componente e quindi le forme dissimilate, quando non siano imposte dai precetti della scuola, vanno tenute lontane dal linguaggio usuale e corrente. Ci basti citare qualche esempio:

ad-f. Il Gilbert assimila dappertutto tranne *adfui* e *adfatus*; il Lindsay invece dissimila sempre. Anche i grammatici prescrivono la dissimilazione; lo stesso Cornuto anomalista, che assimila sempre, eccettua solo questo gruppo e dice *adfluo, adfui, adfectus* (presso Cassiodoro, VII, 151), e Prisciano, altro autorevole anomalista, cita bensì *affectus* ma non ignora *adfatur*. Quindi non si può escludere la dissimilazione, meno forse in certi verbi, nei quali il valore della preposizione si è molto attenuato od è addirittura scomparso, come *affecto, affirmo*.

---

(1) L. c., pag. 116.

ad-s. Qui il Gilbert tiene una via di mezzo e scrive tre volte *assiduus* e tre volte *adsiduus*, quattro volte *assero*, ma cinque volte *adsero* e *adserto*, due volte *assurgere*, e *assuetus* e *assit*, e due volte *adsidere*, poi *astruit*, *astabat*, *astricta*, *ascripta*, *astringet*, che però rimpiange di non aver dissimilato, e *ascendit*: *aspicio* poi in tutte le occorrenze della parola. Il Lindsay, eccettuati questi due ultimi vocaboli, presenta anche qui soltanto le forme dissimilate, in obbedienza all'autorità delle iscrizioni. I grammatici invece prescrivono *ass*, pur conoscendo forme come *adsumo*, *adsisto*, e noi riferendoci al noto bisticcio *adsum* e *assum* di Plauto (Poen. 279) e all'*assidat* Pompeiano, crediamo siano da restituirsi le assimilazioni anche quando la *s* iniziale del verbo è seguìta da vocale.

ad-n. Due sole parole presentano questa combinazione, *annuo* e *annumero*. Il Gilbert tiene una via di mezzo e li presenta una volta assimilati ed una volta dissimilati, anzi *adnumero* due volte: il Lindsay invece dissimila sempre, nonostante, almeno per *annuo*, la testimonianza delle iscrizioni e i precetti dei grammatici. Ma anche qui si può aver benissimo l'assimilazione, specialmente per *annuo*, non solo perchè in esso il valore della preposizione non era ordinariamente sentito, ma anche perchè l'accento, come vedremo, nei composti esercita pure un'azione per così dire conciliatrice.

ad-l. Il G. assimila *allatro* e *alligo*, ma non *adludo*, il L. solo *alligo*. I grammatici sono anche qui per l'assimilazione, che credo possa accettarsi dappertutto, salvo forse in *adludo*, che anche l'anomalista Prisciano mostra di non ignorare.

ad-r. Il G. assimila dieci volte in *arrigere*, una volta in *arrisit* e *arrogans*, dissimila soltanto in *adrides*; il L. invece assimila solo in *arrigere*. Anche qui però possiamo restituire l'assimilazione dappertutto, chè *arrideo* ci è dato da Cornuto e da Prisciano.

n-l. Nella combinazione abbastanza frequente di *con-l*, il G. assimila quasi sempre, *colligere*, *collega*, *collocare*, *collatus*, eccetto una volta *conlatus*, *conlapsa*, *conlucent*: il L. soltanto *colligere* e *collega*. È però da restituirsi l'assimila-

zione, perchè p. es. il *conlapsa* tradisce un ibrido connubio di assimilazione e di dissimilazione, che ripugna far risalire al poeta.

n-r. Per la combinazione *con-r* sono tutti d'accordo per l'assimilazione, salvo nel caso di *con-rodo*: e lo siamo noi pure, ricordando a proposito di questi composti un'osservazione del Sabbadini che può servire per tutti gli altri casi, ed è questa: nei composti, nei quali *con* viene alterato, non si sente più il significato delle parti componenti, dovechè tal significato rimane presente allo spirito nei composti che non alterino *con* e in essi ha campo di farsi valere la riflessione analogistica (1).

in-b è assimilato dal Gilbert, salvo il caso di *inbelles*, L. dissimila sempre.

in-p è assimilato dal Gilbert novantaquattro volte, eccettuati i singoli casi di *inpensis, inposita, inpudenter, in pudici(bus), inproba, inpletura, inplicuit, inprobe.* Il L. mescola le forme assimilate colle dissimilate, alle quali però dà l'assoluta maggioranza (*inpendio, inplicitum, inpono, inprecor, inpresens, inprobus, inpudicus, inpurus, inputo*), riservando per l'assimilazione *impius, implere* nella quasi totalità dei casi, ed *impotens* (2), e lasciando una strana mescolanza di forme ass. e diss. nella parola *imperium* e nei suoi derivati. Anche qui sarà bene sempre preferire l'assimilazione, tenendo presente una buona osservazione di un trattatista anonimo del sec. IX, che cioè " i composti del tipo *apprehende, appropinquat* non piacciono, quanto piacciono quelli del tipo *approbat applicat,* perchè la preposizione si altera nei composti con verbi di molte sillabe, onde si scrive *improbat*, ma *inproperat* ", e meglio ancora la ragione che di tale fenomeno ci fornisce il Sabbadini, la quale sta in ciò che l'accento domina più facilmente i

(1) Sabbadini, l. c., pag. 40.

(2) Per gli esempi mi valgo oltrechè del Registro dei vocaboli della ediz. del Friedländer, anche della nota ortografica del Gilbert nella prefazione della stessa edizione, pagg. 111-113.

composti quando sian brevi e li può maggiormente ridurre ad unità fonetica (1).

Anche la *s* dopo la *x* è giustamente omessa da tutti, salvo naturalmente per *exscribere* (II, 6, 6), e sono precisamente gli anomalisti, come Prisciano, che appellandosi all'*euphonia* e alla pratica greca sopprimevano sempre l'*s* finale di *ex* davanti ad una parola che comincia per *s* (*expecto* = *ec-specto*) (2).

I risultati ai quali siam giunti, in questa breve ed incompleta rassegna, senza mai perdere di vista i canoni fondamentali stabiliti dal Valmaggi, sono molto vicini, salvo in parte per le assimilazioni, a quelli cui giunse il Lindsay per ben altra via. Ma di ciò noi non abbiamo che motivo di rallegrarci, perchè la tradizione manoscritta di Marziale è ottima e ad un uomo come il Lindsay può essere possibile anche attraverso agli inquinamenti dei codici intravedere le principali metamorfosi ortografiche. Ma quanti scrittori latini possono trovarsi nelle felici condizioni di Marziale?

---

(1) L. c., in " Riv. di fil. class. „, XXXI, pag. 40.
(2) Sabbadini, l. c., pag. 37.

Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici (1)

Nota I del Prof. GIOVANNI CAMPUS

SOMMARIO. — Esordio: stato della questione. — I. Argomenti d'ordine geografico (§§ 1–5). — II. Le testimonianze dei grammatici (§§ 6–8). — Conclusione.

È noto che C G davanti ad E I, che nel latino antico si pronunziavano rispettivamente *k ĝ* (p. es. DECEM = *dekem*, GENERU = *ĝeneru*), hanno dato in quasi tutta la romanità esiti prepalatali o dentali tra loro tanto affini, da far pensare che siano discesi da un'innovazione originariamente unica:

a) ital. *dieci*, fr. *dix*, sp. *diez*, port. *dez*, rum. *zece*;

b) ital. *genero*, fr. *gendre*, sp. *yerno*, port. *genro*, rum. *ginere*.

Il nostro Ascoli spiegava la storia di questi esiti, supponendo che C G nelle condizioni suddette avessero già raggiunto nel latino volgare di tutta la romanità dell'età imperiale, se non anche prima, un grado di prepalatalizzazione incipiente (p. es. *deḱem*, *ǵeneru*) (2); i vari idiomi romanzi non avrebbero quindi fatto altro che sviluppare, ciascuno per conto suo, una tendenza di cui il primo impulso sarebbe partito, in sostanza, da Roma:

a) lat. ant. *dekem* > lat. imper. **deḱem* > ital. *dieci*, fr. *dix*, ecc.

---

(1) Per le abbreviazioni seguiamo il *Bulletin de dialectologie romane* V 64-71. Aggiungansi *REW.* = W. Meyer-Lübke, *Roman. etymol. Wört.*, Aidelberga, 1911 sgg., e *K.* = H. Keil, *Grammatici latini*, Lipsia, 1857-1880.

(2) *AGIt.* II 143 sg. n. — Questi suoni che l'Ascoli chiamò " intaccati " s'intendono come qualcosa d'intermedio fra *k* e *č* (ossia fra il *c* di *casa* e quello di *cena*), fra *ĝ* e *ǧ* (cioè fra il *g* di *gala* e quello di *gelo*). Per la differenza da ammettersi fra *k* e *ḱ*, fra *ĝ* e *ǵ*, v. § 7 in nota.

b) lat. ant. *ĝeneru* > lat. imper. **ǵeneru* > ital. *genero*, fr. *gendre*, ecc.

L'Ascoli ben vide che taluni idiomi sembrano escludere la fase da lui supposta per il latino volgare (*ḱ ǵ*), e fermava in special modo l'attenzione sul sardo centrale (logudorese) e sul veglioto. Si sa che c è rappresentato da *k* nel logudorese tanto davanti ad E quanto davanti ad I (1), nel veglioto solo davanti ad E (2): log. *deke*, *kiżu* (CILIU); vegl. *dik*. Quanto poi al G, l'Ascoli, considerando le forme del dialetto " comune „ logudorese del tipo [*b*]*énneru* (GENERU), ammise la discendenza di quel [*b*]- da un *ĝ* anteriore (**ĝéneru* > [*b*]*énneru*) sul tipo di GULA diventato [*b*]*ula*.

Orbene, l'Ascoli, tenendo fermo alla sua teoria, sostenne che *k ĝ* non rappresentino in questi idiomi la *conservazione* dei primitivi suoni latini, ma un *ritorno* casuale ad essi: il sardo e il veglioto sarebbero insomma partiti, come tutti gli altri parlari romanzi, dai suoni " intaccati „ *ḱ ǵ* da lui supposti per il latino volgare, e li avrebbero innovati in un modo del tutto speciale (3):

a) lat. ant. *dekem* > lat. imper. *deḱem* > log. *deke*, vegl. *dik*.

b) lat. ant. *ĝéneru* > lat. imp. *ǵéneru* > log. ant. *ĝéneru* > log. mod. [*b*]*èneru*.

Questa teoria, che l'Ascoli aveva appena, si può dire, enunciata, il Guarnerio riprese poscia e trattò con grande ampiezza, pur limitando la discussione al c (4). Secondo il Guarnerio, il materiale epigrafico e manoscritto da un lato, le testimonianze dei grammatici dall'altro, ci darebbero indizi sufficienti a farci ritenere che l'innovazione *ḱ* risalga almeno al III secolo d. C. Per giunta, vari argomenti tratti dalla storia interna del sardo lascerebbero intravvedere nel dialetto logudorese la tendenza

---

(1) Siffatta condizione si ha nella zona più interna dell'isola (Nuoro, Bitti, ecc.). Altrove (logudor. settentr. e occident.) si ha la lenizione quando c sia intersonantico: *deĝe*, *agru*, ma *kentu*, *iskire* (SCIRE); v. G. Campus, *Fonet. del dial. logud.* (Torino, 1901), §§ 74, 76, 89.

(2) M. G. Bartoli, *Dalmat.*, II, § 425.

(3) La tesi sulle velari romanze fu proposta dall'Ascoli insieme con l'altra identica delle velari ario-europee: su quest'ultima v. p. 274 n. 2.

(4) Supplem. *AGIt.* IV 21 sgg.

a sostituire con *k* il suono intaccato *ḱ*, che vi sarebbe penetrato col latino volgare.

Quanto al G, egli considera la questione come risoluta in modo definitivo. Poichè nel latino dell'età imperiale è documentato il trapasso di G in *j*, egli propone per il sardo la seguente serie cronologica:

a) lat. ant. *ĝéneru* > lat. imper. *jéneru* > log. ant. **éneru* > log. mod. [*b*]*énneru*;

b) lat. ant. *díĝitu* > lat. imper. *díjitu* > log. *didu* (1).

Si avrebbe, cioè, il dileguo di *j* tanto a formola iniziale quanto a formola mediana; e il [*b*] di [*b*]*énneru* si spiegherebbe come un " *b*- prostetico assunto dopo la caduta dell'*j* iniziale " per effetto di posizione sintattica „ (2).

Escluso in tal modo che ci sia stato un ritorno di *ĝ* come voleva l'Ascoli, la tesi fondamentale risulterebbe peraltro salva, in quanto il sardo sarebbe pur sempre partito da una fase comune a *tutto* il latino volgare dell'età imperiale (JENERU, DIJITU).

I. — Argomenti d'ordine geografico.

1. — Esaminiamo la disposizione geografica degli esiti di CE CI nella romanità e nei paesi limitrofi:

(BRITANNIA)	(GERMANIA)	*Dacia*
Iberia	*Gallia*	(ILLIRIA)
SARDEGNA	*Italia*	(GRECIA).

Abbiamo segnato col maiuscoletto i paesi dove si ha il suono *k*, col corsivo quelli che hanno gli esiti prepalatali e dentali

---

(1) *RDR.* III 212; cfr. anche la recente *Fonol. rom.* (Milano, 1918) dello stesso Guarnerio, pp. 580 e 582. — L'ipotesi del Guarnerio ha avuto molta fortuna, perchè è stata accolta, fra altri, da divulgatori della scienza della forza del Meyer-Lübke (*Einf.*², § 128), dello Zauner (*Roman. Sprachw.*, I, § 43, 2), del Grandgent (*Introd. allo studio del lat. volg.*, traduz. ital. di N. Maccarone, Milano 1914, § 259). Il Grandgent anzi asserisce senz'altro che la Sardegna è rimasta " al grado *j* „; ma in realtà questo *j* da G non si ode in nessuna parte dell'isola. — V. più oltre § 4.

(2) V. l'ora citata *Fonol. rom.*, § 425, e cfr. *RDR.* III 212.

(č, z, s, ecc.); la parentesi indica le regioni non romanze ove già nell'età imperiale penetrarono voci latine contenenti le sillabe CE CI (1).

Se non avessimo altro indizio che questa tabella degli esiti, sarebbe lecito arguirne che i suoni prepalatali e dentali rappresentino un'innovazione e il *k* una conservazione. I primi, infatti, occupano territori centrali e contigui, il *k* invece si trova in regioni lontane dal centro e per giunta non contigue: possiamo dunque ammettere come verisimile l'ipotesi che il suono prepalatale, ovunque sia sorto, si sia diffuso man mano senza peraltro raggiungere i punti estremi settentrionale, orientale, meridionale. La stessa varietà degli esiti conferma tale ipotesi, giacchè le innovazioni nel loro cammino sono di solito riprodotte variamente, cioè col suono più vicino posseduto dai diversi idiomi. Malamente si potrebbe pensare, invece, che il *k* sia un'innovazione, chè l'incontrarsi in uno stesso suono di regioni così vaste e lontane fra loro avrebbe addirittura del meraviglioso (2).

---

(1) Per le tracce di *k* nelle regioni non romanze v. Meyer-Lübke, *Einf.*[2], 140 sgg.; e in particolare per gli elementi romanici conservati nell'alto tedesco antico v. il *Grundr.* del Paul 309 sgg., per quelli del celtico la *Gramm. celt.* del Pedersen, I, § 141, per quelli del serbo-croato e dell'albanese *RDR.* II 461, e anche *GG.* I[2] 1051. — È inutile dire che anche per queste regioni gli ascoliani ammettono il ritorno a *k* da una fase precedente *ḱ*. È stato detto che questo ritorno sia dovuto al fatto che si tratti di voci penetrate per via letteraria, ciò che per *kellari*, *kista* e simm. mal si può sostenere. Meno infelice sarebbe l'ipotesi che il suono *ḱ* sia stato in queste regioni riprodotto col suono più vicino che le diverse lingue possedevano, cioè con *k*. Ma anche questa è un'ipotesi arbitraria, che non ha dalla sua alcun indizio.

(2) Con simili argomenti d'ordine geografico abbiamo recentemente combattuto la teoria ascoliana sulle velari ario-europee in un opuscolo intitolato *Due note sulla questione delle velari ario-europee* (Torino, 1916). Il Meillet nell'annunziare quel nostro lavoro (*BSLParis* XX, 44) asserisce che il nostro pensiero (che il *k* delle lingue occidentali sia una conservazione del *k* dell'ario-europeo primitivo) è " esatto, se non nuovo ". Noi siamo gratissimi all'egregio linguista di questo giudizio. Che la nostra opinione non fosse *nuova*, lo sapevamo; anzi abbiamo in quello stesso opuscolo citati parecchi degli studiosi precedenti che l'avevano sostenuta; ma il Meillet non vorrà negare che *nuovo* sia l'indizio da noi messo a profitto, quello della diffusione geografica degli esiti di *k*. Comunque sia di tutto ciò,

D'altra parte male si spiegherebbe l'apparire del suono *k* in Sardegna. Il Guarnerio pensa, a questo proposito, ad uno di quei casi che il Gauchat chiama di " regressione linguistica „ (1). Ma i casi studiati dal Gauchat sono ben altra cosa, e s'intendono facilmente: da un territorio che conserva una fase antica può bene il suono conservato penetrare in una regione contigua e sostituirvi la fase innovata. Ma donde potrebbe esser venuto

---

fa piacere il vedere che il Meillet, che anteriormente ammetteva i k^1, k^2 nell'ario-europeo primitivo, abbia riconosciuta *esatta* l'ipotesi da noi sostenuta, e che nei suoi più recenti lavori — per es. nell'eccellente suo volumetto sopra le caratteristiche del germanico — l'abbia abbracciata senza esitazione. [Gl'indizi d'ordine geografico non avrebbero invece, secondo il Meillet, alcun valore per il caso *τ* del tipo greco *πέντε*, che noi sostenevamo doversi mettere insieme col *č* del tipo indiano *pañča*, ecc. " Non " è legittimo, — egli dice — di separare il greco dal gruppo occidentale " e d'ammettere che, davanti ad *e*, le labio-velari greche riposino su *k*, " mentre riposano su k^u davanti alle altre vocali come in italico, in cel- " tico e in germanico. Del resto, si sa che in eolico k^we iniziale dà *πε* e " non *τε*, e ciò solo basta a scartare l'affermazione del signor Campus „. A queste obiezioni noi abbiamo preventivamente risposto nell'opuscolo suddetto (pp. 14-17); lo stesso Meillet del resto ammette, almeno in teoria, che i limiti dei fatti fonetici (cioè le cosidette " linee isoglosse „) non combaciano mai fra loro (v. A. Meillet, *Les langues dans l'Europe nouvelle*, Parigi, 1918, p. 166 sgg.).

(1) *RDR.* III, 214. — Il paragone che il Guarnerio fa delle sorti di CE CI con quelle di TJ nel logudorese non regge. Il fatto che TJ, dopo esser passato a *th* (*þ*), torna (?) a *t* nel logudorese nord-occidentale non può recar meraviglia. Si osservi il seguente prospetto:

sassar. gallur.		*ziu*
logud. nord-occ.		*tiu*
logud. sud.-or.		*thiu.*

Il tipo più antico *thiu* si trova, cioè, relegato nel centro dell'isola, ch'è, come abbiam veduto, più conservativo; la forma *ziu* è di quella regione che ha subìto un forte influsso dei parlari della Corsica e dell'Italia centrale (tosc. *zio*). Quanto al tipo logudorese *tiu*, è certo ch'esso è stato preceduto nella stessa area dal tipo *thiu*, ch'è documentato negli antichi testi. Orbene, il *t* di *tiu* non è altro che una specie di compromesso fra l'area di *ziu* e quella di *thiu*: la regione logudorese, cioè, la quale si trova a contatto col sassarese e gallurese, che non hanno il suono *th*, ha finito coll'escludere, per imitazione di questi parlari, questo suono *th* e l'ha sostituito col suono più affine *t*.

il suono *k* nella Sardegna, circondata com'è da ogni parte dagli esiti prepalatali o dentali?

Per giunta la Sardegna è molto conservativa, e ciò ben si capisce: è montuosa, poco abitata, povera di strade e di porti; inoltre per lungo tempo è rimasta segregata storicamente dal resto dell'Italia e della romanità. Perciò, nonostante la sua posizione nel bel mezzo del Mediterraneo occidentale, non c'è da meravigliarsi se innovazioni antichissime e perfino italiche non l'hanno raggiunta o per lo meno conquistata interamente.

Così la fusione in un sol suono di E lungo e di I breve, di O lungo e di U breve in sillaba tonica ha potuto raggiungere solo la varietà di Sassari, ed è rimasta estranea a tutto il resto dell'isola e perfino al còrso meridionale. Il dittongamento di E O brevi tonici, che pure ha una grandissima diffusione nella romanità, è addirittura sconosciuto nell'isola. Un esempio anche più espressivo, perchè si tratta d'innovazione italica e, per giunta, molto antica, è quello del dileguo di S T finali, che è potuto arrivare fin nella Dacia, ma in Sardegna ha raggiunto appena la zona settentrionale (gallurese, sassarese) (1).

2. — Osserviamo ora in modo particolare la diffusione degli esiti di CE CI nella Sardegna:

sassarese, gallurese
LOGUDORESE
campidanese.

---

(1) Va da sè che anche per tutti o quasi tutti questi fenomeni è stata messa avanti l'ipotesi che l'innovazione sia cominciata nel " latino volgare " e che in quegl'idiomi ov'essa non appare sia avvenuto un *ritorno* fortuito. È poi inutile aggiungere che il logudorese ha il maggior numero di questi ritorni. Recentemente, p. es., il Meillet torna sull'ipotesi del Mohl che -s finale si sia *consolidato* in Gallia per l'influsso della scrittura e dei maestri, mentre in Italia si doveva essere dileguato da tempo (v. *Les langues dans l'Europe nouvelle*, p. 114 sg.), e non tien conto del fatto che il suddetto influsso mal si presta a spiegare la conservazione di -s in altre regioni, compresa la Sardegna, nè dell'altro fatto non meno importante che l'area dove -s si conserva è compatta, come compatta è pure quella ove si dilegua: ciò che non può esser dovuto ad un puro caso (cfr. *Mitteil. des rum. Inst. an der Univ. Wien*, I, p. 36).

Abbiamo segnato anche qui col maiuscoletto la zona ove si ha il suono *k* (*dekè*) (1), col corsivo le regioni che hanno esiti prepalatali o dentali (sassar. *deži*. gallur. *deči*, camp. *deži*). Come si vede dalla tabella, i suoni prepalatali e dentali hanno raggiunto la zona settentrionale e meridionale dell'isola, mentre il centro ha la velare pura. Tale fatto rafforza la persuasione che il *k*, ridotto com'è alla zona ch'è di solito più conservativa, rappresenti appunto una conservazione, e che i suoni prepalatali e dentali, che si trovano nelle parti dell'isola che sono più esposte alle correnti esterne, costituiscano l'innovazione. Si confronti il caso simile di E O finali diventati rispettivamente *i u* nel Nord e nel Sud dell'isola (sassar., gallur. campid. *beni* " bene „, *cantu* " io canto „), mentre le fase originaria è rimasta salva nel centro (*bene*, *canto*) (2).

Stando alla tesi ascoliana, invece, il quadro generale degli esiti di CE CI nella romanità e quello particolare della Sardegna resterebbero capovolti; poichè il suono intaccato si sarebbe conservato nelle regioni meno conservative, e si sarebbe innovato in *k* in quelle più lontane dai centri d'irradiazione (3).

3. — L'indizio geografico che abbiamo or ora esaminato è poi fortemente avvalorato da alcuni indizi storici. È certo che la prepalatalizzazione di CE CI è arrivata si può dir ieri nella Sardegna settentrionale e meridionale, poichè ancor nel sec. XIII a Sassari da un lato, ad Oristano e perfino a Cagliari dall'altro vigeva il tipo *deke* (4). Si hanno per giunta ragioni sufficienti

---

(1) Non teniamo conto della variante *deĝe* (v. p. 272 n. 1), che non ha alcun valore per il caso nostro, presupponendo essa una fase anteriore *deke*, la quale è, del resto, documentata (v. § 3).

(2) Non è difficile intuire quanto alle innovazioni che abbiamo riferite del sardo meridionale l'influsso siciliano, e per le innovazioni del sardo settentrionale quello della Corsica, di Pisa e di Genova.

(3) Per le stesse ragioni d'ordine geografico crediamo di poter diffidare dell'opinione secondo la quale un *kist* dell'estrema Scozia sarebbe più recente dell'anglo-sassone *chist* (v. *Grundr.* del Paul 839).

(4) Il *k* è documentato per Sassari nei noti *Statuti* del 1316 (v. *AGIt.* XIII 113); per il Campidano superiore (Oristano) nella *Carta de Logu* (*SSass.* III 85); per il Campidano inferiore (Cagliari) nelle *Antiche carte campidanesi* (v. *SR.* IV 209 sg.).

per ritenere che l'innovazione sia arrivata piuttosto tardi nell'Italia meridionale in genere, nel Friuli, nella Dalmazia e perfino nel Portogallo (1).

Questi indizî, ognun lo vede, hanno una grandissima importanza: e non solo ci dicono che i suoni prepalatali e dentali si diffusero lentamente sì da non arrivare alle zone più lontane dal centro, ma anche lasciano intuire in grosso il punto d'origine dell'innovazione.

4. — Il tentativo fatto dal Guarnerio per dimostrare che [*b*]*énneru* risale a JENERU, *rere* a REJERE, e che nel sardo è da escludere la fase *ĝéneru*, *réĝere*, non è davvero felice. Da JENERU si attenderebbe *ǧéneru* e da REJERE *rézere* (cfr. *ǧustu*, *ǧu* JUGU, *ǧuare* JUVARE; *mažu* MAJU ecc.); i tipi " normali " [*b*]*énneru*, *rere* si spiegano meglio, come ben aveva veduto l'Ascoli, da *ĝéneru*, *réĝere* secondo i tipi " normali " [*b*]*ula* da GULA, *liare* da LIGARE. I casi di [*b*]*ennarżu* (JENUARIU), [*b*]*ettare* da JECTARE, *peus* da PEJUS sono " anormali " e male possono spiegare i casi " normali " di [*b*]*enneru* e *rere*; non si capirebbe perchè mai la diversità di trattamento fra J primario e secondario (2).

(1) Accenniamo specialmente al fatto che in regioni dell'Italia meridionale, nel Friuli, nella Dalmazia, nella Rumenia la prepalatalizzazione ha agito sul nesso QU in casi dove il resto della romanità ha conservato la velare (v. *Baust. zur roman. Philol.*; Festg. für A. Mussafia, Halle, 1905, pp. 315-316). Per gl'indizi sul portoghese v. Meyer-Lübke, *Einf.*², § 126. Vedansi inoltre i casi dei rum. *creer* da CEREBRUM (*Ro.* XXXI, 306), *ciur* da CRIBRUM (ibid. 305), con cui va il campidan. *čiliru* (deverbale di un *CRIBRULARE: cfr. logudor. *kilivrare*), del sicil. *kerkiri* da CICER (*REW.* 1900), del teram. *kikerkję*, napolet. *kikjerkję* da CICERCULA (*REW.* 1900), del campidan. *čerbai* da CREPARE (*Baust.* testè cit., p. 315), del calabr. *širpu*, ecc., dal langob. SKERPA (*REW.* 7989, 3). A questi casi si potrebbero aggiungere quelli del tipo dell'ital. *radica* di fronte al latino RADICE. Questo tipo, per il quale malamente si vuole stabilire la base (*RADICA, v. *REW.* 6990) nel latino volgare, abbraccia gran numero di parole ed è molto diffuso specialmente nella Dacia, nell'Italia, nell'Iberia: manca quasi totalmente, ciò ch'è molto significativo, nel francese.

(2) Il Meyer-Lübke (*Einf.*², § 128) pone la questione in modo molto suggestivo, confrontando da un lato *ǧenna* 'porta' (JENUA) con *ǧelu* (GELU) e dall'altro *bennarǧu* (JENUARJU) con *benneru* (GENERU) per dimostrare che le sorti di G davanti ad E I e di J sono le stesse. Sennonchè egli cade nello

Ma v'è qualche cosa di più e di meglio delle pure e semplici induzioni: la fase *ĝénneru*, *réĝere* esiste oggigiorno nel sardo, ridotta alla zona logudorese più montuosa e impervia, cioè a quel centro dell'isola che sappiamo più conservativo. Si capisce che in questa zona si conserva il *g* anche in *gula*, *ligare* e simm.

Si osservi la seguente tabella:

sassar. gallur. *ǧénnaru*, *reǧǧí*;
logud. nord-occid. *bénneru*, *rere* (e così *bula*, *liare*);
logud. sud-orient. *ĝénneru*, *reĝere* (e così *gula*, *ligare*);
campid. *ǧénneru*, *réǧǧiri* (1).

Questa tabella ricorda molto da vicino quella già studiata (v. § 2) degli esiti di CE CI (2); i suoni prepalatali si sono diffusi nelle due zone settentrionale e meridionale; il suono velare occupa la zona più conservativa del Logudoro.

---

stesso errore del Guarnerio: infatti il *ǧ di ǧenna* e il *b* di *benneru*, che sono *normali*, vengono contrapposti rispettivamente al *ǧ* di *ǧelu* e al *b* di *bennarǧu*, che sono *anormali* (*ǧelu* proviene dal toscano, come si vede dal confronto col normale *belare*; quanto a *bennarzu* v. nel testo).

(1) Il G iniziale ha resistito davanti a qualsiasi vocale in quella zona dove si è conservato il G intersonantico. Nel logudorese nord-occidentale, invece, dove quest'ultimo è caduto (*rere*), anche quello doveva essere soggetto a dileguo dopo voce terminante in vocale. Là dove, insomma, a *tíngere* si contrappone *rere*, si doveva anche a *in gula* contrapporre *sa ula*: ciò perchè nel logudorese le consonanti iniziali sono trattate come medie, quando la parola sia in mezzo alla frase (cfr. G. Campus, *Fonet. del dial. logud.*, § 60). Parimenti si ha il dileguo di B e V iniziali nelle stesse condizioni. Dato ciò, si comprende bene che ad analogia di *sos benes* contrapposto a *su ene* si sia potuto rifare *sas bulas* da *sa ula*, *sos bénneros* da *su énneru*, ecc.: cioè la serie più numerosa (il V· si doveva esser confuso col B· già da età antica, secondo le note ricerche del Parodi) ha attirato la meno numerosa.

(2) La somiglianza sarebbe ancor più perfetta, se si mettessero insieme i casi di C G mediane precedute da consonante, come in VINCERE, TINGERE: la forma *tíngere*, infatti, è comune a tutto il Logudoro, compresa la zona che ha *bénneru*:

sassar. *vinzí tiní*, gallur. *vinčí tiní*;
logud. *bínkere*, *tíngere*;
campid. *bínčiri*, *tíngiri*.

Per giunta il suono *ĝ* si ritrova anche fuori della Sardegna, su per giù nelle stesse regioni della romanità ove abbiamo riscontrato il suono *k* (1); sicchè la tabella degli esiti di CE CI (v. § 1) vale in grosso anche per quelli di GE GI.

Da tutto ciò risulta evidente che il problema riguardante la sonora non si può staccare da quello della sorda, e che la soluzione dei due problemi dev'essere identica, poichè identiche sono le condizioni in cui si presentano. Il *ĝ* del sardo dunque, del dalmatico, ecc., sarà bene la continuazione dell'antico suono latino.

5. — La tesi ascoliana parte da un principio indiscutibilmente giusto: data la grande estensione geografica dei suoni prepalatali e dentali, mal si può pensare che questi siano tutti sorti indipendentemente nei diversi territorii romanzi (2). Ma ha il torto di non ammettere la possibilità che la diffusione dei detti suoni sia avvenuta da territorio a territorio anche dopo la caduta dell'impero d'Occidente (3).

In ciò ha senza dubbio influito un preconcetto in cui tutti credettero un tempo e i più credono ancora: che, cioè, quelle innovazioni che si sogliono dir *normali* siano il risultato d'un'evoluzione *indigena* (4) e perciò indipendente nel suo sviluppo dall'identica o simile innovazione che si avverta in dominii linguistici anche contigui. Da ciò appunto la necessità di attribuire almeno l'inizio dell'innovazione al latino volgare anteriore al formarsi dei parlari neolatini.

---

(1) Cfr. Meyer-Lübke, *Einf.*[2] § 128.

(2) Non si può certo escludere l'ipotesi che l'innovazione abbia avuto più d'un centro d'irradiazione, e si potrà discutere p. es. se quella che si avverte nella Dacia abbia la stessa origine di quella della penisola iberica o della regione appenninica; ma ben difficilmente si potrà ammettere che l'innovazione sia nata indipendentemente, e, si noti bene, allo stesso tempo o quasi, nei singoli dominii linguistici in cui gli studiosi per ragioni di *comodità pratica* dividono il campo della romanità.

(3) Non ammette infatti che *k ĝ* nel logudorese siano una conservazione, che, cioè, i suoni prepalatali e dentali si siano diffusi nella romanità dopo che la Sardegna restò separata da Roma (v. per questa separazione *ASSard.* I 13 sg.; Meyer-Lübke, *Einf.*[2], § 99).

(4) V. *GSLIt.* LXIX 383 n. 3.

La questione è tra le più delicate e difficili che i linguisti siano chiamati a risolvere, perchè coinvolge lo studio delle cause che presiedono alla creazione e alla diffusione delle innovazioni fonetiche.

Queste cause la scuola ancora molto in voga dei neogrammatici non ha saputo trovare; o almeno le spiegazioni da essa tentate sono ben lungi dal convincere, se il De Saussure, che non nasconde le sue simpatie per i neogrammatici, si sente costretto a dichiarare senz'ambagi che " per quanto grandi siano " i servigi resi da questa scuola, non si può dire ch'essa abbia " fatto la luce sull'insieme della questione [della vita del lin- " guaggio], e ancor oggi i problemi fondamentali della linguistica " attendono una soluzione „ (1). Anzi lo stesso De Saussure combatte con ragioni esaurienti le spiegazioni che i neogrammatici hanno tentato riguardo ai mutamenti fonetici (2).

Che egli abbia ragione potrebbe risultare da una somma di osservazioni che si dovrebbero fare a questo proposito sui dialetti viventi, nei quali è spesso dato al linguista di cogliere i fenomeni nel loro evolversi. Ecco un esempio significativo tratto dalla storia delle velari in Sardegna. Negli " Statuti della repubblica sassarese „ (sec. XIV) (3) e più ancora nel Condaghe di S. Pietro di Silki (sec. XI-XII) (4) i casi di *ce ci* (pron. *če či* o più probabilmente *ze zi*, con *z* sordo) per KE KI sono molto rari. Oggi invece essi sono comunissimi nel logudorese dello stesso territorio, tanto comuni anzi, che non si saprebbe dire di primo

(1) F. De Saussure, *Cours de linguistigue générale* (Parigi, 1916), p. 19.

(2) Ibid. p. 208 sgg. — Il Dauzat (*La philos. du lang.*, Parigi, 1912, p. 184) dice a questo riguardo molto dogmaticamente: " La costanza delle leggi " fonetiche non può essere spiegata coll'imitazione „. E altrove (p. 191) accusa i neo-linguisti di esagerazione! Recentemente poi il Meillet (*Les langues dans l'Eur. nouv.*, Parigi, 1918, pp. 123-124), dopo aver detto che vi sono influenze sul lessico, determinate o dalla " dominazione politica „ o dalla " superiorità della civiltà „, aggiunge non meno dogmaticamente: " I mutamenti lessicali sono indipendenti da quelli della pronunzia e della " grammatica; essi sono prodotti da influssi differenti, e non si ha mai " dritto di concludere dagli uni sugli altri „.

(3) *AGIt.* XIII p. 1 sgg.

(4) *Il Condaghe di S. Pietro di Silki* (Sassari-Cagliari, 1900).

acchito se siano più numerosi dei casi di *ke ki*. Orbene, dato l'influsso sempre crescente dell'italiano letterario, verrà molto probabilmente un giorno in cui i casi di *k* scompariranno del tutto, o saranno così rari da costituire una piccola *minoranza*. Ecco dunque un'innovazione della quale possiamo rifare la storia: voci italiane quali ' cieco', ' cedere ', ' certo ', ' ricevere ' e simm. sono penetrate nel logudorese, sostituendosi alle voci indigene. Il suono *č* di queste voci è stato riprodotto fin dall'inizio col suono sardo più vicino *z*, e questa riproduzione si continua ancor oggi, perchè il parlante, consciamente o inconsciamente, nel tradurre nel suo idioma le nuove parole importate, si regola sull'equazione già esistente (ital. *č* = log. *z*), benchè oggi il suono *č* sia comune anche in questa regione, ove rappresenta l'esito normale di CL- (*čamare*, *čaru*, ecc.) (1). I neogrammatici direbbero invece — quando i casi di *ze zi* fossero più numerosi, ossia *normali* — che il suono *k* davanti ad *e i*, nel logudorese settentrionale, s'è mutato in *z* per una causa indigena (fisiologica secondo alcuni, psicologica secondo altri) e che l'evoluzione è avvenuta attraverso un'infinita serie di fasi intermedie (*k*, *k*, *k'* ...*z*).

Ora, quando si osservi che le spiegazioni tentate dai neogrammatici urtano tutte contro difficoltà insormontabili e che per di più le fasi intermedie da loro supposte fra i suoni antichi e quelli innovati nessuno li ha mai avvertiti, si capirà di leggieri che il punto di vista dei neogrammatici sa molto di dogmatico ed assoluto.

Del resto vi sono altre considerazioni che dovrebbero indurre i linguisti a dare una parte più larga all'*imitazione* in ciò che concerne i fenomeni del linguaggio. Gli stessi neogrammatici ammettono in vari casi l'influsso storico-geografico, e propriamente: 1) quando si tratti di lessico (2); 2) quando, pur trattandosi d'innovazioni fonetiche generali, s'intendano limitate a un determinato dominio linguistico o a una determinata na-

---

(1) Questo fatto ha la sua importanza e si contrappone alla dogmatica opinione del Dauzat (op. cit., p. 69) che i popoli in certe età diventino " incapaci „ (!) di pronunziare questo o quel suono.

(2) Cfr. p. 281 n. 2.

zione o unità politica (1). Orbene, dato tutto ciò, noi domandiamo:

1) Perchè mai le cause delle innovazioni debbono esser diverse secondo si tratti di lessico o di fonetica? Cioè, come mai le innovazioni nel loro cammino tengon conto delle distinzioni *pratiche*, non *scientifiche*, da noi escogitate rispetto al linguaggio per comodità di studio? (2).

2) Perchè mai le innovazioni tengon conto nel loro cammino delle divisioni e suddivisioni *pratiche* e non *scientifiche* che facciam noi di *lingue* e *dialetti*? Se ammettiamo p. es. che da Parigi un'innovazione arrivi fino a Lione e a Marsiglia, che cosa impedirà di pensare che in condizioni storiche favorevoli si estenda fino a Torino, a Genova, a Milano, e anche a Firenze o a Roma? Il Meillet sostiene che il franc. *fait*, il lomb. *fač*, il genov. *faitu*, " nonostante la comunanza dello sviluppo iniziale „ di CT, divergono per il fatto che i tre dominî linguistici " sono oggi separati e non subiscono più una stessa influenza (3) „. Orbene, dato ciò, dovrebbe anche logicamente ammettere che, se fra essi non fosse intervenuta alcuna " interruzione di relazioni „, si potrebbe avere l'identica forma e a Parigi, e a Milano, e a Genova (4); e che per conseguenza in condizioni storiche favorevoli un'innovazione fonetica può andar fuori d'un determinato dominio linguistico.

Ma, lasciando ormai da parte la questione teorica riguardante le cause dei mutamenti fonetici, è certo che la diffusione dei suoni prepalatali e dentali non è motivo sufficiente a farci credere che l'inizio dell'innovazione risalga al latino volgare di

---

(1) Ammettono, cioè, che da Parigi, p. es., le innovazioni fonetiche si propaghino per tutta la Francia; escludono che possano arrivare fino a Madrid o a Firenze.

(2) *GSLIt.* LXXII 160.

(3) Op. cit., p. 116.

(4) Il Meillet attribuisce " la comunanza dello sviluppo iniziale „ nel trattamento del nesso CT in queste regioni all'identità " del sustrato etnico „. Ma come si potrà sostenere per Genova un sustrato *celtico*? Il Goidanich scioglie la difficoltà affermando che i popoli liguri avevano predisposizioni linguistiche simili a quelle dei Celti; ma v. *GSLIt.* LXVI 172 e n. 2.

tutta la romanità. Valga a prova di ciò il caso di I tonico breve diventato *e* chiuso e confuso con E lungo (p. es. ital. *tḗme* da TIMET, di fronte a *tḗla*). Questa innovazione è estesa a tutto il campo neolatino, meno che alla Sardegna: coincide dunque geograficamente su per giù con quella dei suoni prepalatali e dentali. Orbene, se dovessimo applicare a questo caso il ragionamento dell'Ascoli, dovremmo concludere che già nel latino volgare di *tutta* la romanità del periodo imperiale fosse avvenuta l'innovazione *tẹmet* e che perciò l'*i* del logud. odierno *timet* rappresenti un *ritorno fortuito* alla fase più antica. Confrontiamo peraltro la storia di TIMET e di TELA nel sardo, secondo la tesi ora detta:

a) lat. ant. TIMET > lat. imp. *tẹmet* > log. *timet*;

b) lat. ant. TELA > lat. imp. *tẹla* > log. *tela*.

Il sardo, cioè, partendo dalle basi del latino imperiale *tẹmet*, *tẹla*, avrebbe trattato diversamente l'identico suono *e*, conservandolo in *tela* e innovandolo in *i* in *timet*, ricostituendo così la primitiva condizione latina.

Tale miracolo nessuno, ne siamo certi, vorrà ammettere, e si vorrà piuttosto pensare che l'*i* del sardo *timet* è una conservazione del suono originario, e che per conseguenza la fase *tẹmet* non si possa considerare come base della forma sarda (1).

Che cosa impedisce di pensar lo stesso a proposito delle velari?

---

(1) Al Meyer-Lübke non è sfuggita l'importanza del sardo sulla storia dell'innovazione (v. *Einf.*[2], § 99); ma di solito i linguisti considerano come basi degli esiti romanzi i suoni *ẹ ọ* anzichè I U brevi.

(*Continua*).

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

PROGRAMMA DEI PREMI

DI

FONDAZIONE VALLAURI

PEI

Quadrienni 1919-1922 e 1923-1926

La Reale Accademia delle Scienze di Torino annuncia che, in esecuzione delle disposizioni testamentarie del Socio Senatore Tommaso Vallauri, ha stabilito un premio da conferirsi *a quel letterato italiano o straniero che nel quadriennio decorrente dal 1° gennaio 1919 al 31 dicembre 1922 avrà stampato la migliore opera critica sopra la* **Letteratura latina**.

Similmente ha stabilito un altro premio da conferirsi *a quello scienziato italiano o straniero che nel quadriennio decorrente dal 1° gennaio 1923 al 31 dicembre 1926 avrà pubblicato colle stampe l'opera più ragguardevole e più celebre su alcuna delle* **Scienze fisiche**, interpretando questa espressione di scienze fisiche nel senso più largo.

Ciascuno di questi premi sarà di lire italiane **venticinquemila** nette (Lire it. **25.000**), fatta riserva soltanto per il caso che abbia a mutare il reddito delle cartelle di rendita italiana.

I premi saranno conferiti un anno dopo le rispettive scadenze.

Essi non potranno essere assegnati ai Soci nazionali dell'Accademia, così residenti come non residenti.

Le opere, che saranno inviate all'Accademia perchè siano prese in considerazione per il premio, non saranno restituite.

Non si terrà conto nè dei manoscritti nè di ogni altro lavoro che non sia pubblicato per mezzo della stampa.

Torino, 1° gennaio 1919.

Il Presidente dell'Accademia
Andrea Naccari

Il Segretario della Classe
di scienze fisiche, matematiche e naturali
Carlo Fabrizio Parona

Il Segretario della Classe
di scienze morali, storiche e filologiche
Ettore Stampini

PROGRAMMA

PER IL

XXII PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, conformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore Cesare Alessandro Bressa, annunzia che il *ventiduesimo premio Bressa* sarà conferito a quello **Scienziato italiano**, il quale durante il quadriennio 1917-1920 " avrà fatta, a giudizio dell'Accademia, la " più insigne ed utile scoperta, o prodotta l'opera più celebre " in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia naturale, " matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e patologia, " non escluse la geologia, la storia, la geografia, e la statistica ".

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di Lire italiane **9000** (novemila).

Gli Autori, i quali desiderino richiamare l'attenzione della Accademia sulle loro opere, potranno inviarle alla Segreteria dell'Accademia non oltre il 31 dicembre 1920. Esse dovranno essere stampate e non saranno restituite. Non si terrà conto dei manoscritti e dei lavori dattilografati.

L'Accademia aggiudicherà il premio allo Scienziato che le sembrerà più meritevole, abbia o no presentato le sue opere.

A nessuno dei Soci nazionali dell'Accademia, residenti o non residenti, potrà essere conferito il premio.

Torino, addì 10 gennaio 1919.

Il Presidente dell'Accademia
Andrea Naccari

Il Segretario della Classe
di scienze fisiche, matematiche e naturali
Carlo Fabrizio Parona

Il Segretario della Classe
di scienze morali, storiche e filologiche
Ettore Stampini

PREMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

La Reale Accademia delle Scienze di Torino conferirà nel corrente anno un premio di fondazione Gautieri a quell'opera di Storia civile e politica in senso lato (compresa la storia dell'arte, dell'economia e del diritto ed esclusa la storia della filosofia e la storia letteraria), che sarà giudicata migliore fra le pubblicate negli anni 1916-1918. Il premio di L. 1900 sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere stampate in lingua italiana.

Gli autori possono inviare all'Accademia, non più tardi del 31 marzo p. v., le pubblicazioni sulle quali desiderano richiamarne l'attenzione, avvertendo che non saranno restituite le opere ad essa per tal fine pervenute.

Torino, 10 gennaio 1919.

L'Accademico Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Gennaio 1919.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Segre, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Sacco e Parona Segretario.

Scusa l'assenza il Direttore della Classe Senatore D'Ovidio.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Segretario presenta il volume — *Proiettili. Appunti pubblicati per cura della Società An. Italiana per la fabbricazione dei proiettili in Torino* — che contiene una raccolta di studii e di ricerche occasionati dalla guerra, offerto in omaggio dal Socio corrispondente prof. G. Colonnetti. Presenta anche la pubblicazione *In ricordanza del II centenario della morte di Bernardo Ramazzini,* omaggio dell'A. prof. Arnaldo Maggiora, Direttore dell'Istituto d'Igiene nella R. Università di Bologna.

Il Socio Sacco offre in omaggio la sua monografia *I ghiacciai italiani del gruppo del M. Bianco*; e il Socio Mattirolo, presentando pure in omaggio il suo volume *Phytoalimurgia pedemontana,* accenna all'indirizzo ed allo scopo del lavoro. Il Presidente ringrazia i donatori.

Il Socio Mattirolo informa la Classe della proposta sua, già approvata ad unanimità dalla Società Piemontese di Archeologia e presa in considerazione dall'altra Classe della nostra Accademia, di far voti perchè sia ricostruita sul Campidoglio l'*Ara Pacis Augustae* e sia fatta " segnacolo della fortuna d'Italia ". Il Presidente dichiara di apprezzare nell'alto loro significato l'iniziativa e la proposta del collega Mattirolo, e la Classe le appoggia col suo voto.

Si presentano, e sono accettate per la stampa negli *Atti*, le Note:

Le serie di Dirichlet sommate col metodo di Borel generalizzato, del prof. Gustavo Sannia, presentata dal Socio D'Ovidio.

L' " Althaea taurinensis " DC. ed i suoi rapporti colle specie affini crescenti in Italia, del Socio corrisp. prof. Saverio Belli, presentata dal Socio Mattirolo.

LETTURE

L' "Althaea Taurinensis„ DC. ed i suoi rapporti colle specie affini crescenti in Italia

Nota del Prof. SAVERIO BELLI

INTRODUZIONE

Queste osservazioni sono intese a togliere di mezzo alcune incertezze ed alcuni errori sulla sinonimia di queste specie, nonchè ad illustrarne alcune finora non designate. Gli errori e le incertezze traggono probabilmente la loro origine dall'imperfetta o mancata conoscenza dei saggi originali, donde nasce che gli uni e le altre si ripetano spesso, dall'uno all'altro Autore, per molti e molti anni, nelle opere di sistematica.

Premetto che il materiale di cui ho potuto disporre per queste osservazioni non è stato molto abbondante; esse risentono quindi del difetto di tutte le cose incomplete e devono essere considerate come un tenue contributo ed una preparazione a lavori maggiori, quando le raccolte siano più numerose. Ed è per questa ragione che io mi son limitato a ritenere quali *varietà* alcune entità tassonomiche che forse un giorno si riveleranno costanti e diffuse, cioè coi caratteri delle vere specie. Poichè per avere una esatta cognizione della plasticità di una data specie occorrerebbe aver sottomano *tutti gli individui nati da progenitori similari* e crescenti sul globo nell'unità di tempo, ma poichè questo è impossibile, così è forza rimanere nella cerchia ridotta dell'*approssimazione* fornita da un materiale ridotto colle concomitanti probabilità di errore (1).

(1) Molti caratteri ed ottimi discriminatori si potrebbero ottenere dallo studio isto-tattico delle Altee. Io mi sono limitato allo studio morfologico esteriore dacchè un'infermità oculare mi vieta l'uso prolungato del microscopio.

Ad ogni modo siano rese qui grazie vivissime all'illustre Casimir De Candolle il quale mi comunicò il prezioso materiale originale del grande Alfonso suo avo, nonchè all'amico professore Mattirolo che mise a mia disposizione il materiale del Regio Orto Botanico di Torino, e finalmente in modo speciale al cav. Enrico Ferrari, il valoroso Conservatore dell'Istituto stesso, del quale è merito esclusivo quanto di nuovo è qui risultato dallo studio delle *Altee* da lui raccolte, nonchè a tutti coloro che mi fornirono materiali e indicazioni per questo lavoro.

Althaea officinalis L.

Foliis infimis rotundatis basi subcordatis tomentosis *integris* et *margine tantum obtuse et irregulariter crenato-dentatis*, caulinis superioribus *dense velutino-tomentosis*, tactu *mollissimis* tomento *sericeo*, adpresso pannosiusculis ; pallide griseo-virentibus (praecipue subtus) (forma *typica*) vel tomento leviori fusce virescentibus (forma *ambigua* Rouy pro var.), *integris*, vel obsolete lobatis, supremis omnino caeteris simillimis sed evidenter trilobatis. Pedunculis (1) folio longioribns et plurifloris vel (forma ambigua Rouy) folio brevioribus et unifloris, omnibus foliolatis — *Calyculi* squamis (in alabastris) *calyce brevioribus* — Petalis ex albo *pallide carneis* vel *carneis, raro violaceis*, parvis (12 mill. long.) vel majoribus (usque ad 20 mill. long.) *Dieresilis dense farinosa* (pilis stellatis) — Planta *simplex* vel ramosa usque ad 1,50 metr. alta.

a) forma *ambigua* Rouy (pr. sp.), vol IV, *Fl. de France*, pag. 49. Pedunculis folio brevioribus, etc. (passim cum typo).

A. officinalis L., sp. pl., p. 966 — Bertoloni, *Fl. It.* VII, p. 246 (1847) (cum bibliographia homonyma) — Doell, *Rhein. Fl.*, p. 676 (1843) — Gren et Godr., *Fl. de Fr.*, I, p. 294 (1848) — Visiani, *Fl. Dalm.*, III, p. 207 (1850) — Ascherson, *Fl. v. Brandenb.*, p. 29 (1859) — Caruel, *Prodr. Fl. Tosc.*, p. 105 (1860) — Doell, *Fl. v. Baden*, III, p. 1205 (1862) — Cesati Passer-Gib., *Comp. Fl. It.*, p. 765 (1867) — Gremli, *Fl. Exc.*,

(1) Pedunculi in Althaeis omnibus sunt cymae axillares plus minus reductae. In formis unifloris cymae ad pedunculum solitarium reductae sunt.

p. 127 (1874) — NYMAN, *Consp. Fl. Europ.*, p. 127 (1878) — WILLKOMM ET LANGE, *Prod. Fl. Hisp.*, III, p. 584 (1880) — COCCONI, *Fl. Bologn.*, p. 127 (1883) — GIBELLI e PIROTTA, *Fl. del Moden. e Regg.*, p. 37 (1882) — ARCANGELI, *Comp. Fl. It.*, p. 389 (1894) — CAMUS, *Cat. Pl. Fr. Suiss. et Belg.*, p. 51 (1888) HALLIER U. WOHLFAHRT in *Koch. Syn. Ed.*, III, p. 419 (1892) —

BURNAT, *Fl. des Alp. Marit.*, II, p. 12 (1896) — ROUY., *Fl. de Fr.*, IV, p. 48 (1897) — PENZIG, *Fl. Lig. Synops.*, p. 54 (1897) — FIORI E PAOLETTI, *Fl. Anal. d'It.*, II, p. 269 (1900-02) — H. COSTE, *Fl. de la Fr.*, I, p. 240 (1901) — GOIRAN, *Fl. Veron.*, II, p. 150 (1900) — BATTANDIER et TRABUT, *Fl. de l'Alg. et de Tun.*, p. 51 (1902) — GORTANI, *Flora Friul.*, p. 305 (1905) — VAC-

CARI, *Cat. rais. vasc. Vallée d'Aoste*, p. 89 (1904-11) — ROUY, *Fl. de Fr.*, IV, p. 48.

Località: Luoghi umidi e paludosi dal mare alla reg. submontana nella Penisola, nell'Istria e nelle grandi isole, comune specialmente al Nord. Maggio-settembre (FIORI e PAOLETTI, l. c.).

Distribuzione Geografica. — Europ. omn. (exclus. Scot.)? — Scandinavia — Rossia bor. (NYMAN, l. c.).

Figure. — BERTOLONI, l. c. (cum bibliographia homonyma) — CUSIN et ANSB., *Herb. Fl. Fr.*, vol. V, tab. 808 — H. COSTE, l. c. — FIORI e PAOLETTI, l. c., fig. 2538.

Letteratura e critica.

Sull'*Althaea officinalis* L. c'è poco da dire. Sparsa dovunque in Europa, coltivata qua e là a scopo farmaceutico, è poco variabile, ed all'infuori di alcune forme aberranti (e tali debbono considerarsi quelle a foglie un po' più distintamente lobate) non dà luogo ad incertezze. NYMAN, l. c., scrive dell'*A. officinalis* (v. parte descrittiva) che essa cresce " *saepe etiam culta et spontanea facta* ". Ora se questa specie è spesso anche coltivata vuol dire che originariamente è spontanea; se è *fatta spontanea* è segno che era coltivata originariamente. Da questa frase sibillina del Nyman può il lettore farsi un'idea dell'oscurità che regna sulla provenienza in Italia di questa specie, la quale segue volentieri le abitazioni umane, o si tiene nelle sue vicinanze, lungo i fossi, i canali, nei cortili delle case, nei ruderi sempre in vicinanza di poderi.

Essa è sempre facilmente riconoscibile al primo sguardo per la tipica integrità o quasi integrità del lembo fogliare *non lobato* ed oscuramente denticulato, mentre le specie sorelle: *A. taurinensis, cannabina, narbonensis, etc.*, le mostrano sempre più o meno divise, salvo le infime.

Nel cartellino che accompagna l'*A. officinalis* L. pubblicata e distribuita nelle *Exsiccata* di Fiori e Beguinot (l. c., n. 1899, serie II, fasc. 10), uno degli autori scrive in nota che l'*A. officinalis* coltivata dà al primo anno forme glabrescenti a foglie ridotte. Questa variazione, che si trova frequentemente negli erbarii,

pare corrispondere bene alla var. *ambigua* di Rouy (l. c.) e costituirebbe il parallelo della *forma umbrosa* Wiesb. dell'*Althaea micrantha* (Wiesb. o *A. taurinensis* DC.), come vedremo più avanti. Tanto nell'*Althaea officinalis* come nelle altre specie di questo gruppo le corolle presentano sovente diametri differenti.

Un'altra osservazione sul gruppo dell'*A. officinalis* e *taurinensis*: le foglie infime, ivi comprese le primordiali, sono sempre meno pelose delle altre e tondeggianti, anche in quelle specie che normalmente hanno foglie superiori più o meno lobate e frastagliate.

Althaea taurinensis DC.

Foliis infimis uti in *A. officinali* rotundatis subcordatis margine obsolete et irregulariter crenato-dentatis, pubescentibus (laxe); caeteris subtus praesertim tomentosis *tactu velutinis*, et subtus pallidioribus, cinereo-virescentibus; vel obsolete virentibus (forma umbrosa) *inferioribus et medianis anguloso-lobatis*, ambitu latioribus quam longioribus vel isodiametricis; irregulariter et acutiuscule dentatis, superioribus supremisque plus minus acute et *distinctissime trilobatis, lobo mediano elongato*, hastatis — Pedunculis brevibus vel folio longioribus, bi-plurifloris, foliolatis et more totius planta (parte infima excepta) *tomentoso-stellatis*. Calycis laciniis in apiculum breve vel conspicuum productis, *calyculo subaequalibus* vel *longioribus* — Corolla *violacea*, vel roseo-lilacina (raro albida vel carnea) *parva* (10-15 mm. long.) — *Dieresilis tota farinosa* (basi excepta) vel ad medium usque pilis *stellatis obsita* — Planta elata (ultra 2 metr. alt.) ramosa, raro simplex 4.

A. taurinensis DC, *Prodr.*, I, p. 436 (1824) *et herb.!!* (v. s. s.)! (forma aprica) — Re, *Fl. Tor.*, p. 355 (1825) non *herb.!* — Colla, *Herb. Pedem.*, I, p. 387 (1833) (in descript. *A. officinalis*) — Rchb., *Fl. Exc.*, p. 773, n. 4848 (1840) — Dietrich, *Syn.*

Pl., I, p. 839 (1847) — Bertoloni, *Fl. It.*, VII, p. 351 (1847) — Visiani, *Fl. Dalm.*, III, p. 208 (1850) — Zumaglini, *Fl. Pedem.*, II, p. 383 (1864) — Visiani e Saccardo, *Cat. pl. vasc. Venet.*, p. 225 (1869) — Parlatore, *F. It.*, V, p. 93 (1872) — Wiesbaur, " Oesterr. Bot. Zeitschr. „, XXVII Jahrg., p. 351 (1877) — Cocconi, *Fl. Prov. Bologn.*, p. 127 (1883) — Nyman, *Consp. Fl. Europ.*, p. 127 (1878-82) — Arcangeli, *Comp. Fl. It.*, p. 239 (1894) — Cesati, Passer-Gib., *Comp. Fl. It.*, p. 765 (1867) — Willkomm et Lange, *Prod. Fl. Hisp.* (?) — Goiran, *Fl. Veron.*, II, p. 150 (1900) — Negri G., *La Vegetaz. della Collina di Crea*, " Mem. Acad. Sc. „, Torino, serie II, vol. LVI, p. 426 (1906), separ. p. 42.

Syn. *A. micrantha* Wiesb. in " Oesterr. Bot. Zeitschrift „, XXVIII Jahr. (1878), p. 71 (sine descriptione) — Nyman, *Consp.*, l. c., supplem., p. 72 (1888) (forma *aprica* et forma *umbrosa* Wiesb.).

A. officinalis var. *micrantha*, Hallier u. Wohlfahrt in *Koch Syn.*, ediz. III, I, p. 419 (1892).

A. officinalis var. *taurinensis*, Fiori e Paoletti, *Fl. Analit. d'It.*, III, p. 262.

A. officinalis var. β, Willd, *sp. pl.*, III, pars I, p. 771 — Pollini, *Fl. Veron.*, II, p. 441.

Località (1) (Exsiccata): *Piemonte*, Ex Collibus Taurin. DC (herb. Balbis) (T) — *Alba*, lungo la strada sopra la Borgata di Grinzane detta il Gallo, 25-8-13 (Ferrari-Vignolo) (T) — *S. Germano Chisone* presso la Borgata Benna nel cortile di una cascina, 4-9-10 (Ferrari-Dr. Santi) (T) — Strada dalla *Novalesa al Moncenisio*, 17-7-58 (Defilippi) (T) — *S. Albano di Stura*, rive incolte, 6-9-05 (Ferrari) (T) — *Valle di S. Martino* (Lisa), 1845 (T) — *Pino Torinese* (Defilippi) (T) — *Mombaruzzo*, siepi e margini dei campi, 15-9-50 (Delponte) (T) — Tra *Pino Torinese* e *Baldissero* presso la Cascina detta la Bussa (Delponte), 25-7-46 (T) — *Giaveno*, presso i casolari della Borgata Selvaggio, 28-9-07 (Ferrari) (T) — Alle *Tavernette* (Balbis) (T) — *Trofarello*, alla

(1) Le lettere T, F, R indicano rispettivamente gli Erbarii di Torino, Firenze e Roma.

Cascina Bocchetto presso il Castello di Rivera 21-7-12 (Ferrari) (T) — *Vercelli*, lungo gli acquedotti (Cesati) (R) — *Giaveno*, lungo la strada mulattiera presso la Borgata Savoja (T), 28-8-08 (Ferrari e Dr. Fontana Efisia) (T) e 28-8-09 (id. id.) (T) — *Gassino*, strada per Bardassano, 15-8-16 (Ferrari) (T).

Forma *umbrosa*. Foliis evidentius fusce virescentibus, tomento minori, caeterum ut in typo.

Exsiccata. — *A. taurinensis* Wiesb. (in Dr Baenitz, *Herb. Europ.* Kalksburg bei Wien aus Hungarn (Nagy Kapornak) von F. Walter, S. J. hier verpflanzt, 7-9-75 (J. Wiesb.) S. J. — Negri, *Piante del Casalese* (sub *A. micrantha* Wiesb.). Kalksburg bei Wien (ex seminibus) (Nagy Kapornak) (1877-1883, n. 2479) et P. Wilhelm (ead. local.), 1-8-81, et Société Dauphinoise (doctore J. A. Tauscher), 1878-883, n. 3649, et P. Ernst in Dr. C. Baenitz, *Herb. Europ.* (ead. local.).

Figure. — Reichb., *Ic. Fl. Germ. et Helv.*, tab. 174, n. 4848.

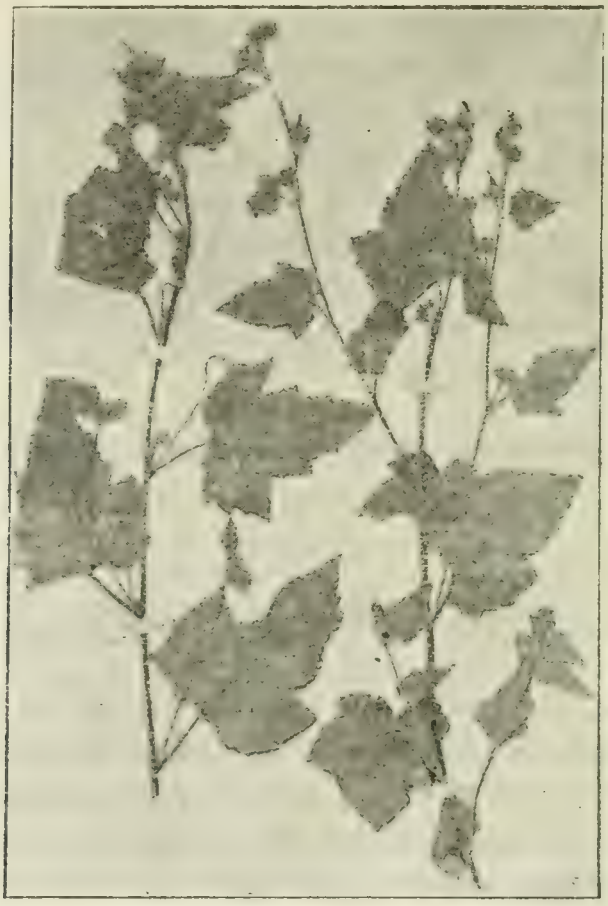
Distribuzione Geografica.

Italia bor., Dalmatia (Ins. Veglia), etc. Serbia (Nyman), l. c. Nel supplemento (p. 72) Nyman aggiunge per l'*Althaea taurinensis* DC la località — Ross. mer-or. (Sarepta ex Becker). Ma questa località è sbagliata perchè i saggi di *A. taurinensis* di Becker, di Sarepta, appartengono all'*Althaea multiflora* Rchb. — Alle località di Nyman conviene aggiungere il Transcaucaso, dove la vera *A. taurinensis* fu trovata da Koenig (var. *Cesatiana* nob.) (v. Erbario Firenze), come sarà detto più avanti.

Nyman, l. c., scrive l'*A. micrantha* Wiesb. come una sottospecie dell'*A. taurinensis* DC e riporta le località date nelle exsiccata più sopra citate.

Var. α ***glabrescens*** Gola, in " Mem. Accad. Sc. Torino ", vol. LX, anno 1909, p. 219, con tavola e nel testo a p. 219 sotto il nome di *A. narbonensis* Pourr. (quoad localitatem Gallo di Grinzane Castiglion Falletto (leg. Vignolo, luglio 1908)) — *A. Bertolae* Colla Herb. Pedem., I, p. 387 (1835).

Foliis tomento stellato *breviori* et *laxiori, fusce virescentibus*, scabriusculis, superioribus trilobatis, lobo medio elongato, margine dentibus evidentioribus, in *apiculum longiusculum glanduliformem abeuntibus* — Pedunculis elongatis *strictis*, patenti-adscendentibus, bracteolatis, saepius bifloris vel plurifloris —



Dieresilis superne apice tantum pilis stellatis *farinosula*, inferne glabra (raro tota superficie pilis sparsis stellatis obsita) — Planta elata-ramosa, n.

Località: *Fontaneto Po*, presso l'abbadia di Lucedio, 30-8-08 (Ferrari) (T) — Lungo i fossi a *Salasco*, 8-9-73 — *Trofarello*, rive incolte presso la Cascina Bocchetto al Castello di Rivara, 21-7-12 (Ferrari) (T) — *Castiglion Falletto* (Alba), oltre il Gallo di Grinzane, estate 1912 (Vignolo) (T) — *Montivelli* presso Parma (Passerini), 16-7 (F) e 18-7-68 (F) — Foce del fiume Potenza, presso il porto di Recanati (Narducci) (F) forma *devestita* —

Giaveno, Borgata Selvaggio presso i casolari (Ferrari), 28-9-07 (T) — *Porto di Recanati* sull'Adriatico (sub. *A. narbonensis* Pourr.) (Narducci) (R F) — Luoghi umidi e fossi a *Scandigliano d'Oglio*, *Isolella* (Parlatore) (F) — *Pescarolo* (Parlatore) (F) — *Givoletto*, in area casealis Dr. Baudini, sett., 1832, leg. Bertola (T) (*A. Bertolae* Colla).

Figure. — Gola, l. c. — Colla, *Herb. Ped.*, l. c., tab. 47 (sub A. Bertolae).

Var. β ***Cesatiana*** n. Foliis *etiam caulinis profunde quinquelobatis,* lobis *acutis, magnis,* supremis trilobatis vel lobulis duo adjunctis obscure quinquelobatis medio lobo *elongatissimo* — Pedunculis *strictissimis*, uni-bifloris elongatis — Corolla *parva* (12 mm. long.) — *Dieresilis* pilis stellatis *sparsis hirtella*, basi glabra — Planta *elatissima*, ramosa " internodiis elongatis „.

Syn. *A. taurinensis* (DC), Cesati, herb. R. Hort. Bot. Rom. et Flor. — *A. taurinensis*, var. *subglabrescens* Gola, p. p., Exsicc. R. H. B. T.

Località: *Vercelli*, fossati e lungo l'acquedotto (Cesati) (F R) —*Piadena* nel Cremonese lungo le siepi (D'Arco) (R) — *Casale Monferrato* (Negri) agosto 1874 (F) — Transcaucaso Prov. Kars! — Ad ripas fluminis Olty-c-zai infra pagum Dizogh — leg. Koenig (F).

Var. γ ***Rigoana*** n. *Intense cinereo — et pallide virescens, molliter tomentosa* — Foliis supra subtusque *concoloribus*; medianis profunde *septemlobatis, lupulinis*; superioribus supremisque quinquelobatis (lobis duo *inconspicuis*), lobo terminali majore *olongatissimo*, omnibus margine evidentius et *subregulariter* dentatis, tomento brevi, denso, adpresso, obductis — Pedunculis strictis vel *crassiusculis*, *dense tomentosis*, folio brevioribus vel parum longioribus uni-bifloris, bracteolatis, *bracteolis longiusculis* lineari acuminatis — Calycis laciniis in *apiculum longum* productis — Corolla violaceo-rosea (4-16 mm. long. 8-10 mm. lata) — *Dieresilis glaberrima,* apice tantum pilis paucissimis notata — Planta parum ramosa, n. (an species propria?).

Syn. *A. taurinensis* Rigo (non DC!) — Exsiccata n. 1327. Fiori et Beguinot.

Località: Venetia, *Prov. di Verona*. Ad fossarum margines prope *Tarmassia* et *Isola della Scala*. Alt. m. 28, solo calcareo-argilloso, 15 juli, 1909 (G. Rigo leg.).

Var. δ ***dissecta*** n. Foliis speciatim superioribus profunde dissectis, laciniis lanceolatis acutis, plus minus irregulariter serratis, vel profunde quinquefidis — caeterum ut in typo.

Località: Negli orti a *Bardonecchia* vecchia, 15-8-14, leg. Ferrari, Vallino, Santi, Noelli.

Letteratura e critica sull'Althaea *taurinensis* DC. e sull'A. *micrantha* Wiesb.

L'*Althaea taurinensis* fu stabilita da De Candolle colla breve frase seguente (*Prod.*, l. c.): " *Foliis utrinque molliter tomentosis, trifidis, subtripartitis, dentatis; pedunculis axillaribus multifloris folio sublongioribus, strictis* „. " In collibus circa Taurinum „. — L'unica sinonimia che De Candolle riporta per la sua nuova specie è = *A. officinalis* β. Willd. sp. III, p. 771 (poco chiara),

Aggiunge De Candolle: " *Media inter priorem (A. officinalis) et posteriorem (A. narbonensis) ab utraque adhuc diversa calycibus magis acuminatis — An unius alteriusve varietas?* „.

L'Orto Botanico di Torino possiede un saggio autentico Decandolleano mandato al Balbis e conservato ed oggi intercalato nell'erbario generale (fig. 1). Questo saggio porta scritto dal Balbis: " *ex collibus taurinensibus* „, ma è incompleto. Potei avere, come già dissi, dalla cortesia del prof. Casimiro De Candolle, pronipote dell'illustre botanico Ginevrino, un altro esemplare di detta pianta, corrispondente in tutto e per tutto a quello dell'Istituto di Torino, ma coi frutti maturi. Debbo dire però che nè in questo, nè in quello mi fu possibile vedere le foglie basilari — e le inferiori. Il prof. Casimiro volle ancora con squisita cortesia mettere a mia disposizione tutto ciò che gli era consentito, per facilitare le mie ricerche, e fornirmi anche i disegni e ricalchi della specie Decandolleana.

Coi risultati dell'esame di questi saggi credo di poter rispondere alla domanda formulata da De Candolle nella sua frase: se cioè l'*A. taurinensis* sia una vera specie o una forma delle altre due più sopra menzionate. Ed è bene dir subito che *essa è realmente a mio giudizio una specie eccellente, ricca di varietà, caratterizzata da note strutturali costanti, e dall'area, grande abbastanza per avvalorarli.*

Non posso tralasciare qui di accennare ad una questione, diremo così, storica, a proposito dell'*A. taurinensis*. Fu essa raccolta per la prima volta nei Colli torinesi dal Balbis o dal De Candolle? È difficile stabilirlo e la ricerca può sembrare puerile. L'unico saggio autentico di *A. taurinensis* che sta nel-

l'Erbario Torinese fu mandato al Balbis dal De Candolle, ma non è sicuro che esso sia stato raccolto dal De Candolle stesso in un suo viaggio botanico fatto a Torino. Questo sembra risultare dalle lettere che cortesemente il prof. Casimiro de Candolle scrissemi sull'argomento: " L'échantillon portant la date " de 1809 (quello dell'Erbario Ginevrino) étiqueté de la main " de mon Grand-père a très probablement été récolté par " lui-même, car il a fait un séjour à Turin du 31 juillet au " 6 août 1809. Cependant dans son journal de voyage il ne *men-* " *tionne pas* d'herborisations, tandis que Balbis lui donna à ce " moment une énorme quantité de plantes. Il était arrivé à " Turin à la fin d'une excursion en Piémont, où il était entré " par le Col de Tende „ (In literis 28 febbr. 1914).

Il 5 marzo 1914 scrivevami ancora De Candolle: " Dans " son journal manuscrit mon Grand-Père donne tant de détails " sur son séjour à Turin que je suis persuadé qu'il n'aurait pas " manqué de mentionner une herborisation s'il en avait une. " Mais il ne parle que de ses visites à l'herbier Balbis, à celui " de Bellardi, au jardin de Spin (1), aux hôpitaux, au gabinet " de physique, etc. „.

Si può dedurre da queste lettere con una certa approssimazione alla verità, che il saggio ginevrino difficilmente può essere stato raccolto dal De Candolle; ma, certo, quello di Torino fu raccolto dal Balbis sui Colli torinesi, mandato o dato di presenza, assieme ad altre piante, al De Candolle, il quale, ritornato in patria, riconobbe essere appartenente ad una nuova specie di *Altea* che Egli chiamò *Taurinensis* e che rispedì al Balbis stesso battezzata (2). Può darsi anche che il saggio ginevrino sia stato raccolto dal Balbis e dato al De Candolle, che lo pose in collezione dopo avervi di suo pugno apposta la determinazione di *A. taurinensis*.

Balbis scrisse a mano su di una copia della sua Flora (1880)

---

(1) Il marchese di Spigno (de Spin), colto ed appassionato botanico, stabilì un Orto a S. Sebastiano presso Torino nel 1809, e lo illustrò con cataloghi, pubblicazioni e figure delle nuove specie che coltivava.

(2) Questa conclusione sembra risulti anche dal fatto che il saggio autentico Decandolleano, conservato nell'Erbario Torinese, porta scritto di pugno di Balbis: D. D. Candolle (vale a dire *dedit* Decandolle).

l'*A. taurinensis* come specie da aggiungersi forse in una futura ristampa, raccolta alle *Tavernette* (località prossima a Torino). L'Istituto di Torino possiede questo saggio, ciò che si accorda colla corrispondenza di Balbis a De Candolle (1816-1820) prima ancora della pubblicazione nel *Prodromus* della specie Decandolleana.

Degli altri Autori piemontesi o torinesi che fanno menzione dell'*A. taurinensis*, Re (1825) non fa che riportare la frase di De Candolle e accenna alla località di Venaria Reale: nell'erbario suo però col nome di *A. taurinensis* non si trova che l'*A. officinalis*. ZUMAGLINI, l. c., dice l'*A. taurinensis* " non " rara in *fossis et locis humidiusculis etc. etiam in ruderatis et circa domos Agricolarum etc.* „. Egli riunisce l'*A. taurinensis* all'*A. officinalis* L. Ma non dà nessuna località speciale.

I saggi di botanici piemontesi, quali Bertero, Colla, Delponte, Cesati, ecc., presentano le caratteristiche dell'*A. taurinensis*.

L'*A. taurinensis* DC è descritta chiaramente da BERTOLONI, *Fl. It.*, l. c. VISIANI, *Fl. Dalmatica*, l. c., descrive senza dubbio l'*Althaea taurinensis* (A. micrantha *forma umbrosa*). Scrive infatti Visiani:

" Species inter precedentem (A. officinalis) et *A. narbo-* " *nensis* exacte media; ab illa quam refert tomento, differt *foliis* " *divisis*; ab hac quam refert foliis differt pedunculis *brevioribus*, " inflorescentia *compactiore* et praecipue tomento velutino et " carpellis *stellato-tomentosis* (A. micrantha!). In planta nostra " pedunculi variant folio aequales et breviores; et ubi gemi- " nati sint, horum alter apice foliatus et florifer (ita ut pro " ramulo potius haberi debeat) folium excedit ut accidit quoque " in *A. narbonensis* et *A. cannabina*. Icon Cl. Reichenbachii huc " citata inflorescentiam exhibet *A. cannabinae similem*.

" *A. multiflora* Rchb. Ic. Fl. Germ. et Helv., V, p. 19, fig. 48, 47*b*, " videtur alia forma *A. taurinensis* foliis *magis divisis*; inflore- " scentia *vero et carpella eadem ac nostra* „.

Da questa ultima frase risulta evidente che Visiani ha avuto sott'occhio esattamente l'*A. taurinensis* (A. micrantha).

L'osservazione di Visiani che la figura delle Icones di Reichenbach rappresenti piuttosto l'infiorescenza dell'*A. cannabina* che quella dell'*A. taurinensis* è giustissima — tantochè è

ancora dubbio per me se essa non rappresenti piuttosto la var. *Cesatiana* di Vercelli o la *Grinzanensis* di Casale o la *Rigoana*, come dirò or ora.

È degna di nota la descrizione di Dietrich, l. c., dell'*A. taurinensis*: " Foliis utrinque molliter *albo-tomentosis* 3 partitis pe-
" dunculis axillaribus multifloris, *strictis folio multo longioribus.*
" Rchb. Icon. 4848. In Italia.

" Petala pallide purpurea „.

Questa descrizione quadra perfettamente alla var. *Rigoana* dell'*A. taurinensis*, come pure la figura si confà abbastanza bene alla var. stessa. I peduncoli ascellari della figura dell'*A. taurinensis* sopra citata di Reichenbach sono al più *biflori*; De Candolle li dice *multiflori*; sono nella figura lunghi il *doppio e più* della foglia, mentre De Candolle li dice " *folio sublongioribus* „. La forma delle squame del calicetto è nella figura troppo *ovato-lanceolata*, mentre nell'*Althaea taurinensis* DC le dette squame sono *allungate-triangolari, strette.*

Cocconi, l. c., descrive al certo una delle varietà a foglie molto divise dell'*A. taurinensis*, forse la var. *Rigoana.* Peduncoli lunghi come le foglie, di cui sono ascellari foglie superiori *tre-cinque partite* con peli semplici.

In tutte le Altee da me esaminate ho trovato sempre peli *stellati* o *ramoso-stellati.*

Althaea micrantha Wiesb.

In una comunicazione fatta da Wiesbauer alla Società Botanica di Nagy Kapornak (Ungheria) 8 settembre 1877, al capitolo " *Correspondenz* „, egli annunzia aver raccolto in quella regione diverse piante, fra le quali enumera l'*Althaea taurinensis* DC. " oder *eine sehr verwandte* von *A. officinalis leicht unterscheidbar* „, la quale, scrive l'autore, " *ist fast häufiger als diese* „. Questa pianta venne pubblicata da Wiesbauer (l. c.) col nome di *A. taurinensis* DC.

Nel volume XXVIII (1878) dello stesso giornale ed allo stesso capitolo " *Correspondenz* „ scrive Wiesbauer che la pianta di cui sopra e da lui ritenuta a tutta prima per *Althaea taurinensis*, ora gli par differente e le assegna il nome di *Althaea micrantha*, aggiungendo di averla pubblicata con questo nome

erroneamente nelle piante per scambio come varietà dell'*Althaea officinalis*, mentre se varietà fosse avrebbe dovuto riunirla come tale piuttosto all'*A. taurinensis* od all'*A. scragujevacensis* Päneie (Fl. Principat. Serb. p. 200). L'Autore espone ancora alcune considerazioni e giudizii sulle affinità dell'*A. micrantha*. Trascrivo testualmente:

" Die *Althaea* aus dem Zalaer Komitate (Vergl. Oest. Bot. Zeitschr. 1877, Octoberheft) *steht wirklich* der *A. taurinensis* DC *viel näher* als der *A. officinalis* L. Sie mag. den Namen *A. micrantha* Wiesb. tragen unter dem sie durch Tauschvereine als Varietät der *A. officinalis* schon ziemlich verbreitet ist. Sollte sie uebrigens Varietät sein, so ist nicht der *A. officinalis* sondern der *A. taurinensis* DC. oder mit weniger Wahrscheinlichkeit der *A. kragujevacensis* Päneie (Flora Principatus Serbiae, p. 200) unterzuordnen. Zu einer genaueren Beschreibung wird noch reichliches Material envartet. Vorläufig möge genügen daraus hingewiesen zu halten, dass durch eine Kombination der *Blattheile* der *A. taurinensis* mit dem *Bluthenstande* der *A. multiflora* Rchb. Icones fl. Germ. T. V. (Iconographiae hab. 174) meine *micrantha* ausgezeichnet dargestellt wird. Noch Sinopsi's gütiger Mittheilung findet sich dieselbe Pflanze auch in Slavonien. Die *A. officinalis* Holz's wild im Rohitscht im Herbar der Zool. bot. Gesellsch. ist, gleichfalls meine *A. micrantha*; nur eine der drei Zweige (der links angeheftete) ist *A. officinalis* L.

J. Wiesbauer S. J. „.

Risulta da questo periodo che secondo l'Autore:

A. micrantha Wiesb. sarebbe uguale ad una combinazione *multiflora-taurinensis*; e inoltre che l'*A. multiflora* Rchb. sarebbe uguale ad un'altra combinazione *A. cannabina-taurinensis*.

Sostituendo nella prima combinazione il valore di *A. multiflora* Rchb. avremo:

A. micrantha = *A. cannabina (taurinensis)*, quindi l'*A. micrantha* morfologicamente (esclusa ogni idea di ibridazione) sarebbe una specie nella quale il fattore *A. taurinensis* DC. entra due volte.

Io non ho mai potuto separare l'*A. micrantha* Wiesb. dall'*A. taurinensis* DC., per quanto mi ci sia provato. D'altra parte Wiesbauer non dice per quali caratteri queste due piante

differiscano. Le sue due exsiccata, *A. taurinensis* ed *A. micrantha*, sono proprio la stessa cosa. Neanche il nome di *micrantha*, che farebbe pensare ad una differenza nei diametri corollini, non serve, perchè l'*A. taurinensis* DC. ha le stesse corolle.

Gli Autori germanici, ai quali pare sia ignota l'*A. taurinensis*, vanno oltre, e pongono l'*A. micrantha* come varietà sotto all'*A. officinalis* (vedi l. c., Hallier u. Wohlfahrt, etc.). Io non posso seguirli in questa loro opinione.

In tutte le varietà di *A. taurinensis* e nell'*A. micrantha* Wiesb. (colle sue forme *umbrosa* ed *aprica* Wiesb. (1)) è carattere saliente la *lobatura* più o meno profonda delle foglie, massime superiori, che sono quasi *partite*, e l'acutezza dei lobi, mentre, come già si disse altrove, in tutte le altre *Altee* le foglie sono intiere e tondeggianti. La ramificazione fiorale nell'*A. micrantha* forma *aprica* è piuttosto breve; più lunga nella forma *umbrosa*. Questi caratteri però sono molto variabili. Anche il rivestimento stellato dei frutti (dieresilis o sincarpio) nell'*A. micrantha* è tal quale quello dell'*A. taurinensis* dei saggi Decandolleani.

L'*Althaea micrantha* Wiesb. nella sua *forma umbrosa* esiste, secondo me, anche nell'erbario di Ginevra. Casimiro De Candolle scrivevami a questo proposito il 22 febbr. scorso: " Dans " la même chemise (dell'*A. taurinensis*) que l'éch. de 1809..... " De Candolle avait placé un autre échantillon dont l'étiquette " de la main de Balbis et sans date porte: = *Althaea officinalis* = sponte. Cet éch. de Balbis a des feuilles *mieux étalées*, " plus vertes et très légèrement moins pubescentes que l'autre. " Mais il est bien évident que De Candolle le considérait comme " étant de la même espèce que le sien de 1809 ".

Non rimane dubbio che qui si tratta dell'*Althaea micrantha* Wiesb. *forma umbrosa*; mentre l'altro del 1809 rappresenta la vera *A. taurinensis* DC. corrispondente alla *A. micrantha* forma *aprica* Wiesb. Non pare possibile un errore ed una confusione coll'*A. officinalis* da parte di colui che ne aveva separato l'*A. taurinensis*.

(1) Queste due forme possono a volontà ottenersi l'una dall'altra mettendole in opportune condizioni di terreno e di umidità. Questo fatto risulta anche dalle osservazioni dell'Autore delle *exsiccata* scritte sui cartellini.

Letteratura e critica delle varietà dell'*Althaea taurinensis* DC.

Var. ***glabrescens*** Gola et *A. Bertolae* Colla, l. c.

Questa varietà è senza discussione la più diffusa di tutte ed anche la più distinta, toltane forse la var. *Rigoana* n. La pianta che il Colla descrisse col nome di *A. Bertolae* è la stessa cosa della var. ***glabrescens***, ed il saggio unico che è conservato nella collezione di Torino ne fa fede. Tutt'al più si potrebbe considerarla come una forma a foglie meno profondamente divise. Ma è evidente che il Bertola ha messo in erbario una piccola porzione di ramo della pianta e per questa ragione non è possibile avere la *certezza assoluta* dell'identità colla var. *glabrescens*, per quanto io ne sia intimamente convinto.

Sono stato in dubbio se il nome di *A. Bertolae* dovesse avere la precedenza su quello di var. *glabrescens* Gola per designare la pianta corrispondente. Ho creduto di adottare quest'ultimo per le seguenti ragioni:

1° Il nome di *A. Bertolae* vien dato da Colla *con dubbio* e con un punto interrogativo. Dedicandola al Bertola egli dubita che si tratti di una vera specie: e dopo di averne accennate le affinità e le discrepanze coll'*A. officinalis* e coll'*A. narbonensis* egli conclude che questa supposta sua specie " *magis recedit a memoratis stirpibus quam ab* Althaea taurinensi DC. „ e finisce col dire (l. c.): " *Si speciem distinctam constituit, merito, sollecitissimo inventori dicandum,* dno. „.

2° La pianta descritta e figurata è, come già si disse, incompleta.

Stanno invece in favore della denominazione di *A. Bertolae* (per designare la var. *glabrescens* Gola) il saggio essiccato per quanto ridotto e la figura pubblicata nelle *Icones* (vedi l. c.).

Var. ***Cesatiana.*** — È forse una grande forma della var. *glabrescens* Gola, cresciuta grande ed esagerata in tutte le sue parti e con membra rigogliose e vigorose, perchè in vicinanza dell'acquedotto di Vercelli. Essa è caratterizzata sopratutto dagli *internodii allungati, distanti,* dalle foglie *grandi sottili lo-*

bate a lobi *acutissimi*, dai peduncoli *sottili, lunghi*, ecc. La fig. 174 del Rchb., *Ic.* si adatta abbastanza a questa varietà. Ma essa è talmente conforme alla var. *glabrescens* Gola, che sarebbe forse più esatto il considerarnela come una forma molto vistosa.

Var. ***Rigoana*** n. — Raccolta da Rigo, pubblicata e distribuita nelle " *Plantae Italicae Exsiccatae* ", è forse quella che, a mio avviso, si stacca dal gruppo delle forme di *A. taurinensis*, tanto che nasce dubbio se non trattisi di una vera entità specifica, quando non fosse una dipendenza o propaggine dell'*A. narbonensis* Pourr.

Per la forma delle squame, del calicetto, per la sottigliezza dei peduncoli, per la lobatura delle foglie essa la ricorda talmente che, se non fosse delle *dieresilis* guarnite all'apice di peli stellati (mancanti *sempre* nell'*A. narbonensis*) e dell'indu-

mento fitto e breve, si dovrebbe riunirvela. La zigrinatura e la forma dei singoli fruttini costituenti il Sincarpio sono pure quelli quell'*A. taurinensis* e non dell'*A. narbonensis*. Non sono dunque forse lontani dal vero gli Autori dell'Exsiccata sospettando un ibrido *A. narbonensis* × *taurinensis*. Ma anche qui il materiale è troppo scarso e nuove ricerche sono necessarie per acquistare la certezza di questa supposizione.

APPENDICE

Althaea multiflora Rchb.

Merita ancora una parola questa specie raffigurata da Reichenbach nella tavola 174 del vol. V delle *Icones Fl. Germ. et Helv.* al numero 4847 *b*. Ne vidi un saggio nell'Erbario di Firenze, proveniente da *Sarepta* e corrispondente alla nota citazione di Nymann al titolo *A. taurinensis* (l. c.). Questa specie è poco nota ai botanici e differisce da tutte le varietà dell'*A. taurinensis*, anche dalla tipica, per la *dieresilis* tutta fittamente pelosa come nell'*A. officinalis*.

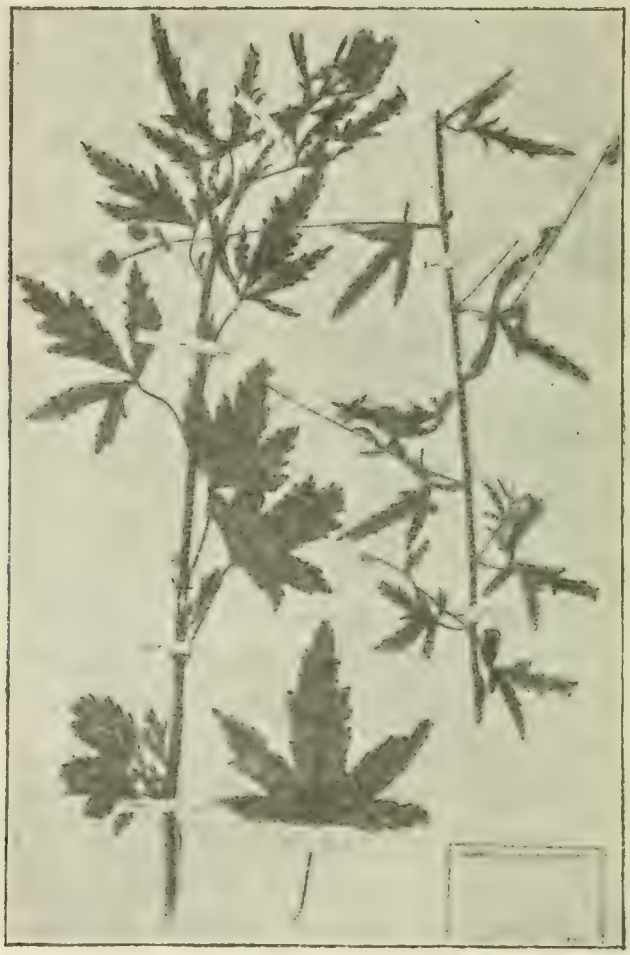
Per la frastagliatura delle foglie sta fra l'*A. cannabina* (a foglie coi lobi larghi) e l'*A. taurinensis* o la *narbonensis*. — Reichenbach, l. c., a p. 19, scrive di essa: " Hucusque intra " fines nondum inventa georgica planta Hohenhackeriana, in " hortis botanicis precedentis nomine (A. cannabina) sparsim " occurrens, huic et sequenti (A. taurinensis) quasi media „.

Nell'Erbario di Torino ho trovato un saggio di quest'*Althaea multiflora* proveniente dal Giardino di Brunswich colla nota = Th. Jänner leg. 1906.

Althaea cannabina L.

Foliis pilosis, caule ramisque farinoso-pilosis, pilis *stellatis minutis*, infimis rotundato cordatis obsolete-sublobatis, crenatis; inferioribus *quinquelobatis*, sequentibus *quinquepartitis*, supremis

tripartitis, laciniis stricte lanceolatis vel late oblongo-lanceolatis mediana *elongata*, omnibus serratis, dentibus obtusis vel acutiusculis — pedunculis *folio longioribus* adpresse pilosis, sub flore *geniculatis* bi-tri-floris (raro unifloris) — Calyculis laciniis triangulari-elongato-acuminatis — Corolla *magna* (16-20 mm. long. et ultra) — Dieresilis *glaberrima*, vel pilis paucissimis stel-



latis apice notata, parva, carpellis dorso *grosse rugulosis* — Planta *cirenascens*, scaberula undique pilis stellatis *breviradiatis* adspersa, n.

Forma *magnilobata*. Lobis foliorum infer. majoribus ovato-lanceolatis, pilis stellatis quidquam majoribus radiis pilorum *inaequalibus*.

A. cannabina L., sp. pl., p. 966 et Bertol., *Fl. It.*, VII, p. 249 (cum bibliographia homonyma) (1847) — Grenier et Godron, l. c., p. 294 (1848) — Caruel, *Prod. Fl. Tosc.* p. 105 (1860)

— Cesati Passer-Gib., l. c., p. 765 (1867) — Nyman, l. c., p. 127 (1878) — Willkomm et Lange, l. c., p. 585 (1880) — Arcangeli, l. c., p. 340 (1882) — Gibelli e Pirotta, *Fl. Moden.*, p. 37 (1882) — Cocconi, *Fl. Bologn.*, p. 127 (1883) — Camus, l. c., p. 51 (1888) — Rouy, *Fl. de la Fr.*, vol. IV, p. 49 (1897) Hallier u. Wohlfahrt, l. c., p. 419 (1892) — Burnat, *Fl. des Alp. marit.*, l. c., p. 12 (1896) — Penzig, *Fl. Lig. Syn.*, p. 54 (1897) — Battandier et Trabut, l. c., p. (1902) — A. Coste, *Fl. de la Fr.*, l. c., p. 240 (1901) — Fiori e Paoletti, l. c., p. 262 (1900-02) — Goiran, l. c., p. 156 (1900) — Bicknell, *Flora of Bordighera and S. Remo*, p. 45 ( ) — Gortani, *Fl. Friul.*, II, p. 305 (1905).

Località: Tra *Pino* e *Baldissero*, 25-7-44 (Delponte) (T) — *Oltrepo* presso *Casennove* (Gibelli) (T) — *Tabiano* presso Parma (Cesati) (T) — Siepi tra *Ogliano* e *S. Marzano* (Nizza Monferrato), 18-7-02 (Ferrari, Negri, Santi) (T) — Tra *Alba* e *Castiglion Falletto*, 28-8-12 (Ferrari, Vignolo) (T) — *Valle di S. Pietro*, presso Pecetto, luglio (Defilippi) (T) — Rive incolte presso *Cinzano* (Asti), 6-10-96 (Ferrari) (T) — Presso *Casale*, luglio 1862 (Rosellini) — *S. Damiano d'Asti* a S. Martino, 12-7-08 (Ferrari, Negri) — Presso *Visone* (Acqui), Berrino Vallino, 8-8-900 — *Casale*, 26-7-71 (Negri) — *Casale*, colli di S. Anna (Cesati) — *Tortona*, tra Torre dei *Calderari* e *Monbisaggio*, 20-5-04 (L. Micheletti) — *Alle Tavernette*, agosto (Delponte) — *Pino Torinese*, 7-7-79, Ungern Sternberg — *Verona*, 1890 (Micheletti) — *Modena*, Villa Cognento, 30-7-82 (Ferrari) — *Frazzanò* (Sicilia), luglio, Todaro, *Fl. Sic. Exsicc.*, n. 1556 — *Monesco*, Gennari? — Prope *Torre ad Benacum* (Venetia), 26-7-78, G. Rigo, *Exsicc. Pl. ex It. Septentr.* — In valle *Crosia* presso *Isolabona* e *Castel Vittorio* (fide Panizzi), Bicknell, *Fl. ungarica* — Ofen. Schwabenberg-Hohlingen, August 1872, l. Lud. Richter.

Figure. — (Autori già citati da Bertoloni, l. c.), Cusin et Ausberque, *Herbier de la Fl. Fr.*, vol. V, p. 809 (1869) — A. Coste, l. c. — Fiori e Paoletti, l. c., fig. 2537.

Exsiccata. — **Liguria**. — *Dolcedo*, negli oliveti (forma latilobata), ag. 1841 (Berti) (F) — *Genova*, fuori la porta degli Angioli, 1842 (Herb. Carrega) (F) — Fosso sassoso a secco in

oliveto di *Cervo*, luglio-agosto (Ricca) (F) — *Borgomaro*, sotto la tomba del Barone, settembre 1865 (Gentili) (F).

Piemonte. — Lungo la strada tra Cavoretto e Moncalieri, agosto 1892 (Ferrari) (F).

Lombardia. — Oltrepo presso Broni, maggio 1864 (vedova Rampoldi) (F) — Agro Mantovano; ab. Masi, 1868 (F).

Venezia. — *Verona*, fra S. Bernardo e la strada che conduce a porta Vescovo, 3-10-70 (Tanfani) (F).

Istria. — *Fiume*, luglio 1867 (dalla Smith) (F) — Reg. litor. Barcola, Miramare, 1869 (Tommasini) (F).

Emilia. — *Fornovo*, lungo la strada, 3-8-1838 (Erb. Parlatore) (F) — Presso *Ozzano* nel Parmense ag. 1838 (Erb. Parl.) (F) — Strada presso *Osimo*, 1855 (da Piccinini) (F) — *Paduli di S. Faustino*, presso Modena, 30-7-82 (Pirotta) (F).

Toscana. — *Firenze* alla Certosa, 2-11-56 (Caruel) (F) — Al Ponte di S. Felice, lungo l'Ema sotto la villa del Bosi in un fosso, luglio 1869 (Parlatore) (F) — Monte Pescali, 10-10-71 (Ajuti) (F) — Valle dell'Ema, 14-9-71 (Ajuti) (F) — Siepi del padule fra Signa e Poggio a Cajano, 6-9-62 (Scaffai) (F) — S. Margherita a Montici (margini dei campi), 20-9-73 (Gennari) (F) — S. Martino alla Palma, Firenze, leg. Enrico dei Fantassici di Siena, sett. 1870 (Herb. Groves) (F) — Lungo il Mugnone per andare alle Cascine, 28-8-97, E. Baroni (F).

Marche. — Presso Sinigallia, alle Saline, agosto 1876, R. Ricci (F).

Umbria. — Siepi vicino a Foligno, 23-8-66 (Parlatore) (F).

Abruzzo. — Pescara, 1866 (Kuntze) (F).

Basilicata. — Al Giaconiello (Melfi), 9-8-84 (A. Poli) (F) — Melfi nelle Siepi sui colli, giugno 1859, Terracciano (F).

Sicilia e Malta. — *Novara*, dicembre 1866 (Sequenza) (F) — *Sampiero di Patti*, luglio 1867 (Profeta) (F) — *Frazzanò*, Todaro, *Fl. Sic. Exsicc.* (forma magnilatibolata) (F).

Distribuzione geografica. — Hisp.-Gallia mer. occ. Ital. Sicil. Dalm. (Visiani non la enumera) Istr. Cròat. Austr. (p. d.). Hung. Trauss-Banat-Slavon-Serb-Monte-Thessal. — Ross. mer. (Nyman, *Consp. Fl. Europ.*, p. 127).

Exsiccata. — Exs. Rchb., 894 (Fiume), Bill., 1632 (Nyman, l. c.).

Althaea narbonensis Pourr.

" Foliis *tomentosulis* pilis stellatis longeradiatis, grandiusculis *radiis inequalibus* (duo longioribus), folio adpressis, limbo *minus profunde* (quam in praecedenti) *lobatis* — Calyculi laciniis *ovato-lanceolatis* — Caule non farinoso *sed pilis stellatis longiusculis* hirsuto „. Corolla minor (quam in A. cannabina) — *Dieresilis* praesertim superne distincte *ruguloso-cristulata*.

A. narbonensis Pourr. ap. Cav. Monad, *Dissert.*, II, p. 94, t. 29, fig. 2 et prael. n. 1116 ! — Gren. Godr., l. c., p. 295 — Willkomm et Lange, *Prod. Fl. Hisp.*, III, p. 585 — Cesati Passer. Gibelli, *Comp. Fl. It.*, p. 765 — Nyman, *Consp. Fl. Europ.*, p. 127 — Camus, *Catal.* — Rouy, *Fl. de Fr.*, IV, p. 49 — Burnat et Gr., *Fl. des Alp. marit.*, II, p. 12 — Goiran, *Flora Veron.*, II, p. 150 — Cocconi, *Fl. Bologn.*, p. 127 — Gola, in " Mem. Accad. Sc. „, vol. LX, p. 219 (1).

A. cannabina var. *narbonensis*. Bertol,, *Fl. It.*, l. c., p. 249 (cum bibliographia homonyma) — H. Coste, *Fl. de la France*, vol. I, p. 240 — Fiori e Paoletti, *Fl. anal. d'It.*, p. 262 — Gibelli e Pirotta, *Fl. del Moden. e del Regg.*, p. 37 (1882), p. 37.

Località: *Basilicata* (Gasparrini) (F) — *Macerata* a S. Croce 1841 (Marzialetti) (F) — *Tabiano* presso Parma, luglio 1865 (Cesati) (R) (F) — Colli di S. Anna, *Casale*, agosto 1853 (Cesati) (R) — *Modena* presso S. Faustino, luglio 1889, Soc. Helv. (Ferrari) (R) (T) — Nördlich von *Florenz* al Ghiaretto, 14 settembre, Ungern Sternberg — *Monte Oliveto* (Micheletti) (F) — *Casinalbo* presso *Modena*, 20-8-86. Fl. It. Exsicc. Fiori e Beguinot Pampanini, n. 599 (T) — *Mantova* presso Macacari Castellano, ecc., luglio 1875 (Gibelli) (T) — *Bologna*, Casaglia siepi (Cerroni) — *Casale*, Monferrato, agosto 1877 (Negri) — Colle di S. Anna (Negri) — *Volterra*, inter segetes, marzo 1868 (Amidei) (F) — Presso *Candelli* lungo la via fuori la porta S. Nicolò, 28-7-84 (G. Gemini) (F) — Alle *Macchie* (Umbria), 3-8-81 (Tanfani) (F).

(1) L'*A. narbonensis* determinata da Gola come pianta crescente in Piemonte tra Castiglion Falletto e Alba, leg. Vignolo, luglio 1908, appartiene all'*Althaea taurinensis* DC. var. *glabrescens* Gola.

Distribuzione geografica. — Hisp. — Gall. merid. — Ital. continent. — Dalm.

Figure. — *Iconographia Taurinensis*, vol. XXVIII, tab. 15 — CUSIN et ANSBERQUE, *Herb. Fl. Fr.*, vol. V, tab. 810 et BERTOLONI (cum citationibus).

Letteratura e critica sulle *Altee cannabina* L. e *narbonensis* Pourr.

A. cannabina L. Questa specie sparsa, qua e là in Italia, manca in Sardegna e forse in Corsica. È curioso che Visiani non l'iscriva fra le specie dalmate, mentre vi è ascritta da Nyman, e sia comune in Istria, Ungheria e Croazia, ed anche nella penisola Balcanica.

Generalmente si ritiene che l'*A. narbonensis* Pourr. di Francia sia una varietà dell'*A. cannabina*. Io *non posso, per ora*, col materiale scarso che posseggo, *esprimere un'opinione qualsiasi*: certo è però che molti saggi che io vidi negli Erbarii col nome di *A. narbonensis*, erano delle *A. cannabine* e quelle che realmente rappresentavano la pianta di Pourret mi parvero abbastanza differenti. Un carattere soprattutto trovai costante: quello della grandezza maggiore dei peli stellati nell'*A. narbonensis*, nei quali uno o due dei raggi del pelo stellato almeno, sono sempre più lunghi degli altri, e così tutti assieme applicati alla superficie della foglia dànno, ad un esame non attento, l'impressione di essere dei peli semplici e la foglia pare più tomentosa. Così COCCONI, l. c., credette poter distinguere l'*A. narbonensis* dalla *cannabina* per questo carattere, ma è un'illusione. Il Bertoloni stesso (l. c.) indirettamente allude a questo fatto colle parole: " Varietas β (*A. narbonensis*) distinguitur foliis " saepe, non semper, *tomentosulis* minus profunde sectis — sed " id contigit tanta diversitate ut habeantur individua quae nescias " an referas ad hanc varietatem aut ad typum speciei „. Bertoloni non tiene però conto di un altro carattere, che ci parve costante nell'*A. narbonensis*: quello ammesso dagli autori in generale della forma ovata delle lacinie del calicetto. La dentatura e la lobatura maggiore o minore delle foglie è, generalmente parlando, carattere poco sicuro nel distinguere *A. cannabina* da *A. narbonensis*.

Le serie di Dirichlet sommate col metodo di Borel generalizzato

Nota di GUSTAVO SANNIA (a Cagliari)

È noto che una *serie di Dirichlet*

$$(1) \qquad \frac{u_1}{1^z} + \frac{u_2}{2^z} + \frac{u_3}{3^z} + \dots + \frac{u_n}{n^z} + \dots,$$

se è convergente per un valore z_0 di z, lo è anche per ogni altro valore la cui parte reale $R(z)$ superi quella $R(z_0)$ di z_0; e che inoltre la convergenza è uniforme in ogni regione al finito di punti z siffatti.

Da ciò segue subito l'esistenza di un numero reale c (*ascissa di convergenza*), tale che la (1) è convergente se $R(z) > c$, non lo è se $R(z) < c$; sicchè la (1) è convergente in un *semipiano* γ, limitato a sinistra [1] dalla *retta di convergenza*, $R(z) = c$, nei cui punti la convergenza della (1) è dubbia.

Inoltre, nell'interno di γ la somma $u(z)$ della (1) è una funzione analitica regolare che ha per derivate successive le somme delle successive *serie derivate* di (1)

$$(1)_k \qquad (-1)^k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{u_n}{n^z} (\log n)^k \qquad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

le quali sono convergenti in γ.

---

[1] Supponendo che il semiasse reale positivo sia rivolto verso la destra dell'osservatore.

Negli ultimi anni questi ed altri classici risultati sono stati estesi in varî modi (da H. Bohr, M. Riesz, C. H. Hardy, P. Nalli, ecc.), cioè trattando le serie di Dirichlet con metodi di sommazione differenti (più potenti dell'ordinario), quali il *metodo di Cesàro*, il *metodo di Borel*, ecc.

Estensioni non meno ampie conseguiremo in questa Nota, trattandole col *metodo di Borel generalizzato* (1).

§ 1. — Definizioni e teorema fondamentale.

1. — Secondo la teoria generale (L, n° 1), per trattare la (1) col metodo di Borel generalizzato, dovremo considerare la *serie associata di ordine* r

$$u^{(r)}(\alpha, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_{n+r+1}}{(n+r+1)^z} \cdot \frac{\alpha^n}{n!} \quad (2) \tag{2}$$

e l'*integrale associato di ordine* r

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha \qquad (\alpha \geq 0) \tag{3}$$

ove r è un numero intero qualunque. Quando è negativo compaiono nella serie di potenze (2) dei termini (fittizî) ove u_{n+r+1} ha l'indice negativo: sono nulli *per convenzione*.

Ciò posto: se per un valore fissato (reale o complesso) di z, esiste un intero r, tale che la (2) risulti una trascendente intera rispetto ad α e che l'integrale (3) sia convergente, si dirà

---

(1) Che ho esposto in una Memoria e poi, in succinto, in una Nota inserita negli "Atti della R. Accademia dei Lincei" (vol. XXVI, serie 5ª, 1° sem., fasc. 11°) e che in seguito indicherò con una L.

Invocherò anche spesso la recente Nota (che indicherò con una S): *Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato* (Questi *Atti*, vol. LIV, pag. 171).

(2) Nell'esporre in L la teoria generale abbiamo ragionato sulla serie del tipo $u_0 + u_1 + u_2 + \ldots$, ove l'indice del primo termine è *zero*, mentre che nella (1) il primo indice è *uno*. Di ciò va tenuto conto nel formare la serie associata di ordine r.

che la (1) è *sommabile* (B, r) (*cioè col metodo di Borel di ordine* r) nel punto z, e che ha per *somma*

$$u(z) = U_{r-1}(z) + \int_0^\infty e^{-\alpha} u^{(r)}(\alpha, z)\, d\alpha, \tag{4}$$

ove

$$U_{r-1}(z) = 0 \text{ se } r \leq 0, \quad U_{r-1}(z) = \frac{u_1}{1^z} + \frac{u_2}{2^z} + \ldots + \frac{u_r}{r^z} \text{ se } r > 0. \tag{5}$$

Si dirà poi (S, n° 2) che la (1) è sommabile (B, r) *uniformemente* in una regione al finito A del piano complesso quando la serie (2) (considerata come serie di funzioni delle *due* variabili z e α) è convergente uniformemente per

$$z \text{ in } A \qquad \text{e} \qquad \alpha \text{ nell'intervallo } (0, m) \tag{6}$$

qualunque sia $m > 0$, ed inoltre l'integrale (4) è convergente uniformemente in A.

2. — Risulta dalla teoria generale (L, n° 2) che: *se per un valore di* z *una serie di Dirichlet* (1) *è sommabile con uno degli infiniti metodi della successione*

$$\ldots, (B, -2), \quad (B, -1), \quad (B, 0), \quad (B, 1), \quad (B, 2), \ldots \tag{7}$$

ed ha per somma u (z), *lo è pure con tutti i precedenti* [1] *e con ugual somma.*

Ciò assicura che la definizione della funzione $u(z)$ non dipende dal parametro r e rende lecite le seguenti definizioni:

In un punto z la (1) è *sommabile Bg* (ossia *col metodo di Borel generalizzato*) quando è sommabile con qualcuno dei metodi (7) (e quindi coi precedenti) ed è *sommabile Bt* (cioè *totalmente sommabile*) quando è sommabile con tutti i metodi (7).

3. Teorema. — *Se una serie di Dirichlet* (1) *è sommabile* (B, r) *in un punto* z_0, *lo è pure in tutti i punti* z *del semipiano*

$$R(z) > R(z_0); \tag{8}$$

---

[1] E non col seguente in generale.

inoltre la sommabilità è uniforme in ogni regione al finito A *interna al semipiano.*

Evidentemente basta dimostrare solo la seconda parte [1], poichè ogni punto z del semipiano può immaginarsi contenuto nell'area A (che è arbitraria).

A tale scopo, consideriamo la serie di potenze di una variabile *reale* x

$$f(x) = \frac{u_1}{1^{z_0}} + \frac{u_2}{2^{z_0}} x + \ldots + \frac{u_n}{n^{z_0}} x^{n-1} + \ldots \tag{9}$$

Per $x = 1$ questa serie si riduce alla (1) ove si ponga $z = z_0$, quindi, giusta l'ipotesi, è sommabile (B, r) per $x = 1$; dunque, per un teorema generale sulle serie di potenze (S, n° 7), è pure sommabile (B, r) ed uniformemente nell'intervallo $0 \leq x \leq 1$, dove avrà per somma una funzione $f(x)$ di x [2].

Poi, fissato un punto z nella regione A prestabilita, consideriamo la funzione

$$g(z, x) = \left(\log \frac{1}{x}\right)^{z - z_0 - 1} = y^{z - z_0 - 1} \qquad (x = e^{-y})$$

per i valori x dell'intervallo $(0, 1)$, escluso $x = 0$, ossia per i valori y dell'intervallo $(1, +\infty)$, ed osserviamo che il suo modulo

$$|g(z, x)| = \left(\log \frac{1}{x}\right)^{R(z - z_0) - 1} = y^{R(z - z_0) - 1}$$

è funzione continua di x nell'intervallo $(0, 1)$, tranne nell'estremo $x = 0$ che è un suo punto di infinito.

---

[1] Per il caso particolare $r = 0$, ossia quando si considera il metodo di sommazione originario di Borel, che è appunto il nostro $(B, 0)$, la prima parte del teorema è stata dimostrata da C. H. Hardy nella Nota: *The application to Dirichlet's series of Borel's exponential method of sommation* (" Proceedings of the London Math. Soc. ", serie 2ª, vol. 8°, 1910, pag. 277).

[2] Espressa dall'integrale

$$\int_0^\infty e^{-\alpha} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_{n+r+1}}{(n + r + 1)^{z_0}} x^{n+r} \frac{\alpha^n}{n!} \right) d\alpha$$

aumentato (se $r > 0$) della somma dei primi r termini della serie (9).

Infine l'integrale euleriano di seconda specie

$$J(z) = \int_0^1 |g(z, x)|\, dx = \int_0^\infty e^{-y}\, y^{R(z-z_0)-1}\, dy$$

è convergente in ogni punto z del semipiano (8), e quindi dell'area A, ed è una funzione di z che è limitata (e positiva) in A.

Tutto ciò permette di dedurre [1] dall'uguaglianza (9) la seguente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n^{z_0}} \int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{z-z_0-1} x^{n-1}\, dx = \int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{z-z_0-1} f(x)\, dx\,,$$

per ogni z di A, e di asserire che il primo membro è una serie di funzioni di z che è sommabile (B, r) uniformemente in A.

Ora questa serie non è che la (1), a prescindere dal fattore $\Gamma(z - z_0)$ comune a tutti i suoi termini, perchè, com'è noto,

$$\int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{z-z_0-1} x^{n-1}\, dx = \int_0^\infty e^{-ny}\, z^{z-z_0-1}\, dy = \frac{\Gamma(z - z_0)}{n^{z-z_0}}\,.$$

Così il teorema è dimostrato.

---

[1] In virtù del seguente teorema, dimostrato al n° 6 della nota S:

Sia g(z, x) *una funzione della variabile reale* x *in un intervallo* (a, b) *e della variabile complessa* z *in una regione al finito* A, *tale che, in ogni punto* z *di* A, |g(z, x)| *sia funzione continua rispetto ad* x *in* (a, b), *tranne al più nell'estremo* x = a *che può essere un suo punto di infinito; e tale inoltre che l'integrale*

$$J(z) = \int_a^b |g(z, x)|\, dx$$

sia convergente e limitato in A. *Allora, se*

$$\sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) = f(x)$$

è una serie di funzioni continue di x *in* (a, b) *che ivi sia sommabile* (B, r) *uniformemente con somma* f(x), *si ha*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b g(z, x)\, f_n(x)\, dx = \int_a^b g(z, x)\, f(x)\, dx$$

e la serie al primo membro è sommabile (B, r) *uniformemente in* A.

Coroll. — Segue da ciò che: *la somma* u(z) *di* (1) *nel semipiano* (8) *si può dedurre da quella* f(x) *della serie di potenze* (9) *nell'intervallo* (0, 1) *mediante la formola*

$$u(z) = \frac{1}{\Gamma(z - z_0)} \int_0^1 \left(\log \frac{1}{x}\right)^{z - z_0 - 1} f(x)\, dx \text{ (1)}.$$

§ 2. — Semipiani di sommabilità.

6. — Dal teorema precedente (1ª parte) si deduce subito che esiste un numero reale s_r, *ascissa di sommabilità* (B, r) della (1), tale che la (1) è sommabile (B, r) nei punti z dove $R(z) > s_r$ e non lo è nei punti dove $R(z) < s_r$.

I primi formano il *semipiano* σ_r *di sommabilità* (B, r) della (1), in ogni regione al finito A del quale la sommabilità è *uniforme*.

Tutto ciò naturalmente quando non accada che la (1) sia sommabile (B, r) in tutti i punti o in nessun punto del piano. Però questi casi limiti possono inglobarsi nel caso generale, convenendo di dire che è $s_r = -\infty$ nel primo caso e $s_r = +\infty$ nel secondo.

7. — Variando r da $-\infty$ a $+\infty$, ossia applicando alla (1) tutti i metodi di sommazione (7), si ha per ogni serie di Dirichlet *una successione di ascisse di sommabilità*

$$\ldots,\ s_{-2},\ s_{-1},\ s_0,\ s_1,\ s_2,\ \ldots \tag{10}$$

e, corrispondentemente, *una successione di semipiani di sommabilità*

$$\ldots,\ \sigma_{-2},\ \sigma_{-1},\ \sigma_0,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ \ldots \tag{11}$$

Dal teorema del n° 2 risulta che: *la successione* (10) *è crescente quando varia* (da sinistra a destra)

$$\ldots,\ \leq s_{-2} \leq s_{-1} \leq s_0 \leq s_1 \leq s_2 \leq \ldots,$$

(1) Ciò è estensione di un noto risultato di E. Cahen ("Annales de l'École Normale", t. II, 1894, pag. 75), relativo al caso in cui si considera la sommabilità ordinaria (convergenza) della (1).

e quindi che *i semipiani* (11) *son tali che ciascuno contiene il seguente* (senza escludere la coincidenza).

Ne segue che la successione (10) ammette un limite s per $r = -\infty$ (*ascissa di sommabilità* Bg) e un limite t per $r = +\infty$ (*ascissa di sommabilità* Bt), il primo minore o uguale ed il secondo maggiore o uguale a ciascun termine della successione.

Del pari, i semipiani (11) ammettono un semipiano limite σ per $r = -\infty$ (*semipiano di sommabilità* Bg), che li contiene tutti, ed un semipiano limite per $r = +\infty$ (*semipiano di sommabilità* Bt), che è in tutti contenuto.

Nei punti del primo, cioè tali che $R(z) > s$, la (1) è sommabile Bg; nei punti del secondo, cioè tali che $R(z) > t$, la (1) è sommabile Bt (n° 2).

L'ordinario semipiano di convergenza γ *è contenuto nel semipiano* τ, cioè nel più piccolo (per così dire) dei semipiani di sommabilità, perchè (L, n° 2) ogni serie convergente con somma u è pure sommabile con tutti i metodi (7) e con ugual somma.

8. — I semipiani di sommabilità σ, σ_r (r intero) e τ sono limitati a sinistra dalle *rette di sommabilità*

$$R(z) = s, \qquad R(z) = s_r, \qquad R(z) = t,$$

parallele all'asse immaginario.

Nei punti della retta che limita σ *è dubbio che la serie* (1) *sia sommabile* Bg.

Nei punti della retta che limita σ_r *è dubbio che la* (1) *sia sommabile* (B, r), *ma è certamente sommabile* (B, r — 1) *se* σ_{r-1} *non coincide con* σ_r; perchè allora σ_{r-1} contiene (in senso stretto) σ_r e la retta che lo limita.

Nei punti della retta che limita τ *la* (1) *è sommabile* Bt *in generale, ossia se* τ *non coincide con qualche* σ_r (e quindi con $\sigma_{r+1}, \ldots$); perchè allora la retta è interna (in senso stretto) a tutti i semipiani σ_r.

La distanza tra due successive rette di sommabilità limitanti i semipiani σ_r (11) *non supera uno, cioè è sempre* $s_{r+1} - s_r \leq 1$.

Ciò segue subito dal teorema:

Se una serie di Dirichlet è sommabile (B, r) *in un punto* $z = z_0$, *è sommabile* (B, r + 1) *nel punto* $z = z_0 + 1$.

Infatti abbiamo visto (dimostrando il teorema del n° 3) che, se (1) è sommabile (B, r) per $z = z_0$, la serie di potenze (9) è sommabile (B, r) per $0 \leq x \leq 1$. Integrandola termine a termine fra i limiti 0 e x, si ha una serie

$$\frac{u_1}{1^{z_0+1}} x + \frac{u_2}{2^{z_0+1}} x^2 + \frac{u_3}{3^{z_0+1}} x^3 + \ldots$$

che sarà sommabile $(B, r+1)$ per $0 \leq x \leq 1$ [1]. Ora questa serie per $x = 1$ si riduce alla (1) calcolata nel punto $z = z_0 + 1$ [2].

§ 3. — Proprietà di $u(z)$ e serie derivate della (1).

9. — Dalle relazioni mutue tra i semipiani di sommabilità, trovate al n° 7, segue che ogni regione al finito A interna al semipiano σ è anche interna ad almeno uno σ_r dei semipiani (11) (ed a tutti i precedenti); ed allora (n° 6) la (1) sarà sommabile (B, r) uniformemente in A. Ora, poichè i suoi termini sono funzioni analitiche regolari, possiamo affermare [3] che: la sua somma $u(z)$, definita dalla (4), è anch'essa una funzione analitica regolare nei punti z di A, nei quali avrà per derivate successive $u^{(k)}(z)$ le somme delle corrispondenti serie derivate $(1)_k$ di (1), serie che saranno del pari sommabili (B, r) in A.

---

[1] Infatti in ogni punto x in cui una serie di potenze $a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \ldots$ è sommabile (B, r) la serie (integrale) $a_0 + a_1 x + \frac{a_2}{2} x^2 + \frac{a_3}{3} x^3 + \ldots$, ove a_0 è una costante arbitraria, è sommabile $(B, r+2)$. Ciò segue da un teorema dimostrato in un precedente lavoro: *Le serie di potenze di una variabile sommate col metodo di Borel generalizzato*, Nota I, n° 19 (Questi *Atti*, vol. LIII, pag. 192). Sopprimendo poi il termine a_0, si ha una serie che sarà sommabile $(B, r+1)$. (S, n° 3, coroll. 2°, nel cui enunciato vanno scambiati $r - n$ e $r + n$).

[2] I risultati di questo § hanno grande analogia con quelli ottenuti da H. Bohr trattando la serie di Dirichlet col metodo di Cesàro (" Comptes Rendus ", t. 148, 1909, pag. 75, e " Nachr. Gesellschaft Göttingen ", 1909, pag. 247).

[3] Per un teorema dimostrato in S (n° 5) e che è estensione di un noto teorema di Weierstrass sulle serie uniformemente convergenti di funzioni analitiche regolari.

Essendo A arbitraria in σ, ne deduciamo che ciò vale in tutti i punti interni a σ (ed al finito), e che inoltre il semipiano $\sigma_r^{(k)}$ di sommabilità (B, r) della $(1)_k$ contiene σ_r.

Viceversa: σ_r contiene $\sigma_r^{(k)}$ (e perciò σ_r e $\sigma_r^{(k)}$ coincidono).

Basta dimostrarlo ragionando sulla prima serie derivata

$$(1)_1 \qquad -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n^z} \log n.$$

Sia infatti z_0 un punto fisso interno a σ_r (e quindi anche a σ'_r) e z un punto qualunque interno a σ'_r. Sul segmento $z_0 z$ (che è interno a σ'_r) la $(1)_1$ è sommabile (B, r) uniformemente; ma i suoi termini sono funzioni continue, dunque (S, n^i 3 e 5) sarà pure sommabile (B, r) la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{u_n}{n^z} - \frac{u_n}{n^{z_0}} \right)$$

che si ottiene integrandola termine a termine lungo il segmento. Ma anche la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n^{z_0}},$$

ossia la (1) per $z = z_0$, è sommabile (B, r): dunque (L, n° 3, III) tale sarà pure la (1) nel punto z considerato, perchè nasce sommando le ultime due serie termine a termine.

Infine, poichè σ_r e $\sigma_r^{(k)}$ coincidono, coincideranno pure i rispettivi semipiani limiti σ e $\sigma^{(k)}$, τ e $\tau^{(k)}$ per $r = -\infty$ ed $r \equiv -\infty$.

Concludendo: *una serie di Dirichlet* (1) *e tutte le serie sue derivate* $(1)_k$ *ammettono i medesimi semipiani di sommabilità* σ, σ_r (r *intero*) *e* τ. *Nell'interno di* σ *la serie ha per somma* u (z) *una funzione analitica regolare che ha per derivate* $u^{(k)}(z)$ *le somme delle serie derivate.*

Cagliari, 29 dicembre 1918.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Gennaio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Brondi e Schiaparelli.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 5 corr.

Per invito del Presidente l'Accademico Segretario Stampini riferisce brevemente intorno alle accoglienze fatte al nostro illustre Socio straniero Woodrow Wilson nell'aula magna della R. Università ed al saluto a lui rivolto in lingua latina, a nome dell'Accademia, da esso Segretario. Aggiunge che il breve discorso è già stato stampato negli *Atti*.

Il Socio De Sanctis chiede — e la Classe di buon grado consente — che siano inserite nell'atto verbale della presente adunanza alcune sue osservazioni a rincalzo di quanto fu dalla Classe deliberato, nell'adunanza del 5 febbraio corr., relativamente alla proposta della Società Piemontese di Archeologia e Belle Arti concernente la ricostruzione dell'*Ara Pacis Augustae,*

aggiungendo anche il voto che l'atto verbale sia pubblicato, come già un tempo si faceva, nel *Bollettino ufficiale della Istruzione Pubblica*. Il testo delle osservazioni del Socio De Sanctis è del tenore seguente:

" Se avessi assistito all'ultima adunanza della Classe avrei " manifestato il mio consenso al fervido patriottismo e alla re- " verenza verso le antichità patrie da cui è ispirata la proposta " della Società piemontese di antichità e belle arti perchè sia " ricostruita sul Campidoglio l'Ara Pacis Augustae a celebrare " la vittoria e la nuova missione dell'Italia redenta; ma avrei " espresso ad un tempo il mio dissenso di archeologo e di cit- " tadino dalla proposta stessa.

" Come archeologo mi dichiaro recisamente avverso alle " ricostruzioni che mescolano il nuovo e l'antico. Avverso so- " prattutto quando, come nel caso dell'Ara Pacis, si discute tut- " tora tra gli uomini di scienza sul modo di disporre e d'inte- " grare idealmente parecchi dei resti a noi pervenuti e persino " sulla pertinenza o no all'Ara di alcuni bellissimi frammenti " dell'età augustea. Tali controversie potranno trovare fino ad " un certo segno la soluzione quando lo scavo iniziato sotto il " palazzo Fiano ove l'Ara Pacis sorgeva, troncato improvvisa- " mente circa quindici anni sono, venga, come è dovere, con- " dotto a termine; onde non rimangano monchi, come lamentava " il Pasqui, i dati importantissimi che esso ci fornì intorno alle " dimensioni del monumento e alla disposizione delle sue parti.

" Nè potrei convenire nella proposta collocazione del mo- " numento ricostruito. Poichè, quando si abbatta il palazzo Caf- " farelli, o sull'area capitolina non dovrà costruirsi nulla, rispet- " tando i resti del tempio di Giove, di che si potrà giudicare " quando tali resti sieno rimessi pienamente alla luce; o se vi " si costruirà qualcosa, dovrà essere tale edifizio che per im- " ponenza faccia riscontro al monumento eretto sull'altro lato " del Campidoglio ove era l'antica Arce. L'Ara Pacis è certa-

" mente un gioiello di architettura e di scoltura, ma appunto
" perciò essa deve collocarsi dove i suoi pregi non vengano
" oscurati dalla grandiosità dei monumenti vicini.

" Per fare queste sole osservazioni peraltro non avrei preso
" la parola: perchè a tali o simili concetti si è ispirato il voto
" della nostra Classe intorno alla proposta della Società Pie-
" montese. Ma v'è per me più grave ragione di dissenso.
" Quale è, o Signori, il significato dell'Ara Pacis Augustae?
" Quell'ara celebrava, come avevano fatto nei loro versi Orazio e
" Vergilio, la pace ridata da Augusto al mondo civile. Una pace
" di cui lo storico deve certo riconoscere la gloriosa grandezza
" e i benefici. Ma senza dimenticare che essa fu pace imperiale
" per l'un lato: perchè consacrò l'asservimento di tutti i popoli
" civili al dominio di Roma; pace di rinunzia per l'altro: poichè
" s'era compiuto con essa il terribile dramma dell'imperialismo
" romano. Cioè i Romani avevano pagata la soppressione delle
" libertà altrui con la perdita della libertà propria: chè ap-
" punto allora era perita a Filippi la libertà latina, per non
" risorgere, sotto altra forma, se non dopo mille anni. Signori,
" la pace nuova non può e non deve essere pace imperiale,
" cioè compromesso tra ingordigie imperialistiche; non può e
" non deve essere, per nessuno, rinunzia al vivere libero. Non
" mai anzi come al fine di questa guerra si è sentito nel mondo
" civile più vivo e fremente il desiderio e il proposito di libertà.
" In tale proposito fermissimo che è nell'anima di tutti i popoli
" sta l'affidamento che, nonostante i disastri immani della
" guerra, questa pace segnerà il principio d'una nuova èra di
" progresso, non come la pace di Augusto, in mezzo a una
" gloriosa fioritura d'arte e di lettere, il principio d'un'èra di
" decadenza.

" Perciò sta bene che la nuova pace possa dare occasione
" a ricordare la maggiore pace antica, a compiere le indagini
" intorno al suo monumento, a raccoglierne le *membra disiecta*;

" ma essa, pace di giustizia e di libertà, deve essere celebrata
" originalmente con nuovi spiriti e con nuove forme d'arte.
" E all'altare della patria che la nuova Italia ha eretto sul
" Campidoglio celebrando il suo riscatto, deve fare ora riscontro
" in Roma, rappresentando l'universalismo romano rinnovato
" con contenuto nuovo, l'altare delle nazioni libere ".

A sua volta il Socio Cian chiede che sia inserita nell'atto verbale la seguente sua osservazione:

" Poichè con la parola *imperialismo* si suol designare oggi
" comunemente l'aspirazione alla integrale rivendicazione dei
" diritti nazionali, il prof. Cian afferma che si associa alle di-
" chiarazioni del Collega De Sanctis, a condizione che esse non
" implichino la menoma rinunzia a quei diritti, il cui ricono-
" scimento non solo può ma deve conciliarsi con l'ossequio e
" con l'applicazione dei principî di giustizia internazionale,
" di cui è glorioso banditore il nostro Socio Presidente Wilson ".

Queste parole del Socio Cian inducono il Socio De Sanctis a chiarire il concetto di " imperialismo " osservando " non po-
" tervi essere alcun dubbio che nelle sue dichiarazioni la parola
" imperialismo ha e deve avere il significato suo proprio, cioè
" di menomazione di diritti altrui, non già di affermazione di
" diritti proprî ".

Il Socio Valmaggi chiede di parlare e svolge una sua proposta che concerne la stampa delle *Note* negli *Atti*. La proposta sarà trasmessa al competente Consiglio d'amministrazione dell'Accademia, che ne riferirà alle Classi unite.

L'Accademico Segretario presenta, a nome dell'autore Elia Lattes, nostro Socio corrispondente, oltre novanta lavori suoi pubblicati in varii tempi. Di queste pubblicazioni dà una notizia sommaria il Socio De Sanctis, rilevandone l'importanza, l'ampia dottrina, non che i risultati a cui giunse l'illustre etruscologo nelle lunghe interessanti sue ricerche. La Classe ringrazia il Socio corrispondente Lattes per il dono graditissimo.

Il Socio Einaudi presenta una recente pubblicazione del Socio corrispondente Pasquale Jannacone, intitolata *Relazioni fra commercio internazionale, cambio estero e circolazione monetaria in Italia nel quarantennio 1871-1913,* e stampata nel fascicolo doppio 11-12 (novembre-dicembre) dell'anno testè decorso, di *La Riforma Sociale.* Ne espone brevemente il contenuto ed i risultati, notando i pregi veramente insigni di questo magistrale lavoro. La Classe ringrazia e si congratula col Socio corrispondente Jannacone.

L'Accademico Segretario riassume il contenuto di una breve *Memoria* del Professore Antonio Sogliano, Socio ordinario dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti di Napoli, intitolata *La coltura nazionale e le Accademie,* e inviata in omaggio alla nostra Accademia. La Classe ringrazia il Prof. Sogliano.

Per la pubblicazione negli *Atti* il Socio De Sanctis presenta una sua *Nota* dal titolo *Ancora la iscrizione di Volubilis,* che è la quarta delle sue *Note di epigrafia romana* stampate negli *Atti,* ed una *Nota* del Socio corrispondente Elia Lattes *Novissime obiezioni alle parentele italiche dell'etrusco*; il Socio Prato presenta una prima *Nota* del Dott. Angelo Segrè dal titolo *Misure egiziane nell'epoca Tolemaica, Romana e Bizantina*; dal Socio Stampini è presentata una breve *Nota* del Socio nazionale non residente Sabbadini *Sul Codice* MM *V 28 dell'Accademia*; e finalmente dal Socio Valmaggi è presentata una seconda *Nota* del Prof. Giovanni Campus *Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici.*

LETTURE

Note di epigrafia romana

del Socio nazionale residente GAETANO DE SANCTIS

IV.

Ancora la iscrizione di Volubilis.

Alle mie osservazioni sulla epigrafe di Volubilis edite in questi " Atti „ vol. LIII (1917-8) p. 453 segg., ha replicato il sig. Edoardo Cuq in una comunicazione letta il 28 giugno 1918 all'Accademia delle Iscrizioni e Belle lettere (" Comptes rendus „, p. 227 segg.). Alla quale non risponderei, ritenendo che detto da ciascuna parte il pro e il contra, si debbano poi lasciare giudici gli altri, se non m'accorgessi che, certo per colpa della mia concisione, il Cuq non ha visto bene il punto di partenza delle mie osservazioni e non bene ha inteso sempre il significato di esse. Riparo, dunque, quella mia colpa.

Il punto di partenza delle mie osservazioni, che mi rimprovero di non aver messo sufficientemente in luce nell'altra Nota, ritenendolo evidente di per sè, è questo: che nella iscrizione alla lin. 14 è detto *incolas* e non *incolis*, come s'è voluto sostituirvi con correzione espressa o sottintesa; e poichè la lettura *incolas* dà un senso grammaticalmente corretto, da essa dobbiamo muovere nella interpretazione del testo. La congettura è, ormai tutti ne convengono, non già il primo reagente da usare coi testi, sì un'*ultima ratio*, cui non s'ha da ricorrere se non nei casi estremi.

Ma, dice il sig. Cuq, la lettura *incolas bona civium... suis impetravit* " a de quoi surprendre „. Ne ha certamente; anzi non si capisce affatto se *incolas* e *bona civium*, senza virgola intermedia, si pongano in relazione tra loro. Ma questa è precisamente la interpretazione che io ho combattuta (p. 454), ritenendo

per l'appunto che tale relazione non vi sia. Io separo *incolas* da *bona civium* e costruisco *ab divo Claudio... incolas... suis impetravit.* E certo il sig. Cuq non ha voluto attribuirmi un costrutto non mio. Ma stralciando quelle parole dal testo della epigrafe e non mettendo la virgola dove, nella mia interpretazione, deve assolutamente mettersi, fa, contro sua voglia, nascere equivoco nella mente del lettore. Ed equivoci è bene che non vi sieno.

Costruendo come io faccio, conviene che *incolae* s'intendano *incolae contributi* cioè vicine popolazioni o distretti attribuiti dall'autorità imperiale al Comune di Volubilis e posti sotto la sua giurisdizione. Ma che la parola *incolae* abbia qui tale significato è, dice il Cuq, una " assertion sans preuves „. La prova sta per l'appunto in questo: che le si può dare altro significato solo correggendo senza necessità ed arbitrariamente il testo.

" Les *contributi* „, continua il Cuq, " sont tout autre chose que des *incolae* „. Forse qui la parola ha tradito il suo pensiero. In una delle pochissime iscrizioni in cui sono menzionati i *contributi*, la *lex coloniae Gentivae*, essi son detti per l'appunto *incolae* (c. CIII): *colonos incolasque contributos.* Alcuni volevano, è vero, correggere *incolasque contributosque*, e secondo il Cuq è correzione " très probable „. Intanto, probabile o no, non so davvero come sulla base d'una congettura introdotta in uno dei due o tre documenti che abbiamo sulla controversia, possa dirsi che " les *contributi* sont tout autre chose que des *incolae* „. Ma poi probabile poteva parere — e non parve a tutti — finchè quella iscrizione era isolata. Ora che la relazione tra *incolae* e *contributi* appare anche dalla nostra epigrafe, quella correzione può considerarsi tranquillamente non solo come improbabile, ma come errata. E si tratta in breve di questo: di interpretare i testi riguardanti questioni controverse quali sono, ovvero risolvere prima la controversia e poi manipolare i testi per adattarli alla soluzione.

Ma, continua il Cuq, se Claudio avesse voluto per Volubilis alludere ai *contributi*, non avrebbe mancato " d'indiquer nominativement les tribus rattachées par lui à la cité de Volubilis „. È vero; ma qui non abbiamo il rescritto di Claudio; abbiamo una brevissima iscrizione onoraria per uno che è stato ambasciatore a Claudio, ottenendo da lui quella ed altre con-

cessioni. Se per lodarlo tali concessioni si fossero dovute riprodurre alla lettera con tutti i loro particolari, l'iscrizione di poche righe si sarebbe mutata in un testo chilometrico. E non dubito che se, invece di Fabia Bira, l'avessimo fatta incidere il sig. Cuq od io, saremmo stati più diffusi, per amore di precisione. Che farci se Fabia Bira era, più di noi eruditi, economa di parole e di denaro?

" Ajouterai-je „, dice il dotto giurista, " que si l'on admet " que le municipe romain n'est pas antérieur à la décision de " Claude, on se heurte à une autre objection? Claude aurait " subordonné des tribus à un organisme encore inexistant „. È osservazione acuta senza dubbio: ma forse troppo acuta. Perchè l'organismo esiste dal momento in cui l'imperatore lo crea e da quel momento può acquistare dei *contributi* precisamente come può acquistare dei cittadini. Siffatta obiezione varrebbe per vero anche contro il riconoscimento di un gruppo di persone come cittadini di un Comune romano creato a nuovo; perchè come aggregare certuni a un Comune che ancora non esiste? E viceversa, si potrebbe opporre, come creare un Comune se non vi si aggregano certuni come cittadini?

Senonchè, se Claudio diede ai Volubilitani la cittadinanza, come io ritengo, " la concession du *conubium* avec les femmes " pérégrines n'aurait pas de raison d'être pour les femmes habitant " Volubilis au moment où la décision impériale est intervenue; " mariées ou non, elles auraient acquis comme les hommes le " droit de cité et avec lui le *conubium*. Il n'en est pas ici comme " pour la concession de la cité aux vétérans, d'après les di- " plômes militaires etc. „. Non credo che le cose sieno tanto chiare come sembra al Cuq. Ma sieno pure così. Alla stessa obiezione si va incontro interpretando — cioè correggendo — il testo della iscrizione in modo che la cittadinanza e il *conubium* s'intendano concessi agli *incolae*, non ai Volubilitani. Perchè si può ripetere tal quale: " La concession du *conubium* " avec les femmes pérégrines n'avait pas de raison d'être pour " les femmes (des *incolae*), habitant Volubilis etc., etc. „. Il che vuol dire poi che, si trattasse qui degli *incolae* come crede il Cuq o dei Volubilitani come ritengo io, qualche " raison d'être „ ci dovea essere; quella, p. e., che i matrimoni contratti secondo il costume indigeno che non sappiamo quale fosse, non era detto

che tutti senz'altro potessero trasformarsi in matrimoni di diritto romano. E la " raison d'être „ ci sarebbe conosciuta se il documento fosse meno stringato. Ma, comunque, la correzione introdotta nel testo dal Cuq non sembra che lo renda punto, per questa partita, più chiaro.

Ma c'è di più per dimostrare che i compatriotti di Valerio Severo — contro la mia opinione, o per dir meglio, contro il testo dell'epigrafe — avevano la cittadinanza già prima della sua missione a Roma. Vi è il passaggio sui *bona civium bello interfectorum*: " si ces personnes tuées à l'ennemi ne sont pas " des citoyens romains, leur succession est régie par la cou- " tume pérégrine et non par le droit romain; la mission confiée, " de ce chef, au légat aurait été sans objet; l'empereur n'avait " pas à statuer sur la succession de citoyens morts pérégrins „. E qui non riesco a capir bene che cosa il Cuq voglia dire; perchè egli sa benissimo che anche di tali successioni gli imperatori si sono occupati. *Nicaeensibus* — scrive Traiano a Plinio (*ep.* 84) — *qui intestatorum civium suorum concessam vindicationem bonorum a Divo Augusto adfirmant, debebis vacare.* Che se Augusto circa la successione intestata di peregrini prende un provvedimento a favore di un Comune peregrino, quanto più giusto e doveroso era che l'autorità imperiale se ne occupasse nell'atto di trasformare il Comune peregrino in Comune cittadino.

E vengo alla questione della *immunitas*. Ho detto di non ritenere che si tratti qui di *immunitas* dai *munera municipalia*. Ma naturalmente non m'è mai passato pel capo di dire che " l'exemption des charges municipales était l'affaire de l'*ordo* " *municipii* et non de l'empereur „, così in generale come il Cuq intende le mie parole. E ciò prima perchè è notissimo che molte volte gl'imperatori hanno accordato tali esenzioni; poi perchè se anche non ne avessimo le molte testimonianze che ne abbiamo, tenuto conto degli estesissimi poteri che gl'imperatori si attribuiscono, ritengo che sieno sempre da evitare asserzioni recise come quella sopra citata: " l'empereur n'avait pas à sta- " tuer sur la succession de citoyens morts pérégrins „, e le ho sempre evitate. Ma perchè l'imperatore interviene quanto alla immunità dai *munera municipalia*? Per assicurare a persone singole o anche a classi di persone che i municipî non le infasti-

diranno con la imposizione di siffatti *munera*: cioè che si contenteranno di dividere tra gli altri il carico maggiore così risultante. Il caso è diverso per Volubilis. Qui, stando alla interpretazione del Cuq, cioè alla correzione da lui introdotta nel testo, sono i Volubilitani i quali vogliono essi liberare dai *munera* gli *incolae* per un certo numero d'anni e vogliono riservarne a sè soli — dico ai soli cittadini — il carico. È un proposito veramente singolare, quando si sa invece quanto in fatto di *munera* i *municipes* giocassero a scaricabarili. Ma lasciamo correre. Qui a ogni modo trattandosi di assumere essi i *municipes* di Volubilis un carico maggiore liberandone volontariamente altri — su cui avrebbero potuto in parte scaricarlo — qui proprio sembra che all'autorità imperiale non ci fosse bisogno di ricorrere. E questo e non altro ho voluto dire, e ho detto, nella mia nota.

Comunque, poco monta. Io credo che la *immunitas* di cui qui parla la iscrizione sia immunità temporanea dalla imposta. La più grave obiezione che il Cuq faceva è che la immunità dalla imposta era concessa nelle provincie alle sole colonie. Vedo con piacere che su questo, dopo le mie osservazioni, non insiste più. Ho detto pure che la immunità dalle imposte — di questa ho parlato, a scanso d'equivoci, e ho chiarito che non mi pare si conguagli senz'altro a una *immunitas soli* — non è a mio avviso necessariamente perpetua. Questo porterebbe, secondo il sig. Cuq, a " un résultat contraire aux principes du droit romain ". Parole un po' recise che forse sarebbe stato meglio evitare. Non ch'egli neghi del resto la possibilità d'una immunità temporanea dalle imposte; soltanto, se intendo bene il suo ragionamento, si dovrebbe chiamarla *remissio tributi*; dicendola *immunitas* si commetterebbe, pare, un solecismo giuridico. Ma è proprio certo il sig. Cuq che tra i due termini ci sia tale antitesi? Stando alle fonti parrebbe che no. Vedasi, p. e., *Dig.* L 15, 8, 7: *divus Vespasianus Caesarienses colonos fecit non adiecto ut et iuris Italici essent, sed tributum his remisit capitis: sed divus Titus etiam solum immune factum interpretatus est.* Gli è che la terminologia dei giuristi romani è ben lontana dall'avere la precisione che desidererebbero alcuni moderni. Così, mentre il Cuq dichiara che i *munera* " sont d'une tout autre nature " degli oneri reali, e in ciò, dato alla parola *munera* il senso che oggi

le si dà usualmente dai romanisti, non ha in tutto torto, sebbene poi non si debbano esagerare le differenze e negare le analogie. presso i giureconsulti romani gli oneri reali sono assai spesso considerati come una sottospecie dei *munera patrimoniorum*, p. e., *Dig.* L 4, 6, 5: *munera quae patrimoniis indicuntur duplicia sunt* etc. Ciò del resto importa poco: son questioni verbali. Ciò che importa è che la *immunitas* concessa a un Comune non solo poteva essere temporanea, ma. se era un Comune suddito, *dovera* essere di regola tale. Era questo " contraire aux " principes du droit Romain „? Non credo; ma se era contrario, vuol dire che il senato e gli imperatori prendevano quei principî meno alla lettera di noi: cioè, com'è naturale, li piegavano alle esigenze della pratica. È notissima la testimonianza capitale d'Appiano (*Iber.* 44): *δίδωσι δ' ἡ βουλὴ τὰς τοιαύτας δωρεὰς* (tra cui allude per l'appunto alle immunità) *ἀεὶ προστιθεῖσα κυρίας ἔσεσθαι μέχρι ἂν αὐτῇ καὶ τῷ δήμῳ δόξῃ*. Ed è notissimo altresì come da questo testo il Mommsen ed il Marquardt abbiano bene a ragione ricavato che la *immunitas* concessa alle città *sine foedere immunes et liberae* era in diritto sempre temporanea, sia pure che in fatto fosse spesso perpetua. Questo punto potrebbe essere illustrato più largamente; e se sarà necessario, vi ritornerò sopra. Ma non mi pare che ce ne sia bisogno; l'analogia che (insieme con la diversità) vi è tra il caso citato e quello di Volubilis è troppo chiara di per sè; e l'esempio di Fabia Bira mi ammonisce ad evitare le parole inutili.

Non è inutile però ricordare, chiudendo, che il sig. Cuq ha portato un notevolissimo contributo alla interpretazione della epigrafe di Volubilis col chiarire il significato che vi ha la parola *suis*. Interpretazione ora accolta con acute considerazioni anche dal Cantarelli " Bull. archeol. comunale „, 1918, p. 218 sg.: la quale, lungi dall'essere scossa, è anzi confermata ed avvalorata, se eliminando la correzione non necessaria, si pigli, come è dovere, il testo della iscrizione quale esso è.

Novissime obiezioni alle parentele italiche dell'etrusco

Nota I del Socio corrisp. ELIA LATTES

Ammoniva testè l'Herbig (1), che quantunque omai ammetta anch'egli " la possibilità „ del valore numerale di 5 e 6 per etr. *ci* e *s'a*, " naturalmente nemmeno passava per la mente „ a lui di rannodarli con lat. *quinque sex* sotto al riguardo etimologico; mentre poi stava omai " fermato „ dallo Skutsch (2) che di θ*u* per *duo*, " gioiello degl'indogermanizzanti „, non si dovesse più tener conto: stava cioè per lui, e stava a torto, secondo io nella cortezza del mio ingegno, come una volta di sè scrisse appunto lo Skutsch, tento dimostrare.

Premetto che quanto a *ci* 5 e *s'a* 6, pur giusta lo Skutsch, non si tratta omai di " possibilità „, ma di quasi assoluta certezza, dopochè egli ed io ad un tempo, indipendenti, osservammo leggersi sopra un sarcofago di Toscanella, coll'immagine di un uomo di media età sul coperchio, in fine all'epitaffio

L. V. celc : ceanuθ : avils

ossiano gli anni suoi indicati prima dalla cifra 55, poi da due voci numerali corrispondenti, come apparentate con *ci* (cfr. *cealχus cialχus*) al modo di 55 con 5; e s'aggiunge, conforme avvertii da un pezzo, che nella Mummia VII 2-6 a *ciz vacl* tre

(1) Glotta IV p. 185 sg. Cfr. il mio 'A che punto siamo' nel Rh. Mus. 1913 LXVIII p. 516 sgg.

(2) Skutsch, La lingua etr. trad. Pontrandolfi con giunte e correzioni p. 64, io Glotta II 111 e nel mio Ind. lessic. s. v. *acilc*; cfr. Cocchia, La Sfinge etc. p. 56 sg.

volte, XII 9 risponde *IIIII vacltnam* ossia a *ci-z* appunto la cifra 5 (3).

Ma ben altro penso pur sempre, nell'ostinata povertà mia, aversi a favore di θ*u* 'duo'. Scrive cioè giustamente lo Skutsch (trad. Pontr. p. 62) che sui dadi antichi " o i numeri delle facce " opposte si completano tra di loro, come i nostri a formar un " sette (ἕξ ἕν, πέντε δύὸ ecc.), ovvero i numeri si succedono " tra di loro nell'ordine naturale (1 : 2, 3 : 4 ecc.) „: quindi " affinchè i sostenitori della natura indogermanica dell'Etrusco " potessero unire ϑ*u* col *duo*, *huϑ* non potrebbe essere se non " uno o cinque; ora *huϑ* non si può rannodare in nessuna ma- " niera nè all'uno nè al cinque indogermanico „. Ma, primieramente, lo Skutsch non si dà carico delle testimonianze prette etrusche da me più volte (4) allegate a favore di θ*u* 'duo', cioè θ*u-luter* (cfr. *Tins lut*) sotto due figure virili, θ*un : s'unu* ('bisonante') presso a uno schiavo che suona la doppia tibia, *tu-s'urθir* tre volte (5) nell'epitaffio di due coniugi, *Tu-χul-χa* nome di una Furia infernale con due serpi sulla fronte (6).

In secondo luogo, i due dadi etruschi con parole invece dei cerchietti o punti o segni numerali soliti, sono, ch'io sappia,

---

(3) Cfr. VII 12 analogamente IIIII *cntnam*. — Il Danielsson ap. Herbig p. 182 n. inferisce " una certa probabilità „ a favore di *ci* 5 *s'a* 6 dalla sua lezione *s'ealχls-c* invece di *meal-* nel Fabretti 2340 ed alla ragione analogica cui sarebbe dovuto quel numerale come *quadrāginta* ἑξήκοντα e simili a *quinquaginta* πεντηκοντα ecc. — Avvertii da tempo altresì (Saggi e Appunti p. 165 sg., Atene e Roma 1911 p. 273 n. 1, Archiv. Papyr. p. 27) che ben conviene all'antica, oggi confermata, interpretazione di *ci s'a* con 5 e 6 la seguenza della Mummia VIII 1 θ*ucte cis' s'aris'*, ossia, se non mi illusi, nella θ*ucta* (forse circa 'nella strada') del quinto e del sesto '[sepolcro]'.

(4) Rend. Ist. Lomb. 1900 p. 1358-1363 e 1903 p. 229-238: cfr. Atene e Roma loc. cit.

(5) Un'altra s'ha *tu-s'urθi* e una terza *tu-s'(urθi)* abbreviato: quanto alle obbiezioni, se ben m'apposi, infondate, contro *tu-* per θ*u* e contro *s'ur-θi* ed alla mia conghiettura che letteralmente la parola significhi '(sepolcro) bisome, a un di presso, v. Rendic. e Atene R. cit. Altro documento di θ*u* 'duo' per me s'ha pur sempre eziandio in *Θu-plθa-s'* 'Luna doppia' o 'piena', sinonimo, penso, del *Cemna* nella Mummia non diverso dal prenest. *Gem(i)na*, quindi *Ais Cemna c* 'Deus Geminaque', cioè 'Sole e Luna'.

(6) Cfr. *tu-χ(u)la-c* e θ*un-χule-m* con lat. *sin-gulus* e *sem-el*.

esempio unico; ed essendo due, dimostrano che di proposito si vollero così: quindi non illecito sospettare, se mai, che facciano terna coll'unico esemplare veduto dallo Skutsch di ordine e modo diversi dal consueto, e vadano coi 15 di cui ebbe egli medesimo poi notizia dal Walters del Museo Britannico, e sianvi anzi così ordinate le parole numerali per qualche speciale intento (7). Ma quale, si chiederà? Quello, m'attento a rispondere, intravveduto dal Corssen, quando infelicemente negò che le parole dei dadi fossero i numerali noti dagli epitaffj e lesse *Maχ cis'a θu-zal* e interpretò 'Magus donarium hoc cisorio fecit': ora apparendo dai contesti non inverosimile per *θutum θuta* il significato di 'dono', e però non impossibile un *θuzal* sinonimo apparentato con *θuta*, nè impossibile, nè inverosimile mi torna pure un verbo *cis'a* alla maniera di *sta* 'stat dedicat'. Terzo, che più assai vale, posti *ci sa* seguenti, come nella Mummia VIII 1 *θucte cis' s'aris'* (8) e come si deve dacchè *ci* vale 5, ne discende che l'ordine dei dadi non è per sette, ma il naturale 1 : 2, 3 : 4 ecc.; quindi *θu* risponde a 'due' lat. *duo*, salvochè s'immagini che a questo abbiano risposto, non la voce etrusca numerale più vicina, ma, per dispetto ed italianissima antipatia (lo Skutsch mi canzonò appunto con quel glorioso aggettivo), i lontani *maχ zal huθ*: invero, al postutto, che fra Arno e Tevere il numerale *θu* non abbia significato 'due', torna ben possibile, al modo, per figura, spagnuolo *largo* per 'lungo' anzichè pel nostro 'largo' e ted. *kalt* per 'freddo' anzichè pel nostro 'caldo', ma probabile parrà solo a chi col Torp in un'ora certo perversa pareggi *θu* senz'altro ad 'uno', o preferisca per etr. *vinum vinm vinu* qualsiasi liquido e magari 'acqua' o 'latte' piuttosto che 'vino'.

Bensì generosamente omette l'Herbig di accampare qui contro i poveri italianissimi le ben più serie difficoltà di rannodare ai latini i tre rimanenti numeri primi, cioè *maχ* o *mac*, *zal* o *sal*, *huθ* o *hut*; circa il valore dei quali io persevero a

---

(7) Skutsch, Indog. Forsch. V p. 266. Non inutile a conforto di *θu* 'due' parmi anche *θu-ṛa* (i più *θu-ṛa* 'fratello'), una volta designato verisimilmente *(f)ratacs* umbro *fratrexs*.

(8) Così pure, se ben m'apposi (Rh. Mus. 1913 LXVIII p. 516 n. 1), nella grande iscrizione capuana lin. 34 *χuθ ci-sa-sine*.

stare con coloro che già alla scoperta dei dadi interpretarono 1, 3, 4: a me giova per contro cogliere l'occasione per confessare anzitutto, rifacendomi a *ci* e *s'a*, che essi al mio piccolo cervello riescono proprio buoni parenti di lat. *quinque sex*, ma non già perchè io li riconduca a **penque *s(u)eks*, secondo rettamente egli ammonisce non doversi, ma sì soltanto perchè, nel parer mio, la vecchia osservazione del Bugge, l'etrusco dei nostri tardi testi presentare i caratteri di sfacelo fonetico comuni al paleolatino ed al latino volgare, si trova sempre più fondata quanto più crebbero i documenti, sicchè p. es. come *Mámerse Φulnise* allato a *Mamerce Φulnices*, così *avil si* allato ad *avil-s ci-s* e inversamente *Uce-ti Use-ti Usi Usil* nella Mummia, e *Eiceras Θufiθi* allato a *Aiseras Θuflθicla* (cfr. *Piute Ciantinei* per *Plute Clantinei*) (9): ora in una lingua siffatta non mi torna malagevole sospettare in *ci* o *si* il miserabile avanzo circa di **ki(n)k(v)e *cice *cise*; mentre poi il fenomeno della parentela più o meno lontana — ma parentela sempre manifesta — di *ci sa* con lat. *quinque sex*, prosegue per *semφ-s'* con lat. *septem*, *muva-* con lat. *novem*, *za-θrum-s* con lat. *tria-tru-s* (cfr. *quinquatrus sexatrus septematrus* del dialetto di Tusculo, la città latina dal nome 'toscano' per eccellenza, e *decimatrus* di quello della semietrusca Falerii), *ma-χ ma-c* (cfr. *ma-rem* lemnio *ma-raz-m* e *zaχ zal zelar zelur*) per via di *(σ)μ-iá* (lat. *sem-el sim-plex*). Dopo di che non sorprenderà forse l'audacia mia di vedere in *huθ* riflesso regolarmente senza più lat. *quattuor*, dati dall'un canto i numerosi esempli dello scadimento di *-r* finale (sup. *tusurθir tusurθi*, e così *tula Θuce Tuce* allato a *tular Θuker Tuker*), e riconosciuto dall'altro non potersi escludere il sospetto che *h* anche iniziale talvolta rappresenti *c* (Ind. fonet. in Rendic. cit. p. 792 VII etr. lat. *Hamarina Hurunia* ecc.). Per contro nessun'audacia italianissima mi aiuta per ora nè quanto a *zal tal eslz eslem* (circa tre terzo trenta), nè quanto a *cezpz cezpa-lχ-al-s*:

(9) V. il mio saggio di un indice fonetico etc., Rendic. Ist. Lomb. 1908 p. 795 (XII); il prezioso *si* di Fabr. 2432 si volle emendare in *ci* o *s(valce)*, e ne provenne che così, penso, non si riconobbe nel *sialχviz* di Lenno senza più il *cialχus'* della Mummia e si preferì mandarlo col *s'ealχls-c* letto dal Danielsson in Fabr. 2340 non senza stento (v. Herbig op. cit. p. 181 sg. n. 3); io d'altronde quasi mi permetto preferire tuttodì *me(v)alχl-s-c* 'nonagesimi'.

ma ben mi aiuta la passione italiana ed umana per la verità contro il pregiudizio, passione che mi vieta di chiuder gli occhi per non vedere come *cezp-z* si tocchi ben davvicino col copto *ses'p* sette (cfr. basco *zazpi* e sup. etr. *eiceras aiseras*), e mi fa anzi aprirli quanto più so e posso, affine di ricordare che ad esso copto *ses'p* non mancarono, se mai, compagni anche più vecchi delle Bende, quali probabilmente il femminile in *-ita -itha* e il tardo matronimico (10); che anzi, quello essendo stato proprio altresì dei Semiti, sicchè da un pezzo si riconobbe come, per atto d'esempio, etr. *lautnita* femm. di *lautni* 'libertà' s'incontri non solo con lat. *Iulitta* it. *Giulietta* ma sì ancora coll'ebr. *Giuditta* (Trombetti), mi chieggo anch'io se il tanto oscuro *zal* non si voglia mandare col semit. *talosh talath*, sicchè fra tante parentele italiche dei numerali etruschi debbansi ammettere elementi esotici, allo stesso modo che p. es. in russo, fra *dvadçat* 20, *tridçat* 30 e *piatdeçiat* 50, sta *sorok* 40 per influsso di *τεσσαράκοντα*. Gli Slavi appunto ci offrono probabilmente, men lungi da casa, il riscontro migliore, insieme per avventura ad altri parecchi, pel *lχ* di *cea-lχ-ls cezpa-lχ-al-s* e simili decine etrusche nel *-lika* dei numeri lituani da 9 a 11, malgrado le savie obiezioni del Pauli (Etr. St. V 38 sg.); rincasiamo poi, fortuna nostra, affatto, se non m'illudo, colla *-em* di *esl-em* 30 e *ci-em* 50, che manderei pur sempre (11) coll'esponente superlativo di lat. *pr-imu-s dec-imus sept-imus ult-imus sacr-ima*, col *-z-i* di *es'ul-zi ci-zi* 'tre volte' e 'cinque volte', il cui *-i* richiama lo *-ie* di lat. *quinquie-s*, e coll'*-uθ* di *zel-uθ ce-an-uθ*, che non so separare da lat. *sec-undu-s* (cfr. *cer-iχ-unθe* lat. *rub-ic-undus*); come non so non pareggiare, col Corssen (Spr. der Etr. I 886 sg.), *tesns' teis'* (*Rasnes'*) della

---

(10) V. sul matronimico etrusco, tardo e men frequente che non si creda, Atene e Roma 1910 XIII col. 1-11 'Di un grave e frequente errore' ecc. dove col. 10 anche si tocca delle analogie egizio-semitiche documentate dai papiri.

(11) Cfr. Saggi e App. 98 i superlativi celtici *coemem* 'bellissimo', *dilem* 'gradevolissimo' ecc.; quindi penso Mumm. X 3 *mar-em zaχ* circa 10+3, laddove lemn. *maraz-mav sialχveiz aviz* = *sialχviz maraz-m aviz* mi dice '1 + 50 anni = 50 + 1 anni'. Per l'*-ar* di *m-ar zel-ar* (cfr. *zel-ur s'-ar*), giova forse raffrontare anche osc. *tekviarím*, Planta Gr. d. osk. umbr. Dial. I 347.

lin. 4-5 nel Cippo di Perugia al XII della lin. 6 (*Velθìna θuras'*) e mandare *tesne t(v)ei* coll'umb. *desenduf* e con lat. *duodecim*, mentre la Mummia XI γ 1-2 con [*zaχ ri cn*] *tunt enac* (cfr. I 4 *zaχ-ri-cn θunt*) mi dà '3' seguìto da 2 (*tun-t* come *θun-t* 'in altero') e da 1, e mi conferma accanto a *maχ* essersi avuto anche in etrusco *ena*, ossia lat. *oino oenus unus* (12).

Non sembrano adunque omai più i numerali etruschi l'antico spauracchio contro gl'italianissimi, giacchè, se molto ancor se n'ignora o dovrà emendarsi, non poco si apprese da chi operò con modestia spregiudicata, riportando sempre le critiche opposizioni dei dotti avversarii, senza mai ricambiarne la benevolenza, biasimandole semplicemente, come fantasticherie, o come risultato di confusioni e di ignoranza, ma sì tentando annullarle od attenuarle coi fatti e coi ragionamenti; persuaso che la lealtà più minuziosa giova al sapere, e tanto più giova quanto più si obbedisca all'insegnamento dell'Ascoli che un'oncia di buona creanza vale più del sapere universo. Fedele pertanto, come sempre, spero, a siffatte norme, passerò poi a studiare le due altre concessioni dell'Herbig, cioè che l'-*al* potè essere

---

(12) Quanto alle infiltrazioni esotiche nei numerali (sup. *cesp.* 7 insieme con *semφ-s'* 7, questo italico, quello, se mai, d'influsso egizio, come russo *sorok* 40 d'influsso greco), cfr. anche N. Brütlow–Schaskolsky, Wiener Stud. 1911 XXXIII 1 p. 163, per gli Zingari che adottarono per 6, 7, 8 la voce greca, laddove più oltre ritornarono " alle loro proprie radici „... Dei fatti da me allegati per *θu* 'due', tenne conto lo Skutsch soltanto presso Volmöller, Jahresber. der Roman. Philol. IV 1 p. 72: alle sue obiezioni io replicai Rendic. 1900 p. 1364 (cfr. 1903 p. 234 circa quella contro *tu* per *θu*, abbandonata poi anche dal Torp causa *tunur*); ora non rimane se non quella della somma 7 risultante dai numeri contrapposti, la quale cade sì perchè omai *ci* e *s'a* sono sicuri per 5 e 6 e quindi niente contrapposizione, ma ordine naturale (5, 6 e quindi 1, 2, 3, 4), sì perchè abbastanza numerosi i dadi con ordine diverso e irregolare; sopra di che col Walters, da lui citato, vuolsi confrontare il Cullin, parimente del Museo Britannico, presso Pauli Vorgr. Insch. Lemn. II 219 (Rendic. 1903 p. 238 n. 14). Allo Skutsch da ultimo (Pa. Wiss.) parve probabile per *zal* il valore di 2, sempre causa la somma di 7 pei contrapposti: preferito quindi ormai l'ordine naturale, causa la seguenza 5 : 6 ch'egli ancora ignorava, e fermato *θu* 2, ne risulta fra *ci sa* 5 : 6 e *maχ θu* 1 : 2 per *zal huθ* necessariamente 3 e 4. Anche la rispondenza precisa dei derivati di *θu*, cioè *θui* (diverso dall'avverbio), *θun* e *θil* (Rendic. cit.), a lat. *dui(census)*, *duonus*, *Duilius*, *duellum* mi apparisce pur sempre assai notevole.

non il famoso esponente di caso genitivo, ma sì un suffisso derivatore (ed io aggiungo con ostinazione perdonabile, spero, l'-*alis* -*al* dei Latini), e che il non meno famoso e " caratteristicamente " etrusco e affatto non indogermanico „ genetivus genetivi " non " può più opporsi come prova positiva del carattere non indo- " germanico dell'antico etrusco „, perchè ignoto ai testi arcaici (e perchè, oso aggiungere io, confrontato etr. *muni-svleθ muni-cleθ*, etr. -*sle* può mandarsi con lat. -*culo*, -*clo*); e quindi a giustificare il mio qualsiasi giudizio che queste concessioni tornano preziose, anzichè, giusta la dichiarazione finale dell'Herbig, inutili al proposito nostro, e che la condanna sua di questo apparisce oggidì ora errata, ora non meno eccessiva degli argomenti sopra discussi quanto ai numerali, e in genere di quelli conformi che lo Skutsch adduce nella " critica particolareggiata „ contro " gli Italianissimi „ come conclusione del suo omai quasi classico trattatello dell'enciclopedia di Pauly e Wissowa intorno alla lingua etrusca.

Sul codice *MM* 28 dell'Accademia

Nota del Socio nazionale REMIGIO SABBADINI

Il codice, minutamente e dottamente descritto da F. Patetta (in questi *Atti*, LIII, 1918, p. 553-9), ha richiamato in modo particolare la mia attenzione. Degli scritti in esso contenuti, le Facezie di Poggio sono state largamente illustrate dal Patetta. Circa le due Declamazioni del Salutati non sarà inutile aggiungere che furono più volte date alla luce e ultimamente nel secolo scorso come opera di autore antico; nel qual riguardo si vegga G. Voigt *Die Wiederbelebung* II³ p. 439 n. 1.

Il codice fu copiato da un amanuense, che firma: *Dolobella scripsit*. Della stessa mano possediamo due altri manoscritti: un Properzio Bodleiano (Add. B 55) firmato: *Laus deo eiusque gloriosissime genitrici Marie semper virgini anno MCCC⟨CL⟩ Laurentius Dolobella scripsit*; e il Landiano 34 di Piacenza, firmato: L. *δολοβελλα σκρηπσητ*. Si confronti il volume *F. Petrarca e la Lombardia*, Milano 1904, p. 200-1.

Assai interessante è la lettera con la quale da Milano, 27 dicembre 1457, *Iacobus Be..etus* manda in dono a un amico la copia delle Facezie. La raschiatura del codice trattata chimicamente non restituì completo il nome del mittente; ma esso si integra con piena sicurezza in *Iacobus Bechetus*, un personaggio abbastanza famoso del circolo umanistico milanese. Il Becchetti, nato a Monza nei primissimi anni del secolo XV, studiò a Milano e a Pavia; nel 1430 ottenne una cattedra di rettorica a Genova e non molto dopo entrò nella cancelleria Viscontea, dove rimase fino alla morte di Filippo Maria. Rientrò a corte più tardi sotto Galeazzo M. Sforza. Del 1469 viveva ancora. Dal 1450 in poi, trovandosi libero dalle occupazioni curiali, aveva ripreso i suoi studi umanistici; e la lettera venuta ora in luce ne fa bella testimonianza, perchè la copia delle Facezie la scelse, com'egli dice, *ex ceteris meis libris*. Si veniva cioè raccogliendo una biblioteca. Sul Becchetti ha comunicato un buon manipolo di notizie R. Valentini in *Classici e neolatini*, VII, 1911, p. 350-71.

Misure egiziane dell'epoca tolemaica, romana e bizantina

Nota I del Dott. ANGELO SEGRÈ

SOMMARIO

I. **Introduzione.** — Critica dei lavori metrologici precedenti. — Metrologia greca introdotta in Egitto nell'epoca tolemaica.

II. **Misure degli aridi.** — Capacità dell'artaba secondo gli scrittori di metrologia (dati tratti da Hultsch, *Scriptores metrologici*). — Artaba di 3 e 3 $^1/_3$ modi e artaba di 40 choenices. — Esame del P. Leip. 97. — Determinazione della capacità dell'artaba *μ. δημοσίῳ, μ. θησαυρικῷ* e *μ. μοδίῳ*. — Carichi delle bestie da soma. — Origine dell'artaba. — L'artaba tolemaica differente dall'artaba persiana di Erodoto. — Ragguagli dell'artaba e del medimno in choenices e sestari.

III. **Esame delle varie specie dell'artaba.** — L'artaba di 40 choenices. — Identificazione di quest'artaba coll'artaba *μ. δημοσίῳ, μ. χαλκῷ* e *μ. δοχικῷ*. — Uso dell'artaba *μ. δημοσίῳ*. — Artaba *μ. χαλκῷ*. — Ragguaglio dell'artaba *μ. χαλκῷ* con varie altre artabe nel P. British II, 265. — Artaba *μ. δοχικῷ*: suo uso. — Artaba *μ. Ἀθηναίου*. — Artaba *μ. ἀνηλωτικῷ*: suo rapporto coll'artaba *μ. δοχικῷ*. — Artaba *μ. Ἀθηναίου*. — Artaba *μ. δρόμῳ*: suo carattere. — *Μ. βασιλικόν*. — Artaba di 29 choenices. — Artaba di 30 choenices. — *Μέτρον δέξιμον* e *μέτρον μέγα*. — P. Fior. 387. — *Μ. φορικόν*. — Artaba *μ. καγκέλλῳ*: sua origine romana; corrisponde a 40 choenices alessandrine tarde. — Altri *μέτρα* e frazioni di artabe. — Il *μέτρον ιφ* e il P. Cairo 67055. — Vari rapporti fra l'artaba e le sue frazioni. — Tavola del P. Aphr. 1718, pag. 156. — Modio castrense e sua probabile identificazione col modio *ξυστός*.

IV. **Misure dei liquidi.** — Il sestario *ξέστης*: nell'epoca romana è identificato coll'hin e corrisponde a 120 dramme o 360 *γράμματα*. — L'artaba di 80 hin corrisponde quindi all'artaba di 48 choenices; cfr. P. Aphr. 1718. — Varie specie di *ξέστης*. — *Μετρητὴς ὁ δωδεκάχους ὁ ὀκτάχους, ὁ ἑξάχους* o *κεράμιον ἑξάχουν*: si dimostra che quest'ultimo è la misura ordinaria del vino e si divide in 6 choes di 6 cotyle ciascuno. — *Διπλοκεράμιον* e *διπλᾶ*. *Μονόχωρον, δίχωρον*, ecc. — *Κνίδιον*. — *Σπάθιον*. — *Ὀξυρύγχιον, Μέτρον, Ἀγγείον, Κουρι*.

V. **Misure di volume.** — *Ναύβιον*: suo volume e identità del *ναύβιον* tolemaico col *ναύβιον* bizantino, *Ἀώλιον*. — I risultati di Griffith relativi a questa misura non sono attendibili. Le questioni relative all'*ἀώλιον* sono ancora *sub iudice*.

VI. **Misure di superficie.** — *Ἄρουρα*: sua determinazione.

VII. **Misure di lunghezza.** — Determinazione di tutte le misure di lunghezza sottomultiple dello stadio. — Determinazione del *πῆχυς* tolemaico, romano e bizantino. — Il *πῆχυς* è sempre il *πῆχυς* attico. — Igino, *Script. Metrol.* II, 60. — Iscrizione di Schedia (Preis. Sammelbuch 401). — Determinazione del *πῆχυς*, dell'artaba e dell'artaba *μ. καγκέλλῳ* nel sistema metrico decimale. — Si dimostra che l'artaba degli scrittori metrologici di 24 choenices, pari al cubo del piede, è l'artaba romana.

VIII. **Sistema ponderale degli Egiziani.** — Si conosce soltanto quello introdotto dai Romani.

I.

Introduzione.

Nella mia ricerca mi sono servito quasi esclusivamente dei dati metrologici che mi offrivano gli antichi scrittori e specialmente i papiri che presentano ormai un materiale, a mio avviso, sufficiente per risolvere le questioni fondamentali relative alle misure egiziane nell'epoca tolemaica, romana e bizantina. Una trattazione sistematica del nuovo materiale fornitoci dai papiri non era stata ancora fatta. Coloro che si sono occupati in modo particolare delle misure degli antichi hanno lavorato molto sui dati dei classici e sulle raccolte di scrittori metrologici, evitando generalmente di servirsi dei papiri, che, come vedremo, hanno fatto cadere la maggior parte delle loro costruzioni. Uno studio dei nuovi documenti ci mostra come il numero delle misure antiche sia straordinariamente più grande di quanto ci potessero far supporre gli scrittori tradizionali di metrologia, cosa del resto facilmente prevedibile. Si comincia ora per l'Egitto a seguire l'evoluzione delle misure attraverso il tempo e attraverso lo spazio: il che sinora era assai difficile, perchè per le incertezze nella cronologia in fatto di scrittori metrologici non è raro che si disputi se un autore appartenga all'epoca tolemaica o all'epoca bizantina.

Gli scrittori sinora studiati, essendo di epoche e di luoghi differenti, spesso collo stesso nome indicavano misure di grandezza

diversa; e lo studio del metrologo che cercava di interpretarli e di conciliarli quasi sempre giungeva a risultati fallaci. La migliore prova di quanto asserisco è la completa disparità di opinioni che si ravvisa negli studiosi nelle quistioni fondamentali dell'antica metrologia.

La conoscenza delle misure egiziane nell'epoca tolemaica, romana e bizantina è una delle tante questioni preliminari che occorre risolvere per potersi servire dei documenti per lo studio dell'antica economia. A tale scopo ho intrapreso questa ricerca, alla quale seguiranno varie altre, relative alla moneta, ai prezzi delle merci, ai mutui, alle mercedi, agli affitti rustici ed urbani, ecc. Tali studi forniranno in parte degli elementi, a mio avviso, indispensabili per la conoscenza della vita economica dei popoli antichi.

Lo studio della metrologia egiziana dopo la conquista di Alessandro mi ha condotto ad un risultato che mi pare notevole: quello, cioè, che le misure ufficiali usate sotto i Tolemei sono di origine attica; quelle usate dai Romani, parte di origine attica e parte di origine romana. Il mio lavoro quindi ha per oggetto le misure greco-romane usate in Egitto, e per conseguenza nella maggior parte dei paesi del Mediterraneo orientale, dall'epoca tolemaica all'epoca bizantina.

II.

Misure degli aridi.

L'artaba è la misura fondamentale degli aridi.

La capacità dell'artaba in Egitto è stata oggetto d'infinite discussioni. Crediamo opportuno di presentare prima i testi che hanno servito di base alla *vexata quaestio*.

Calvus, *Versio Tabul. Alex.*, *Script. Metrol.* II, pag. 145, dice:

" Ptolemaicus vero medimnus Attici super dimidium est
" sesquialter seu hemiholius — sexque (*artabis?*) (1) (modis)
" constat — sed priscis temporibus duabus (2): nam artaba

(1) Il testo dice *artabis*, ma a me pare si debba leggere *modis*; infatti 6 modi di 8 choenices dà 48 choenices, che è la capacità del medimno.

(2) Questo passo è quasi certamente corrotto. Il medimno di 48 choenices dovrebbe, secondo questo autore, corrispondere a due artabe di 24 choe-

" modiorum Italicarum quatuor et dimidi fuerat, nunc vero " propter romanum usum artabae modiorum trium sunt „.

Il carmen de ponderibus (1): " est etiam terris quas advena " Nilus inundat artaba cui superest modi pars tertia post tres, " namque decem modis explebitur artaba triplex „.

Hieronymus ad Daniel, XI, 5, pag. 1122 (Bened.) citato da Wilcken, *Griech. Ostr.*, I, 412:

" Frumenti artabas quae mensura tres modios et tertiam " modi partem habet quinquies et decem centena milia „;

insieme ad un passo di Africano: " *Νῦν δὲ διὰ τὴν Ῥωμαϊκὴν χρῆσιν ἡ ἀρτάβη χρηματίζει, γ γ'* „.

Questi testi hanno indotto i metrologi a ritenere che nell'epoca romana vigesse un'artaba di 3 o $3\,^1/_3$ modi italici ciascuno di 16 sestari od 8 choenices, che sostituiva l'artaba tolemaica di $4\,^1/_2$ modi ciascuno di 8 choenices. Secondo questa opinione l'artaba doveva avere nell'epoca romana 24 choenices = 48 sestari, però doveva esistere un'altra artaba di $3\,^1/_3$ modi, quindi di $26\,^2/_3$ choenices = $53\,^1/_3$ sestari.

Viedebannt (*Quaestiones Epiphaniae*, pag. 189; *Hermes*, 47, pag. 569 e segg.) cercò di eliminare quest'artaba di $3\,^1/_3$ modi mostrando che il frammento di Africano è corrotto e che i testi paralleli immediati, ai quali si aggiunge un codice di *Patmo* Dirchene, " Arch. miss. scient. „, III, 1876, pag. 385, dànno tutti *μοδίους γ*; ma ormai la questione da lui sollevata è completamente risolta dal P. Aph. V, 1718.

Secondo i metrologi esisterebbe un'artaba di $4\,^1/_2$, di 3 e di $3\,^1/_3$ modi. Il testo di Calvo però è assai semplice quando si interpreti così:

" L'artaba tolemaica è di $4\,^1/_2$ modi italici; secondo l'uso " romano è di tre modi (altrove invece è di $3\,^1/_3$ modi) „.

Qui non si tratta di artabe differenti, ma sempre delle artabe di 72 sestari (2); poichè ciascun modio italico è di 16 sestari, corrisponde a 72 sestari. L'artaba invece di 3 e $3\,^1/_3$

nices, pari a 3 modi; ma lo scrittore qui confuse misure romane con misure alessandrine.

(1) *Script. Metrol.* II, 93.

(2) Col nome di sestario indichiamo qui lo *ξέστης* alessandrino usato nell'epoca romana dopo il III secolo (Vedi pag. 391).

modi è composta di modi provinciali usati in epoca più tarda. Ora, secondo il P. Aph. V, 1718, conosciamo due modi, uno di 24 sestari, che è il *μόδιος κουμουλᾶτος*, e uno di 21 $^3/_5$ sestari, che è il *μόδιος ξυστός*.

24 sestari $\times$ 3 = 72 sestari
21 $^3/_5$ „ $\times$ 3 $^1/_3$ = 72 „

Quindi si spiega facilmente come l'artaba di 48 choenices di cui parlano i testi metrologici potesse presentare 3 o 3 $^1/_3$ modi in testi della stessa epoca ed assai facilmente si spiegano le contraddizioni in testi paralleli.

Dalla *Vetus Versio Epiphani Script. Metr.* II, 101: " Artaba mensura est apud Aegyptios sextariorum LXXII, eundem vero modum secundum scripturam continet et metretae mensura „, e da Isidoro, *Etym. Libr. Script. Metr.* II, 120: " Artaba mensura est apud Aegyptios sextariorum LXXII „, e da quanto sin qui abbiamo esposto risulta che l'artaba egiziana corrispondeva a 72 sestari pari a 48 choenices. Altri testi metrologici attribuiscono all'artaba 40 choenices.

Leggiamo nelle tavole Oribasiane, *Script. Metrol.*, pag. 245: " *Ἡ Αἰγυπτία ἀρτάβη ἔχει μοδίους ε', ὁ δὲ μόδιος ὁ Αἰγύπτιος καὶ Ἰταλικὸς ἔχει χοίνικας η, ὁ δὲ χοῖνιξ ξεστία β, ὁ δὲ ξέστης ἡμίξεστα β κτλ.* „.

L'artaba di 40 choenices alla quale qui si allude contiene 5 modi. Il modio egiziano, come l'italico, è di 8 choenices; la choenix contiene 2 sestari.

L'esistenza di questa artaba c'è attestata anche dal P. Oxy. I, 9, l. 8, 9: " *ἔχει ἀρτάβη μέτρα ῖ, τὸ δὲ μέτρον χύνεικες δ̄ ὥστε εἶναι τὴν ἀρτάβην χυνίκων μ̄* „.

Con questi dati si accordano quelli ottenuti da Griffith, " Proceedings of the Society of Biblical Archeology „, XIV, 1892, pag. 423 e segg., e citati da Hultsch, " Archiv. für Pf. „, II, 279, Beiträge z. ägypt. Metr.

artaba	1					
4 hekt = apt	2	1				
2 hekt	4	2	1			
hekt	8	4	2	1		
hin	80	40	20	10	1	
ro	2560	1280	640	320	32	1

Dovremo dimostrare che l'artaba di 72 sestari coincide con l'artaba di 40 choenices di cui parlano le tavole Oribasiane e il P. Oxy. I, 9.

Ci sarà perciò utile partire dal P. Leipz. 97, al quale finora era stata data un'interpretazione completamente errata.

Poichè il P. Leipz. 97 ci dà il ragguaglio dell'artaba *μέτρῳ δημοσίῳ* con altre, converrà esaminare per intero il contenuto metrologico di questo interessante documento. Dovremo per necessità trovare il valore dell'artaba *μ. μοδίῳ* e dell'artaba *μ. θησαυρικῷ* prima di determinare quello dell'artaba *μ. δημοσίῳ* che c'interessa direttamente.

Raccogliendo i dati del P. Leipz. 97 (338 d. Cr.) che ci permettono il calcolo dell'artaba *μ. μοδίῳ* abbiamo la seguente tabella:

	Modi	Artabe	Rapporto fra l'artaba e il modio per il modio di 16 sestari	Rapporto fra l'artaba e il modio per il modio di 21 $^2/_3$ sestari	Rapporto fra l'artaba e il modio per il modio di 24 sestari
col. XXXI 22	2	$^1/_2$ $^1/_8$ $^1/_{48}$	3,09	3,09	3,09
„ XXI 26	8	2 $^1/_3$ $^1/_8$	3,254	3,254	3,254
„ XXII 3	3	$^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_{12}$	3,27	3,27	3,27
„ XXXI 5 XXXII 3	383	117 $^1/_{24}$	3,27	3,27	3,27
„ XXII 14	10	3 $^1/_{24}$	3,287	3,287	3,287
„ IX 21	8+19 sest.	2 $^1/_3$ $^1/_8$	3,28	3,17	3,14
„ XXII 10	4+17 „	1 $^1/_3$ $^1/_8$	3,47	3,28	3,23

Il modio di 16 sestari accolto dal Mitteis deve senz'altro essere scartato, 1°) perchè non è possibile l'uso di 19 sestari e 17 sestari nelle colonne IX[21] e XXII[10] come frazioni di modio; 2°) perchè tale dato porta a risultati impossibili a conciliarsi con altri offerti dai calcoli nel medesimo documento; 3°) perchè la congettura di Mitteis si basa poi sul rapporto di 1 : 3 $^1/_3$ fra il modio e l'artaba per poter ragguagliare l'artaba *μ. μοδίῳ*

all'artaba di $3\,^1/_3$ modi di cui fanno cenno gli scrittori metrologici.

Rimane la scelta fra il modio di $21\,^3/_5$ sestari o *μόδιος ξυστός* e quello di 24 sestari o *μόδιος κουμουλᾶτος* che preferiamo per ragioni che vedremo fra breve. Il rapporto fra il *μόδιος κουμουλᾶτος* e l'artaba *μ. μοδίῳ* non è di $3\,^1/_3$, ma di $3\,^1/_4$; rapporto che è pienamente giustificato dai dati della precedente tabella.

L'artaba *μ. μοδίῳ* in tal modo viene ad essere di $24 \times 3\,^1/_4$ sestari = 78 sestari = 52 choenices. D'altra parte sappiamo che l'artaba *μ. μοδίῳ* = 55/48 artaba *μ. θησαυρικῷ*, quindi l'artaba *μ. θησαυρικῷ* = $78/55 \times 48$ sestari = 68 sestari = $45\,^1/_3$ choenices.

L'artaba *μ. δημοσίῳ* è di 72 sestari, perchè 1/18 di artaba *μ. δημοσίῳ* = 4 sestari.

Nello stesso tempo il P. Leipz. 97 ci dice che l'artaba *μ. δημοσίῳ* è di 4 sestari maggiore dell'artaba *μ. θησαυρικῷ*; ciò che coincide con quanto si è detto sopra: 68 sestari + 4 sestari = 72 sestari.

In tal modo abbiamo risolto le questioni relative all'artaba *μ. μοδίῳ*, *μ. θησαυρικῷ* e *μ. δημοσίῳ*, eliminando le difficoltà e le contraddizioni in cui era caduto il Mitteis nell'interpretazione del P. Leipz. 97.

È inutile aggiungere che cadono con questo tutte le conseguenze che coloro che si sono occupati di misure egiziane hanno voluto trarre dall'interpretazione del Mitteis.

Nel P. Oxy. 40 (200 d. Cr.), che esamineremo meglio in seguito, sono attribuite 40 choenices al *μ. δημόσιον*; nel P. Leipz. 97 invece alla stessa misura si assegnano 48 choenices; dal P. Aphr. 1718 si rileva che l'artaba ha 48 choenices. Gli stessi valori di 48 e 40 choenices sono stati riscontrati nei testi metrologici avanti osservati. Il P. Aphr. 1718 ci conferma che l'artaba *μ. δημοσίῳ* è l'artaba ordinaria e che viene ragguagliata a 48 choenices o a 40 choenices a seconda che si prenda una choenix di $1\,^1/_2$ sestari alessandrini (1) = litri 0,682, o una choenix 9/8 della prima di litri 0,4087.

(1) Con questo nome indichiamo i sestari di cui l'hin o sestario alessandrino antico è i 3/4 (Vedi pag. 391).

Un'altra riprova delle affermazioni fin qui fatte si ha confrontando il carico ordinario delle bestie da soma nei papiri.

Il carico ordinario di un asino è: 3 artabe di grano — $2\,^1/_4$ metreti di olio — 3 cerami di vino.

Il peso di $2\,^1/_4$ metreti di olio è di $2{,}25 \times 100 \times 9/10$ *λίτραι* $= 202\,^1/_2$ *λίτραι* ponendo una metreta di 72 sestari alessandrini e il peso specifico dell'olio di 0,90.

Il peso di 3 cerami di vino, prendendo un *κεράμιον* di 48 sestari, è di 200 *λίτραι*.

Il carico di grano, prendendo l'artaba equivalente ad un *κεντηνάριον*, è di $100 \times 3 \times 3/4$ *λίτραι*; prendendo il peso specifico del grano a 0,75 si hanno i seguenti risultati:

Carico	in olio	= 203	*λίτραι*
„	in vino	= 200	„
„	in grano	= 225	„

In ogni modo tutte le misure che compaiono col semplice nome di artaba non potremmo mai ragguagliarle alle 24 choenices, pari a 48 sestari, perchè si avrebbero dei pesi di 180-150 *λίτραι* di troppo inferiori a quegli stessi carichi in olio e vino.

Da quanto sin qui è stato esaminato risulta che l'artaba di 24 choenices romane, che, secondo i metrologi, sarebbe stata usata in Egitto nell'epoca romana, è dovuta a un equivoco e a falsi ragguagli fra misure romane e misure alessandrine.

***

Wilcken opina che l'artaba sia di origine persiana.

Egli scrive (*Ostraka*, I, pag. 738 e segg.): " Per quanto io " riguardi la letteratura metrologica, in generale pare si ritenga " l'artaba come un'antica misura egiziana; per lo meno si parla " di artabe anche nell'epoca dei Faraoni. Ci si appoggia sopra " la spiegazione di Epiphanios, *Script. Metr.*, I, 272, *ἀρτάβη δὲ* " *ἐκλήθη ἀπὸ τοῦ παρ Αἰγυπτίοις ⟨ἐ⟩ρτοβ*, come sul fatto che in " copto si è conservato il nome di ⲉⲣⲧⲟⲃ ed ⲉⲣⲧⲱⲃ, mentre è " da dire che la parola copta alla quale si riferisce Epifanio non " è parola egiziana, ma una parola persiana passata in copto " attraverso la trascrizione greca. Da Erodoto I, 192 sappiamo

" che l'artaba era un *μέτρον περσικόν*. Vediamo ancora da Po-
" lieno IV, 3. 32 che questa artaba medica, com'egli la chiama,
" si divide per 1/3, 1/4, 1/8, 1/24, 1/48, ecc., ecc. ".

Invece, come meglio apparirà in seguito, l'artaba tolemaica si rannoda a misure attiche; l'artaba persiana, che secondo Erodoto corrisponde a 51 choenices attiche, è assai maggiore dell'artaba *μέτρῳ δημοσίῳ* o *βασιλικῷ*. Le divisioni invece dell'artaba menzionata a pag. 347 paiono indicare che la misura egiziana pretolemaica e la tolemaica fossero identiche; ma per ora è impossibile risolvere la questione senza uno studio su documenti egiziani anteriori alla conquista di Alessandro; studio che dovrebbe esser ripreso *ab ovo*, data l'inattendibilità dei risultati dei metrologi.

È inutile nascondersi che i dati che abbiamo dalla maggior parte degli *Script. Metrol.* sono di origine romana e che difficilmente le misure greche si potevano ridurre esattamente in misure romane, come potrebbe far credere un esame superficiale delle raccolte di metrologia.

Ricapitolando, l'artaba corrisponde nell'epoca romana a:

3 *μόδιοι κουμουλᾶτοι* ciascuno di 24 sestari.

$3\,^1/_3$ *μόδιοι ξυστοί* ciascuno di $21\,^3/_5$ sestari.

$4\,^1/_2$ *μόδιοι* calcolando che 16 sestari alessandrini formino un modio (1).

5 modi calcolando l'artaba di 40 choenices, e che la choenix alessandrina sia uguale a quella romana.

L'artaba corrisponde in choenices a

48 choenices ciascuna di $1\,^1/_2$ sestari alessandrini.
40 " " di $1\,^1/_2$ sestario alessandrino antico = hin.
30 " " di 2 sestari romani.

Il medimno corrisponde a 6 5 di artaba, quindi ci basterà moltiplicare i dati dell'artaba per 6/5. Esso corrisponde infatti a 48 choenices, pari a 6 modi, ed ha le stesse divisioni del medimno attico.

---

(1) Qui probabilmente c'è confusione fra il modio romano e questo modio alessandrino.

Cfr. P. Oxy. I, 9 verso pag. 77: *Ἔχει μέδιμνος ἡμίεκτα ιβ, τὸ δὲ ἡμιέκτων ἔχει χύνικες τέσσαρος ὥστε εἶναι τὸν μέδιμνον χυνίκων τεσσαράκοντα οκκτῶν.*

Nell'epoca più tarda, quando l'artaba fu ragguagliata a 48 choenices, il medimno doveva identificarsi coll'artaba.

III.

Esame delle varie specie dell'artaba.

Passiamo ora all'esame delle singole misure degli aridi usate in Egitto durante l'epoca tolemaica, romana e bizantina.

L'artaba di 40 choenices è usata nel P. Petrie II, 25 (226 a. Cr.), P. Petrie III, 141 (25° anno di Tol. Epiphanes), P. Hibeh 119 (260 a. Cr.), dove tale capacità risulta direttamente dai calcoli. Nei Pap. Tebt. 61_6, 68_{88}, 72_{323}, $89_{33,37}$, che hanno per argomento i catasti delle terre in base al *τριχοίνικον ἰλιακῶν*, l'artaba risulta di 40 choenices con i valori approssimati rispettivamente di 40,14, 40,02, 39,96 e 39,49 choenices.

Anche nell'epoca romana l'uso di questa artaba si ricava direttamente dall'Oxy. 287 (23 d. Cr.), Oxy. 1286 (253 d. Cr.), ecc.

Data l'abitudine di usare con questa misura le choenices, oltre che le frazioni di artaba, si deve trattare di essa nel P. Oxy. 787, P. Oxy. 287, Leipzig 112, P. Oxy. 516, 1044, 1145, 1286, ecc., ecc.

Nei Pap. Tebt. I, 93, 94, 95 l'artaba usata parrebbe di 36 choenices in base al *τριχοίνικον ἰλιακῶν*. Ma quantunque non sia facile spiegare la costanza di questo valore, credo impossibile che qui si tratti veramente di un'artaba di 36 piuttosto che di 40 choenices; tanto più se teniamo conto del P. Tebt. II, App. I, British 372, 1. 24-26 *γαL επὶ τὰς ἀρούρα[ς γ ·/. δ διχοινικίας τὸ κ' τῶ[ν ἀρουρῶν γ, ·/. ς'*, 1.21-22, dal quale appare evidente che il pagamento della *διχοινίκια* corrisponde ad un ventesimo d'artaba e della incertezza dei risultati, comune a questo genere di conti, cfr. P. British, II, 193, pag. 120.

Coll'artaba di 40 choenices tolemaiche deve essere identificata l'artaba *μέτρῳ δημοσίῳ* che compare in Egitto con la dominazione romana e prende i nomi di *μέτρον δημόσιον ξυστόν* -

μέτρον δημόσιον ἔπαιτον - μέτρον δημόσιον ξυστόν ἔπαιτον nel P. Hamb. 43, pag. 189, (il significato di queste ultime due denominazioni non è ancora perfettamente chiaro).

Il *μ. δημόσιον* romano sostituisce l'artaba *μ. δοχικῷ* o *χαλκῷ* tolemaico. L'artaba ordinaria deve identificarsi con esso. L'uso di un'artaba *μ. δημοσίῳ* si estende dai primi anni della dominazione romana sino all'epoca araba. Prende nella maggior parte dei casi la divisione duodecimale, più raramente la decimale. Alcune volte si trova un'artaba nei catasti dei terreni colle divisioni decimali o duodecimali. Il fatto che l'artaba corrispondesse a 40 choenices tolemaiche e 48 alessandrine spiega la strana serie di frazioni in questi documenti.

Essa è usata particolarmente nei conti dei sitologi, nei catasti dei terreni, nei contratti d'affitto delle terre, in ispecie quando non si tratti di fondi privati.

Anche per i trasporti del grano è usata l'artaba *μ. δημοσίῳ*, P. British 256 (15 d. Cr.), P. Oxy. 1259, P. Tebt. 370, P. British 295, che servono di riprova al nostro assunto che nei carichi delle bestie da soma l'artaba usata sia quella *μ. δημοσίῳ*.

Dal P. Oxy. 740 (200 d. Cr.) si ricava l'identità dell'artaba di 40 choenices con l'artaba *μ. δημοσίῳ*.

Πέλα ἰδιωτικῶς μέτρῳ δημοσίῳ διὰ Πασαλύμιος δημοσίου γεωργοῦ Πέλα θέματος ἀπὸ ἀρταβῶν κς το γ' ἀρτάβαι η ἥμισυ χοίνικες ζ,

καὶ ἐδόθη ὑπὲρ φορέτρον ὀνηλατῶν καὶ σιτολογικοῦ καὶ σιτομετρικοῦ τῶν προκειμένων ἀρταβῶν η ἡμίσους χοινίκων ζ ἀρτάβης ἥμισυ τέταρτον χοίνικες β κτλ.

Qui si parla di un *μ. δημόσιον*. Dal conto *ἀπὸ ἀρταβῶν κς τὸ γ' αρτάβαι η ἥμισυ χοίνικες ζ* si ricaverebbe il valore di 42 choenices per l'artaba *μ. δημοσίῳ* (cfr. nota 21, pag. 238). Ma quantunque non vi sia errore nel conto io non ne inferirei il valore di 42 choenices, ma mi terrei a quello di 40 choenices, poichè, dato il sistema di frazioni in uso e l'abitudine di non ricorrere a frazioni di choenices, la cifra 7 choenices era quella che permetteva la maggiore approssimazione possibile nel conto.

Da questo documento risulta l'identità del *μέτρον δημόσιον* di 40 choenices col *μέτρον δημόσιον* di 48 choenices.

Un altro argomento in favore della nostra tesi è l'uso co-

stante di quest'artaba nei vari casi in cui si tratti di conti di sitologi. L'uso di un *μ. δημ. ἡμιαρτάβιον*, P. Strassb. 54 (153-4 d. Cr.), non indica un'artaba di 20 e rispettivamente di 24 choenices, ma solo una frazione del tipo d'artaba *μ. τετραχοινίκῳ*, *ἑξαχοινίκῳ*, ecc.

L'artaba *μ. δημοσίῳ* di 40 choenices è usata con molta probabilità sino al principio del IV secolo. Infatti il P. Leipz. 97, dove al *μέτρον δήμοσιον* sono attribuite 48 choenices, porta la data del 338, mentre il P. Oxy. I, 9, nel quale l'artaba risulta di 40 choenices, per criteri paleografici viene attribuito alla fine del III e al principio del IV secolo. I documenti dai quali risulta l'artaba *μ. δημοσίῳ* di 40 choenices non vanno oltre la prima metà del III secolo, ma manchiamo di dati che ci permettano di assegnare l'artaba di 48 choenices ad un'epoca anteriore a quella del P. Leipz. 97.

Se ci vogliamo servire di questo criterio per la datazione dei passi degli *Script. Metr.* da noi citati dovremo attribuire la tavola oribasiana *Script. Metr.*, I, 245 ad un'epoca anteriore al IV secolo, mentre tutti quei passi che ci parlano di un'artaba di 72 sestari, di 3 modi e di $3\,^1/_3$ modi appartengono all'epoca bizantina, o almeno sono posteriori al principio del IV secolo, e se anche fanno parte di autori più antichi dobbiamo ritenere che i testi siano stati ritoccati.

Abbiamo precedentemente cercato di dimostrare l'eguaglianza dell'artaba di 40 choenices con l'artaba di 48 choenices. Oltre i criteri da noi adottati dobbiamo anche tener conto di altri fatti. Se un cambiamento fosse avvenuto nella misura fondamentale degli aridi, nei documenti si sarebbe certamente distinta la nuova artaba dall'antica. Quantunque le conclusioni *a silentio* siano pericolose nel nostro caso, abbiamo l'esempio della dramma tolemaica che viene distinta dalla romana, e questa da quella dell'epoca di Diocleziano; una distinzione netta sarebbe stata ancor più necessaria coll'artaba per evitare equivoci, tanto più che la misura di 40 choenices come quella di 48 erano artabe *μ. δημοσίῳ*.

La distinzione invece delle due sorte di choenices era di molto minore importanza e per noi sarebbe impossibile rintracciarla, perchè coll'artaba di 48 choenices si può dire non compaia più la choenix nei conti, dato il sistema frazionario duode-

cimale in uso in Egitto che permetteva di esprimere in frazioni di artaba qualunque numero di choenices. La mancanza di distinzione fra il sestario, che corrisponde a 1/2 choenix dell'artaba di 40 choen. e il sestario di 2/3 choen. dell'artaba di 48 choen., si spiega facilmente quando si pensi che probabilmente non si trova accenno del primo nei papiri sotto il nome di sestario.

Il P. British 125 offre dati metrologici assai interessanti che ci permettono di stabilire la capacità di varie specie di artaba. A mio avviso le identificazioni delle varie artabe sinora fatte sono errate.

Nel P. British II, 265 le artabe *μ. δρόμῳ, Φιλίππου, Γάλλου, Ἑρμοῦ* e *ἀνηλωτικῷ* sono trasformate sempre in artabe *μ. χαλκῷ*. Si tratta probabilmente di un frammento metrologico che doveva servire a trasformare le varie misure locali nella misura corrente colla quale si facevano i computi. Così si spiegherebbe perchè le trasformazioni sono sempre in *μ. χαλκῷ*; talvolta si adopera anche un verbo *χαλκίζω* per indicare la riduzione di un'artaba qualunque in artabe *μ. χαλκῷ*.

Sotto il nome di *μέτρον χαλκόν* vanno parecchie misure. Si tratta di artabe di cui esisteva un campione in ogni capoluogo del nomo: cfr. P. Tebt. 5, 85 (decreto di amnistia di Tol. Evergete).

Come più innanzi ho osservato, dovendosi intendere per l'artaba *μ. χαλκῷ* una misura ufficiale, si dovrà in massima identificarla con l'artaba di 40 choenices. A riprova valgono il P. British II, 265 e il P. Ryland's 393 (II, III sec. d. Cr.), dove l'artaba *χαλκῷ* si divide in *μέτρα* e *χοίνικες*, il che fa supporre l'artaba di 10 *μέτρα*.

Assumendo l'artaba *χαλκῷ* come l'artaba ordinaria di 40 choenices abbiamo i seguenti valori per le altre artabe:

Artaba	*μ. δρόμῳ*	choenices	51,20
„	*μ. Γάλλου*	„	41,42
„	*μ. Ἑρμοῦ*	„	40,9
„	*μ. χαλκῷ*	„	40
„	*μ. ἀνηλωτικῷ*	„	38,09

Nell'epoca tolemaica il *μ. δοχικόν* ha carattere di misura ufficiale, come nell'epoca romana il *μ. δημόσιον*.

Il *μ. δοχικόν* compare già nel III secolo a. Cr. nelle ricevute di un nocchiero per il trasporto del grano in Alessandria: Magd. 21 (221 a. Cr.), Magd. 23 (221 a. Cr.), dove il carico è misurato *μέτρῳ δοχικῷ τῷ συμβεβλημένῳ πρὸς τὸ χαλκοῦν*. Nel Magd. 24 (III sec. a. Cr.) è detto invece soltanto *μέτρῳ δικαίῳ καὶ σκυτάλῃ δικαίᾳ*.

Nel Tebt. 61 (*b*), Tebt. 72, Tebt. 89 i conti sono tenuti in artabe *μ. δρόμον* di Kerkeosiris, che corrispondono approssimativamente a 7/6 di artabe *μ. δοχικῷ*. In base al *τριχοίνικον ἰλιακῶν* Grenfell ha creduto di stabilire per il *μέτρον δοχικόν* il valore di 36 choenices, ma, come abbiamo osservato a pag. 352, si tratta sempre dell'artaba di 40 choenices.

Il *μέτρον δοχικόν* durante l'Impero è usato negli stessi casi del *μέτρον δημόσιον*. Per la terminologia osserviamo che esso di sovente prende il nome di *δημόσιον δοχικόν*, il che è nuovo appoggio alla congettura assai probabile di Preisigke, P. Strassb 77 introd., che identifica in base al P. Strassb. 76 (128 d. Cr.) e P. Strassb. 77 (II e III sec. d. Cr.) il *μ. δοχικόν* col *μ. δημόσιον*. Infatti nel primo si dice *μετρήσω μίαν δοχικῷ ἀντὶ μίας Ἀθηναίου*, nel secondo *μετρήσω Ἀθηναίου ἀντὶ δημοσίου*. Questa misura è usata per le forniture dell'esercito B. G. U. 807 (183-4 d. Cr.), B.G.U. 743, B.G.U. 1012, Amherst 107 (185 d. Cr.), Amherst 108 (185-6 d. Cr.), P. Ryland's 85 (185 d. Cr.), col nome di *μ. δημόσιον δοχικόν* per i pagamenti *εἰς τοὺς δημοσίους θησαυρούς*, dove si fanno delle conversioni di *μ. δοχικόν* in *μ. Ἀθηναίου* e viceversa. British 1212 (252 e 86 d. Cr.), Leipz. 76 (128 d. Cr.), Leipz. 77 (II e III sec. d. Cr.). Spesso è in relazione ad affitti e subaffitti di terreni pubblici, come nel P. Fior. 354, 355 (II e III sec. d. Cr.) e Leipz. 78 dove il pagamento del fitto è in *μ. δοχικόν*.

Stabilita la eguaglianza fra il *μ. δοχικόν*, il *μ. χαλκῷ* e il *μ. δημόσιον*, osserviamo che il rapporto fra l'artaba *μ. χαλκῷ* e l'artaba *μ. ἀνηλωτικῷ* nel P. British 125 è di 25/24 = 1,05, che corrisponde assai bene col rapporto del P. Tebt. 74 (250 a. C.) fra il *μ. δοχικόν* e il *μ. ἀνηλωτικόν*.

Non avrei eccessiva difficoltà ad identificare il *μ. ἀνηλωτικόν* con l'artaba *μ. θησαυρικῷ*.

Nel P. British 265 l'artaba *μ. θησαυρικῷ* è nel rapporto di 24/25 coll'artaba ordinaria e quindi le vanno attribuiti

choenices 38,40. Nel P. Leipz. 97 invece si ha un valore per l'artaba *μ. θησαυρικῷ* di choenices 37,77. Come si vede, l'artaba *μ. ἀνηλωτικῷ* del P. British 265 di 38,09 choenices risulta esattamente la media dei due valori ottenuti dalle due artabe del P. British 265 e P. Leipz. 97, quindi mi pare assai probabile l'eguaglianza dell'artaba *μ. ἀνηλωτικῷ* con l'artaba *μ. θησαυρικῷ*, che compare solo (almeno per quanto ho potuto osservare) durante l'Impero.

Il P. Tebt. 74 (250 a. Cr.) ci conferma questa identità. Abbiamo infatti le seguenti relazioni:

2368 $^3/_4$	*μ. δοχικῷ*	= 2500	*μ. ἀνηλωτικῷ*
1600	„	= 1684	„
764 $^3/_4$	„	= 816	„

i rapporti sono rispettivamente 1,056, 1,052, 1,062 e ci dànno un'artaba *μ. ἀνηλωτικῷ* di 37,88, 38,03 e 37,67 choenices.

L'artaba *μ. Ἑρμοῦ* fu identificata, secondo me giustamente, dagli Editori del P. British 265 coll'artaba *μ. Ἀθηναίου*. Di essa parleremo nella trattazione del *μ. Ἀθηναίου*.

L'artaba *Φιλίππου* e l'artaba *Γάλλου* mi sono sinora sconosciute e non so identificarle con altre misure note. L'artaba *μ. δρόμῳ* non corrisponde all'artaba *μ. δρόμῳ* del P. Tebt. 61 (*b*) e 72, alla quale si debbono attribuire, secondo me, 46 $^2/_3$ choenices. Però non fa nessuna meraviglia che l'artaba *μ. δρόμῳ* non corrisponda nei due testi perchè vedremo nella trattazione dell'artaba *μ. δρόμῳ* che questa, come l'artaba *μ. φορικῷ*, era probabilmente una misura locale e quindi variabile di luogo in luogo.

L'artaba *μ. Ἀθηναίου* è l'artaba di Hermoupolis. Tale denominazione è usata solamente nell'epoca imperiale, quantunque con ogni probabilità l'artaba *μ. Ἑρμοῦ καὶ σκυτάλῃ δικαίᾳ* del B. G. U. 1142 (25-24 a. Cr.) e il *μ. Ἑρμοῦ* del P. British 265 (I sec. d. C.) debbano identificarsi col *μ. Ἀθηναίου*. Corrisponde quindi a choenices 40,9.

Generalmente serviva in Hermoupolis solo per contratti privati e per gli usi locali; i pagamenti ai *δημόσιοι θησαυροί* si effettuavano in *μ. δοχικόν*. In questo modo si spiega facilmente la frase che ricorre frequente nei documenti dell'Hermopolitano, dove si trovano accenni di pagamenti di grano: *εἰς τὸν δημόσιον θησαυρὸν μίαν δοχικῷ ἀντὶ μιᾶς Ἀθηναίου*. In

generale la frase così concepita, secondo me, non vuol dire altro che il pagamento di un dato numero di artabe in *μ. Ἀθηναίου*; può trasformarsi invece, in determinate circostanze, in altrettante artabe *μ. δοχικῷ* senza convertire l'artaba *μ. Ἀθηναίου* in artaba *μ. δοχικῷ*.

Nel P. Strassb. 76 il conduttore di un fondo deve pagare un certo numero di artabe di grano, *μέτρῳ Ἀθηναίου ἐκτημόρῳ κεκοσκινευμένῳ ἐὰν δὲ βούλῃ μετρῆσαι εἰς τὸν δημόσιον θησαυρόν, μετρήσω μίαν δοχικῷ ἀντὶ μιᾶς Ἀθηναίου.*

Anche il fatto che il *μ. δοχικόν* potesse essere pagato al *δημ. θησαυρός* in luogo dell'artaba *μ. Ἀθηναίου* fa ritenere che le due misure presso a poco dovessero equivalersi, come risulterebbe dall'identità dell'artaba *μ. Ἑρμοῦ* coll'artaba *μ. Ἀθηναίου*.

Dal P. Strassb. 77 in un conto di un *δημ. θησαυρός*, la frase *μίαν Ἀθηναίου αντὶ δημοσίου* ci è servita d'appoggio alla identificazione del *μ. δοχικόν* col *μ. δημόσιον* (cfr. P. Strassb. 77 introd.). La frase *μίαν Ἀθηναίου ἀντὶ μιᾶς δοχικῷ* e viceversa si trova nel C. P. R. I, 38, P. Amh. 87 (125 d. Cr.), C. P. R. I, 39, P. Strassb. 76.

Il *μ. Ἀθηναίου* si chiamava anche *μ. Ἀθηναίου ἑκτήμορον*, quindi ciascun sesto corrispondeva a litri 6,816.

Il *μ. Ἀθηναίου ἑκτήμορον* si trova nei P. Fior. 356, 41, 72, ecc., ecc., ma non doveva differire menomamente dal *μ. Ἀθηναῖον* il cui uso si protrae almeno sino alla conquista araba (cfr. P. British 1012 (663 d. Cr.)).

L'artaba *μ. δρόμῳ* (1) è una misura locale variabile a seconda dei luoghi dove era usata. Tale supposizione di Grenfell è confermata dal P. Ryland's 166 e dal fatto che spesso alla denominazione di artaba *μ. δρόμῳ* è unito un nome di località o di persona, come nel P. Oxy. 1124 (126 d. Cr.), C. P. R. I, 3, *μ. δρόμ. τετραχοίνικον θησαυροῦ πρότερον Πασίωνος*, P. Tebt. 61 (*b*), l. 385, 72, l. 390: *μέτρον τὸ ἐπὶ τῷ δρόμῳ Σούχου*. Il *μ. δρόμον Σούχου* corrisponde a 7/6 di *μ. δοχικόν* e quindi a 46 $^{2}/_{3}$ choenices.

(1) Per *δρόμος* vedi Strabone XVII, pag. 805 citato da Wilcken, *Griech. Ostraka* I, pag. 771.

Per l'epoca romana troviamo usata l'artaba *μ. δρόμῳ* in contratti (affitti di terreni, prestiti, ecc.) fra privati. Hamb. 5 (89 d. Cr.), P. Gen. 24 (96 d. Cr.), P. British 308 (145 d. Cr.), P. Amherst 90 (159 d. Cr.), P. Tebt. II, 378 (256 d. Cr.). P. Ryland's 322, ecc.

Il *μ. δρόμ.* prende il nome di *μ. δρόμον* e *μ. δρόμον τετραχοίνικον* ed assume le divisioni del sistema duodecimale e decimale nel P. Fayum 101 (15 a. Cr.), mentre nel B. G. U. 86 (155 d. Cr.) il *μ. δρόμον τετραχοίνικον* prende le divisioni di 1/2 e 1/10.

Nel P. Ryland's 166 l'artaba *μέτρῳ δρόμῳ* è di 33 $^1/_6$ choenices, *μέτρῳ τῷ πρὸς τριάκοντα τρὶς ἕκτον.*

Concludendo, all'artaba *μ. δρόμῳ* non possiamo assegnare un valore fisso perchè si tratta sempre di una misura locale.

Il *μέτρον βασιλικόν* Hibeh 86, 124, 129 del III sec. a. Cr. ed il *μέτρον τὸ χοί(νικον) τὸ βασιλικόν* Hibeh 84 *a* corrispondono al *μ. χαλκον* di 40 choenices; infatti *μέτρον δημόσιον* non è che la traduzione romana di *μέτρον βασιλικόν*; probabilmente ad esso deve ricondursi il *μ. χοί(νικον) τὸ δικαίον.*

Un'*artaba di 29 choenices* risulta dal P. Hibeh 85 (261-60 a. Cr.), dove si tratta d'un'artaba *μ. τῷ (ἐννεακαιεικοσι) χ(οινίκῳ) τῷ πρὸς χαλκοῦν*, e dal P. Grenf. I, 18, *μέτρῳ ᾧ καὶ παρείληφε πρὸς τὸ κθχ.*

La stessa misura pare sia usata nel P. S. It. 398 (239-8 a Cr.). È un *λόγος σίτου.* Nelle linee 10-15 si hanno le seguenti poste: *διάφορον* 2 $^3/_4$ choenices, 5 poste di 1 $^1/_2$ choenices e 4 poste di 1 choenix. Il totale è quindi 15 $^3/_4$ choenices, che viene computato nel nostro testo come 1/2 artaba 3/4 choenices. Quindi 14 $^1/_2$ choenices corrispondono a 1/2 artaba.

È evidente che si tratta qui dell'artaba di 29 choenices, che non era stata trovata nei papiri che raramente. Le linee 15-18 non ci dicono nulla di nuovo: 1/2 artaba 3/4 choenix per otto giorni corrisponde a 4 artabe e 6 choenices.

L'*artaba di 30 choenices* è verosimilmente riservata esclusivamente alla misura dei semi oleosi. Compare nel " Revenue Law " e nel P. S. It. 358 (252-51 a. Cr.); in ambedue i casi in relazione al monopolio reale per la fabbricazione degli olii.

Nel Griech. Ostrak. II, 1304 (epoca tolemaica):

[Ἀθ]ύρ ιθ ξε αἴ + δοχικῷ λβL
+ α^η ζL αἴ δοχικῷ ς γ' κδ'
/ λη^L γ'κδ'

parrebbe, se la lettura è giusta, come è da ritenersi, che le 65 unità della linea 1 corrispondano a 32 $^1/_2$ artabe μ. δοχικῷ, mentre nella linea 2, 7 $^1/_2$ artabe di un μέτρον sconosciuto sono trasformate in 6 $^1/_3$ $^1/_{24}$ artabe μ. δοχικῷ; quindi si avrebbe una artaba di $\frac{40 \times 6{,}375}{7{,}5}$ choenices = 34 choenices, e una misura di 20 choenices per la linea 1.

Non privo d'interesse dal punto di vista metrologico è il P. Fior. 387, sin qui non utilizzato da alcuno. Esso ci offre dei rapporti fra μ. δοχικόν e due altre misure: il μέτρον δέξιμον e il μέτρον μέγα.

Col. 2, linea 15 τουτ^ω μ^ε Μαρκῳ Αντωνι^ω
Παλλανι (sic) δ^χ ⊼ ιδ
και επι θ^η Σινα^γ υ^π εμ^ο δ^ε
⊼ κδ η' αι δο^χ ⊼ κε ς ιβ
(γινονται) ⊼ λθ ιβ και ε^λ εν αυτ^ω ⊼ Αθ^η ιε η'

24 $^1/_8$ artabe μ. δεξίμῳ = 25 $^1/_6$ $^1/_{12}$ μ. δοχικῷ. $\frac{\mu.\ \delta\varepsilon\xi.}{\mu.\ \delta o\chi.} = \frac{666}{579}$.

Si ottiene che l'artaba μ. δοχικῷ = 0,945 artabe μ. δεξίμῳ. Calcolando l'artaba μ. δοχικῷ di 40 choenices giungiamo alla relazione: artaba μ. δεξίμῳ = 42,316 choenices.

In un frammento inedito dei P. Fior. il rapporto è un poco diverso, quantunque, come accade spesso, le inesattezze qui debbano attribuirsi alle solite ragioni generali

καὶ εη' αἴ δε^ξ δL γ'η'.

5 $^1/_8$ artabe = 4 $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_8$ artabe μ. δεξίμῳ, d'onde si ricava $\frac{\mu.\ \delta\varepsilon\xi.}{\mu.\ \delta o\chi.} = \frac{123}{191}$, 0,967 artabe μ. δεξίμῳ = 1 artaba μ. δοχικῷ, 1 artaba μ. δεξίμῳ = 41,36 choenices; cosicchè si può ritenere l'artaba μ. δεξίμῳ di circa 42 choenices (1).

---

(1) Il P. Fior. 687, col. V. l. 78: δο^ξ ιε αἴ δε^χ ⊼ ιβL darebbe un'artaba μ. δεξίμῳ di 48 choenices.

Dalla col. 3, linea 34-35 κ(αι) ε^λ δο^χ ∘ ιψε β'
αι με^γ ⟨?⟩ ∘ ρξδ

195 $^2/_3$ artabe μ. δοχικῷ = 164 artabe μ. μεγάλῳ (1); l'artaba μ. δοχικῷ = 0,8841 artabe μ. μεγάλῳ, da dove si ricava per il μέτρον μέγα il valore di 47,50 choenices, che dobbiamo ritenere sufficientemente approssimato dato, il numero abbastanza rilevante di artabe del ragguaglio (2).

Il μέτρον φορικόν, come il μ. δρόμον, pare sia una misura variabile a seconda dei luoghi e dei tempi.

Dal P. British 125 (IV sec. d. Cr.) appare che il rapporto fra l'artaba μ. φορικῷ e l'artaba μ. θησαυρικῷ sia di 9/7, mentre nel P. Leipzig 97 (338 d. Cr.) Hermoupolis si hanno rispettivamente i rapporti $\frac{\text{art. } \mu. \ \varphi o \varrho \iota \kappa \tilde{\omega}}{\text{art. } \mu. \ \vartheta \eta \sigma \alpha \upsilon \varrho \iota \kappa \tilde{\omega}}$ di $\frac{65}{48}$ (3) e di $\frac{2}{3}$ (4).

Il μ. φορικόν per ora è comparso solo dopo il IV secolo, P. Fior. 281 (517 d. Cr.), P. S. It. 283 (550 d. Cr.), τῷ ἡμῶν φορικῷ μέτρῳ, che pare sia il μ. φορικὸν Ἀντινουπόλεως, P. Cairo 67107, 67109, 67133.

Artaba μ. μοδίῳ, P. Leipzig 97 (388 d. Cr. Hermoupolis), P. Thead. 31 (319-20 d. Cr.): Wessely, *Stud. z. Paleograph.* III, 48 (VII sec. d. Cr.) (vedi pag. 348-349), corrisponde, secondo i nostri calcoli, a 3 $^1/_4$ modi di 24 sestari, cioè a 78 sestari.

Il P. Jand. 63 (VII sec. d. Cr., Arsinoitico) ci dà il rapporto fra l'artaba μ. δημοσίῳ e l'artaba μ. καγκέλλῳ.

Abbiamo i seguenti ragguagli:

53 $^3/_4$ artabe + 6 choenices = 64 $^3/_4$ artabe;
29 artabe = 34 $^3/_4$ + 2 choenices;
86 $^3/_4$ + 6 choenices = 104 $^1/_4$ artabe + 2 choenices,

dai quali possiamo concludere che l'artaba μ. καγκέλλῳ corrisponde a 5/6 dell'artaba ordinaria, cioè 48 × 5 6 choenices o 40 choenices.

Dai conti delle frazioni di artaba ragguagliate in choenices

---

(1) Per il μ. μέγα cfr. W. P. St. 149.
(2) Non è improbabile che il μέτρον μέγα sia il medimno.
(3) Col. XXIX_3.
(4) Col. III_4, XXVII_5, $XXVII_{11,12}$, $XXIX_{7,8}$, $XXX_{18,20}$.

il valore dell'artaba in choenices varia fra limiti abbastanza estesi fra 30 e 60 choenices circa, per la inesattezza solita in questi conti.

Per il valore di 40 choenices per il *μέτρον κάγκελλον* sta il fatto che tale artaba nei P. Wessely Pal. Studien III, 46, 224, 229, 236, 287, 328 522 prende le frazioni 1/2, 1/3, 1/4, 1/12, 1/20. Quest'ultima frazione compare qui frequente, mentre in generale per le altre artabe è estremamente rara. Ora, tenendo conto che 40 choenices = 60 sestari, si ha che tutte le frazioni usate per questa misura corrispondono a un numero intero di choenices e di sestari.

Il P. Oxy. 1447 (44 d. Cr.) ci dimostra che l'artaba *μ. καγκέλλῳ*, che si credeva bizantina (P. Oxy. 994, P. Fior. 325 e il P. British 256, cfr. n° 4 P. Oxy. 1447), era in uso anche nei primi anni della dominazione romana.

Il ragguaglio di 226 artabe *σίτου καγκέλλον* a 200 artabe *καθαροῦ* probabilmente non indica un'artaba *καθαροῦ*, di $45\frac{1}{5}$ choenices, ma forse solo un ragguaglio per la mondatura del grano.

Μέτρον ἐλαιουργικὸν ἑπτάμετρον Ἀθηναίου, P. Fior. 82 (82-82 d. Cr.), P. Fior. 85, P. Fior. 356 (I e II sec.), P. Oxy. 1140 (293 d. Cr.). Nel P. Ryland's II, 168 il *μέτρον ἐλαιουργικόν* è l'artaba *μέτρῳ τῷ ἑπταμέτρῳ τῆς ἀρτάβης Ἀθηναίου*: come dice il nome, è composto di 7 *μέτρα*. Cfr. P. Ryland's II, 170, *ἀνὰ ἑπτὰ μέτρα τῆς ἀρτάβης λαχάνου*.

L'artaba si divide in frazioni; però, contro l'opinione di Wilcken Ostraka I, 750, non credo che queste corrispondano sempre ad un numero intiero delle choenices ordinarie.

Esistono un *μέτρον τέταρτον*, P. Fay. 89 (9 d. Cr.), P. S. It. I, 31 (164 d. Cr.), B. G. U. 538, *μ. τέταρτον θεοῦ τῆς κώμης*, P. Oxy. 1446, pag. 126 introd., *μ. τετάρτῳ Φιλίππῳ τῷ τοῦ Μάρκου Ἀντωνίου*, che gli Editori hanno creduto poter identificare col *μ. Φιλίππου* del P. British 125, un *μέτρον ἕκτον*, C. P. R. I, 38, *μέτρον ἕκτον θεοῦ τῆς κώμης*, un *μέτρον ὄγδοον*, P. Grenf. II, 56 (Philadelphia), *μέτρον ὄγδοον θησαυροῦ τῆς κώμης*, un *μέτρον δέκατον*, P. Oxy. 1192 (280 d. Cr.), 85 (338 d. Cr.), P. Amherst 147 (IV e V sec.) e in un papiro dello S. It., non pubblicato, dell'epoca bizantina, trattante di un prestito di un vescovo Pelagio.

Μέτρον ἑκτήμορον Ἀθηναίου, P. Fior. 356 (Hermoupolis), P. Fior. 41 (140 d. Cr.): un *μ. ἑκτήμορον* esiste anche fuori del nomo Hermopolita, P. S. It. 281, l. 7-8 (1).

Μέτρον φοινικηγόν, B. G. U. 732, B. G. U. 604 (167-8 d. Cr.), P. S. It. 33, P. Ryl. 172 (208 d. Cr.). *μ. δρ. φοίν. τῆς κώμης*.

Μέτρον ἐνδεκάμετρον, P. Fay. 90 (234 d. Cr.) (restituzione di un prestito di *λάχανος*).

Μέτρον πεντίξεστον, P. British 483 (616 d. Cr.).

Μέτρον πενθηρόν, P. Fior. 286.

Μέτρον ἐξωδιαστικόν, P. Strassb. 71 (II sec.).

Μέτρον ιφ. — La determinazione della misura *ιφ* può essere fatta assai facilmente in base al P. Cairo 67055, linea 1 e segg. L'interpretazione di Maspero è errata. Il testo suona così: *ι]φ /ο̄ βιφζ α[φ/ κουφιζομ/ υπερ διαφορ/ μετρ/ ις.ζ γιν/—*

È una conversione di misure *ιφ* in modi. Si passa dalla prima alla seconda misura togliendo il 16 $^2/_3$ % dal totale delle misure *ιφ*.

La linea 1-2 deve interpretarsi: 2097 *ιφ* dai quali si deve togliere il 16 $^2/_3$ % per la conversione nell'altra misura: si ottiene 240 $^1/_2$, restano 1747 $^1/_2$ modi di orzo.

I conti sono approssimativamente esatti. Nella linea 1-2, se, come pare, il numero 2097 è esatto, si dovrebbero togliere 349 $^1/_3$ da 2097 invece di 350 $^1/_2$ (probabilmente 340 $^1/_2$ è sbagliato) per avere il totale di 1747 $^1/_2$ modi. La linea 3-4 dà 56 modi invece di 56,30 da sottrarre, mentre la linea 5-6 dà 23 $^1/_2$ unità da sottrarre, che è la cifra giusta. Come si vede, si tratta di errori piccolissimi, che sono dovuti alla ordinaria imprecisione dei calcoli di questa natura.

Nel P. Cairo II, 67138, come osserva qui bene Maspero, l'*ιφ* appare dai calcoli costantemente uguale a 1/4 di artaba; nel foglio IV verso del 67139 mentre l'artaba di orzo corrisponde al prezzo di 1 *κεράτιον* l'*ιφ* corrisponde ad 1/4 di *κεράτιον* e 2 *ιφ* a 1/2 *κεράτιον*, quindi

1 artaba = 4 *ιφ*, 100 *ιφ* = 83,33 modi, o più semplicemente 6 *ιφ* = 5 modi.

(1) *Μέτρ(ῳ) Ἀπολλω-[ ] ῳς ἑκτημόρῳ χύσεως.*

Ponendo l'artaba di 72 sestari, come lo è di ordinario, e qui in modo speciale trattandosi di Aphrodito, cfr. P. Aphr. 1718, si ha 1 *ιφ* = 18 sestari, 1 modio 6/5 × 18 sestari = 21 $^2/_5$ sestari, che è proprio la capacità del *μόδιος ξυστός* quale risulta dal P. Aphr. 1718 e dalla Stereometria di Erone.

Da quanto si è detto sinora segue che l'*ιφ* dei papiri greci non è affatto la misura di 4 choenices di Esichio, contro l'opinione comune dei metrologi; forse la misura antica è anche essa il quarto dell'artaba. La denominazione *ιφ* è quindi una delle tante denominazioni dell'artaba in base alle sue frazioni.

L'artaba *μέτρῳ ιφ* compare anche nel P. S. It. 284 (del VI sec. d. Cr.).

Per il *μέντ* e il *κούμουλος* rimando all'append. del P. Aph. 1718 e in ispecie alla tavola delle misure di capacità e di pesi tratta dagli editori del P. Aphr. 1718, p. 156:

ἀρτάβη	1											
μόδιος κουμούλ.	3	1										
μόδιος ξυστός	$3^1/_3$	$1^1/_9$	1									
διμάτιον ε μετρ.	5	$1^1/_2$	$1^1/_2$	1								
διμάτιον ς μετρ.	6	2	$1^4/_5$	$1^1/_5$	1							
μνᾶ	10	$3^1/_3$	3	2	$1^1/_3$	1						
μέντ	20	$6^2/_3$	6	4	$3^1/_3$	2	1					
κούμουλος	30	10	9	6	5	3	$1^1/_2$	1				
χοῖνιξ	48	16	$14^2/_5$	$9^3/_5$	8	$4^4/_5$	$2^2/_5$	$1^3/_5$	1			
ξέστης	72	24	$21^3/_5$	$14^2/_5$	12	$7^1/_5$	$3^3/_5$	$2^2/_5$	$1^1/_2$	1		
λίτρα	100	$33^1/_3$	30	20	$16^2/_3$	10	5	$3^1/_2$	$2^1/_{12}$	$1^7/_{18}$	1	
οὔγκια	1200	400	360	240	200	120	60	40	25	$16^2/_3$	12	1

Modio castrense. — Quantunque il modio castrense non compaia mai nei nostri documenti, credo che esso debba identificarsi col *μόδιος ξυστός*. La determinazione di questa misura è importante, perchè il modio castrense compare frequentemente nell'Editto di Diocleziano, *De praetiis rerum venalium*, in ispecie nei prezzi dei cereali.

Nel problema di Erone, *Script. Metrol.* I, 203-4, si pone 1920 cubiti cubici uguali a 19200 modi: quindi il cubito cubico contiene 10 modi, che sono detti italici per errore, perchè, nello stesso Erone, *Script. Metr.*, I, pag. 204, il *πῆχυς* cubico contiene

10 modi o $13\,^1/_2$ modi italici. Assegnando al modio 24 sestari, Erone ragguaglia i 19200 modi a 21320 modi castrensi. Il rapporto di $\frac{19200}{21320} = \frac{12}{13,325}$ va quasi certamente sostituito dal rapporto $\frac{12}{13\,^1/_3}$. Troviamo allora che, se il modio è di 24 sestari, il modio castrense è di sestari $21\,^3/_5$.

I frammenti di Erone sono utilizzabili solo quando si riesca a distrigare la curiosa confusione che vi regna di misure greche e romane: per potersene servire in generale è necessario avere delle idee precise sulle misure adoperate.

Da quanto si è sopra visto si può concludere che il modio castrense non è che il *μόδιος ξυστός*.

Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici (1)

Nota II del Prof. GIOVANNI CAMPUS

II. — Le testimonianze dei grammatici.

6. — Le prove addotte dal Guarnerio a difesa della tesi ascoliana sono ben lungi dall'aver quel valore che sulle prime da molti è stato loro attribuito.

Soprattutto occorre notare che gl'indizî ch'egli crede di rintracciar nel sardo per dimostrare che la fase logudorese odierna *deke* fu preceduta da * *deke*, si riconoscono oggi dallo stesso Guarnerio come infondati (1). D'altra parte i primi rari

(1) *RDR.* III, 213 sg. — Quest'indizi furono da noi combattuti nell'opuscolo *Sulla questione dell'intacco del c latino*, Torino, 1901 (cfr. Meyer-Lübke, *Einf.*², § 125). Il Guarnerio conviene in sostanza con noi nel riconoscere che l'edifizio da lui creato sul sardo è definitivamente caduto, anche se da noi dissente in questo o quel particolare. Notiamo di passaggio che non comprendiamo l'avversione del Guarnerio per la derivazione di *poska* da POSTQUAM (*RDR.* III 214). La corrispondenza fonetica è perfetta, e per giunta la particella *ka* (QUAM) è tuttora viva nel logudorese. La difficoltà semasiologica, già addotta dall'Ascoli, che POSTQUAM è una congiunzione subordinativa (= ' dopochè '), mentre *poska* è un avverbio indipend. (= ' poscia '), non ha valore. Noi adducemmo a provare la possibilità di simili passaggi di significato vari esempi, che qui non staremo a ripetere. Solo di due di essi diremo qualche parola, perchè furono troppo sommariamente giudicati dal Guarnerio (*AGIt.* XVI 13). Che il logud. *nakki* sia un *nat ki* ' dice che ' è un fatto indubitabile, di cui hanno piena coscienza i parlanti; il significato originario, del resto, sussiste ancora nell'uso accanto a quello del semplice ' si dice '. Che poi *nessi* ' almeno ' discenda da NEC SI, come noi propo-

segni di prepalatalizzazione che si trovano nel materiale epigrafico e manoscritto, sono del sec. VII (1); la mancanza d'ogni indizio per il periodo anteriore parrebbe, se mai, parlare in favore d'una conservazione di *k* più lunga di quanto il Guarnerio non pensasse (2).

Per conseguenza, delle prove suddette non restano che quelle desunte dalle testimonianze dei grammatici.

I passi su cui si fonda il Guarnerio sono appena due: quelli, cioè, di Terenziano Mauro (sec. III) e di Mario Vittorino (sec. IV) (3). Venuto meno, come abbiamo visto or ora, ogni altro indizio, essi in verità sono troppo poca cosa, tanto più che i due autori appartengono alla stessa regione (Africa), mentre ad avvalorare l'opinione che la fase *dekem* vigesse da per tutto, occorrerebbe ch'essa fosse largamente documentata (4).

Possiamo dunque affermare *a priori* che la dimostrazione della tesi ascoliana non è stata raggiunta (5). Vero è che du-

---

nevamo nel suddetto opuscolo (p. 15 n.), fu ammesso dallo stesso Guarnerio (*RJb.* XI 166), quando questo etimo fu riproposto senza alcuna dichiarazione dal Subak, sotto la cui paternità è riprodotto ora in *REW.* (5868). Quanto a *poska* il Guarnerio preferisce pensare a un incrocio di POSTEA col logud. ant. *oska*; questo *oska* poi egli vuole col Subak derivare da EOUSQUE. Ma se si pensi che da EOUSQUE si aspetterebbe piuttosto **uska*, si dovrebbe tutt'al più ritenere, al contrario di quel che vuole il Guarnerio, che *oska* sia un **uska* rifatto su *poska*.

(1) Meyer-Lübke, *Einf.*², § 126. — Il Guarnerio andrebbe più in là, cioè al sec. VI (*Supplem.* cit., p. 38).

(2) Il Guarnerio tenta spiegare il silenzio dei documenti con la teoria da noi già ricordata, secondo la quale l'evoluzione tra *k* e *ḱ* sarebbe avvenuta a gradi insensibilmente; perciò l'innovazione non si sarebbe per lungo tempo avvertita (*Suppl.* cit., pp. 38-39). Ma v. p. 282.

(3) *Suppl.* cit., pp. 34 sgg.

(4) Il Meyer-Lübke, pur pensando che le testimonianze di Terenziano e di Vittorino provino l'esistenza di *ḱ* nel latino volgare dei sec. III e IV d. C. (*Einf.*², § 127), ammette tuttavia che il *k* sardo e dalmatico rappresentino una conservazione, e che nell'Italia meridionale, nella Dacia, nel Portogallo i suoni prepalatali e dentali siano arrivati tardi (v. sopra, p. 278, n. 1, e cfr. anche *Mitteil. d. rum. Inst. d. Univ. Wien*, I, pp. 17, 31).

(5) Nel suddetto opuscolo *Sulla questione dell'int. del* c *lat.* noi ci limitammo alla discussione degl'indizi tratti dal sardo, appunto perchè tutti gli altri indizi messi insieme non potevano considerarsi, neppur nella più benevola delle ipotesi, sufficienti a dimostrare la teoria ascoliana.

rante il periodo imperiale il latino volgare doveva esser molto uniforme in tutta la romanità: ma ciò va inteso soprattutto nel senso ch'esso non aveva ancora avuto il tempo d'innovarsi profondamente e di allontanarsi troppo dal tipo originario, non certo nel senso che le innovazioni che apparivano man mano nelle varie parti dell'impero e sia pure a Roma raggiungessero di botto le regioni più lontane o più isolate. Perchè infatti un'innovazione si propaghi fino ad abbracciare tutto un territorio amplissimo, occorre bene un certo lasso di tempo, anche se le condizioni storiche e geografiche siano le più favorevoli.

7. — Ma anche sull'interpretazione dei passi di Terenziano e di Vittorino abbiamo forti motivi di dubbio, se alcuni linguisti che li presero in esame non seppero trovarvi alcun accenno al preteso suono " intaccato „ (1). Crediamo perciò ben legittimo il desiderio di rivederli.

Il passo di Terenziano (K. VI 331) suona:

> Utrumque latus dentibus applicare linguam
> C pressius urget: dein hinc et hinc remittit,
> quo vocis adhaerens sonus explicetur ore.
> G porro retrorsum coit et sonum prioris
> obtusius ipsi prope sufficit palato.
> . . . . . .
> K perspicuum est littera quod vacare possit
> et Q similis. Nam eadem vis in utraque est,
> quia locus est primitus unde exoritur C,
> quascumque deinceps libeat iugare voces,
> mutare necesse est sonitum quidem supremum,
> refert nihilum K prior an Q siet an C.

Come si possa vedere in questo passo una prova dell'esistenza del suono intaccato, non riusciamo davvero a comprendere, anche se ammettiamo col Guarnerio che il grammatico nel descrivere la pronunzia delle singole lettere C G K Q pensava al loro nome (risp. CE GE CA CU).

---

(1) Per es. E. Seelmann, *Die Auspr. des Lat.* (Heilbronn, 1885), p. 332; W. M. Lindsay, *The lat. lang.* (Oxford, 1894), §§ 92, 94.

Il primo punto, che fa parte della trattazione sistematica di tutte le consonanti esplosive (P B, C G, T D), contiene un raffronto fra C e G (ossia fra CE e GE): per la sorda o forte (C), dice il grammatico, la lingua preme contro i denti *più strettamente* (" pressius „) che non per la sonora o debole, la quale " sonum prioris *obtusius* ipsi prope sufficit palato „ (1).

Il secondo punto tocca la questione che ci riguarda. Orbene, in esso l'autore dice esplicitamente che K e Q sono lettere di cui l'alfabeto latino potrebbe fare a meno (" K perspicuum est littera quod *vacare possit* et Q similis „), perchè si articolano come il C (" quia locus est primitus *unde exoritur* C „), e conchiude senza ambagi che fra le tre lettere non v'è differenza alcuna (" *refert nihilum* K prior an Q siet an C „).

È dunque evidente che nel passo ora esaminato non si fa nessuna menzione del preteso suono " intaccato „; al contrario, ammesso che nel descrivere le lettere C K Q l'autore pensasse rispettivamente alle sillabe CE CA CU, risulterebbe provata l'identità di suono della velare sorda davanti a qualsiasi vocale.

Vediamo ora il passo di Mario Vittorino (K. VI 33-34); " C etiam et G, ut supra scriptae, sono proximae oris molimine " nisuque dissentiunt. Nam C reducta introrsum lingua hinc atque " hinc molares urgens haerentem intra os sonum vocis excludit. " G vim prioris pari linguae habitu palato suggerens lenius red- " dit... K et Q supervacue numero litterarum inseri doctorum " plerique contendunt, scilicet quod C littera harum officium " possit implere. Nam muta et otiosa parte qua C incipit, pro " qualitate coniunctae sibi vocis supremum exprimit sonum. " [Non] nihil tamen interest utra earum prior sit, C seu Q sive K. " Quarum utramque exprimi faucibus, alteram distento, alteram " producto rictu manifestum est „.

Il passo di Vittorino procede con lo stess'ordine e quasi colle stesse parole di quello di Terenziano; ma qua e là è più ampio e ci dà quindi nuovi elementi di giudizio.

In primo luogo qui abbiamo la certezza, come ben osserva

(1) Simili accenni, del resto, a una maggior o minore pressione della lingua secondo che si tratti di sorde o di sonore, i due grammatici fanno anche per le labiali e per le dentali.

il Guarnerio, che il grammatico, descrivendo le singole lettere, teneva presente il loro nome: ciò risulta evidente dall'ultimo punto, ove si accenna alla diversa apertura della bocca secondo si tratti di C o di K o di Q, cioè rispettivamente delle sillabe CE CA CU (1).

Anche Vittorino nella prima parte contrappone la pronunzia di C a quella di G, che " vim prioris... *lenius* reddit „. Qui peraltro abbiamo un dato nuovo, poichè l'autore precisa per i *molari* la porzione dei denti che concorre all'articolazione dei due suoni. Ma bisogna riconoscere che quest'accenno ai molari è troppo vago e si presta ottimamente, come del resto ammette lo stesso Guarnerio, così alla pronunzia del suono " intaccato „ come a quella del suono iniziale della sillaba italiana *che*.

Nella seconda parte, dove si tratta del confronto tra C K Q, abbiamo qui maggior copia di particolari e, ciò che più importa, un accenno esplicito ad una differenza di pronunzia tra le tre lettere, accenno che, come abbiamo veduto, indarno si cercherebbe nel passo di Terenziano.

Che le lettere K e Q siano superflue di fronte al C che le può sostituire, Vittorino dice non come pensiero suo, ma come opinione di altri grammatici (" plerique doctores „). Tuttavia egli non nega in sostanza che tale opinione sia vera; anzi afferma in modo esplicito che il sito dell'articolazione di K e Q è identico a quello di C (" muta et otiosa *parte qua* C *incipit* „), sito che poscia determina sì da non lasciar dubbi (" utramque exprimi *faucibus* „). Sennonchè, volendo sostenere con qualche argomento l'uso tradizionale, aggiunge che v'è una differenza, la quale peraltro è nelle *vocali* delle sillabe CE CA CU (" *pro qualitate* coniunctae sibi *vocis* supremum exprimit sonum „), ciò che spiega l'osservazione finale della diversa apertura della bocca (2).

---

(1) Sui nomi delle consonanti latine vedasi la testimonianza di Probo in *K.* IV 50; quanto poi all'uso di scrivere C per CE e simm. v. quelle di Terenziano Scauro (*K.* VII 14) e di Velio Longo (*K.* VII, 53).

(2) L'incertezza della lezione [*non*] *nihil* fa pensare che il testo sia stato interpolato e che in origine si avvicinasse di più a quello di Terenziano. In ogni caso, quest'incertezza non influisce gran che sull'insieme del contesto. Se leggiamo *nihil*, dobbiamo intendere che Vittorino, come già Terenziano, non vedeva alcuna differenza nella pronunzia delle consonanti,

Mario Vittorino, insomma, nulla aggiunge di essenziale per la nostra questione a quanto aveva detto il suo predecessore; soltanto egli ferma l'attenzione sul diverso atteggiamento della bocca per effetto delle diverse vocali, mentre Terenziano, non badando a queste, si limita a notare l'identità delle consonanti.

L'opinione che i due grammatici accennino al suono *ḱ* non può dunque essere sorta che in conseguenza d'un malinteso, dovuto specialmente al fatto che non s'è tenuto conto di tutti gli elementi di giudizio che i due passi ci offrono.

I punti su cui quest'opinione si fonda sono i seguenti: 1) Vittorino parla di una differenza tra C K Q, ossia tra CE CA CU; 2) entrambi i grammatici dicono che nella pronunzia di C (CE) la lingua preme contro i denti, che Vittorino determina per i *molari*; Terenziano per conto suo aggiunge che la lingua preme " fortemente „ (1).

Quanto al primo punto non s'è data troppa importanza al fatto che la differenza accennata non riguarda il sito dell'articolazione, ma soltanto l'apertura della bocca, e quindi essa si riferisce ai suoni vocalici delle sillabe CE CA CU e non alle consonanti (2).

Viceversa l'unico accenno al sito dell'articolazione, quello dei *molari*, mentre è di per se stesso insufficiente a determinare un suono più o meno " intaccato „, non mira a contrapporre la

---

ma la vedeva in quella delle vocali. Se la lezione genuina è invece *non nihil*, l'autore avrà inteso dire che, nonostante l'identità di pronunzia dell'elemento consonantico, pure una certa differenza tra C K Q v'è, ma solo in quanto per le vocali diverse bisogna diversamente atteggiare la bocca.

(1) Che questi due punti, considerati così fuori del contesto e messi rudemente l'uno accanto all'altro, abbiano potuto generare o favorire l'opinione che vi si accenni al suono *ḱ*, si comprende. L'osservazione della maggior pressione della lingua contro i molari parrebbe infatti accennare ad una differenza fra il C da un lato e il K e il Q dall'altro; le parole di Vittorino sulla diversa apertura della bocca parrebbero poi ribadire e precisare questa differenza.

(2) E s'adatta ottimamente al suono iniziale delle sillabe italiane *che ca cu*: la bocca, già nel momento in cui si dispone alla pronunzia della consonante, si atteggia alla formazione della vocale che segue, e appunto per *che* si allarga, per *ca* e più ancora per *cu* si restringe.

pronunzia di C a quella di K e Q, ma riguarda i suoni velari indistintamente (suoni rappresentati, com'è naturale, coi segni più comuni C e G) di fronte alle consonanti labiali e dentali. La questione delle lettere K e Q segue in fondo come una nota a parte.

Più grave ancora ci sembra il malinteso circa quel " *pressius urget* ", che si riferisce evidentemente alla differenza fra sorda e sonora e non, come pare sia stato inteso dal Guarnerio, alla differenza fra C e K e Q.

Del resto lo stesso Guarnerio ammette che i due grammatici non definiscono con evidenza il suono " intaccato ". " Possiamo dunque conchiudere, egli dice, che la descrizione, per " quanto sommaria, di Terenziano e di Vittorino permette di " ritenere certa, fin dal III secolo almeno, nel latino della scuola e " della coltura, la pronunzia di CE CI come prepalatale, *fors'anche* " già intaccata ". Al qual proposito è da notare che per C " prepalatale " il Guarnerio intende la velare delle sillabe italiane *che chi* in confronto con quella " mediopatale " di *ca* e con la " postpalatale " di *co cu* (1).

A quest'esitazione fra il suono " prepalatale " e il suono " intaccato " par che il Guarnerio non dia alcun peso (2); ma che si tratti dell'uno o dell'altro non è cosa davvero indifferente per la teoria ascoliana. Questa vuole che nella tarda latinità CE CI abbiano subìto un'innovazione rispetto alla pronunzia più antica: orbene, se si ammette che la fase innovata coincida quanto al suono con le sillabe italiane *che chi*, quale sarà mai stata la pronunzia anteriore? Abbiamo forse ragioni per credere che una volta la pronunzia di C davanti ad E I fosse " mediopalatale " o " postpalatale "? (3). D'altra parte si potrebbe parlare di *ritorno* nel sardo, ove il *k* di *deke* si articola più avanti di quello di *cane* o di *cosa*, cioè " prepalatale " come nell'ital. *che*? (4).

(1) *Supplem.* cit., p. 23.

(2) Essa è poi completamente sfuggita al Meyer-Lübke (*Einf.*², § 127), al Grandgent (*Introd.*, ecc., § 260) e ad altri.

(3) Cfr. Seelman, op. cit., pp. 29 e 197.

(4) È evidente che il momento che il linguista deve cogliere per fissare l'inizio dell'innovazione, è quello in cui s'era prodotta una differenza sensibile nella pronunzia delle sillabe CA CE: v. *Baust.* cit., p. 313 (v. ora anche lo stesso Guarnerio, *Fonol. rom.*, p. 528).

8. — Ad infirmare la gravità dell'indizio che contro la tesi ascoliana in generale e contro l'interpretazione dei passi suddetti in particolare si desume dal silenzio di tutti gli altri grammatici, si osserva che questi nelle loro dichiarazioni non tengon conto dell'uso vivo, ma seguono materialmente la tradizione scolastica (1).

A questo si potrebbe semplicemente rispondere che ad ogni modo una prova positiva, anzi un solo vago indizio dell'esistenza del suono *ḱ* manca affatto. Ma v'è di meglio: l'esame dei passi dei grammatici che si riferiscono alle velari ci permette di dire che l'esistenza del suono *ḱ* è da considerarsi esclusa non solo dalla tradizione scolastica, ma anche dall'uso vivo.

Quasi tutti i grammatici che trattano dei suoni dell'alfabeto latino, a proposito della velari ricordano, o che la seguano, o che la combattano, una scuola che sosteneva l'inutilità dei segni K e Q, perchè sostituibili, quanto alla pronunzia, da C (2). I più, come abbiamo visto per Mario Vittorino e come si potrebbe dire per Terenziano Mauro (3), difendono la tradizione, è vero; ma ciò non fanno sempre per pedanteria, sibbene spesso per ragioni di comodità pratica (4). Di solito anche questi conservatori ammettono, esplicitamente o implicitamente, che

---

(1) *Supplem.* cit., p. 37.

(2) È la scuola alla quale accenna Mario Vittorino (" K et Q super- " vacue numero litterarum inseri *doctorum plerique* contendunt "), ai seguaci della quale altri dà il titolo di " imperiti " o " indocti " (v. p. es. *K. Supplem.* CCXXXI). Si noti peraltro che uno di questi " imperiti " fu Prisciano.

(3) Terenziano altrove (*K.* VI 349) torna sulla questione e ripete le regole tradizionali sull'uso di K e Q.

(4) Essi non si saprebbero risolvere soprattutto a rinunziare alle sigle *K. Q.* o a scrivere CUAM per QUAM (*K.* IV 50, VI 349, VII 14, VII, 149, ecc.). Alla necessità sostenuta da costoro di distinguere l'*u* vocale (come in *cui*) dall'*u* consonante (come in *qui* o in *quam*), risponde acutamente Prisciano, il più forte sostenitore dell'inutilità dei segni K e Q: " Q vero propter nihil " aliud scribenda videtur esse, nisi ut ostendat sequens U ante alteram vo- " calem in eadem syllaba positam perdere vim litterae in metro. Quod si " ideo alia littera existimanda est quam C, debet G quoque, cum similiter " praeponitur U amittenti vim litterae, alia putari, et alia, cum id non facit " Dicimus enim ANGUIS sicuti QUIS, et AUGUR sicut CUR " (*K.* II 12).

in realtà fra C K Q non si sentiva alcuna differenza di pronunzia.

Tra i molteplici passi che si possono citare per dimostrare il nostro asserto, uno merita una speciale considerazione, perchè, nemmeno a farlo apposta, è stato addotto a sostegno dell'asserto contrario (1). È di Anneo Cornuto presso Cassiodoro (K. VII 149) e suona così: " Non nulli putant *auribus deserviendum atque ita scribendum ut auditur*. Est enim fere certamen de recta scriptura in hoc, utrum *quod audimus*, an quod scribi oporteat, scribendum sit. Ego *non omnia auribus dederim*. QUOTIDIE sunt qui per CO COTIDIE scribant, quibus peccare licet desinere, si scient QUOTIDIE [inde] tractum esse a QUOT DIEBUS, hoc est " omnibus diebus „. QUI syllaba per Q U I scribitur; si dividitur, ut sit CUI ut HUIC, per C „.

Come si vede, il grammatico è bensì fedele (non diremmo proprio *pedante*) seguace della tradizione, ma ammette che *stando all'orecchio* avrebbero ragione gl'innovatori: C e Q hanno l'identico suono. Quanto al K, l'autore non ne parla, perchè ridotto a pura e semplice sigla.

Ora noi ci domandiamo: se vi sono grammatici che s'appellano all'uso vivo, perchè non ve n'è alcuno che faccia il più vago accenno ai suoni diversi che si pretende assumesse la lettera C secondo la vocale seguente? E se questi suoni diversi c'erano in realtà, come mai questi grammatici propongono di ridurre i tre segni ad uno, e non piuttosto di farli meglio corrispondere alle esigenze della pronunzia?

D'altra parte, se questi innovatori erano così ciechi, come mai a qualcuno dei conservatori non veniva in mente di obiettar loro che il C assumeva diverso valore secondo le vocali da cui era seguìto, e che quindi la riduzione dei segni, mentre tendeva ad abbattere l'uso tradizionale, non aveva alcun fondamento neppur nell'uso vivo?

Tutte queste domande non possono avere che una risposta: la differenza di suono fra la consonante iniziale di CE e quella di CA e CU non era avvertita dai grammatici; CE suonava dunque come l'italiano *che* e il suono *k* non esisteva, o non era dell'uso che in qualche parte remota della romanità.

---

(1) *Supplem.* cit., p. 37 n.

Conclusione.

Riassumendo possiamo dunque dire:

1) La diffusione geografica degli esiti di C G davanti ad E I nella romanità in generale e nella Sardegna in particolare è un indizio che i suoni prepalatali e dentali (*č*, *z*, *s*, ecc.) rappresentano un'innovazione, e il suono *k* una conservazione (§§ 1-4). La tesi ascoliana si fonda su un preconcetto e non ha dalla sua alcun indizio d'ordine geografico (§ 5).

2) Gli argomenti che sono stati messi innanzi a sostegno della tesi ascoliana cadono tutti, compreso quello tratto dalle testimonianze dei grammatici (§§ 6-8) (1).

---

(1) Un altro indizio il Guarnerio crede di vedere nel modo come si devono essere svolte le lingue romanze dal latino volgare. " Se fosse " esatta la teoria del Gröber, egli dice, che le lingue romanze presuppon- " gono nel loro svolgimento lo stato del latino volgare al momento in cui " fu importato nelle provincie, ne conseguirebbe che, siccome la Sardegna " fu conquistata nel 238, la Spagna nel 197 e l'Illiria nel 167 av. C., così " si dovrebbe riscontrare nella Spagna l'esito di CE CI press'a poco allo " stesso punto che è nella Sardegna e nell'Illiria. Ciò non è; e dunque " l'esito di CE CI in queste due regioni non rispecchierà la pronuncia del " latino volgare al tempo della conquista, ma risalirà ad un suono già in- " taccato, donde si potesse svolgere così il profferimento spagnuolo come " quello di altre lingue che ora non consideriamo, e la famosa vetustà " della gutturale nel logudorese, vegliotto e albanese sarà puramente illu- " soria „ (*RDR.* III 213). Noi non ci leveremo certo a difendere la teoria del Gröber, che ha fatto il suo tempo; ma non troviamo neppur legittima la conseguenza alla quale arriva il Guarnerio. L'esito di CE CI nella Spagna può bene esser dovuto ad un influsso esterno e piuttosto tardivo, influsso che non sarà arrivato fin nella Sardegna e nell'Illiria.

Un altro argomento il Guarnerio in favore della sua tesi avrebbe tratto " dall'analisi del processo fisiologico dell'alterazione palatina „ (*ibid.* 214), cioè dalla descrizione delle fasi intermedie attraverso le quali sarebbe passato il suono *k* nel suo fatale evolversi. Queste fasi intermedie egli vede " con molta evidenza „ nelle Gallie e nella Ladinia, negli esiti molto numerosi di C avanti ad E I (*č*, *z*, *s*, ecc.): v. *Fonol. rom.* § 396. Egli non ammette che questa varietà di esiti dipenda da un'altra causa da noi accennata altrove: al fatto cioè che le innovazioni, andando di regione in regione, vengono riprodotte col suono più affine posseduto dagl'idiomi in

Indubbiamente peraltro la gran diffusione dei suoni prepalatali e dentali ci dice che l'innovazione è antica. E una delle ipotesi più verisimili che si possono fare al riguardo è ch'essa sia cominciata in qualche territorio soggetto a Roma fin dal primo momento in cui il latino si sovrapponeva alla lingua preromana e per influsso di questa (1). Ma ivi sarà rimasta a lungo come in uno stato d'incubazione fino a che condizioni storiche favorevoli non abbiano permesso che ne uscisse e si diffondesse. Questa diffusione sarà avvenuta più o meno rapidamente secondo che i rapporti delle regioni innovate con quelle che conservavano lo stadio antico erano più o meno stretti e anche secondo il grado di superiorità morale delle une sulle altre (2). E la marcia dell'innovazione non è ancor finita: ieri essa ha conquistato Veglia, domani conquisterà il Logudoro.

---

cui penetrano (v. p. 274 e cfr. quanto si dice a proposito di *z* per c in Sardegna a p. 281-282). In ogni caso il Guarnerio riconoscerà che con l'analisi del processo fisiologico non si può fissare alcuna data, nemmeno approssimativa, per l'inizio dell'innovazione, nè si può provare che il *k* introdotto in Sardegna dai primi Romani vi sia stato sostituito da *ḱ* e che questo sia poi tornato al primitivo *k*.

(1) Sull'influsso del " sustrato " preromano v. ora A. Meillet, *Les langues*, ecc., pp. 104 sgg.

(2) *Ibid.*, pp. 123 sg. (v. sopra, p. 281, n. 2).

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Gennaio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Salvadori, Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco e Parona Segretario.

Scusa l'assenza il Direttore della Classe Senatore D'Ovidio.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Mattirolo, riferendosi alla proposta relativa all'*Ara Pacis Augustae* presentata nell'adunanza precedente, comunica che fu approvata anche dalla R. Accademia dei Lincei e da parecchie Società archeologiche. Il Presidente se ne rallegra col collega Mattirolo.

Il Segretario dà notizia della lettera colla quale il Professore R. Marcolongo rinnova i ringraziamenti per la nomina a Socio corrispondente, ed avverte che la prima lettera inviata dal Collega, non appena fu informato della nomina, non giunse a destinazione. La Classe prende atto del cortese scritto del Collega.

Il Socio Grassi offre in omaggio alcune copie della sua Nota *Resistività e coefficiente di temperatura dell'alluminio*, che

riassume, annunciando che si propone di continuare le sue ricerche sull'argomento.

Il Socio Peano presenta come omaggio dell'A., Socio corrispondente R. Marcolongo, il volume *Il Problema dei tre corpi da Newton ai nostri giorni* e ne parla con parole di elogio.

Il Socio Sacco, per incarico dell'A. Prof. A. Roccati, fa omaggio di due lavori: *Il glacialismo nelle Alpi Marittime* e *Il Bacino della Beonia ed il Massiccio del Monte Bego* (Alpi Marittime).

Il Segretario presenta alla Classe il volume *Ologenesi. Nuova teoria dell'evoluzione e della distribuzione geografica dei viventi*, omaggio dell'A., nostro Socio corrispondente, Professore D. Rosa e rileva l'importanza della teoria, che è accolta con largo consenso.

Il Presidente ringrazia i donatori ed i presentatori.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Febbraio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Einaudi, Schiaparelli, Vidari e Pacchioni.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 19 gennaio u. s.

Il Presidente, dando notizia alla Classe del grave lutto che ha colpito il Socio Einaudi con la morte della madre sua, aggiunge di avere a lui inviato le più vive condoglianze, anche a nome dei Colleghi dell'Accademia. E la Classe, ringraziando il Presidente di averne interpretato il sentimento, rinnova all'illustre collega l'espressione dell'animo suo commosso da sì grande sciagura.

L'Accademico Segretario Stampini presenta, quale omaggio del " Carnegie Endowment for International Peace (Division of International Law) ", il *Tractatus De Bello, De Represaliis et de Duello* di Giovanni da Legnano, pubblicato dalla Oxford University Press per la " Carnegie Institution of Washington "

a cura di Thomas Erskine Holland da un manoscritto originale da lui scoperto a Bologna e del quale il magnifico volume dà una splendida e intera riproduzione fotocollografica. La Classe ringrazia la Carnegie Institution per il prezioso dono.

Il Socio De Sanctis, a nome del Socio Sforza assente, presenta una *Nota* del Prof. Ubaldo Mazzini su *Il primitivo battistero di Luni*. Sarà pubblicata negli *Atti*, nei quali saranno pure stampate la *Nota II* del Dott. Angelo Segrè intitolata *Misure egiziane nell'epoca Tolemaica, Romana e Bizantina*, presentata dal Socio Prato; la *Nota*, presentata dal Socio Cian, del Prof. Ferdinando Neri *La leggenda di Gargantua nella Valle d'Aosta*; e una *Nota* del Socio Valmaggi *Per la Grammatica*.

LETTURE

Il primitivo battistero di Luni

Nota di UBALDO MAZZINI

Tra i marmi lunensi del Museo Fabbricotti in Carrara esiste un frammento di circa m. 0,60 di lato, e di uno spessore di m. 0,20, figurato a basso rilievo in ambe le facce. In una di queste è scolpita un'ancora posta in un campo ondoso, nel quale nuotano quattro pesci; nella seconda, pure in campo ondoso, si vedono due grossi pesci, o delfini, disposti in modo che le rispettive teste e code convergono; e, in mezzo a questi, un motivo ornamentale di due polipi, o mostri marini, i cui tentacoli si attortigliano ad un'asticella perpendicolare. Le scolture presentano tutti i caratteri di un'arte in decadenza.

Tale frammento archeologico è rimasto inedito fino a che il ch. prof. Luigi Pareti non ne pubblicò le figure per desumere una caratteristica portuaria di Luni dal " ricorrere frequente di elementi marini nella decorazione degli edifici „ di quella città (1).

Se non che, non convenendo col Pareti, che del resto si è occupato del frammento in modo affatto occasionale, nel vedervi rappresentate " ancore reali ed animalesche „, dirò il mio parere intorno all'interessante cimelio, che ha certamente maggiore importanza per l'archeologia lunense di quanto sia stato supposto. E dirò subito che siamo dinanzi ad un frammento di archeologia cristiana de' primi secoli, già appartenente ad un insigne monumento della città, la quale ebbe assai presto il benefizio della predicazione dell'Evangelio.

(1) *Portus Lunae*, in *Atene e Roma*, XXI, 1918, p. 157, fig. 6 e 7.

La faccia della lastra marmorea, che ho distinto col N° 1, presenta, ripeto, un'ancora in un mare ondoso, nel quale nuotano alcuni pesci.

L'arte nell'antichità cristiana fece larghissimo uso degli emblemi marini, e l'ancora è uno di quelli che impiegò più spesso in servigio del suo simbolismo, che trae l'origine dal Nuovo Testamento. L'ancora navale, *ἡ ἄγκυρα ναυτική*, considerata nel suo senso naturale, rappresenta la speranza, e spesso l'unico soccorso al navigante in mezzo alla tempesta; ond'è che gli antichi vi annettevano un senso religioso, e la chiamarono *sacra*. I primi cristiani compresero le numerose relazioni dell'ancora considerata quale simbolo, sia con le onde inseparabili

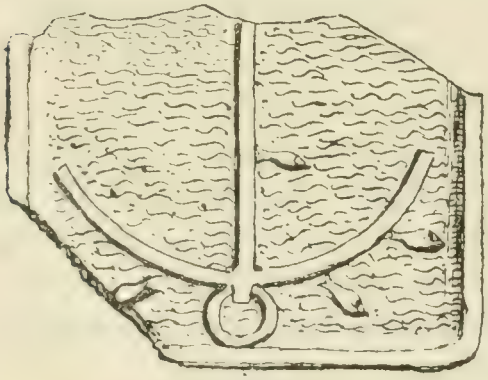


Fig. 1.

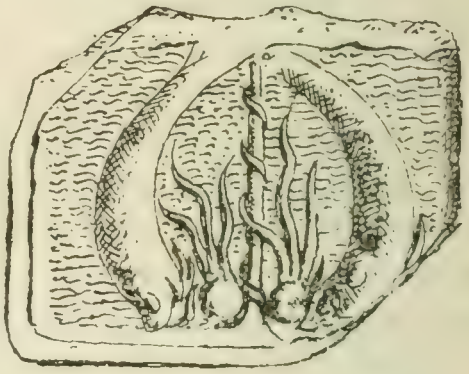


Fig. 2.

dell'umana vita, sia, e principalmente, con l'agitazione in cui eran tenuti dalla persecuzione, che metteva sempre in pericolo la barca di Cristo. Così l'ancora è una delle più antiche immagini che si riscontrano sulle pareti e sui monumenti dei loro cimiteri, per ricordare che nella tempesta delle passioni scatenate contro la Chiesa la divina assistenza era l'ancora di salvezza che li garantiva contro il naufragio. Questo è il primo senso che va attribuito all'ancora, il quale deriva direttamente dall'accezione datale dagli antichi gentili, e che qui non fa che mutare oggetto.

Ma ciò che dà il chiaro senso del simbolo è il vedere spessissimo l'ancora accompagnata dal segno del pesce, o del delfino, che era il simbolo del figlio di Dio Salvatore, oppure dal suo nome greco; ed è evidente che il ravvicinamento dei due simboli esprime la speranza in Gesù Cristo, equivalendo alle formule

comuni dei titoli funebri cristiani *Spes in Christo, spes in Deo, spes in Deo Christo.*

Il simbolo del pesce è il più universale della Chiesa primitiva. È adoperato metaforicamente nei discorsi dei Santi Padri, e in genere dagli scrittori ecclesiastici, figurato come formula arcana sui monumenti d'ogni specie, sia con l'iscrizione del suo nome greco, *ΙΧΘΥΣ,* sia con la sua immagine dipinta, incisa o scolpita. Il nome greco di pesce, *ΙΧΘΥΣ,* fornisce le iniziali delle seguenti cinque parole: *Ἰησοῦς Χρειστὸς Θεοῦ Υἱὸς Σωτήρ,* curioso acrostico, che Sant'Agostino chiaramente spiega: " Horum autem graecorum quinque verborum, quae sunt *Ἰησοῦς Χρειστὸς Θεοῦ Υἱὸς Σωτήρ,* quod est latine *Iesus Christus Dei Filius Salvator*, si primas literas iungas, erit *ΙΧΘΥΣ,* idest *piscis,* in quo nomine mystice intellegitur Christus „ (1).

Senza ch'io riassuma le molteplici spiegazioni di tale simbolo, basterà al nostro proposito ricordare che il pesce nel primitivo simbolismo cristiano, oltre che rappresentare Gesù Cristo Salvatore, è anche inteso come simbolo del cristiano medesimo. Gesù Cristo e i suoi Apostoli erano spesso designati sotto il nome di pescatori, e figurati come tali; ed è quindi naturale di chiamar pesci gli uomini guadagnati alla fede cristiana dal divino apostolato. Tertulliano, in omaggio al pesce per eccellenza, che è Gesù Cristo, chiama *pesciolini* i cristiani: " Sed nos *pisciculi* secundum *ΙΧΘΥΝ* nostrum Iesum Christum in aqua nascimur; nec aliter quam in aqua permanendo salvi sumus „ (2).

E l'arte cristiana tradusse graficamente la parola di Tertulliano, rappresentando i pesci che tendono verso l'ancora, la quale, mentre è simbolo velato della croce per l'asta che la traversa, ricorda anche il mare e l'acqua del battesimo (3).

Innumerevoli sono le rappresentazioni di questi due simboli riuniti nei monumenti cristiani de' primi tempi; e basterà qui riprodurre le figure di alcune fra esse, per dimostrare chiaramente la assoluta relazione di parentela che le unisce con quelle

---

(1) *De Civitate Dei,* XVIII, 23.

(2) *De Baptismo,* c. I.

(3) Cfr. Marucchi, *Manuale di Archeologia cristiana*, 2ª ediz., Roma, 1908, p. 320.

che sono espresse nel nostro frammento. La fig. 3 rappresenta un delfino nuotante sopra un mare ondoso verso un'ancora; la fig. 4 è tolta dall'incisione di un opale con l'*ΙΧΘΥΣ* simbolico in una delle facce e l'ancora nell'altra; la fig. 5 mostra un'ancora cruciforme dalla quale discende un filo con un pesce

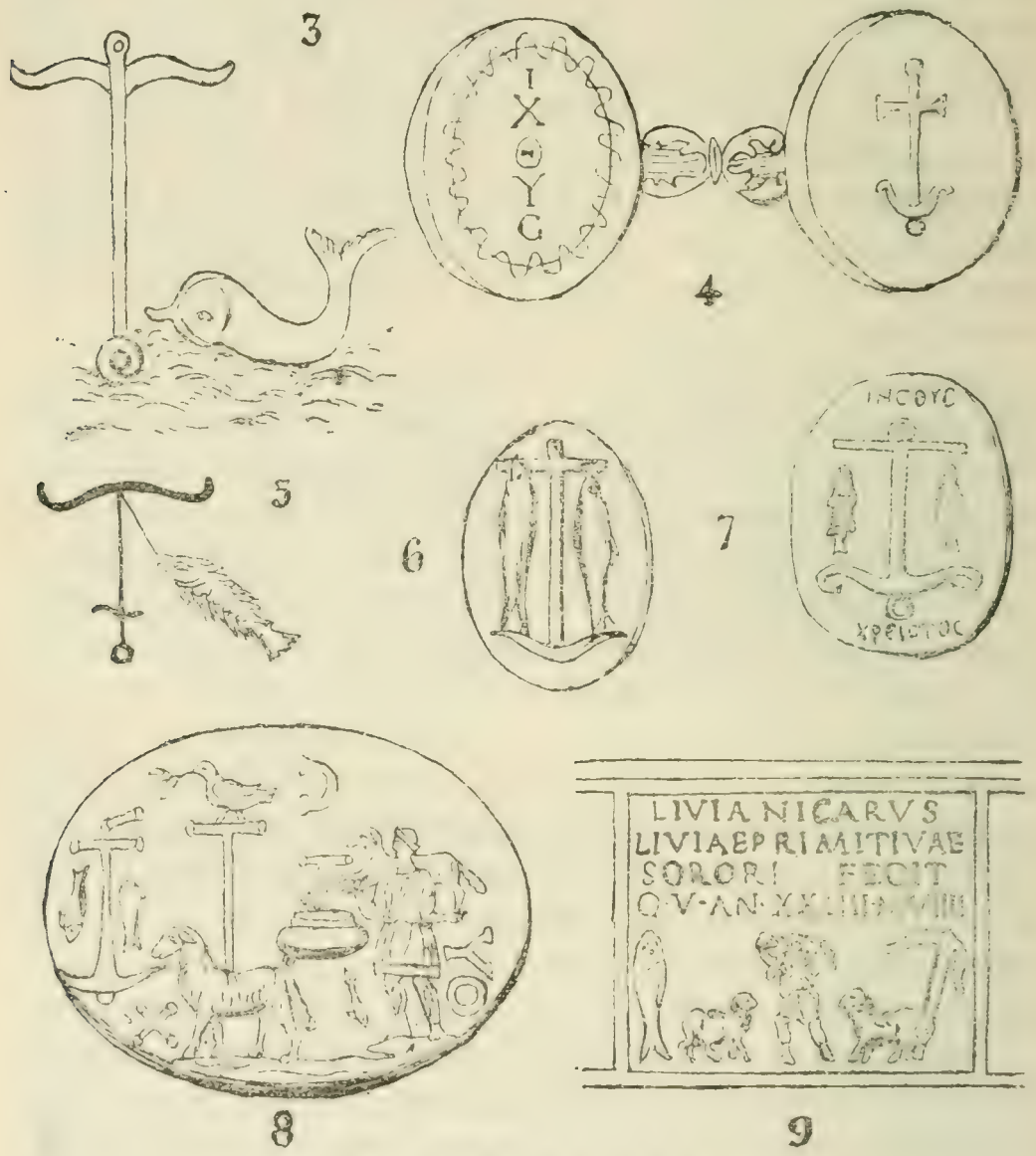


Fig. 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

all'estremità; le figg. 6 e 7 sono di due cammei in cui figurano incisi i due simboli del pesce e dell'ancora, e in uno di essi è aggiunto il nome di Gesù Cristo, *ΙΗCΟΥC ΧΡΕΙCΤΟC*; la fig. 8 (molto ingrandita) è pure da una pietra dura, e raccoglie in piccolissimo spazio ben sei dei principali simboli cristiani, tra

i quali l'ancora accostata da due pesci, e un terzo pesce isolato col suo nome *ΙΧΘΥΣ* inscritto nel campo; la fig. 9 è l'iscrizione di un sarcofago del Museo del Louvre, che insieme con i simboli dell'Agnello e del Buon Pastore, reca l'ancora e il pesce. Tacerò delle numerose iscrizioni sepolcrali e delle pitture delle catacombe romane, nelle quali compaiono, o isolati o abbinati, gli stessi due simboli (1).

Nell'altra faccia del nostro frammento (Fig. 2) è ripetuto il simbolo del pesce nel motivo ornamentale dei due delfini; motivo che trova perfetto riscontro in un marmo della basilica di Tebessa (Algeria), con i due delfini disposti nell'identico modo (Fig. 10) e con un fregio in mezzo, come nel nostro, al quale per altro non si deve attribuire un significato simbolico. Non bisogna in fatti spingere la smania del simbolismo fino a supporre che tutte le rappresentazioni di animali, o d'altro, nei monumenti cristiani contengano un senso allegorico, giacchè spesso vi si trovano a scopo di puro ornamento, e per seguire una tradizione d'arte dell'antichità. Ce lo insegna il De Rossi a proposito di quegli animali, uccelli, ippocampi, grifoni od altri mostri marini, che servono soltanto come di riempitivo nelle pitture murali e nelle sculture. Così anche ai due polipi del nostro bassorilievo non si deve attribuire un diverso ufficio (2).

Fig. 10.

Stabilito così che il nostro frammento appartiene indubbiamente all'archeologia cristiana, non è difficile determinare

---

(1) Cfr. per queste ed altre rappresentazioni dei due simboli: A. M. Lupi, *Dissertatio et animadversiones ad nuper inventum Severae martyris epitaphium*, Panormi, 1734, p. 64; A. Costadoni, *Del pesce simbolo di Gesù Cristo presso gli antichi cristiani*, nella " Raccolta calogierana ", XLI; Vettori, *Nummus aureus veterum christianorum*, Romae, 1737, p. 92; Marangoni, *Acta Sancti Victorini*, Romae, 1740, p. 111; Gio: Batta: De Rossi, *De christianis monumentis* ΙΧΘΥΝ *exhibentibus*, Parigi, 1855. Cfr. pure: Martigny, *Dictionnaire des antiquités chrétiennes*, Paris, 1889, *passim ad voces*; O. Marucchi, op. cit., e dello stesso: *Éléments d'Archéologie chrétienne*, Roma, 1903.

(2) Per il frammento di Tebessa vedi Martigny, op. cit., p. 658.

di qual monumento abbia fatto parte. Secondo ch'io penso, quel marmo è un pezzo del parapetto della vasca battesimale del primitivo battistero lunense, ch'era ad immersione, come tutti i monumenti del genere ne' primi secoli. Tali vasche, allora alquanto spaziose, si aprivano al piano dell'edifizio (ch'era quasi sempre separato dalla basilica), costrutte in forma di croce, o tonde, o quadre, o rettangolari, e contornate da balaustrata o da parapetto in pieno, ornato quasi sempre d'ambe le facce con decorazioni simboliche. Vi si scendeva da dritta per tre scalini, e se ne usciva a sinistra per altrettanti; e nel mezzo de' più sontuosi sorgeva sopra un piedistallo o un'urna o una figura di animale donde l'acqua con un solo getto o per diversi zampilli si versava nella vasca.

Che il nostro frammento appartenesse ad un simile monumento è chiaramente dimostrato dai simboli in esso scolpiti, e che ho interpretato. È soprattutto negli oggetti portatili dei primi cristiani, come negli anelli, nelle pietre dure incise, negli amuleti d'ogni foggia e d'ogni materia, che si trova riprodotto il pesce; e tali oggetti sono generalmente riguardati quali tessere battesimali, che si distribuivano ai catecumeni per servir loro di pegno dei diritti acquistati per mezzo del battesimo, e che sono, secondo Tertulliano, " communicatio pacis et appellatio fraternitatis et contesseratio hospitalitatis, quae iura non alia ratio regit, quam eiusdem sacramenti una traditio „ (1). È dunque naturale che quel simbolo venisse a decorare i battisteri, ai quali il divino *Ἰχθύς* ha comunicato la virtù di dare all'uomo la vita dell'anima. Così noi troviamo nell'antichità cristiana molti esempi di tale natura, e molti ne avremmo di più se l'ingiuria dei secoli non ce li facesse desiderare. In due frammenti musaici dell'antica chiesa battesimale di Santa Prisca in Roma sono rappresentati due pesci; a Parenzo nell'Istria si conserva una vasca marmorea del VI secolo, proveniente da un antico battistero, che mostra una croce scolpita fra due colombe e due pesci; nel battistero di Aquileia del IX secolo si vede un crocefisso contornato da un tralcio di vite, all'estremità del quale un pesce è preso come all'amo; nel sopra citato frammento

(1) *De praescriptione haereticorum*, XX.

della basilica di Tebessa, che forse proviene da un capitello coronante una delle colonne di quel battistero, figurano due delfini che ricordano esattamente, come ho già fatto notare, il bassorilievo di una delle due facce del nostro frammento lunense. E tale usanza si è perpetuata a traverso i secoli fino a tempi relativamente vicini a noi, giacchè se ne trovano saggi anche nel basso medio evo; e citerò a questo proposito, per non uscir dal territorio della Lunigiana, il solo esempio della vasca battesimale della chiesa parrocchiale della Crovara, in comune di Beverino, sulla quale è scolpito, con altri simboli, il pesce, e la data del 1345 (1).

Ha messo in sodo il De Rossi che l'impiego della figura del pesce o del suo nome in greco come simbolo arcano è una pratica quasi esclusivamente propria delle prime epoche del Cristianesimo, e che verso i tempi di Costantino tale emblema non appare più sui monumenti che a titolo di ornamento. Ed è naturale che così debba essere: la Chiesa, liberata dalle persecuzioni, non aveva più bisogno de' simboli per esprimere i segni della fede; ma li conservò per tradizione, e l'arte nuova, inspirandosi ad essi, li riprodusse a puro scopo ornamentale. Così li ritroviamo in questo bassorilievo del Battistero di Luni, che venne costrutto, se non nei primi tempi della predicazione dell'Evangelio fra i discendenti degli antichi coloni di Roma, certamente all'epoca della fondazione della Diocesi di Luni. Ciò si vuol fissare, secondo le migliori probabilità, o verso la fine del secolo III, o al principio del IV; " ma più si ritarda, più si è certi di non uscire dal vero ", come nota, con molto giudizio, Giovanni Sforza (2). Possiamo dunque riferire al secolo IV l'erezione del nostro battistero: la maniera onde resultano le sue scolture non ci autorizza a retrocedere, e tanto meno a scendere nei secoli posteriori.

Ma è questo il solo frammento che l'ingiuria degli uomini e del tempo ci ha tramandato del più antico, e più insigne, monumento di Luni cristiana? Bisognerebbe potere studiare con

---

(1) Vedi Remondini, *Iscrizioni e battistero di Corvara*, in *Iscrizioni antiche liguri copiate dal vero ed esposte*, Genova, 1878, p. 19 sgg.

(2) *Memorie e documenti per servire alla storia di Pontremoli*, P. I, p. 613.

agio i molti marmi ancora inediti del Museo Fabbricotti in Carrara, ed eseguire altri scavi presso ai ruderi dell'antica basilica lunense: forse si scoprirebbe altro materiale archeologico importante, e fors'anche le fondamenta dell'edifizio battesimale, e del primitivo fonte. Ma frattanto io non debbo tralasciare di far palesi le relazioni che credo di scorgere tra il frammento che ho studiato ed un altro marmo, prodotto dagli scavi del 1890 nel fondo del marchese Gropallo, immediato alle rovine dell'antica cattedrale, sorta sopra il *Caesareum* dell'epoca pagana. Voglio dire del grande leone marmoreo, che ora fa pure parte della raccolta Fabbricotti, e del quale dette un cenno descrittivo il mio predecessore nell'Ispettorato degli Scavi, cav. Paolo Podestà, nella sua relazione. Riferisco le parole di lui: " Degno di singolare riguardo è un leone, in marmo bianco statuario, di forme colossali (1,47 × 0,97). È accovacciato sopra un plinto, colle zampe anteriori distese. Sotto l'artiglio destro tiene un piccolo quadrupede. La testa sollevata con la bocca aperta si rivolge a sinistra. È ben modellato, ma non finito, come usasi nelle scolture così dette da giardino. Doveva far parte di una fontana, poichè la bocca è ridotta in modo da contenere un tubo che seguita sino sotto al plinto. Questo leone fu scoperto al lato sud-ovest della chiesa... „ (1).

Osservo anzitutto che il Podestà, colpito dalla imperfezione del lavoro, giudicò scoltura ornamentale da giardino, *ben modellata*, *ma non finita*, ciò che è invece un prodotto di arte in decadenza, come ogni occhio esperto è portato a giudicare. Bisognerà quindi, anche in questo caso, riconoscere nel nostro leone una scoltura dei primi tempi cristiani di Luni, e, ravvicinandola al frammento ormai noto, ammettere che in origine facesse parte di uno stesso monumento.

È risaputo che l'antichità cristiana ha sempre riguardato il leone come simbolo della fortezza e della vigilanza: della fortezza con cui il cristiano doveva sopportare qualunque patimento per Cristo; della vigilanza, che fa d'uopo di usare per non cadere nel peccato (2). Nell'immagine del leone si volle

(1) In *Notizie degli scavi* del mese di dicembre del 1890.

(2) Cfr. T. Mamachi, *De' costumi de' primitivi cristiani, libri III*, Napoli, 1856, p. 110.

pure raffigurare Gesù Cristo medesimo, che nelle Scritture è chiamato *Leone della tribù di Giuda*: " Ecce vicit Leo de Tribu Iuda „ (1).

Così l'arte, dai primi tempi del Cristianesimo fino a tutto il medio evo, ha tratto costantemente partito decorativo dall'immagine di quell'animale negli edifizi sacri monumentali, sia nell'interno, sia, e in particolar modo, a sostegno delle colonne dei *protiri*; e ciò seguendo non già una pratica de' gentili, ma l'esempio della chiesa giudaica. Molti di tali leoni tengono fra le loro strette un bambino, o un porcospino, o un animale d'altra foggia, come appunto osserviamo in questo leone lunense, e che rappresenterebbe l'immagine della giusta severità di cui deve talvolta armarsi il pastore contro coloro che si ostinano a disconoscere la sua autorità.

Queste osservazioni, aggiunte alla precedente circa l'età della scoltura, parmi debbano persuadere ch'io non sia lontano dalla verità se suppongo che il nostro leone facesse parte del battistero di Luni, collocato sopra un piedistallo, e versante l'acqua per la bocca, in cui s'insinuava una fistula plumbea.

Il cav. Podestà aggiunse, nel suo già citato rapporto, che poco distante dal leone " fu rinvenuto un grosso rettangolo di marmo di m. 1,65 × 0,75 × 0,50, decorato in uno dei lati con fascia, listelli e cornicione dentellato „, e ne dette il seguente giudizio: " È senza dubbio il frammento di un architrave che probabilmente, colle colonne scanalate, delle quali furono trovati molti rocchi, faceva parte dell'architettura all'ingresso dell'antico edificio (2). In questo rettangolo fu scavata una buca quadrilatera di m. 0,85 × 0,60 × 0,24, che dovette servire nei tempi di mezzo per vasca di fontana pubblica della quale era parte principale il leone. Nel vano che sta oltre la vasca è un foro corrispondente a quello sotto il plinto del leone, per dar passaggio alla fistula acquaria „.

Anche qui, se abbandoniamo il preconcetto della fontana, ritroviamo un frammento del nostro Battistero, e la prova che

---

(1) *Apocalisse*, V, 5.

(2) Allude all'edifizio romano del ricordato *Caesareum*, che fu distrutto per costrurre la basilica cristiana.

furono utilizzati materiali tolti al preesistente monumento romano per la costruzione e la decorazione del nuovo edifizio cristiano.

Circa all'epoca della manomissione del nostro fonte, e della dispersione de' suoi avanzi possiamo affacciare una congettura. Molte furono le incursioni e le rovine ch'ebbe a soffrire Luni negli ultimi secoli della sua esistenza: dalla prima di Rotari dell'anno 640, all'ultima de' Saraceni del 1016; ma siccome parmi lecito ravvicinare il tempo della distruzione del battistero a quello del meschino restauro ch'ebbe la chiesa cattedrale nei bassi tempi, così io credo che possiamo con molta probabilità fermarci al secolo IX, e precisamente all'anno 849 o all'860, quando cioè, prima per opera de' Mori e Saraceni, poi dei Normanni, la misera città soggiacque al furore barbarico.

Misure egiziane dell'epoca tolemaica, romana e bizantina

Nota II del Dott. ANGELO SEGRÈ

IV.

Misure dei liquidi.

Ξέστης. Il nome di questa misura è perfettamente latino: *sextarius* = $^1/_6$ di *congius*. Nell'epoca romana vediamo assai usata questa misura, che non compare mai nei papiri tolemaici. Non è da credere che si tratti del sestario romano, perchè, sebbene questa misura diventi dopo la dominazione romana di uso comune, nei paesi parlanti lingua greca, ciascuno diede il nome di *ξέστης* alle misure proprie che più o meno si avvicinavano al sestario. Quanto asseriamo risulta dal passo di Galeno, *Script. Metrol.*, I, 221-2; Hultsch, *Metrolog.*, pag. 103: *ξέστου δὲ νομίζω μεμνῆσθαι τὸν Ἡρᾶν τοῦ Ῥωμαϊκοῦ. παρὰ μὲν γὰρ τοῖς Ἀθηναίοις οὔτε τὸ μέτρον ἦν οὔτε τοὔνομα τοῦτο· νυνὶ δὲ ἀφ' οὗ Ῥωμαῖοι κρατοῦσιν τὸ μὲν ὄνομα τοῦ ξέστου παρὰ πᾶσιν ἐστι τοῖς Ἑλληνικῇ διαλέκτῳ χρώμενοις ἔθνεσιν ἀυτὸ δὲ τὸ μέτρον οὐκ ἴσον τῷ Ῥωμαϊκῷ· χρώνται γὰρ ἄλλος ἄλλῳ ξεστιαῖῳ μέτρῳ.*

Il sestario usato in Egitto al tempo della dominazione romana non è che l'antico *ἴν, ἴνιον*, *Script. Metrol.* I, 256; Cleop. *Tab. et hippiatr.*; *Script. Metr.*, I, 235; Cleop. *Tab.*: *ὁ ξέστης μέτρῳ μὲν ἔχει κοτύλας β, σταθμῷ δὲ L ρκ' καλεῖται δὲ παρὰ Αἰγυπτίοις ὁ ξέστης ἴνιον.*

Abbiamo stabilito sul dato di Griffith, vedi pag. 347, che l'artaba tolemaica corrisponde a 80 hin. La tavola di Cleopatra ci dice che l'hin pesava 120 dramme e che ciascuna dramma è

di 3 *γράμματα* (1): abbiamo quindi l'artaba il peso di 80 × 120 × 3 = 28800 *γράμματα* = 100 *λίτραι*: dato che corrisponde esattamente a quello del P. Aphrod. 1718. Dobbiamo quindi ritenere che nell'epoca romana tarda il sestario di cui è fatto cenno nei papiri non sia più quello corrispondente all'antico hin, ma ai 9/10 di hin. Si ha così una buona conferma che l'artaba di 40 choenices corrisponde a quella di 48, più tarda, e che le choenices tolemaiche di 2 hin sono in rapporto di 3/4 con quelle romane; mentre quelle di 2 sestari più recenti corrispondono a 5/6 di choenix romana. Dato l'uso tardo della parola *ξέστης*, nei nostri documenti è al sestario di 10/9 di hin che ci si riferisce nell'epoca romana.

L'uso del sestario è frequente nei pagamenti dell'annona, nelle contribuzioni per il pagamento dell'esercito romano (P. Oxy. 1194 (256 d. Cr.), P. Leipzig 64 (368 d. Cr.), P. British 1245 (357 d. Cr.), B. G. U. 1025 (IV sec. d. Cr.), ecc.).

La maggior parte delle misure egiziane si esprimono facilmente come multipli di questi sestari; però non è raro trovare numeri rilevanti di sestari come nel B. G. U. 21, II, 9 (720 sest.), P. Leipz. 64 (1900 sest.), P. British 1245, p. 228 (4000 sest.), ecc.

Nel British 928 (II sec. d. Cr.) si trovano i sestari come frazione di metreti. Il sestario si divide in metà e quarti. P. Oxy. 1186 (I. sec. d. C.). Wilcken, Ostraka II, 1605.

Nel P. Oxy. 1194-5 si tratta di *ξέσται Ἰ(ταλικοί)*. Probabilmente sono i sestari romani contrapposti ai sestari alessandrini. Del resto non credo improbabile l'esistenza di varie specie di *ξέσται* in Egitto; in Wessely St. Griech. Pal. VIII (VI sec. Hermoupolis) (1045) troviamo *ἕνα ξέστην μελίτος ξέστῳ φορικῷ*, nel Führer dürch die Austellung 559 (epoca araba) si parla di un sestario di 4 *λίτραι*, cioè di un sestario di 2 $^2/_3$ sestari romani, pari a 3 $^1/_5$ sestari alessandrini.

Μετρητής ὁ δωδεκάχους. Questa misura è di origine greca, come lo indica il nome, ed è identica all'artaba tolemaica. Con-

---

(1) *Ἡ δραχμὴ ἔχει γράμματα γ', ὀβολοὺς ς', θέρμους θ', κεράτια ιη', χαλκοὺς μη'.*

Nei passi degli scrittori metrologici molto spesso troviamo accennato all'uso di un sestario come frazione di artaba corrispondente al sestario romano, ma è facile che si tratti di errori o interpolazioni di fronte al testo della tavola di Cleopatra ora citato.

tiene quindi, secondo gli scrittori metrologici, 4 $^1/_2$ modi, 72 sestari, 12 choes, 144 cotyle. Nel " Revenue Law „ 40_{11}, 45_4, 53_{20} è usato per la misura dell'olio.

Il *χοῦς* si divide sempre in 12 cotyle. P. Oxy. 539 (II sec. d. Cr.), dove 1/2 *χοῦς* corrisponde a 6 *κότυλαι*. P. Oxy. 1070 (III sec. d. Cr.). *Σειροτικοῦ κοτύλας ἕξ ἐν ἀγγείῳ ἡμιχόω.*

Più raramente per l'olio si usa il *κεράμιον* (B. G. U. 764, B. G. U. 916). Talvolta si usano le misure in cotyle per l'olio, dove si potrebbero usare i metreti. Es. B. G. U. 1195 (II sec. av. Cr.) 230 cotyle. La cotyle prende la divisione per 1/2, 1/4, 1/8.

Mentre, secondo gli scrittori metrologici, il *κεράμιον* è di 8 *χόες* e corrisponde all'artaba, cioè al piede cubico romano, quello che ho potuto sinora ricavare dai documenti non si accorda coi dati degli scrittori metrologici. Esiste un *μετρητής ὀκτάχους* usato per il pagamento dell'*ἀπόμοιρα* nel " Revenue Law „, 31_6, 32_{19}, ma di uso più frequente e forse anche misura ufficiale è il *μετρητὴς ἑξάχους*. P. Petrie III, 70, P. Magd. II, 26, P. Tebt. I, 118.

Nel P. Petrie III, 70 *a* i *κεράμια* di 5, 6, 7, 8 *χόες* sono convertiti in *κεράμια* di 6 *χόες* per il pagamento di tasse. In un papiro della Società Italiana inedito del III sec. av. Cr. il trasporto del vino è fatto con *κεράμια ἑξάχοα* e *κεράμια χία*.

l. 8-10		*ιῆ ὑποζύγια κβ (ἀνὰ)* — [c] / ⊢ε ∫
	⟨m_1⟩	*κεράμια ἑξάχοα* [ρος]
	⟨m_2⟩	*εἰς ὀκτὼ τὸ ὑποζύγιον*
l. 13-15		*κ̄ ὑποζύγια ιδ ἀνὰ* —c / ⊢·γ[ς]
		χία (ἀνὰ) ι εἰς τὸν ὄνον /ρμ

Poichè il carico ordinario di un asino è di 8 *κεράμια ἑξάχοα* e di 10 *κεράμια χία*, se prendiamo come carico ordinario quello che troviamo nei documenti romani, cioè di 2 $^1/_4$ metreti olio = 2 metreti di acqua = 288 *κοτύλαι*, ricaviamo come capacità del *κεράμιον ἑξάχουν*, *κοτύλαι* 36: poichè ogni *κεράμιον* contiene 6 *χόες*, ogni *χοῦς* è di 6 *κοτύλαι*: il *κεράμιον χίον* è allora di 28,8 *κοτύλαι*: in cifra tonda forse 30 *κοτύλαι*.

Il *κεράμιον* nei documenti da noi studiati è sempre una misura assai inferiore all'amphora romana, con la quale i metrologi sogliono identificarlo. Dall'esame dei prezzi dei vini sullo scorcio del secolo II av. Cr. ricaviamo per il *κεράμιον* una ca-

pacità che si adatta con quella da noi trovata per il *κεράμιον ἑξάχουν*. Ponendo il prezzo di una cotyla di vino a 80 dramme, cfr. P. Tebt. 213, otteniamo le seguenti capacità dei *κεράμια* e dei *χόες*:

Capacità dei *κεράμια* in *κοτύλαι*:

P. Amh.	48	12,50	P. Tebt. I	131	27,50
P. Tebt. I	120	16	„	177	30
„	200	17,50	„	120	32,50
„	121	18,50	„	234	35
„	493	20	„	234	35
„	189	20	P. Oxy.	784	37,50
„	120	24,75	P. Tebt. I	188	37,50
„	118	25	„	122	37,50
„	177	27,50	„	253	50

Capacità dei choes in cotyle:

P. Tebt. I	179	10	P. Tebt. I	224	4,375
P. Griech. Ostraka	1481	8,8	„	118 (1)	4
P. Tebt. I	190	7,50	„	121	3,33
P. Reinach	7	6			

Concludendo, riteniamo che nell'epoca tolemaica il *κεράμιον* per la misura del vino fosse il *κεράμιον ἑξάχουν* e che il *χοῦς* corrispondesse a 6 *κοτύλαι* = 3 sestari alessandrini. Non è escluso che oltre il *χοῦς* di 12 *κοτύλαι* e quello di 6 *κοτύλαι* ne esistessero altri, ma per ora nulla di positivo possiamo aggiungere sull'argomento.

Neppure nell'epoca romana credo si usasse in Egitto un *κεράμιον* uguale al cubo del piede cubico romano. I dati che ci possono maggiormente illuminare sulle misure dei liquidi sono ancora i confronti dei carichi delle bestie da soma. Nel P. Grenfell 50 f. 2 il carico di 6 *κεράμια* di vino ci dà un *κεράμιον* di 96 o di 48 sestari a seconda si tratti di un carico di un asino o di un camello.

---

(1) Osserviamo che nel P. Tebt. 118 si tratta certamente di *κεράμια* di 6 choes.

Dal P. British III, 428, pag. 313 (330 d. Cr.) si ricava, se è esatto, come pare (cfr. commenti e note), che se l'artaba corrisponde a 15 *μέτρα* e il *κεράμιον* = 7 $^1/_2$ *μέτρα*, che il *κεράμιον* corrisponde a 24 choenices, = 36 sestari, = 72 *κοτύλαι*.

Nell'epoca romana troviamo usati un *διπλοκεράμιον* in Griech. Ostr. 1166, 1479, 1483, 1845, secondo Wilcken, Griech. Ostr. I, 759. Secondo me in alcuni di questi ostraka potrebbe essere invece indicata la misura *διπλὰ*, che compare già nel II sec. (P. Oxy. 520 (145 d. Cr.) *ταριχίων διπλῶν β, δραχμαί β*, ecc. P. Oxy 992-93, 1322, 1325-7 (V-VI sec.)) e che è assai comune nell'epoca bizantina. Wessely, Pal. St. 968 *ὑπὲρ τιμῆς νβ οἴνου διπλὰ πη*, Preisigke, Sammlebuch 1969, P. S. It. 165 (VI sec.), specie nei documenti copti sotto il nome di ϯⲡⲗⲏ o Ⲇⲓⲡⲗⲁ. Dai prezzi del vino in questa epoca potrebbe essere un doppio sestario o una misura dello stesso ordine di grandezza.

L'uso dei *κεράμια ἁπλὰ* P. Leipz. 27 verso e di un *διπλοκεράμιον* proverebbe l'esistenza di una misura fissa, come *κεράμιον*, ma per l'epoca romana è difficile poter giungere a risultati più positivi.

Nel Fayum specialmente dopo il III secolo d. Cr. il vino è misurato in *μονόχωρα, δίχωρα, τρίχωρα, τετράχωρα*. Le due prime misure sono di uso assai frequente. Quantunque esista una misura chor ebraica, Epiph., *de Mensuris*, ed. Hultsch, pag. 260, 10, alla quale si attribuiscono 30 modi di capacità, la misura egiziana non ha nulla a che fare con essa.

Il *μονόχωρον* corrisponde perfettamente al *κεράμιον ἑξάχουν* secondo i carichi ordinari delle bestie da soma. Non c'è niente di più facile che sia il *κεράμιον ἑξάχουν*; infatti abbiamo sempre potuto constatare la permanenza delle antiche misure tolemaiche durante l'epoca imperiale.

Il *μονόχωρον* avrebbe quindi 36 *κοτύλαι*, il *δίχωρον* 72, il *τρίχωρον* 108, il *τετράχωρον* 144, e quest'ultima misura corrisponderebbe al metreta di 12 *χόες*.

Un argomento per la equiparazione di queste misure è fornito dal P. Genève 71, dove in un conto sono usate contemporaneamente.

Κνίδιον. — Il *κνίδιον* pare sia una misura generica come il *κεράμιον*. Nel P. Goodsp. 30 col. XXV, il prezzo di uno *κνίδιον* di vino è di 24 dramme, nella col. XXXIX, lin. 16, di 16 dramme,

mentre nelle col. XLIIII e XLVI dello stesso documento il prezzo di un *δίχωρον* è di dramme 16. Nelle colonne III, XII, XV, XXV, XXXII il prezzo di un *κεράμιον* di vino è di 16 dr.; eccezionalmente nella col. XXV 4 *κεράμια* sono venduti a 64 dr. (18 ciascuno). Se, come abbiamo stabilito, il *δίχωρον* è di 72 cotyle = 36 sestari, il *κεράμιον* pare qui della stessa grandezza, mentre il *κνίδιον* verosimilmente è nella col. XXV approssimativamente di 108 sestari e nella col. XXIX, lin. 15, uguale al *δίχωρον*.

L'uso del *κνίδιον*, che compare, per quanto sappiamo, solo nel III sec., diviene assai più frequente nell'epoca bizantina.

Nel W. Pal. St. III, 358 il *κνίδιον* è di 4 sestari *ἕκαστον κνίδιον ξεστῶν δ*. Nel Preisigke Sammelbuch, 2252-54 esiste uno *κνίδιον τετρακνίδιον*! Nella " Revue Égyptienne „ III, pag. 174, n. 1 Wessely ci fa conoscere degli *κνίδια* di 5 sestari, *ὀλίγα κνίδια πεντιξεστῖα μου παρασπούδασον ἀποστεῖλαι εἰς τὴν ἑορτήν*.

Lo *κνίδιον* compare nel P. Oxy. 1158 (III sec. d. Cr.), P. Leipzig 29 (298 d. Cr.), P. Oxy. 140 (550 d. Cr.), 150 (590 d. Cr.), ecc.

Un'altra misura piuttosto frequente per i liquidi è lo *σπάθιον*. Il carico di un camello è di 6 *σπάθια* di vino, quindi si ricava che lo *σπάθιον* corrisponde a $^2/_3$ di metreta, cioè a 96 *κοτύλαι*, pari a 48 sestari alessandrini. Cfr. P. British, 1266 *a*, *b*, *c*. Nel P. British 299 (350 d. Cr.) lo *σπάθιον* è usato insieme al *κεράμιον*.

L'*ὀξυρύγχιον* dovrebbe corrispondere a 48 *κοτύλαι* = 24 sestari alessandrini. Cfr. P. British 1170 (258-59 d. Cr.). Probabilmente è una misura locale del Fayum: dal Tebt. II pare che esistesse un *κεράμιον* della stessa capacità.

Μέτρον. — Sotto questo nome vanno varie misure:

1° *μέτρον* = 4 choenices = 1/10 artaba *μ. δημοσίῳ*, cfr. P. Oxy. I, 9;

2° *διμάτιον ε' μέτρῳ* = 1/5 artaba, P. Aphr. 1718;

3° *διμάτιον ς' μέτρῳ* = 1/6 artaba, P. Aphr. 1718 (1);

4° *μέτρον* = a 1/15 di artaba o 1/7,50 *κεράμιον* corrisponde a 4 $^4/_5$ sestari alessandrini, P. British III, 428;

5° *μέτρον* = 10 sestari, P. Aphr. 1375.

---

(1) Sul *μάτιον* cfr. Wilcken, *Griech. Ostraka*, I, 751-752.

Altre misure, che troviamo isolatamente nei testi, sono:

Ἀγγεῖον, P. Cairo 67145, dove un sestario vale 5 *ῥόγαι* (razioni) e l'*ἀγγεῖον* = 6 *ῥόγαι*, donde l'*ἀγγεῖον* corrisponde qui al sestario romano: però l'*ἀγγεῖον*, come dice il nome, non è una misura fissa, tanto che troviamo nel P. Cairo 67146 un *ἀγγεῖον* di 7 sestari alessandrini.

Κουρι. — È una misura assai frequente nell'epoca bizantina e in ispecie nei documenti copti: Preis. Sammelb. 4905-4903: non è da identificarsi col *κόρος* degli *Script. Metrol.*, Index sotto *κόρος*; probabilmente è una misura assai più piccola, come i *διπλά* e gli *κνίδια*.

Nei documenti si trovano ancora varie misure, che per noi non hanno interesse e delle quali conosciamo poco più che il nome.

V.

Misure di volume.

Ναύβιον. — Il *ναύβιον* nell'epoca romana è uguale allo *ξύλον* cubico. Tale risultato era prevedibile per il P. Oxy. 669.

[*τῷ δε ξύλῳ καταμ*]*έτρι*[*τα*]*ι τὰ ναύβια τὸ μεν βα-*
[*σιλικὸν ἐστι πη*]*χῶν γ*
[*παλαιστῶν ιη*
[*δακτύλων*] *οβ*
[*τὸ δὲ . . . . .*] *ἐστὶν πηχῶν ββ' κτλ.*
l. 38 *δημοσι*[*ὸν οἱ γ πή*|*χεις ξύλον;*

per il P. Giessen 42, linea 5:

βο(*ρρᾶ*) *ἐχόμ*(*ενα*) *σχοί*(*νια*) *δ ξύλ*(*α*) *ρκη πλά*(*τος*) *γ βάθ*(*ος*) *ς' ν*(*αύβια*) *ξδ*

128 × 3 × 1/6 *ξύλον*³ = 64 *ναύβια* donde 1 *ξύλον*³ = 1 *ναύβιον;*

per il P. Oxy. 1053:

+ *Λόγος*| *τοῦ κτήμ*(*ατος*) *Ταρουσεβτ γενομέ*(*νης*) *ἐπὶ μη-*(*νὸς*) *Ἐπεῖφ κς ἰνδ*(*ι*)*κ*(*τίωνος*) *ε ὀχυρώσε*(*ως*) *ς ἰν*(*δικτίωνος*).
] *διὰ Ἰωάννου ποταμίτ*(*ου*) *καὶ κανν*(*οποιοῦ?*) *οὕτ*(*ως*) *μή-*(*κους*) *ξύλ*(*α*) *ο πλά*(*τους*) *ξύλ*(*α*) *μς βάθ*(*ους*) *ξύλα ας' εἰς ναούι*(*α*) *διωλ*,

nel quale risulta esattamente sempre 1 *ναύβιον* = 1 *ξύλον*³.

Il *ναύβιον* come misura per gli sterri fu conservata almeno fino alla invasione araba.

Il 5° problema del P. Achmim (" Mém. de la Miss. Archéol. du Caire ", IX, 1892) si riferisce evidentemente al *ναύβιον*, dando come misura di volume il cubo di 3 *πήχεις*.

Sul *ναύβιον* e *ἀώλιον* nell'epoca tolemaica abbiamo la memoria di Smyly, il cui risultato è riportato nell'appendice ai P. Petrie, e il commento al P. Lille I, 1.

Dal P. Lille I, 1 (259-8 a. Cr.) si ricava il volume di un *ναύβιον*. Dalle linee 8-13:

— (*γίνεται*) *χώματα ις ἀνὰ σχοι*(*νία*) *ϱ* (*γίνεται*) *'Αχ ὧν δεῖ τὴν ἀνασκαφὴν γενέσθαι. πλάτος μὲν τοῦ ὀρύγματος πήχεις δ βάθος δὲ β, γίνεται οὖν εἰς τὸ σχοινίον ναύβια πς εἰς δὲ τὰ 'Αχ ναυβίων M^ν ζιχ*

ricaviamo 96 *πήχεις* × 4 *πήχεις* × 2 (*πήχεις*?) = 86 *ναύβια*. 86 *ναύβια* secondo i dati metrologici sono 2232 *πήχεις* cubici. Abbiamo allora 768 × 3,023 = 2232 *πήχεις* cubici = 86 *ναύβια*; il fattore da noi introdotto 3,023 ci dice che la misura di profondità usata non è il *πῆχυς* ma lo *ξύλον*: ne risulta che il *ναύβιον* tolemaico non differisce affatto dal *ναύβιον* romano e bizantino.

Se calcoliamo dunque la profondità di 2 *ξύλα*, abbiamo 32 × 4 3 × 2 = 85 1 3 *ναύβια*, che è assai approssimato agli 86 *ναύβια* del conto.

'Αώλιον. — È una misura di volume che compare, per quanto sappiamo, solo nell'epoca tolemaica. Secondo gli editori dei P. Petrie l'*ἀώλιον* servirebbe a misurare la quantità di terra smossa negli scavi dei canali; mentre il *ναύβιον* parrebbe piuttosto essere destinato a misurare la cubatura delle dighe. Il Griffith, P. Petrie. Appendix, pag. 343 e 435, tentò di determinare il volume dell'*ἀώλιον*. Il risultato da lui ottenuto è stato generalmente accettato.

Secondo il Griffith l'*ἀώλιον* è il cubo di un doppio *πῆχυς βασιλικός*, cioè di una misura, secondo l'opinione comune dei metrologi, di 7 palmi. Nella trattazione del cubito mostrerò come il *πῆχυς βασιλικός* fosse il *πῆχυς* ordinario di 6 palmi e che quindi la dimostrazione assai artificiosa di Griffith cade nel nulla.

Alcuni hanno voluto che l'*ἀώλιον* e il *ναύβιον* fossero misure corrispondenti, basandosi sull'argomento che il prezzo di un *ναύβιον* e quello dell'*ἀώλιον* fossero uguali. Dai P. Petrie Appendix, pag. 345, ricavo che 1 statero corrisponde a 40 *ἀώλια*, nel XL a 56, XL (4) 64, XLII (2), XLV (2) 8 75, XLIII verso III 2 prezzi variabili, naturalmente, a seconda delle stagioni e dei terreni, ma che nell'insieme si accordano assai bene con quelli dei *ναύβια*.

Ora il volume stabilito da Griffith corrisponde a $8^3 \times 1{,}166^3$ *πήχεις* cubici, = 13,50 *πήχεις* cubici = 1/2 *ναύβιον* (1,166 è il rapporto fra il presunto *πῆχυς βασιλικός* e il *πῆχυς* ordinario).

I dati su cui si fondano tutte le ricerche sono i seguenti, tratti dall'Appendix ai P. Petrie, pag. 345:

		lunghezza	larghezza	profondità	
I	lin. 13-15	5	3	1/2	339
II	„ 16-18	2	2	1/2	90
III	„ 28-29	15	3	1/2	867 1/2
IV	„ 2-3	2	2	1	172

Le misure di lunghezza sono in *σχοινία*, le misure di larghezza e profondità in unità sconosciute, ma se per la larghezza supponiamo sia usato lo *ξύλον*, come è probabile, per la profondità la misura deve essere:

I	1,41	*ξύλον*
II	1,40	„
III	1,28	„
IV	1,34	„

perchè si abbia un *ἀώλιον* uguale ad un *ναύβιον*.

Se invece prendiamo la misura di 13 *παλαίσται* del P. Petrie XLIII (2) verso col IV, 4, abbiamo 1 *σχοινίον* = 46,15 misure di 13 *παλαίσται*, e nei casi I, II, III e IV rispettivamente 346,12, 92,30, 1038,36 e 184,60 *ἀώλια*.

I risultati non sono eccessivamente soddisfacenti; quindi, attesa anche l'inesattezza dei dati, la questione non può considerarsi risolta.

VI.

Misure di superficie.

L'*ἄρουρα* è la misura unitaria fondamentale di superficie in Egitto. Il P. Aphr. V, 1718 ha ormai stabilito l'eguaglianza dell'*ἄρουρα* ad un quadrato di 96 *πήχεις* di lato. A tale risultato ero anche io giunto prima della pubblicazione del papiro di Aphrod. V, 1718, servendomi di testi dei quali i metrologi non avevano tenuto conto. Quantunque la cosa abbia ormai molto minore interesse, accennerò brevemente alla mia risoluzione del problema.

Nel P. Cairo 67151, VI sec. (Aphrodito) e nel P. British 1012 (633 d. Cr.) di Thynis (Hermopolito) l'*ἄρουρα* contiene 64 *ἄμματα* (1).

Dal P. Ryland's 64 si ricava che l'*ἄμμα* corrisponde a 12 *πήχεις τὸ ταὶ ἄμα ἔχει ... πήχεις ιβ*. Combinando i testi precedenti col P. Oxy. 669 (III sec. fine):

> [*ἔχει τὸ σχοινίον*] *τὸ γεωμετρικὸν ὤγδοα η*
> [*τὸ δε ὄγδοον ἔχει*] *πήχις ιβ ὥστε ἔχειν τὸ*
> *σχοινίον τὸ γεωμετρ*[*ικ*]*όν πηχῶν* ϟ ς
> [*τὸ δε ἱερατι*]*κον ἐστι πηχῶν ρ*

si ottiene che l'arura è il quadrato di uno *σχοινίον γεωμετρικόν* che si divide in 8 *ὄγδοα* o *ἄμματα*, ciascuno di 12 *πήχεις*.

Lo *σχοινίον* secondo i metrologi, cfr. n. 1-4 al P. Oxy. 669, corrisponde ad una misura egiziana Khet o Khet n nuh, la quale sarebbe di 100 cubiti reali. Secondo me lo *σχοινίον* è una misura greca che non ha relazione con il khet che si divide in 100 cubiti come lo *σχονίον ἱερατικόν*.

L'osservazione di Smyly, nota al P. Oxy. 669, che il rapporto fra i due *σχοινία* di 100 e di 96 *πήχεις* corrisponda al rapporto di 25/24 fra le due specie di cubiti nell'epoca romana

(1) P. Cairo 67151, lin. 106, *ἄρουραν ἐκ πλήρους ἀπὸ ἑξήκοντα τεσσάρων ἀμμάτων;* P. British 1012, *διαφερούσας σοι ἀρούρας τρεῖς σπορίμης γῆς πεπλήρωμαι τῶν ἑξήκοντα τεσσάρων ἀμμάτων.*

non ha rilievo. Si è visto dal P. Aphrod. 1718, lin. 79, che esistono due specie di *σχοινία*, uno *σχοινίον ἱερατικόν* di 100 cubiti e uno *σχοινίον γεωμετρικόν* di 96 cubiti; ma naturalmente sono i due *σχοινία* che sono in rapporto di 25/24 e non i cubiti.

VII.

Misure di lunghezza.

Dai passi citati nella trattazione dell'arura e del naubio e dal P. Aphr. 1718 (1) e dal P. Ryland's 64 (2), gli Editori di

---

(1) P. Aphr. V, 1718, l. 79 e segg.

το σχοι/ το γεωμ[ετ]ρ̣ι/ εχει πηχ∫ ϛ αμμ∫ " η : κ(α)λ[αμουϛ "] ι̣ϛ βα[σ∫]/ λ̅β̅ ...
πο[δ]α̣ϛ " ρμδ ψιθαμ̣α̣[∫ "] ρ̣ϛβ λιχα[δα]ϛ " σπ̣η̣ (πα)λ̣εστας [:] φ̣[οϛ]
το δε αμμα εχει πη̣χ∫ ιβ̣ ...
ο πηχ∫ εχει παλεστ∫ ϛ[...]η ...
τ̣ο̣ν ξυλου εχ̣ε̣ι̣ πηχ∫ γ ...
το σταδιον εχει πηχ∫ ϋ ...
το σχοι/ το ιερατικ/ πηχ∫ ρ̅
το δε γεωμετρικ/ πηχϛ ϛ
σχοι/ επι σχοι/ ε̣φ̣. λυτα γι/
σχοι/ κα̣ι α̣μ̣μ̣[∫] .... [

(2) P. Ryland's 64

col. I	col. II
. . . . .	. . . . .
τὸ ταὶ αμα εχει	παλ[ε]στας ϛ
κα]λάμουϛ β	τακτύλουϛ κ̣/δ̣
ξήλα δ	τὸ τέ πόδας ἔχει
βήματα ϛ·	σπιθαμὶ αγ'
πήχειϛ ιβ	νιχάλας β
πόταϛ ιη	παλεστὰς δ
. . . . .	τακτύλουϛ ιϛ
	[ἡ τὲ σπιθ̣α̣υ̣μ̣ὶ ἔχει
	[νιχ]άλας αL
	. . . . .

questo hanno tratto la seguente tavola delle misure lineari; cfr. P. Aphr. V, 1718, Introd., pag. 161:

Στάδιον	1										
ἱερ. σχοινίον	4	1									
γεω. σχοινίον	$4\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{24}$	1								
ἄμμα	$33\frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}$	8	1							
κάλαμος	$66\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$	16	2	1						
ξύλον	$133\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$	32	4	2	1					
πῆχυς	40	100	96	12	6	3	1				
πούς	600	150	144	18	9	$4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1			
σπιθαμή	800	200	192	24	12	6	2	$1\frac{1}{3}$	1		
λιχάς	1200	300	288	36	18	9	3	2	$1\frac{1}{2}$	1	
παλαιστής	2400	600	576	72	36	18	6	4	3	2	1

Le relazioni che intercedono fra le diverse misure che possono ricavarsi da questa tavola sono sicure ed hanno la conferma di vari altri documenti citati nella mia trattazione, perciò non insisterò sull'argomento.

L'identificazione delle unità di lunghezza usate in Egitto dall'epoca tolemaica alla conquista araba è invece un argomento nel quale regna il massimo disaccordo fra i metrologi. Data la varietà delle opinioni e loro poca fondatezza, il meglio che mi è restato da fare è di riprendere la ricerca dai suoi principî.

Πῆχυς. — Il *πῆχυς βασιλικός* corrisponde al *πῆχυς δημόσιος*, perchè *βασιλικός* tolemaico e *δημόσιος* sono sinonimi (cfr. *ξύλον βασιλικόν* e *ξύλον δημόσιον* nel P. Oxy. 669). Il *πῆχυς βασιλικός* ha 6 palmi tolemaici, come risulta dalla tavola delle misure lineari tratte dai testi innanzi citati.

Didym. *Script. Metr.*, pag. 180:

1. *Ὁ πῆχυς ἔχει παλαιστὰς ς' δακτύλους κδ πόδα Πτολεμαϊκόν α's Ρωμαϊκόν δὲ πόδα α's ε'' ι''.*

2. *Ὁ πούς ὁ Πτολεμαικὸς ἔχει εὐθυμετρικοὺς παλαιστὰς δ' ἐμβαδικοὺς δὲ ις' στερεοὺς δ' ὁ δὲ Ρωμαϊκὸς ποὺς ἔχει εὐθυμετρικοὺς παλαιστὰς γ' γ'' ἐμβαδικοὺς δέ ια' ϑ'' στερεοὺς δε λς' κζ'.*

3. *Ἔχει δε καὶ λόγον ὁ Πτολεμαϊκος ποὺς πρὸς τὸν βασιλικὸν πῆχυν κατὰ εὐθυμετρίαν ὡς β' πρὸς γ'.*

4. *Ὁ Ῥωμαικὸς ποὺς πρὸς τὸν βασιλικὸν πῆχυν λόγον ἔχει κατὰ εὐθυμετρίαν ὡς ε' πρὸς ϑ'.*

Script. Metr., *Ἡρώνος εἰσαγωγαὶ*, pag. 182:

9. *Ὁ ποὺς ὁ μὲν βασιλικὸς καὶ Φιλεταίρειος λεγόμενος ἔχει παλαιστὰς δ δακτύλους ις'.*

10. *Ὁ δὲ Ἰταλικὸς ποὺς ἔχει δακτύλους ιγ' γ''.*

12. *Ὁ δὲ πῆχυς ἔχει παλαιστὰς ς' δακτύλους κδ'.*

[*καλεῖται δὲ καὶ ξυλοπριστικὸς πῆχυς*].

Da tutti i papiri citati relativi alle misure di lunghezza e da questi due ultimi frammenti metrologici si ricava con certezza che il *πῆχυς δημόσιος* egiziano è di 6 palmi. Il dato del passo di Didimo e di Erone relativo al rapporto di 6 5 del piede tolemaico al piede romano è quasi certamente dovuto ad un equivoco. Probabilmente tale rapporto è nato dalla supposizione che il piede tolemaico fosse uguale allo spigolo di un'artaba di 40 choenices pari a 80 sestari romani.

Di questo preteso piede tolemaico non si trovano tracce nei papiri, mentre tutto ci indurrebbe a credere nell'uso di un piede attico; che dall'epoca alessandrina era ormai diventato comune a tutti i paesi parlanti lingua greca (1). Ormai si doveva aver ottenuto nelle misure quella unità che si era raggiunta nella lingua. Il piede attico si era introdotto in Egitto con i Tolemei: questa nostra affermazione si basa su diversi fatti.

Il *πῆχυς* attico era in uso in Egitto nell'epoca di Vespasiano: Hyginus, *Script. Metr.* II, 60:

" Praeterea pes eorum qui Ptolemaicus appellatur, habet monetalem pedem et semunciam, ita jugeribus numero ∞ CCL quae eorum mensura inveniuntur; accedere debet pars XXIIII et ad effectum iterum pars XXIIII et prodeunt vero effecto monetali pede jugera ∞ CCLV ζζ ". Concorda col passo di Igino un documento di interesse assai maggiore, di cui non credo si siano mai serviti i metrologi.

Questo è l'iscrizione di Schedia.

---

(1) Hultsch, " Archiv. f. Pf. I Beiträge zur Aeg. Metrol. ", pag. 278 segg. Secondo il piede attico hanno calcolato certamente Polibio e Ipparco, Hultsch, *Winkelmessung durch die Hipparchischen Dioptra*, " Abhandlungen zur Gesch. der Mathematik ", IX, 1899, pag. 203, Posidonio e in generale i geografi greci.

Preisigke Sammelbuch, 401. Iscrizione di una conduttura d'acqua di Schedia (10-11 d. Cr.):

Imp. Caesar Divi f. August.
pont. max. flumen Sebaston
ab Schedia induxit a miliario
XXV quod per se toto oppide flueret
Praefecto Aegypti C. Julio Aquila anno
XXXX Caesaris.

Αὐτοκράτορ Καῖσαρ [θεοῦ] υἱὸς Σεβ[α]στός
ἀρχιερεὺς ποταμ[οῦ] Σεβασ[τὸν] ἀπὸ
Σχεδίας ἤγαγεν ἐπὶ σταδ[ίου]ς διακοσίους
ῥέοντα δι' ὅλης τῆς πόλεως ἐπὶ ἐπάρχου
τῆς Αἰγύπτου Γαίου Ἰουλίου Ἀκύλα
L $\overline{\mu}$ *Καίσαρος.*

Dal confronto dell'iscrizione latina con la traduzione greca risulta che: 25 *miliaria* sono uguali a 200 *στάδιοι*, poichè 200 *στάδιοι* corrispondono a 80000 *πῆχεις*; il *πῆχυς* qui in uso è l'attico di cm. 30,08 (qui propriamente cm. 30,073), che è nel rapporto di 25/24 col cubito romano.

Poichè la nostra iscrizione è del 10-11 d. Cr. e il passo di Igino si riferisce alla fine del I sec. d. Cr., dobbiamo concludere che l'uso del *πῆχυς* attico come misura di lunghezza fosse introdotta in Egitto sin dall'epoca tolemaica, perchè è norma costante dei primi imperatori romani di non portare innovazioni nella metrologia dei loro predecessori egiziani.

L'aver stabilito questo punto capitale ci permette di dare una unità a tutto il sistema di misure da noi studiate.

Abbiamo riservata la trattazione di misure di lunghezza per ultime, solo perchè il loro studio presuppone la conoscenza delle misure di volume. Il fatto che il piede attico fosse usato in Egitto non risulta solo da Igino, dall'iscrizione di Schedia, dalla relazione espressa nel P. Aphr. V, 1718 fra lo stadio e il piede, ma anche dal passo di Erone. *Script. Metrol.* I, pag. 204:

Πλοῖον μετρήσωμεν οὕτως ἐὰν ἔχει πήχεις μ' τὸ μῆκος [τὸ βάθος δ'] ἡ δὲ διάμετρος τῆς πρώρας πήχεις ς', τῆς πρύμνης πήχεις ς', κοιλίας πήχεις η', ὕψος πηχῶν δ' πολυπλασιάσον τὴν πρώραν ἐπὶ τοὺς πρύμνης· γίνονται λς· σύνθες

τοὺς ς' καὶ τοὺς η' γίνονται ιδ' ὧν τό ἥμισυ γίνεται ζ'. τούτους ἐπὶ τὸ βάθος γίνονται πήχεις κη. τούτους ἐπὶ τὸ μήκος γίνονται πήχεις $_1$*αρκ' ὁ πῆχυς χωρεῖ ἀρτάβας γ' γίνονται ἀρτάβαι* $_1$*γξ' ἔχει ἡ ἀρτάβη μοδίους β'* (1) *ὁ πῆχυς χωρεῖ μόδιους ι' ἰταλικοὺς μοδίους ιγ' ς.*

Da quest'ultimo risulta che il *πῆχυς* cubico contiene 3 artabe.

Ora noi sappiamo, per quanto si disse a pag. 349 che il passo citato è posteriore alla fine del III secolo d. Cr. e che in questo stesso periodo l'artaba per il P. Aphr. 1718 è di 32,745 cm^3.

Il *πῆχυς* è quindi $= \sqrt[3]{32.745 \times 3} = 0.46141$.

Il *ποῦς* risulta di m. 0,307666, che corrisponde assai bene al piede attico, che è ritenuto dai metrologi pari a m. 0,308.

L'artaba romana non corrisponde al cubo di un piede romano. Calcolando l'artaba di 48 sestari = 80 libbre romane si ha un'artaba di 26,196 litri, cubo di un piede di 0,296 m., che corrisponderebbe a un piede attico di 0,3094 m. Le differenze dei valori ottenuti nei calcoli del piede attico dipendono dall'ordine di approssimazione col quale sono state calcolate le misure fondamentali.

Tale artaba è in uso in Egitto sino dal primo secolo dopo Cristo. Il cubo di un piede romano è di litri 26,194; l'artaba *μ. δημοσίῳ* è di litri 32,745.

Il rapporto fra il piede romano cubico e l'artaba *μ. δημοσίῳ* è di 0,833, cioè di 5/6. L'artaba *μ. δημοσίῳ* è di 48 choenices, quindi esisterà un'artaba di 40 choenices corrispondente al cubo del piede romano. Tale artaba è l'artaba *μ. καγκέλλῳ*, la cui origine è indiscutibilmente romana, come appare dal nome, che va ravvicinato a *cancellus*. Contiene 40 choenices, come abbiamo dimostrato a pag. 354, inoltre è usata abbastanza frequentemente nell'epoca bizantina.

Il papiro matematico di Achmim 3, Baillet, " Mémoires de la Mission Archéologique du Caire ", IX, Paris, 1892, ci dà l'artaba pari al cubo di 2/3 di cubito.

---

(1) Probabilmente il testo diceva: *ἔχει ἀρτάβη μοδιόυς γ'*.

Poichè in quest'epoca solo l'artaba romana corrisponde ad un piede cubico, dobbiamo ammettere che qui si tratti proprio di un'artaba *μ. καγκέλλῳ*. Se nel papiro di Achmim si accennasse ad un'artaba *μ. δημοσίῳ*, si avrebbe un piede di 0,3199 cm. ed un cubito quindi di 0,4799 m.

Quantunque si dia come esistente un piede persiano di m. 0,3196, credo che tale coincidenza sia puramente fortuita e che anzi la esistenza di questo piede persiano non riposi su basi troppo solide.

Come si vede, in Egitto i Romani introducono le loro misure cercando di conciliarle con le misure usuali di lunghezza, superficie e volume portate in Egitto dai Greci. Probabilmente i Greci avevano cercato di adattare il loro sistema metrico alle antiche misure trovate in Egitto: essi mantengono le artabe ed i *ναύβια*, che non hanno origine ellenica. L'artaba si divide, come in antico, sempre in 40 parti, che i Greci chiamano choenices; il *ναύβιον* equivale a 27 piedi cubiti attici. I Romani probabilmente fanno dell'artaba tolemaica, che difficilmente poteva corrispondere all'artaba di 100 *λίτραι*, una misura che mantiene le ordinarie divisioni dell'antica, pur avendo ciascuna frazione di essa una capacità diversa da quella delle frazioni in uso sotto i Tolemei: nello stesso tempo introducono l'artaba *μ. καγκέλλῳ*, che è una misura romana vera e propria. Concludendo: per l'Egitto Augusto non potè introdurre completamente pesi, misure e monete romane, come farebbe credere il passo di Dionigi d'Alicarnasso, 52, 30 (28 av. Cr.) nel discorso di Mecenate: *μήτε δὲ νομίσματα ἢ καὶ σταθμὰ ἢ μέτρα ἰδίᾳ τις ἀυτῶν (τῶν δήμων) ἐχέτω, ἀλλὰ τοῖς ἡμετέροις καὶ ἐκεῖνοι πάντες χρήσθωσαν*. L'opera dei Romani si ridusse in parte a conciliare le misure egiziane con le loro ed in parte ad introdurre misure nuove. Non sarebbe certo inutile uno studio diretto sui materiali dei musei per verificare il volume delle misure ordinarie di capacità per l'epoca tolemaica, in modo da poter attingere a fonti più pure di quelle che siano gli scrittori di metrologia, generalmente assai tardi ed assai rimaneggiati.

L'artaba che corrisponde al piede cubico non può essere che l'artaba romana.

Per gli usi romani questa artaba si divideva in 3 modi, di

8 choenices, e ogni choenix in 2 sestari: e corrispondeva a 1 *κεράμιον* di 8 choes:

Medimno	1					
Artaba	2	1				
Modio	6	3	1			
Choen.	48	24	8	1		
Sest.	96	48	16	2	1	
Cotyla	192	96	32	4	2	1

mentre, secondo il sistema egiziano, l'artaba romana o artaba *μ. καγκέλλῳ* corrisponde a $2\,^1/_2$ *μόδιοι κουμουλάτοι*, $2\,^4/_9$ *μόδιοι ξυστοί*.

VIII.

Sistema ponderale degli Egiziani.

Il sistema ponderale in Egitto dopo la conquista romana è certamente quello dei nuovi dominatori.

Non è da escludersi che potevano rimanere in vigore nei rapporti privati le antiche misure, ma nella gran massa dei documenti che abbiamo esaminati si sono trovate quasi esclusivamente misure romane. Generalmente in Egitto si sostituivano le misure di capacità alle misure ponderali.

L'uso delle *λίτραι, οὐγκίαι, γράμματα* data dal I secolo d. Cr. (1), ma diventa più frequente dopo il III secolo (2).

Nell'epoca romana le tracce delle misure ponderali non romane devono essere insignificanti. Il fatto che, mentre le altre misure erano prevalentemente di origine greca, per i pesi si usasse il sistema romano, è facilmente spiegabile quando si pensi alle relazioni semplici che intercedevano fra il sistema attico e il romano nelle misure di capacità.

La *μνᾶ* nell'epoca bizantina viene ragguagliata a 1/60 di

---

(1) Preisigke, Sammelbuch I, 303 (59-60 d. Cr.) Alessandria. Iscrizione sopra pesi *Λ(ίτρα) α' ὀγ(κίαι) β' γ(ραμμάτα)*. Preisigke, Sammelbuch I, 304 (59-60 d. Cr.) *Λ(ίτρα) α ὀγ(κίαι) α' γ(ράμματα β'*. P. Giess. 47) *ἡμιλίτριον* (epoca Adriano).

(2) P. Oxy. 43 (295 d. Cr.), 60 (323 d. Cr.), 85 (338 d. Cr.) *λίτρα Ἰταλική*.

κεντηνάριον o, ciò che fa lo stesso, a 1/60 di artaba (1), quindi la *μνᾶ* corrisponde a kg. 3,2745, e poichè doveva corrispondere a 100 dramme, la dramma risulterebbe di gr. 3,274 invece di gr. 3,41. La *μνᾶ* risulta così di 2880 *γράμματα* invece che di 3000, e quindi è chiaro che si tratta di una misura *μνᾶ* adattata dai Romani al loro sistema ponderale.

Varie specie di *μνᾶ* furono probabilmente usate in Egitto prima di questa del P. Aphr. 1718, che probabilmente data dal IV secolo d. Cr., secondo Hultsch, *Script. Metr.*, I, 90.

La *Ῥωμαϊκὴ μνᾶ* uguale ad 1/60 di *κεντηνάριον* porta ad equiparare questo ad un talento, come fu osservato da Hultsch, da Boeckh, ecc. Cfr. Hultsch *Script. Metrol.* I, 90.

Per i numerosi passi in cui alla *μνᾶ* sono attribuite 20 oncie, cfr. Hultsch, *Script. Metrol.* I, Indice, sotto *μνᾶ*.

È estremamente probabile che in Egitto fossero usate nell'epoca tolemaica delle mine basate sulla dramma attica di gr. 4,36, come risulta dai passi degli *Script. Metrol.*, I, 221, 228, dove si attribuiscono alla mina attica ed egizia o tolemaica 16 oncie, mentre non vedo quale origine possa avere una mina tolemaica di 18 oncie, *Script. Metrol.* I, Index 196 (10).

Ugualmente mancano accenni nei papiri alla mina di 100 dramme, di 3 *γράμματα*.

Μναεῖον. — Dal P. Oxy. I, 9, *ἔχει τὸ μναεῖον τέταρτα δέκα* $\bar{\varsigma}$, $\overline{\iota\varsigma}$ *ἡ δὲ τε[τάρτ]η ἔχει θέρμους μεν* · [*κ*[*ερ*]*ά*[*τ*]*ια δε...*] *ἑκα*|.. *ὁ δε θέρμος ἕ*|*χι*L combinato col passo degli *Script. Metr.* I, 301, 4 dell'Anonimo alessandrino, *Περὶ ταλάντον* ·. *Ἄγει οὖν τὸ χρυσοῦν τάλαντον Ἀττικὰς δραχμὰς β' γράμματα ς', τέταρτας δηλαδὴ τέσσαρας*, ricaviamo la seguente tavola:

μναεῖον	1						
νόμισμα	6	1					
δραχμή	8	1 1/3	1				
τετάρτη	16	2 2/3	2	1			
γράμμα	24	4	3	1 1/2	1		
θέρμος	72	12	9	4 1/2	3	1	
κεράτιον	144	24	18	9	6	2	1

(1) P. Aphr. V, 1718, l. 58, 59 e 62

μ(ν)ᾶ πο κεντήναρ/ *π ξ*
κεντήναρ πο μνᾶ ἐπί : *ξ*
η α ·– *ἔχει μνᾶ ι̅*

Lo *μναεῖον* e le *τετάρται* (1) come peso sono nei papiri sinora letti usati solo per l'oro.

I computi dell'argento sono fatti generalmente in dramme, e solo nel IV sec. d. Cr. in oncie e grammi.

Il *μναεῖον* è assai probabilmente un peso la cui origine è dovuta al pezzo d'oro del valore di 100 dramme.

Il sistema ponderale romano in vigore in Egitto nell'epoca romana è riassunto nella seguente tavola:

κεντηνάριον	1								
μνᾶ	60	1							
λίτρα	100	$1\,^2/_3$	1						
οὐγκία = *μναεῖον*	1200	20	12	1					
δραχμή	9600	160	96	8	1				
τετάρτη	19200	320	192	16	2	1			
γράμμα	28800	480	288	24	3	2	1		
θέρμος	86400	1440	864	72	9	6	3	1	
κεράτιον	172800	2880	1728	144	18	12	6	2	1

Per l'epoca tolemaica le misure ponderali sono assai scarse; quelle pochissimo accennate nei documenti hanno origine attica. Questo argomento sarà trattato in un mio prossimo studio sulle monete tolemaiche.

---

(1) *Μναεῖον*. — P. Oxy. 259 (23 d Cr.), 265 (81-95 d. Cr.), 496 (127 d. Cr.), P. S. Ital. 450 I, 11 (II o III sec.).

Τετάρτη. — P. Ryland's 124 (I sec d. Cr), 125 (28-29 d. Cr.), 154 (66 d. Cr.), ecc.

La leggenda di Gargantua nella Valle d'Aosta

Nota del Dott. FERDINANDO NERI

La *Revue des études rabelaisiennes* (1) registra, dal libro di Guido Rey sul Cervino, una leggenda valdostana ch'era stata raccolta dal Correvon; essa risale ad un'antica età felice, quando la Valle era tutta una prateria ed un pascolo: " les bergers jouaient aux quilles avec d'énormes balles de beurre, ... le lait était si abondant qu'on en formait des lacs où se baignaient les troupeaux ".

" Or Gargantua se reposant dans ces gras pâturages voulut un jour voir ce qui se passait dans le pays du Nord. Escaladant la barrière qui le séparait du Valais, il ne fit qu'une enjambée du Breuil à Zermatt. Tout le rocher s'évanouit sous ses pieds, et il ne resta debout que la pyramide élancée qui se trouva prise entre ses deux jambes alors qu'il s'arrêtait pour examiner le pays d'au-delà. Et cette pyramide est restée là pour témoigner des dimensions et de la force du géant Gargantua. Voila comment fut formé le Cervin " (2).

Una seconda tradizione conserva il ricordo di Gargantua nel nome di un arido sprone montano, poco lungi da Aosta, verso il paesello di Gressan; si trova indicato come *La côte de Gargantua,* e *Le doigt de Gargantua* (3): non che vi sia di-

(1) Vol. V, p. 116: comunicazione di C. Portal.

(2) H. Correvon, *Au pied du Cervin*, in " Bulletin de l'Association pour la protection des plantes ", n° 14 (1896), pp. 18-19; Rey, *Il Monte Cervino*, Milano, 1904, p. 48; F. Ferrero, *Val d'Aosta. La perla delle Alpi*, Milano, 1913, pp. 93-94 (la leggenda attribuita a un anonimo " gigante ").

(3) Casanova e Ratti, *Guida illustr. della Valle d'Aosta*, 3ª ed., Torino, 1893, p. 166 e 229; Bobba e Vaccarone, *Guida delle Alpi Occidentali*, pubblicata dal Club Alpino Ital. (1896), vol. II, P. II, p. 13 e 29; " Collezione

vario, come suppone qualche " guida ", fra la costola e il dito, poichè la tradizione orale è concorde sul dito di Gargantua (1); *côte* ha il senso topografico di declivio e qui, propriamente, di monticello.

Nella valle del Lys, la leggenda si dirama in forme più vaghe e confuse, e potremmo dire che vi si smarrisce, poichè, mentre le redazioni sporadiche sembrano attestare una tradizione precedente più larga e completa, a un gran numero di valligiani il nome riesce del tutto sconosciuto, o suscita appena un lontano ricordo; secondo i più edotti, egli poserebbe un piede sul così detto Roc, presso Pont St.-Martin, e stenderebbe il corpo lungo la valle, giungendo con la testa fino a Gressoney; altri sanno ch'egli era tanto alto da fare arco sulla gran valle (della Dora), poggiando un piede per parte sulle montagne, e quando aveva sete si chinava a bere nel fiume: una volta bevve tanto che lo prosciugò (2).

Se non v'è dubbio che tali leggende provengano dalle vi-

Guide Casanova ": *Guida illustr. della Valle d'Aosta*, Torino, 1906, P. II, Valle Superiore, p. 60 e n., 190; Bertarelli, *Guida d'Italia del Touring Club Italiano*, vol. I, Milano, 1914, p. 182 e 237.

(1) Non concorda più intorno all'origine e alla natura di questo dito: di solito è il mignolo, *le petit-doigt de Gargantua*; un racconto l'attribuisce a mutilazione per vendetta da parte dei valligiani (e qui mi par di riconoscere, come nell'allusione ad un'aurea età dei pastori, qualche tratto delle leggende sull' " Uomo selvaggio "); anche si discorre d'una tomba, che coprirebbe un dito del piede: il Correvon ricorda appunto " le tombeau de l'orteil de Gargantua ".

(2) Un accenno alla leggenda " en vogue dans nos châteaux et dans toute la Vallée " si trova pure nello studio di F.-G. Frutaz, *Les origines de la langue française dans la Vallée d'Aoste*, Aoste, 1913, p. 29, n. 7; quanto al " Gargantue " che risulta fra i libri dei signori di Challant nel sec. XVI, l'ipotesi più semplice è che si tratti dell'opera di Rabelais: il conte René de Challant ebbe vaste relazioni, e viaggiò molto, ed era, per es., a Parigi nel 1559, per le nozze di Emanuele Filiberto e Margherita di Valois. — L'amico Prof. Ettore De Marchi, del R. Liceo di Aosta, il quale interrogò in proposito il canonico Frutaz, mi comunica che l'inventario che contiene " le Gargantue " è quello del 1565 (per il castello d'Issogne, redatto dal notaio Caraczon, alla morte del conte Renato di Challant), cui allude in altro suo scritto il Frutaz, *Le château de Verrès et l'inventaire de son mobilier en 1565*, in " Atti della Società di Archeol. e Belle Arti per la prov. di Torino ", vol. VII, p. 161.

cine regioni d'idioma francese (1), si può determinare con maggiore esattezza, per la loro zona d'estensione, ch'esse derivano, non dalla Savoia, ma dal Vallese (2); e per tal modo si congiungono, come a una gran vena onde si propagò la leggenda, al folk-lore di tutta la valle del Rodano (3).

Questi passaggi della tradizione orale sono lenti, quando non è in gioco un evento storico o naturale che abbia dominato le fantasie, ma la sola favola di un buon gigante; e le reliquie del Vallese e della Val d'Aosta, come accrescono il raggio di estensione della leggenda, così valgono per giudicarla più antica, infirmando l'ipotesi di un'origine letteraria. Scarse come sono, esse rappresentano i tratti essenziali della leggenda, quale appare dalle numerose redazioni raccolte nelle terre di Francia dal Sébillot: *enjambées* del gigante, rupi di varia natura designate come sue membra o detriti, e — qui forse traluce più grandiosa l'immaginazione naturalista — i gran sorsi ch'egli

---

(1) Vedi, per la toponomastica, la sagace comparazione di P. Massia, *Le nom de "Bramafam"*, estr. da "Le Duché d'Aoste", n^{i} 21-24 (1911).

(2) Il Ferrero, op. cit., cap. IV, chiama "La valle delle leggende" quella di Gressoney; il Christillin, che ne curò una raccolta, attribuisce tale prevalenza all'elemento germanico (*Dans la Vallaise: Légendes et récits recueillis sur les bords du Lys*, Aoste, 1901, pp. 99-100; traduz. ital., Milano, 1908).

(3) Il Gauchat osserva che i cantoni in cui la leggenda di Gargantua è più diffusa son quelli "di Vaud, Ginevra e nel Vallese"; in quello di Berna riconosce piuttosto la persistenza "letteraria" dell'opera di Rabelais (*Echi lontani di letteratura francese nei dialetti svizzeri*, in "Studi letter. e linguist. dedicati a Pio Rajna", Firenze, 1911, p. 421; v. A. Ceresole, *Légendes des Alpes Vaudoises*, Lausanne, 1885, pp. 267-70); nella raccolta del Sébillot, le redazioni savoiarde si riportano alla regione settentrionale (Annecy, Sallanches), e per la Svizzera una soltanto dei Grigioni; v. *Gargantua et les traditions populaires*, Paris, 1883, pp. 257-59 e 310-11. — Fra le possibili infiltrazioni nei dialetti italiani, il Salvioni mi ha indicato cortesemente, nel Vocabolario comasco di P. Monti (Milano, 1845), "*Gargantuàri*, Omaccione d'alta statura e stolido". Il Sébillot, op. cit., p. 317, ha raccolto, come sola attestazione per l'Italia, la locuzione romanesca "*Fà èr Gargante*, c'est-à-dire: *Fare lo scroccone*"; ma non si può concludere che essa appartenga alla leggenda: sulla rad. *garg*, v. quanto accennavo negli "Atti" di questa Accademia, vol. 50, p. 114, n. 3; si aggiunga il piem. *garg* e *garga* = pigro, e peggio; onde, per semplice analogia, *gargantüa*, per "pigrone" (Coassolo Torinese; comunicaz. del Prof. G. A. Perucca).

beve dai fiumi, insieme con le navi che li percorrono, e la gran bocca dove gli armenti s'inoltrano come in una caverna, e le vaste chiome simili a selve.

In tutto ciò, la fortuna dell'eroe rablesiano può aver contribuito — e in qual misura? — per il solo nome (1); ma il fatto che il nome esisteva già prima delle *Grandes Cronicques gargantuines* (2), di cui si valse il Rabelais, e il carattere stesso di questo libro di " colportage „ (3) sono la base sufficiente per credere che la leggenda esistesse, cioè che il nome di Gargantua indicasse già nella tradizione popolare francese il tipo erculeo (4) del gigante divoratore, con gli attributi che serba ancor oggi.

Si può stabilire come una divisione di Rabelais dalla leggenda popolare, cui si collegano invece le *Grandes Cronicques*; e se il Plattard ha osservato che " le nombre des emprunts faits aux *Grandes Chroniques* est restreint „ (5), egli ha ragione di non indagare se il Rabelais abbia potuto valersi di leggende popolari sconosciute all'autore di quel libro. Nei termini di Philarète Chasles (" Rabelais emprunta au peuple ce héros fabuleux... „), la questione era mal posta, e G. Paris era stato già indotto a diminuire l'importanza della leggenda popolare (6);

---

(1) Vuol essere chiarita una recente affermazione del Sébillot, ch'è lo studioso più esperto di questa leggenda; nel suo compendio *Le Folk-lore, Littérature orale et ethnographie traditionnelle*, Paris, 1913, per l' " Encyclopédie scientifique „ del Toulouse, a p. 40 egli scrive: " Pour Gargantua, " sa substitution aux autres [géants] paraît s'être opérée dans les cent " dernières années „: intendo la " sostituzione „, e non l'origine della leggenda propria di Gargantua, la quale del resto ci era attestata, nella sua forma tradizionale, nei " Mémoires de l'Académie celtique „ del 1810.

(2) " Revue des études rabelais. „, vol. IV, p. 217 segg. (Thomas, *Gargantua en Limousin avant Rabelais*, ad an. 1470), 273-76 (Champion, *Une mention inconnue du nom de " Garguentuas „*), 287-88 (Pinvert, *Gargantua en Limousin*), 390-93 (Albarel, *Origine du nom " Gargantua „*).

(3) Lefranc, *Les traditions populaires dans l'œuvre de Rabelais*, in " Revue des études rabelais. „, V, p. 45 segg.

(4) Van Gennep, *La Formation des Légendes*, Paris, 1910, pp. 134-35.

(5) *L'œuvre de Rabelais*, Paris, 1910, p. 15.

(6) " Revue critique „, 1869, 1° sem., pp. 326-29 (recens. dello studio del Gaidoz): il P. inclinava ad ammettere una fortuna popolare delle opere letterarie, cioè insieme le *Cronicques* e Rabelais. Il Biondolillo, che ha sostenuto fra noi l'indipendenza della tradizione orale, afferma che " il Ra-

ma questa non può valere, non varrà mai ad illustrare l'arte e la fantasia del Rabelais, come le tradizioni carolinge, vive ancor oggi, non giovano per chi legga l'Ariosto: la ricerca e lo studio delle redazioni orali procede nei limiti del puro folk-lore.

---

belais trovò codeste leggende e le trasformò, dove gli parve opportuno, così da formare un organismo compiuto e concreto „ (*Le fonti dell'opera di F. Rabelais*, in *Poeti e critici*, Palermo, 1910, p. 78); il Perfetto si richiama alla prova nomastica del Thomas (*Le opere di Francesco Rabelais*, I, Napoli, 1914, pp. cxxiv-v).

Per la Grammatica

Nota del Socio naz. resid. LUIGI VALMAGGI

Alquanti anni or sono, e piú precisamente nel 1910, una circolare del ministro Baccelli ordinava d'improvviso dovere quindi innanzi " considerarsi come puramente facoltativo „, sia per la frequenza, sia per l'esame, nelle Università dove fin d'allora esisteva, il corso di Grammatica greca e latina. La circolare recava la data del 12 maggio (data tempestiva, come si vede), e la motivazione non poteva essere piú spiccia: l'osservanza della legge Casati (come se questa degli esami non sia materia dalla legge delegata per l'appunto al potere esecutivo), e l'avvertenza che il corso di Grammatica era stato istituito " per " ragioni speciali „. Ragioni speciali? Ahimè! l'effetto fu disastroso. Non era tuttavia spento il ricordo di certi conticini che il ministro latinista aveva dovuto regolare con la grammatica, e i giornali di opposizione (una vera spina nel cuore del ministro, come forse rammenterà qualche illustre membro di questa Accademia), i giornali colsero la palla al balzo, motteggiando il Baccelli quasi avesse con quella esecuzione sommaria voluto dare sfogo al suo risentimento e prendere la sua vendetta. Giornalisti burloni! Per buona sorte nonostante l'anatema la Grammatica poté continuare la sua strada, passando nei successivi regolamenti, e ancora nel testo unico delle leggi sull'istruzione superiore, tra le materie fondamentali e obbligatorie della Facoltà di Lettere. Non però senza qualche ostilità, e se ne videro le tracce nelle proposte della defunta Commissione reale per il riordinamento degli studi superiori, come ora ne compaiono i segni, stando alle voci che corrono, nelle discussioni del Consiglio superiore per la riforma universitaria.

Quali argomenti si adducano oggi in seno al Consiglio superiore contro la Grammatica greca e latina noi non sappiamo:

ma non sarà difficile immaginarseli. Tra i primissimi probabilmente quello stesso già allegato dalla predetta Commissione reale, il solo da essa allegato: che la Grammatica è " semplice " materia propedeutica, introdotta unicamente per riparare la- " cune e difetti dell' insegnamento liceale ". Cosí la relazione della Commissione, rinviando in proposito ai regolamenti Matteucci (1). Regolamenti un po' attempati. Ma non si nega che qualche volta questo insegnamento abbia assunto carattere troppo elementare. Io so d'una Facoltà del Regno, la quale nel passato anno 1918, fissando le materie d'esame obbligatorie per una signorina proveniente dalle terre irredente, la dispensava senz'altro dal Greco, e quanto alla Letteratura latina disponeva che l'esame dovesse consistere *sic et simpliciter* nella traduzione di un passo di autore classico e in alcune facili interrogazioni di storia letteraria, con l'avvertenza che a quest'uopo, cioè per concedere quante piú agevolazioni fosse possibile, l'esame dovesse seguire davanti alla commissione... di Grammatica greca e latina. La Commissione di Grammatica deputata alle interrogazioni facili di storia letteraria! E ho sempre vivo nella memoria il ricordo di un caro collega, anzi tempo strappato alla scuola e agli studî, che sedendo un giorno nella mia commissione (quell'anno avevo trattato del dialetto erodoteo) domandò di punto in bianco a un candidato qualche notizia, qualche breve notizia elementare, sulla costruzione del teatro greco. A una tale domanda il candidato cascò dalle nuvole, e il valoroso collega se ne seccò, ma non poté tenersi dal dirmi, in tòno di affettuoso rimprovero: *O che non sono questi elementi la vera materia della Grammatica?* Se non che in tutto ciò la cattedra di Grammatica, la cattedra che fu anche di Giovanni Pascoli, non ha colpa nessuna. La colpa è di chi dimentica che non spetta all'Università impartire l'istruzione elementare, e a questa stregua anche la Letteratura, anche la Storia, anche la Filosofia, in una parola quale altra disciplina si voglia potrebb'essere coinvolta nella stessa condanna. Né per buona sorte la Grammatica greca

(1) V. *Ministero della P. I. – Commissione reale per il riordinamento degli studi superiori.* – Parte II. *Relazioni e proposte speciali delle Sottocommissioni di Facoltà*, Roma, 1914, p. 57.

e latina vien trattata dappertutto con tanta disinvoltura. La scuola torinese per esempio si è sempre fatta obbligo preciso di osservare le norme del piú severo metodo scientifico. Con tal metodo hanno insegnato Domenico Pezzi ed Ettore Stampini, maestri tra i piú insigni, maestri miei tra i piú cari, ed io non ho bisogno di dire che mi sono sforzato e mi sforzo, come so e posso, di seguirne scrupolosamente le orme (1). Parlo di Torino, e si comprende perché; ma non sono poche le Facoltà che piú e meglio si dovrebbero oggi additare ad esempio.

Il vero è che a generare avversione contro la Grammatica concorrono pure cause che non si dicono. Cosí nell'opinione di molti le nuoce indubbiamente il fatto che in piú di una Università l'insegnamento è tenuto per incarico. Io non ripeterò qui ciò che in un momento di malumore Giuseppe Fraccaroli si lasciò scappare su tale proposito in certa pagina del libro (pur troppo, l'ultimo suo libro) sull'*Educazione nazionale* (2); ma non occorre profonda meditazione a intendere che il perpetuarsi

---

(1) Non per vana pompa, che sarebbe sciocchezza, ma sí bene per sola testimonianza di quel che si afferma, mi sia lecito registrare qui qualcuno dei lavori, tesi di laurea o parti di tesi, pubblicati per le stampe dai miei scolari: L. Dalmasso, *La grammatica di C. Svetonio Tranquillo*, Torino, 1906; G. B. Cottino, *La flessione dei nomi greci in Virgilio*, Torino, 1906; M. Cerrati, *La grammatica di A. Seneca il retore*, Torino, 1908; C. Travaglio, *La scrittura latina volgare nei papiri dei primi cinque secoli dopo Cr.*, "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino", XLIII (1909), p. 525 sgg.; E. San Giovanni (non senza commozione e rimpianto vivissimo scrivo il nome di questo discepolo, caduto combattendo da prode alla presa di Gorizia), *L'allitterazione in Minucio Felice*, "Bollettino di filologia classica", XVII (1910), p. 87 sgg.; S. Alessi, *La flessione dei nomi greci in Valerio Flacco*, "Bollettino" predetto, XIX (1912), p. 56 sgg.; E. Griset, *Contributi alla critica del testo dell'Epitome di Floro*, Torino, 1913; S. Cucco, *La grammatica di Commodiano*, "Didaskaleion", II (1913), p. 307 sgg.; IV (1915), p. 7 sgg.; V. Pocchiola, *L'arcaismo nel grammatico Valerio Probo*, "Bollettino" predetto, XXIII (1916), p. 50 sgg. Anche la mia dissertazione di laurea (trattava d'un testo falsamente attribuito al grammatico Elio Donato), che ebbe l'onore della stampa per benevola deliberazione della Facoltà, fu compilata alla scuola di Grammatica e sotto la direzione dello Stampini, salvo che, al contrario delle dissertazioni sopra citate, quel tanto di buono che contiene è merito del solo maestro.

(2) Bologna, 1918, p. 207.

dell'incarico non pare propriamente il modo piú acconcio per conferir credito e pregio a un insegnamento, come non fa d'uopo spendere parole a mostrare che neppur questo è guaio di cui la Grammatica abbia la minima colpa.

Sennonché v'ha dell'altro. Io ricordo gli Americani, e sono pure il popolo in cui spira piú vibrante il senso della modernità. Ricordo Elia Root, già segretario di Stato, presidente della Società americana di legislazione internazionale, il quale dichiara che alla piena formazione della nostra coltura, alla stessa nostra concezione e comprensione della vita è necessaria la conoscenza dei classici, e aggiunge che a tale conoscenza si perviene " solo " con lo studio assiduo delle lingue che essi parlarono e scris- " sero „ (1). Ricordo il defunto presidente degli Stati Uniti, Glover Cleveland, il quale insorge a " denunziare come una vio- " lazione morale e legale degli statuti universitarî il tentativo " di escludere le lingue classiche dall'insegnamento dei corsi di " Facoltà „. Ricordo ancora il presidente Wilson, per il quale " non si riuscirà mai a trovare un equivalente alla letteratura " classica, e il contatto immediato con questa non si potrà ot- " tenere senza il sicuro possesso della grammatica e della sin- " tassi che ce ne dischiudono il tesoro „. Precisamente: la grammatica è il fulcro degli studî classici, e i loro avversari sanno che colpire la grammatica significa colpire al cuore: il resto verrà da sé. I loro avversari, e di conserva coloro che, senza avversarli apertamente, opinano che agli studî classici sia fatta la parte del leone, che sia soverchia la loro invadenza e inframmettenza, che sien da essi troppo menomati o addirittura soffocati i diritti della modernità. Opinione non del tutto infondata, come io stesso mostrai di recente, proponendo anche qualche rimedio di agevole applicazione e di pronta efficacia (2). Ma appagati i legittimi desideri dei modernisti, e dato ai loro studî assetto conveniente e decoroso, è a supporre che per

(1) Questo e i seguenti giudizi di statisti americaui si leggono con altri simili nell'opuscolo *Gli studî classici in America, opinioni e dati statistici*, or non è molto pubblicato per cura della Società Atene e Roma, sezione di Milano (Milano, presso la libreria G. B. Paravia, 1918), p. 9 sgg.

(2) *Per il regolamento della Facoltà di Lettere*, " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „, LIV (1919), p. 43, 139.

questa parte non vi sarà piú ragione di lesinare i mezzi occorrenti ai classicisti.

Vedemmo che la Commissione reale, per trovar prova che la Grammatica è un'intrusa, " fuor dell'ordine e dello stile degli " studi accademici ", faceva capo all'archeologia: regolamento Matteucci e contemporaneo regolamento per la Scuola normale di Pisa. Lasciamo stare questo secondo regolamento, o piú precisamente regolamento degli studi e degli esami nella R. Scuola normale di Pisa (26 sett. 1862, n. 843), dove si distinguevano (art. 4) per ciascun anno di corso due diversi gruppi di studî, studî *universitari* e studî *normalistici*, e gli esercizi orali e scritti sulla lingua greca, latina e italiana, come quelli sulla storia e geografia antica, facevano parte del gruppo di studi *normalistici*, con la fisica, con la lingua francese, con lezioni ed esercizi sulle lingue inglese e tedesca. Tutto questo non ha che vedere con l'ordinamento degli studî di Facoltà; e perciò a torto la Commissione si faceva forte di quegli *esercizi orali e scritti* di greco e di latino per deplorare la violazione dell'ordine e dello stile degli studî universitari. Dunque violazione anche con l'Italiano, violazione con la Storia antica e la Geografia, che erano pur materie del programma normalistico? Quanto al regolamento speciale della Facoltà (14 settembre 1862, n° 842), è perfettamente vero che tra gli insegnamenti ad essa assegnati (1) con l'art. 8 non si comprendeva la Grammatica, e solo con disposizione transitoria dell'art. 19 si stabiliva che, tenuto conto delle condizioni dell'insegnamento liceale, nel primo anno in luogo della Letteratura greca gli studenti potessero frequentare un corso di Grammatica greca (non di Grammatica in genere, come dice la relazione della Commissione reale), da affi-

(1) Letteratura italiana, Letteratura latina, Letteratura greca, Geografia antica e moderna, Storia antica, Storia moderna, Antropologia e Pedagogia, Archeologia, Lingue e letterature comparate, Filosofia della storia. Insegnamenti non tutti identici a quelli indicati nella legge Casati; ma ripetiamo che per la legge stessa, art. 55, e anche per le varie leggi successive, 17 ott. 1860, sull'istr. sup. in Sicilia (Ugdulena), art. 8; 16 febbr. 1861, sull'istr. sup. nelle provincie napoletane (Imbriani), art. 11; 21 luglio 1862, sulle tasse universit. (Matteucci), art. 11, e ancora nel vigente testo unico 9 agosto 1910, art. 17, questa è materia delegata ai regolamenti.

darsi " a uno speciale insegnante „. E sta bene: nel regolamento Matteucci il corso di Grammatica greca (di sola Grammatica greca) era introdotto per provvedere alle deficenze della scuola secondaria. Ma che perciò? Al piú si potrebbe osservare che, pur essendo di gran lunga migliorato l'insegnamento medio, neanche oggi i giovani escono sempre dai ginnasi e dai licei, per una somma di circostanze che sarebbe ozioso enumerare, forniti del corredo di greco indispensabile per seguire con profitto gli studî universitarî. Sennonché al regolamento Matteucci è di già succeduta poco meno che una mezza dozzina di altri regolamenti, e qui si tratta di discutere in conformità dello stato attuale di diritto, non di quello di sessant'anni fa. Ora nel regolamento oggi (1) vigente (regol. Credaro, 9 agosto 1910), come nei due ultimi che l'hanno preceduto (regol. Nasi, 20 ottobre 1903, e regol. Boselli, 17 maggio 1906), non compare piú la Grammatica greca in surrogazione temporanea della Letteratura, ma la Grammatica greca e latina quale materia fondamentale obbligatoria. Nel regolamento vigente e nel regolamento Nasi (il regolamento Boselli lasciò da parte la divisione in sezioni) obbligatoria per la sola sezione di Filologia classica, e biennale, ossia, non che propedeutica, materia di perfezionamento specifico per un determinato ramo di studî. E si capisce: la scienza è specializzazione, e la specializzazione si traduce necessariamente in altra corrispondente specializzazione di cattedre. Un solo appunto si potrà muovere fondatamente, almeno ai fini professionali: che con l'ordinamento quale al presente è dato alle sezioni della Facoltà non tutti coloro che saranno poi chiamati a insegnare la Grammatica nei ginnasi si trovano aver ricevuto all'Università adeguata preparazione scientifica. La pratica? Ma ha risposto, chi l'opponesse, Giovanni Gentile: " Credo che " gl'insegnanti non siano al livello a cui si vorrebbero, non " perché troppo dotti e poco pratici, ma perché poco dotti e " troppo pratici „ (2).

Dunque nessun reato contro l'" ordine „ e lo " stile „ accademico, nessuna propedeutica da strapazzo, nessuna dannosa

(1) E vigente anche nel tempo in cui la Commissione reale studiava, dettava e pubblicava la sua relazione (1914).

(2) *Scuola e Filosofia*, Palermo, 1908, p. 301.

" superfetazione ", come anche amò chiamarla la Commissione reale. Se mai si potrà parlare di stralcio, e la questione vera, la sola questione da proporre, chi non sia avversario deliberato degli studi classici, sarà se la Grammatica abbia una sua propria personalità scientifica, cioè se abbia ampiezza e consistenza tali da doverle riconoscere, come gli ultimi regolamenti e lo stesso testo unico le hanno riconosciuto, il carattere di disciplina per sé stante, e in caso affermativo se convenga affidarla a un insegnante suo proprio, ovvero " abbinarla ", adoperiamo pure la parola di moda, con l'insegnamento della letteratura. Sul primo punto credo che saremo tutti d'accordo. Basta por mente a quella che fu la funzione della grammatica nell'arte letteraria degli antichi, nella loro tecnica e nei loro procedimenti (1), basta por mente alla loro cura meticolosa della forma, sin nelle piú minute quisquilie di ortografia, alle svariate limitazioni e servitú cui quegli scrittori si sono assoggettati in obbedienza alle rigide leggi della forma, e s'intenderà di leggeri quale parte competa alla critica grammaticale nelle stesse piú elevate applicazioni della critica letteraria. Ma la critica grammaticale non è che una provincia, la minor provincia, della Grammatica. Si ponga mente ancora: storia della lingua, storia e dottrina delle forme, storia e dottrina dei costrutti, grammatica delle singole età, dei singoli generi, degli autori singoli, grammatica delle iscrizioni e, per il greco specialmente, dei papiri, strumenti di tanta importanza non solo per il filologo, ma altresí, e in non minor grado, per lo storico, per l'archeologo, per il giurista. Poi la lessicografia (un tempo la cattedra si denominava Grammatica e Lessicografia), poi ancora la stilistica. E la dialettologia greca? materia quanto mai essenziale per la intelligenza degli stessi piú celebrati capolavori dell'arte antica, e materia ad un tempo tra le piú complesse, che potrebbe anche da sola formare oggetto di un insegnamento speciale. Ora a chi spetta trattare di dialettologia se non per l'appunto al professore di Grammatica? E non parlo dei contatti con la glottologia, né di quel tanto di glottologia classica che potrà

---

(1) Perciò per gli antichi il " grammatico " fu l'erudito *κατ' ἐξοχήν*, il critico letterario, il vero e proprio ' filologo ' dei moderni.

utilmente impartirsi nelle Facoltà dove, per effetto dell'indirizzo ora prevalente, la cosí detta Storia comparata delle lingue classiche e neolatine si riduce effettivamente a sola glottologia neolatina. Anzi la Commissione reale proponeva di scindere l'attuale cattedra di Storia comparata delle lingue, lasciando sole le lingue neolatine, e sostituendo la glottologia classica alla Grammatica greca e latina. Proposta, quando si ammettano gli opportuni temperamenti, e quando in particolare non si dica " sostituire „ ma " assegnare alla Grammatica „ (1), indubbiamente meritevole di attenzione.

Non che difettare di materia propria, la Grammatica pertanto corre rischio di averne a sua scelta sin troppa. Con ciò è altresí data implicitamente risposta sul secondo dei due punti dianzi enunciati. Se il carico è grosso, non si può accollarlo a chi ha già obbligo di portarne un altro, anche quando quest'altro carico gravasse con minor peso di quello che sta sulle spalle del professore di Letteratura. Si faccia il conto, per uscir di metafora: storia letteraria, quanta e quale si sa, letture, e quanto è piú possibile copiose e variate, metrica, e quanta bisogna ad intendere compiutamente la poesia degli antichi, critica dei testi, critica storica, critica estetica, a non toccare che delle parti principali; si faccia il conto, e si veda come e dove l'insegnante di Letteratura abbia ancora a trovare tempo e agio da dipanare la matassa della Grammatica. Delle due l'una: o l'insegnante approfondirà una materia a danno dell'altra, o non approfondirà né l'una né l'altra. E l'Università, lo sappiamo tutti, non è luogo da corsi accelerati.

Avrei finito. Che se qualche professore di Letteratura mostra di credere, come si va buccinando, che la Grammatica è un du-

(1) S'intende per lasciare al maestro una certa ragionevole libertà, specie nelle Facoltà presso le quali, in cambio della *Storia comparata delle lingue classiche e neolatine*, si ha la sola *Storia comparata delle lingue classiche*, e la *Storia comparata delle lingue e letterature neolatine* in luogo della sola *Storia comparata delle letterature neolatine*. Sono in questa condizione (giusta gli ultimi annuarî pubblicati, che sono quelli degli anni 1914-15) le Facoltà di Padova e Roma; a Napoli c'è *Storia comparata delle lingue e letterature neolatine* e ad un tempo *Storia comparata delle lingue classiche e neolatine*.

plicato (!), questo nella migliore ipotesi vuol dire semplicemente che insegna Grammatica invece di Letteratura, e si farà presto a contentarlo: lasci ad altri la Letteratura e passi alla Grammatica, come la legge gliene dà diritto. Avrei dunque finito: *omne supervacuum pleno de pectore manat.* Ma mi resta il dubbio che a taluno paia troppa disinvoltura l'essere passato sopra a quei confronti che in siffatte questioni sono di rito. Invero l'andazzo è di copiare, e nelle cose dell'istruzione superiore è stato sempre e probabilmente sarà ancora, nonostante quel po' po' di putiferio, di copiare la Germania, quantunque tra le nazioni straniere sia precisamente la Germania una di quelle che per genio, per temperamento, per consuetudini piú profondamente differiscono dalla nostra. Però questa volta il paragone può essere istruttivo. Perché, se nelle università germaniche non vi sono cattedre specifiche di Grammatica greca e latina, non si deve dimenticare che non vi sono neanche cattedre specifiche di Letteratura greca e di Letteratura latina, ma invece delle une e delle altre sole cattedre generiche di Filologia classica, tra le quali vanno divise le materie che noi assegniamo alle tre cattedre specifiche. E non si deve neppure dimenticare che per l'appunto queste cattedre generiche sono sempre almeno tre, ma spesso sono anche in numero maggiore di tre, secondo l'importanza delle singole Facoltà: per esempio, nel 1914 (la segregazione prodotta dalla guerra non concede notizie piú fresche) gli insegnanti di Filologia classica, senza contare i professori onorarî, erano quattro a Breslau, a Graz e a Monaco di Baviera, cinque a Lipsia, cinque similmente a Berlino, oltre un ordinario di Filologia latina medievale. E finalmente non si deve dimenticare che nelle università germaniche accanto all'insegnamento ufficiale prospera la docenza privata, che da noi intristisce; non si deve dimenticare che in quelle università gli iscritti frequentano assiduamente i corsi liberi, e per frequentarli pagano di propria borsa, mentre da noi è grazia se non vanno deserti i corsi ufficiali, e i corsi liberi sono pagati dallo Stato. La conclusione vien fuori da sé: che per noi è tanto maggiore il dovere di provvedere con insegnamenti obbligatorî, con tutti gli insegnamenti necessarî, alla compiuta istruzione dei giovani. E la " sorella latina „ non ci offre ammaestramenti diversi. Ecco qua, per edificazione e soddisfazione degli ama-

tori di confronti: a Lilla, sempre nel 1914, e a Mompellieri, tre cattedre (Letter. greca, Letter. latina, Lingua greca) e sono tra le Facoltà meno favorite; a Bordeaux pure tre cattedre, Lingua e Letteratura greca (Masqueray), Lingua latina e Grammatica (Cuny), Lingua e Letteratura latina (De la Ville de Mirmont), ma si aggiungono le conferenze di Grammatica greca (Fournier) e di Lingua e Letteratura greca (Leroux): a Tolosa quattro cattedre, Lingua e Letteratura greca (Beaudoin), Letteratura greca (Navarre), Letteratura latina (Marsan), Grammatica comparata greca e latina (De la Ruelle); a Lione quattro cattedre, Lingua e Letteratura greca (Allègre), Filologia classica, con Epigrafia latina (Fabia), Lingua greca, con Epigrafia (Legrand), Grammatica (Renel), oltre le conferenze di Filologia greca e latina (Waltz); a Parigi, Sorbona, cinque cattedre con otto insegnanti, Letteratura greca (Girard), Grammatica greca e latina (Goelzer), Lingua e Letteratura latina (Lafaye, Plessis e Courbaud), Lingua e Letteratura greca (Fougères), Lingua e Letteratura latina, corsi complementari (Durand e Gaffiot), oltre le conferenze e altre cattedre speciali di Poesia greca, di Retorica greca e di Poesia latina. Gli stessi esempi che vengono dal di fuori non incoraggerebbero dunque a sopprimere. E altro, e piú assai, verrebbe fatto di apprendere sia pure da qualche università americana. Ma sarà meglio che ci fermiamo: al paragone di tanta dovizia noi non avremo da insuperbire troppo anche se alla filologia classica saranno conservate tutte le cattedre che ora possiede.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Febbraio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, PEANO, JADANZA, GUIDI, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, PONZIO, SACCO, MAJORANA e PARONA Segretario.

Scusa l'assenza il Socio SOMIGLIANA.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente comunica una lettera colla quale l'ingegnere A. MESNAGER ringrazia per la nomina a Socio corrispondente.

Il Segretario presenta per la stampa negli *Atti* la Nota del Socio corrispondente G. COLONNETTI, *Sforzi di montaggio nell'armatura dell'ala di un biplano.*

Raccoltasi quindi la Classe in adunanza privata procede alla elezione di un Socio rappresentante la Classe nella Commissione di vigilanza per la Biblioteca accademica. È riconfermato nella carica il Socio MATTIROLO.

LETTURE

Sforzi di montaggio nell'armatura dell'ala di un biplano

Nota del Socio corrispondente GUSTAVO COLONNETTI

Delle sollecitazioni a cui l'armatura dell'ala di un biplano va soggetta per effetto della pressione su di essa esercitata in linea di volo dal sostegno dell'aria, si è occupato con successo il Prof. C. Guidi in una Nota recentemente comparsa in questi medesimi *Atti* (1).

Io mi propongo di mettere in relazione dette sollecitazioni con quelle che durante il montaggio dell'apparecchio si generano mettendo in tensione i varî cavetti metallici muniti di tenditori; apparirà chiaramente da quanto sto per dire come gli sforzi di montaggio possano in pratica acquistare un'importanza tale da rendere illusoria ogni ricerca, sia pure scrupolosissima, che da essi prescinda. Tali sforzi possono pericolosamente alterare ogni previsione del progettista se la registrazione dei tenditori viene abbandonata — come purtroppo si fa oggi da molti costruttori — all'arbitrio ed all'empirismo di montatori più o meno pratici; ma permettono per contro a chi predisponga razionalmente le operazioni di montaggio di raggiungere i più ragguardevoli vantaggi dal punto di vista di una buona utilizzazione dei materiali resistenti costituenti l'armatura.

(1) C. Guidi, *Sollecitazioni nell'armatura dell'ala di un biplano in linea di volo, prodotte dal sostegno dell'aria.* "Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino", vol. LII (1916-17).

Mi riferisco, tanto per fissar le idee, al tipo di armatura caratteristico dell'apparecchio SPAD 180 HP (fig. 1), ed accetto senza discussione l'ipotesi semplificativa proposta dal Guidi e consistente nel trascurare le deformazioni assiali delle aste in legno. Inoltre, poichè la controdiagonale OC tende, in linea di volo, ad allentarsi, suppongo senz'altro che da essa si possa prescindere; le incognite iperstatiche (che sarebbero evidentemente cinque nel caso generale) si riducono così a due sole, e riesce quanto mai facile e spedita tanto la determinazione delle sollecitazioni come quella delle deformazioni dipendenti dalla pressione dell'aria.

Ho rappresentate queste deformazioni nella fig. 2 adottando per esse una scala convenientemente esagerata rispetto alla scala del disegno; delle sollecitazioni ho cercato di dare un'idea riproducendo, nella parte inferiore della stessa figura, il diagramma dei momenti flettenti nei correnti.

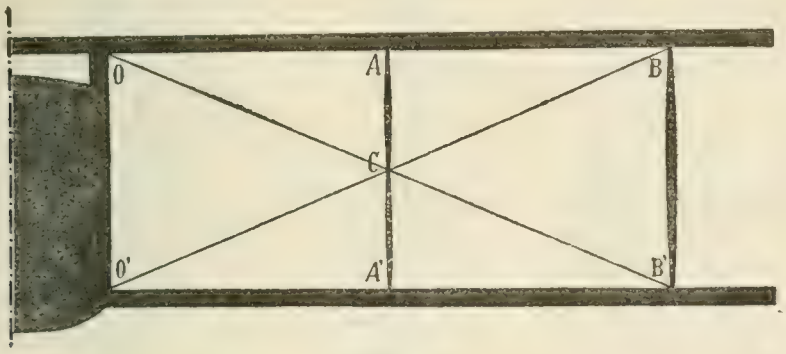


Fig. 1.

Principali dimensioni e caratteristiche dell'armatura.

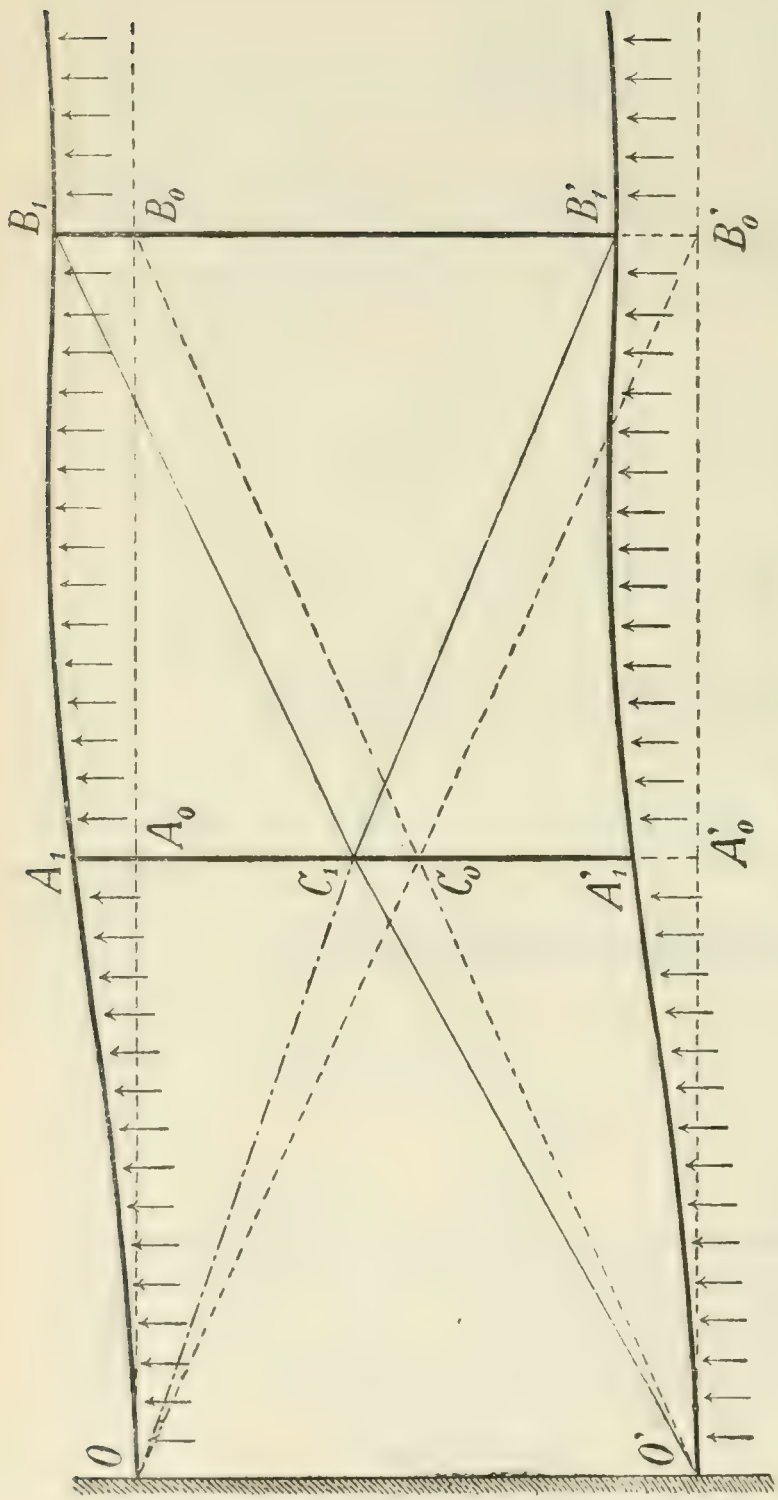
Correnti (in legno):

lunghezza totale = 300 cm.
distanza $OA = AB = 127$ cm.
momento d'inerzia della sezione retta rispetto all'asse di flessione = 75 cm^4
modulo di elasticità normale del legno = 115 t/cm^2.

Diagonali (cavi d'acciaio):

lunghezza $OC = O'C = CB = CB' = 140$ cm.
area della sezione retta della diagonale $O'C = 0{,}120$ cm^2
" " " " $CB = 0{,}090$ cm^2
" " " " $CB' = 0{,}045$ cm^2
modulo di elasticità normale dei cavi = 1500 t/cm^2.

Pressione esercitata dal sostegno dell'aria in linea di volo = 0,025 tonn. per metro lineare di corrente.



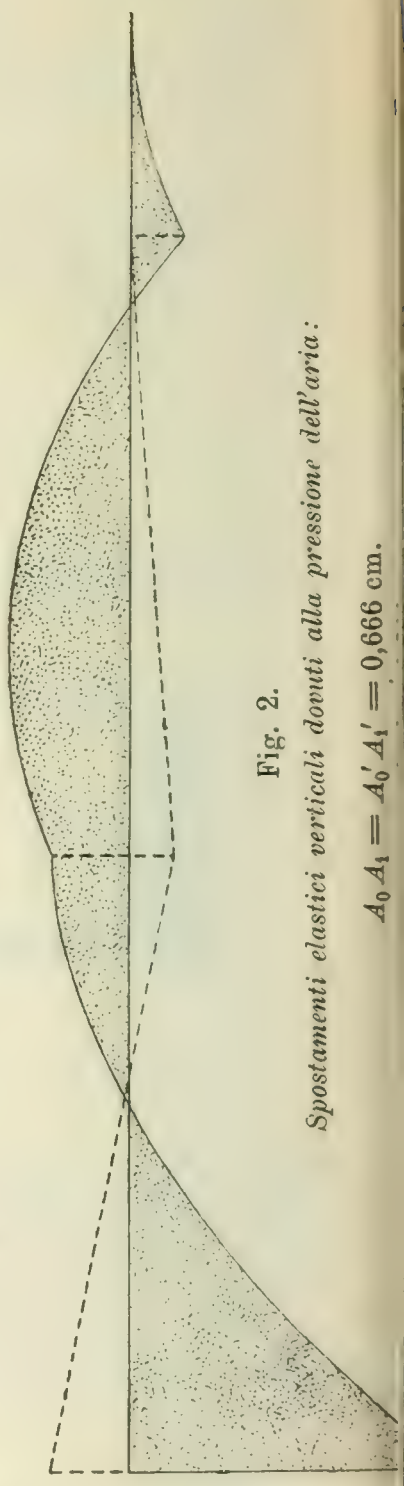


Fig. 2.

Spostamenti elastici verticali dovuti alla pressione dell'aria:

$A_0 A_1 = A_0' A_1' = 0{,}666$ cm.

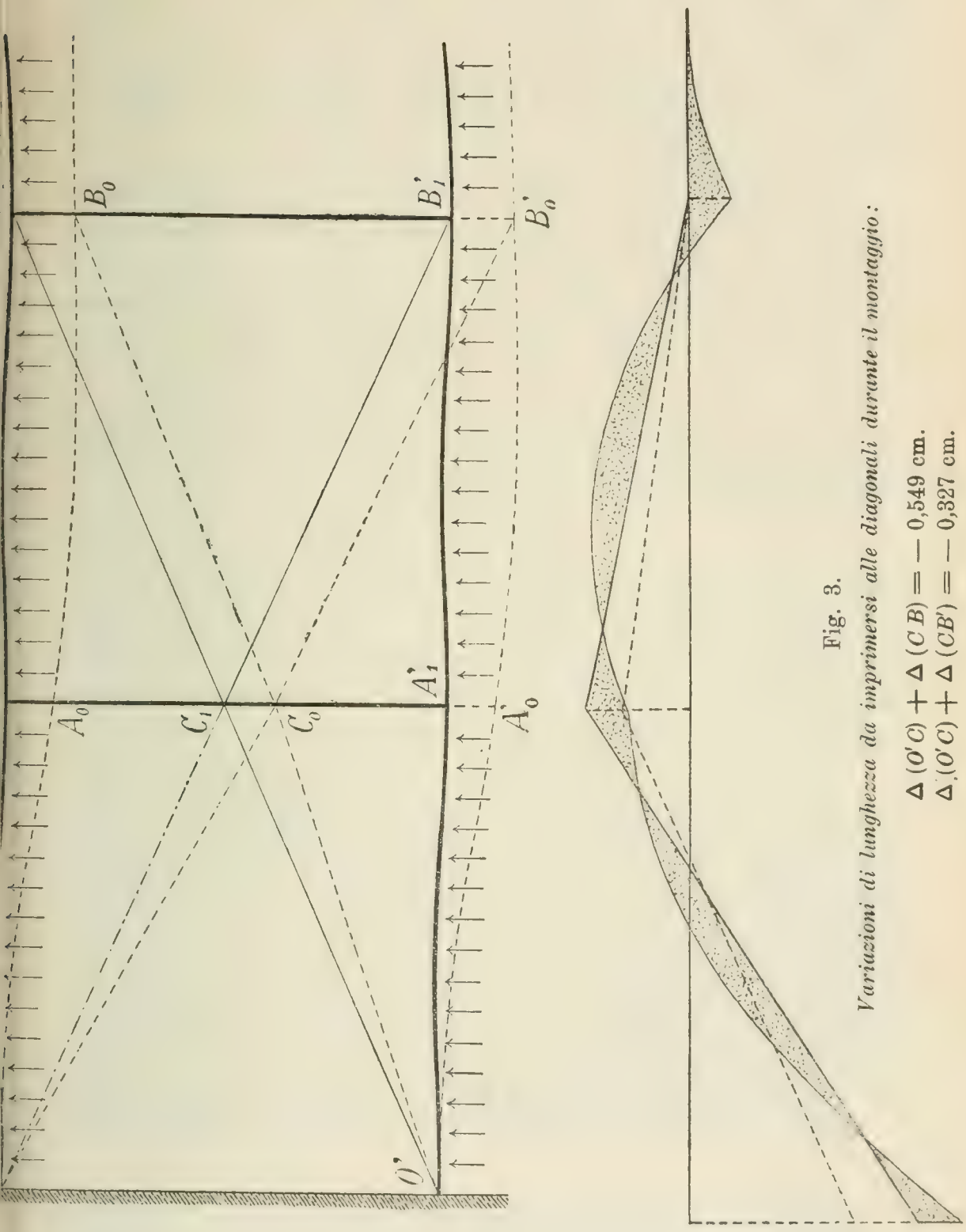


Fig. 3.

Variazioni di lunghezza da imprimersi alle diagonali durante il montaggio:

$\Delta(O'C) + \Delta(CB) = -0{,}549$ cm.

$\Delta(O'C) + \Delta(CB') = -0{,}327$ cm.

Il lettore rileverà subito che l'andamento di questo diagramma è tutt'altro che soddisfacente; esso rivela all'evidenza le caratteristiche conseguenze di dislivelli d'appoggio enormi (rispetto a quelli che nelle usuali costruzioni noi siamo avvezzi a tollerare). È quindi ben naturale chiedersi se ed in qual misura un simile diagramma possa venir corretto mediante una razionale distribuzione di tensioni artificiali.

Per rispondere a questa domanda basta ricordare che in qualunque sistema reticolare n volte iperstatico — per esempio, contenente n aste sovrabbondanti — il quale sia dotato di dispositivi (tenditori) atti a far variare a volontà la lunghezza di m aste, si possono colla manovra dei predetti m tenditori generare infiniti sistemi di sforzi interni, in equilibrio per forze esterne nulle, identificabili, in funzione delle m variazioni di lunghezza, mediante un sistema di n equazioni lineari (non omogenee) nelle incognite iperstatiche (1).

Ciò posto, se m è minore o tutt'al più eguale ad n, si possono *in generale* assumere i valori di m delle incognite iperstatiche ad arbitrio — per esempio in modo che la distribuzione degli sforzi nel sistema soddisfi ad m date condizioni, lineari nelle incognite — e dedurre dal predetto sistema di equazioni i conseguenti valori delle m variazioni di lunghezza, nonchè quelli delle $n - m$ incognite restanti.

Che se invece m è maggiore di n, scelti a piacere i valori delle incognite iperstatiche, resteranno determinati in conseguenza i valori di n delle variazioni di lunghezza in funzione delle altre $m - n$ variazioni, la cui scelta quindi non potrà più influire sul regime statico del sistema, ma ne interesserà soltanto la configurazione geometrica.

È questo il caso dell'esempio che ci occupa; nel quale si potrà quindi sempre correggere la poligonale di chiusa del diagramma dei momenti flettenti nei correnti, fissando ad arbitrio i momenti in O ed in A (e quindi in O' ed in A'). Quanto allo stato di tensione così definito, esso si potrà sempre realizzare

(1) G. Colonnetti, *Sul problema delle coazioni elastiche.* " Rendiconti della R. Accad. dei Lincei „, serie 5ª, vol. XXVII (1918); *Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche.* " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. LIV (1918-19).

in infiniti modi, solo che si subordinino le variazioni di lunghezza da imprimersi alle diagonali attive $O'C$, CB, CB' a due ben determinate condizioni.

Credo inutile entrar qui nei dettagli di un simile calcolo, poichè di un caso analogo mi sono già diffusamente occupato nei miei scritti precedenti; mi limito ad indicarne i risultati nella fig. 3, la quale rappresenta (nelle stesse scale adottate per la precedente) le nuove configurazioni dell'armatura, a riposo ed in linea di volo, corrispondenti ad una distribuzione dei momenti flettenti in volo, corretta come appare nel sottostante diagramma. Nè mi sembra che occorrano commenti per dimostrare la superiorità di questo nuovo regime statico sul precedente.

Tengo ad avvertire, prima di chiudere questa breve Nota, che una ricerca di questo genere non dovrà in pratica venire mai disgiunta da quella degli sforzi prodotti da variazioni della temperatura, in quanto questi sono suscettibili di alterare il regime statico creato col montaggio.

Nel caso concreto di cui qui ci siamo occupati, il calcolo di questi sforzi non richiede nessuna particolare avvertenza finchè si tratta di *aumenti* di temperatura; tenendo conto dei quali si ottengono delle nuove linee di chiusa dei diagrammi del tipo di quelle indicate con linee a tratti tanto nella fig. 2 come nella fig. 3 (per un aumento di temperatura pari a 35° C.).

Per una *diminuzione* di temperatura invece la cosa può essere meno semplice; non è infatti detto che la controdiagonale OC debba anche in tal caso continuare a restare inerte, come io ho supposto; può darsi pertanto che il problema vada ripreso daccapo coll'introduzione di un'asta sovrabbondante, e quindi di una incognita iperstatica, in più. Ciò naturalmente io non farò qui, ma può essere in pratica assai interessante da farsi, perchè può mettere in evidenza se ed in quali casi giovi, per mezzo di una conveniente tensione iniziale, mantenere detta controdiagonale in funzione anche in linea di volo.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Febbraio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 2 corr.

Il Presidente porge un saluto al Socio Ruffini, che per la prima volta partecipa all'adunanza nella sua nuova qualità di Vicepresidente dell'Accademia, essendo pervenuto il decreto che ne approva l'elezione. Il Vicepresidente Ruffini ringrazia.

Il Presidente invita il Socio Patetta a leggere la Relazione della Commissione nominata nell'adunanza del 24 novembre u. s. per istudiare il problema della tutela del patrimonio archivistico italiano, in risposta all'ordine del giorno della R. Deputazione Toscana di Storia Patria, e riferirne alla Classe.

Il Socio Patetta, dopo di aver spiegate le cause del ritardo avvenuto per la preparazione della Relazione, ne dà lettura alla Classe che, dopo brevissima discussione, cui prendono parte il Vicepresidente Ruffini e i Soci Prato e Cian, approva a voti unanimi la detta Relazione, alla quale sarà data la maggiore pubblicità, dopochè sarà stampata negli *Atti*.

LETTURE

Relazione per la tutela del Patrimonio Archivistico Italiano *letta ed approvata a voti unanimi nell'adunanza del 16 febbraio 1919.*

Chiarissimi Colleghi,

La R. Deputazione Toscana di Storia Patria, giustamente " preoccupata dello scempio che tuttodì vien fatto di documenti importanti appartenenti ad archivi di pubbliche amministrazioni, di enti laici ed ecclesiastici e soprattutto di privati ", approvò, nella sua adunanza dell'8 giugno 1918, un vibrato ordine del giorno, deliberando nel medesimo tempo di chiedere *al movimento per la tutela del patrimonio archivistico italiano* l'adesione degli Istituti nazionali d'alta cultura e, fra essi, della nostra Accademia.

L'ordine del giorno, trasmesso alla nostra Presidenza con lettera in data 30 giugno 1918, è di questo tenore:

" La Regia Deputazione Toscana di Storia Patria, sollecita dell'accertamento e della conservazione del patrimonio storico nazionale insidiato dall'ingordigia di coloro che, spinti dall'alto valore venale raggiunto dai nostri documenti, fraudolentemente li esportano per venderli all'estero, e di coloro che la crisi sempre crescente della carta ha indotto al facile e lucroso commercio di quella da macero; mentre si augura che Governo e Parlamento vogliano provvedere, nell'interesse degli studi e della pubblica amministrazione, ad un conveniente ordinamento legislativo degli Archivi italiani, quando la vittoria avrà dato alla Patria la quiete necessaria per le opere della pace: fa intanto voti che siano subito presi quei provvedimenti, indispensabili

ed improrogabili, che valgano ad eliminare o almeno ad attenuare i pericoli d'una dispersione e d'una distruzione ugualmente nefaste del materiale archivistico. Provvedimenti che potrebbero attuarsi nel modo che qui si propone.

" 1° Attribuire agli Archivi di Stato, nell'orbita delle rispettive circoscrizioni, l'azione di vigilanza che la Legge sulle Antichità e le Belle Arti prescrive per i documenti d'importanza storica; mettere a disposizione di essi Archivi di Stato i fondi necessari per eventuali verifiche, inventari ed acquisti; obbligare i medesimi, sotto la loro diretta responsabilità, ad intimare le notificazioni di sommo pregio, avuto riguardo all'importanza delle carte e alla maggiore o minore garanzia di conservazione da parte dei proprietari o possessori, provvedendo, in caso di gravi ed imminenti pericoli di dispersione, all'inventario o alla espropriazione forzata prevista dall'art. 7 della legge predetta.

" 2° Ordinare un censimento generale di tutti gli archivi pubblici e privati, da chiunque ed a qualunque titolo siano detenuti o posseduti — prescindendo dagli Archivi di Stato, dai Notarili, nonchè da quelli Provinciali che in alcune regioni del Regno sono sottoposti alla vigilanza degli Archivi di Stato — mediante l'obbligo della denunzia dentro un termine fisso e con sanzioni severe contro gl'inadempienti.

" 3° Imporre che in ogni caso sia mantenuta integra l'unità dei fondi archivistici, in modo che vengano evitate manomissioni dannose alla compagine originaria dei fondi stessi ".

L'invito e l'ordine del giorno della R. Deputazione Toscana di Storia Patria giunsero alla nostra Presidenza quando era ormai chiuso l'anno accademico 1917-1918; e non fu quindi possibile presentarli alla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, alla quale appaiono più particolarmente diretti, se non nella prima adunanza dell'anno corrente, cioè il 24 nov. 1918. La Classe deliberò di deferire ad una Commissione l'esame delle proposte contenute nell'ordine del giorno surriferito; e noi, designati dalla sua fiducia, le abbiamo conseguentemente ponderate e discusse, e sottoponiamo ora al vostro giudizio le conclusioni, alle quali siam giunti.

Facciamo anzi tutto plauso al nobile intento, a cui mira la R. Deputazione Toscana di Storia Patria, e ci auguriamo che

il patrimonio archivistico italiano sia, per quanto è possibile, efficacemente tutelato contro ogni insidia ed ogni pericolo.

Crediamo per altro, che, per ragioni giuridiche e, più ancora, per ragioni pratiche, convenga tener ben distinti i provvedimenti per gli archivi di enti già sottoposti per legge alla sorveglianza governativa, e quelli, che possano esser escogitati in riguardo agli archivi privati.

Ciascun ente della prima categoria, comune, ospedale, opera pia, vescovato, capitolo, parrocchia, confraternita e via dicendo, deve necessariamente avere un archivio e non può alienarlo; cosicchè, più che imporgli l'*obbligo della denunzia*, si potrebbe senz'altro chiedergli conto della conservazione e dell'ordinamento delle carte, che possiede; farne eventualmente compilare il catalogo, e magari, quando ne sia il caso, imporgli, con ogni sorta di cautele e con ogni doverosa limitazione, l'obbligo di concederne visione agli studiosi.

Per gli archivi privati nulla si può fare se non con una nuova legge; e solo intorno ad un vero progetto di legge, dal quale risultasse chiaramente quali restrizioni dei loro attuali diritti si vogliono imporre ai proprietari di archivi e quali nuove facoltà concedere allo Stato ed ai suoi funzionari, sarebbe possibile discutere utilmente.

Per ciò che riguarda le proposte contenute nell'ordine del giorno riferito, poichè è fra le principali la *denunzia* ed il *censimento generale di tutti gli archivi* anche *privati*, converrebbe in primo luogo determinare che cosa si voglia intendere per archivi privati; o, meglio, cancellare subito la parola *tutti*, e dire, per esempio, che si dovrà fare il censimento degli archivi privati contenenti carte, che risalgano ad una determinata epoca, o che abbiano qualche valore dal punto di vista storico. Ma, ciò posto, se si volesse imporre l'obbligo della denunzia ad ogni famiglia, che abbia fra le sue carte qualche contratto notarile del Quattrocento o del Cinquecento, o qualche decreto di nomina colla firma autografa d'un qualsiasi principotto, o qualche lettera con notizie sui fatti del Ventuno o sulle guerre dell'Indipendenza, i denunzianti dovrebbero esser legione, e le loro denunzie non servirebbero per lo più se non a dar noia agli impiegati degli Archivi di Stato, i quali, appunto in ragione dell'immensità dei tesori loro affidati, sogliono, nel pregiare i do-

cumenti, esser più inclini a peccare per difetto che non per eccesso d'entusiasmo.

Se invece si lasciasse che i proprietari decidano essi dell'importanza dei documenti, che posseggono, come punire poi *con sanzioni severe* omissioni, che potrebbero sempre esser scusate invocando un'ignoranza, talora forse simulata, ma il più delle volte, disgraziatamente, autenticissima?

Si noti che la semplice denunzia di possedere un archivio servirebbe a ben poco, se non si dovesse anche dichiarare di che fondi esso consti, e quale sia l'entità di ciascun fondo; e se ad ogni denunzia non potesse seguire immediatamente una visita da parte di un archivista di Stato. Tale visita è, indirettamente, resa pressochè necessaria dall'obbligo, che si vorrebbe imporre agli archivisti, di *intimare, sotto la loro diretta responsabilità, le notificazioni di sommo pregio*, poichè ogni archivio potrebbe eventualmente contenere documenti di massimo pregio. Ma questo illimitato diritto di visita negli archivi privati, e il diritto di far inventari, e magari di procedere all'espropriazione forzata, non potrebbero non dar luogo a gravi inconvenienti ed a proteste forse non ingiustificate.

Può in molti casi sembrar enorme la pretesa, che certe carte di famiglia, anche di data remota, siano esaminate e magari inventariate da estranei; nè il segreto d'ufficio, soggetto ad esser violato come tutti i segreti conosciuti da più persone, basterebbe a render la cosa tollerabile. *Nemo tenetur detegere turpitudinem suam*; e quand'anche non si trattasse di vere e proprie turpitudini, molte famiglie vedrebbero certo malvolentieri svelate le loro condizioni primitive e le prime origini della fortuna e del patrimonio domestico.

Per queste ragioni e per molte altre ci lascia assai perplessi l'accenno alla possibile *espropriazione forzata* d'un archivio privato, tantopiù poichè essa dovrebbe spesso esser totale per conciliarsi coll'obbligo di mantener *integra l'unità dei fondi archivistici*. Certo, nella peggior ipotesi, l'espropriazione forzata dovrebbe esser permessa soltanto in casi tassativamente determinati, e forse solo a condizione che la famiglia, alla quale l'archivio originariamente apparteneva, sia totalmente estinta.

Del resto, l'obbligo di mantenere integra l'unità dei fondi archivistici, oltre a sconvolgere i principî del nostro diritto suc-

cessorio e ad urtare direttamente contro l'art. 999 del nostro Codice civile, metterebbe il legislatore nella necessità di far rivivere la figura, giuridicamente scomparsa, del capo d'una famiglia o d'una gente, al quale, in mancanza d'ogni altro diritto e d'ogni altra attribuzione, incombano il diritto e l'obbligo della conservazione dell'archivio; oppure, quando si trattasse di più eredi non consanguinei, nella necessità di ricorrere al principio dell'anzianità, o all'arbitrio dei giudici o dei Direttori degli Archivi di Stato " nell'orbita delle rispettive circoscrizioni ".

Abbiamo finora abbozzate alcune osservazioni che si potrebbero fare dal punto di vista del diritto dei privati, diritto su cui legislatori e governanti, non avendo da un canto rinnegate interamente nella pratica le tradizioni dei passati governi assoluti e prestando dall'altro facile orecchio a teorie, più o meno nuove, molto prossime agli ideali del socialismo di stato, passano troppe volte con estrema facilità. Ma il sacrificio dei diritti privati dovrebbe per lo meno esser giustificato da certi ed evidenti motivi d'utilità pubblica. E noi non possiamo nascondere il dubbio, che in questo caso, come in moltissimi altri, le limitazioni al diritto e alla libertà non siano per dare risultati affatto contrarii alle intenzioni del legislatore. Temiamo infatti, che la semplice presentazione d'un progetto di legge sugli archivi privati possa cagionare in pochi giorni tale scempio degli archivi stessi, quale non si ebbe e non si avrebbe, col regime della libertà, in molti anni.

Negli archivi privati, salve rarissime eccezioni, le carte aventi commercialmente un certo valore sono ben poche, e possono facilmente essere nascoste, vendute nel regno, portate all'estero dai forestieri, o semplicemente spedite in busta chiusa senza alcun rischio e con minima spesa. Non si pecca certo d'eccessivo pessimismo, ritenendo che non pochi proprietari, davanti al pericolo di dover sottoporre i loro archivi alla visita di pubblici funzionari e vedersene spossessati o quasi, nasconderanno in tempo o venderanno ciò che credono più importante. Alcuni manderanno senz'altro al macero o useranno nei caloriferi le carte inutili e che potrebbero in seguito esporli ad un mondo di noie e di responsabilità. Tutti o quasi tutti cominceranno dal chiudere i loro archivi agli studiosi, rimpiangendo eventualmente le loro passate condiscendenze, che hanno dato

armi *al gran nemico*, al Governo. Quando poi dovessero sottomettersi alla legge, lo farebbero coll'animo di chi crede di dover cedere ad ingiusta violenza, e cercherebbero quindi di renderne l'applicazione malagevole e vana quanto più possano.

Se provvedimenti legislativi saranno presi, desideriamo sinceramente, che i nostri timori risultino alla prova esagerati. Ma poichè, comunque vadano le cose, s'avranno certo a deplorare gravi inconvenienti e non s'eviteranno nuove dispersioni, vorremmo che, prima di legiferare, si pensasse se non meno, e forse molto più, di quanto si possa ragionevolmente sperare da qualsiasi legge restrittiva, non sia facile ad ottenersi per altre vie, in parte già indicate dalla R. Deputazione toscana di Storia Patria, alla quale ci associamo per questo riguardo di tutto cuore.

In primo luogo non dobbiamo dimenticare che i documenti d'archivio sono per natura molto diversi dagli oggetti d'arte, il cui valore aumenta quanto più sono conosciuti ed ammirati, e che lo Stato ha sempre interesse d'acquistare, affinchè dall'esser delizia o vano orgoglio di pochi privilegiati, passino nei pubblici Musei e nelle pubbliche Gallerie e possano esservi visti e studiati da tutti. Quando un documento è conosciuto e magari pubblicato, lo Stato, salvo casi eccezionalissimi, può benissimo disinteressarsene e, trascurando le eventuali pretese degli incontentabili, lasciare senza troppo rammarico che i proprietari ne dispongano a piacer loro. Più che alla conservazione ed eventualmente all'acquisto degli archivi privati, gioverebbe quindi pensare al miglior modo di venir a conoscenza di ciò che essi possano contenere di veramente importante. Ora è giusto riconoscere, che molti archivi privati sono attualmente aperti in numerosi casi e con molta liberalità ad ogni onesta ricerca, e che molti rimasero sinora chiusi solo perchè nessuno si curò di farseli aprire. Se il Governo, senza minacciare sequestri ed espropriazioni, si rivolgesse in bel modo ai proprietari e li pregasse di concedere visione delle loro carte a qualche archivista o a qualche privato, incaricato ufficialmente d'una qualsiasi missione, pochi si rifiuterebbero; moltissimi sarebbero invece grati a chi accennasse a voler mettere un po' d'ordine nei loro archivi, e gli concederebbero amplissima facoltà di far

regesti e di copiare e di fotografare e di pubblicare documenti quanti voglia.

Non sarebbe, d'altra parte, per lo Stato nè difficile nè troppo costoso acquistare in breve tempo un gran numero d'archivi privati. Parecchi potrebbero aversi gratuitamente, o con la promessa di certi speciali compensi, di cui il Governo può disporre largamente, poichè non gravano per nulla sui pubblici bilanci; molti acquistarsi a prezzo relativamente minimo. Basterebbe per ciò mettere a disposizione degli Archivi di Stato ed eventualmente delle Biblioteche qualche piccola somma, e dare ai Direttori esplicito mandato d'acquistare gli archivi d'una certa importanza, che i proprietari fossero disposti a cedere allo Stato. Le offerte non mancherebbero, e le spese non sarebbero soverchie. Il valore commerciale d'un archivio privato, salvo casi eccezionalissimi, è infatti ben poca cosa; nè è a temersi la concorrenza italiana, e tanto meno la straniera. Possiamo a questo proposito affermare, che pressocchè tutti gli archivi, abbastanza numerosi e cospicui, dispersi, a nostra conoscenza, da una trentina d'anni in qua, furono venduti dai proprietari a prezzi quasi derisorii; e che viceversa non sappiamo di nessun archivio privato per il quale si sia avuto un prezzo, che potesse rappresentare per lo Stato un notevole sacrificio. E dopo tutto, se (a parer nostro, non senza qualche esagerazione) si dà tanta importanza a quella parte del così detto patrimonio archivistico italiano, che è costituita dagli archivi privati, non è giusto che la conservazione ne sia assicurata a tutto danno di poche persone e senza alcun aggravio per gli altri.

Gli ottimi risultati conseguiti con minimi mezzi sia dai numerosi Musei del Risorgimento, sia, per ciò che riguarda i carteggi moderni, dalla Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze, sono indizio sicuro di ciò che si potrebbe facilmente ottenere, pur che si volesse, per riguardo agli archivi privati.

In conclusione, crediamo che, senza ricorrere a disposizioni legislative, il Governo potrebbe fare opera assai proficua sia direttamente, nei modi già indicati, sia dando ai Capi dei pubblici istituti maggiori mezzi e maggior libertà di far acquisti senza troppi indugi e senza troppe formalità burocratiche, naturalmente sotto la loro diretta responsabilità e senza spreco del pubblico

denaro, ma anche senza eccessive lesinerie e senza ledere i venditori con prezzi manifestamente non equi.

Quando poi si credesse che una nuova legge in materia di archivi privati sia assolutamente necessaria, ci auguriamo che essa sia ispirata a grande moderazione, che l'intervento dei pubblici funzionari sia regolato con disposizioni tassative, in modo da escludere ogni arbitrio ed ogni abuso, ed, in fine, che non siano lesi, senza ragioni gravissime, interessi e sentimenti degni d'ogni riguardo.

Alessandro Baudi di Vesme
Giuseppe Prato
Vittorio Cian
Giovanni Pacchioni
Federico Patetta, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Febbraio 1919.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Salvadori, Segre, Peano, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Somigliana presenta in omaggio il n° 3 del *Bollettino del Comitato glaciologico italiano*, accennando ai lavori contenutivi.

Il Socio Sacco offre pure in omaggio due suoi lavori: *Formazione dei serbatoi montani*, e *La sistemazione idrico-forestale dei bacini montani*, riassumendone le conclusioni. Il Presidente ringrazia i colleghi.

Il Segretario presenta le pubblicazioni inviate in omaggio all'Accademia. Dal Socio corrispondente G. B. De Toni, *In memoria del Prof. Senatore Lorenzo Camerano; In memoria del Prof. Giulio Camus*. Dal Seminario matematico della Facoltà di Scienze di Roma, l'opuscolo *Onoranze a Luciano Orlando, Ruggero Torelli, Eugenio Elia Levi, Adolfo Viterbi professori di Matematica nelle Università italiane caduti in guerra*. Dall'Ufficio

psico-fisiologico di aviazione in Roma, un fascicolo del " Giornale di Medicina Militare ", che raccoglie i *lavori eseguiti negli Uffici psico-fisiologici d'Italia.*

Sono accolte per la stampa negli *Atti* due Note: una della Dott. Concetta RACITI, *Sopra una classe di varietà abeliane a tre dimensioni*, presentata dal Socio SEGRE; l'altra del Prof. Alberto TANTURRI, *Sulla funzione del* DIRICHLET *e sulla funzione* signum x *del* KRONECKER, presentata dal Socio PEANO.

Il Segretario presenta una Nota manoscritta col titolo *Flora delle acque sarde*, inviata dall'autore Dott. Pasquale MOLA affinchè sia accolta per la stampa negli *Atti*. A norma delle disposizioni regolamentari, il Presidente delega ai Soci MATTIROLO e PARONA l'esame della Nota, con preghiera di riferire in merito.

Il Presidente avverte che è giunta all'Accademia copia delle relazioni della Conferenza interalleata sull'organizzazione scientifica; legge la prima e accenna alla seconda, richiamando l'attenzione dei colleghi sull'importanza dell'argomento.

LETTURE

Sopra una classe di varietà abeliane a tre dimensioni

Nota della Dott. CONCETTA RACITI, a Catania

Una superficie iperellittica ammetta una trasformazione birazionale in sè stessa, periodica e rappresentata, analiticamente, da una sostituzione lineare sui parametri iperellittici della superficie, avente per moltiplicatori due radici dell'unità distinte e appartenenti a uno stesso esponente: allora, per ricerche ben note, essa non può essere che una superficie iperellittica armonica o equianarmonica (1), oppure una superficie, due volte, almeno, singolare, che appartenga a uno qualunque di due certi tipi caratterizzati dai Proff. Bagnera e De Franchis (2), o, infine, una superficie isomorfa (3) alla superficie di Iacobi-Humbert o di Iacobi-Bolza (4).

I tipi di superficie che compariscono nella proposizione ora enunciata sono tra i più notevoli fra quelli posti in rilievo dalla teoria delle trasformazioni birazionali sopra una superficie iper-

(1) G. Scorza, *Intorno alla teoria generale delle matrici di Riemann e ad alcune sue applicazioni* [" Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo ", t. XLI (1916), pp. 263-380], parte II, n^i 6 e 7.

(2) G. Bagnera e M. De Franchis, *Le superficie algebriche le quali ammettono una rappresentazione parametrica mediante funzioni iperellittiche di due argomenti* [" Memorie di matematica e di fisica della Società italiana delle Scienze, detta dei XL ", serie 3ª, t. XV (1908), pp. 251-343], n^i 39 e 40; o anche loc. cit. (1), parte II, n^i 45 e 46.

(3) Due varietà abeliane (della stessa dimensione) le diciamo *isomorfe* quando sono tali le matrici riemanniane a cui appartengono. Allora [loc. cit. (1), nota [20]) a piè di pagina] ognuna delle due è birazionalmente identica a una involuzione segnata sull'altra.

(4) Loc. cit. (1), parte II, § 6 e n° 54; loc. cit. (2), n^i 25 e 26.

ellittica; quindi mi è parso che mettesse conto di esaminare la questione analoga per le varietà abeliane a tre dimensioni. Vi era infatti da essere quasi sicuri che la ricerca avrebbe condotto a risultati degni di attenzione.

E, se non erro, l'attesa non è stata delusa, poichè mi sono imbattuta in due tipi di varietà abeliane a tre dimensioni *pure* (cioè, appartenenti a matrici riemanniane pure), due volte singolari e con l'indice di moltiplicabilità eguale a 5, *che costituiscono i primi esempi esplicitamente noti di varietà sì fatte* (5).

1. — Diciamo V una varietà abeliana (6) a tre dimensioni dotata di una trasformazione birazionale periodica, la quale, fissata una rappresentazione parametrica della varietà mediante funzioni abeliane di tre argomenti, sia rappresentata analiticamente da una sostituzione lineare sui parametri avente per moltiplicatori tre radici dell'unità *distinte e appartenenti tutte a uno stesso esponente.*

Indichiamo con T codesta trasformazione e con r l'esponente a cui appartengono i tre moltiplicatori della corrispondente sostituzione lineare sui parametri, o, come anche diremo, di T.

Badando alla sostituzione riemanniana S della matrice di Riemann cui appartiene V, legata alla trasformazione T (7), e ricordando un teorema noto (8), si ha subito che deve essere

$$m\varphi(r) = 6, \tag{1}$$

essendo m un intero positivo e $\varphi(r)$ l'indicatore di r; e inoltre, poichè i nostri tre moltiplicatori debbono essere distinti, dovrà essere

$$\varphi(r) \geq 3.$$

(5) Una prima classificazione delle varietà abeliane a tre dimensioni o, ciò che fa lo stesso, dei corpi di funzioni abeliane a tre variabili, è stata data dai sig^{ri} Humbert e Levy in una loro Nota inserita nei *Comptes Rendus* del 1914 (t. 158, p. 1609); un'altra, più completa, dal sig^{r} Scorza in una sua Nota inserita nella stessa raccolta (settembre 1918).

(6) Per la definizione di varietà abeliana vedi loc. cit. (1), nota 13) a piè di pagina.

(7) Cfr. loc. cit. (1), parte II, n° 2.

(8) Vedi loc. cit. (1), parte I, n° 25.

Poichè nessun intero ha l'indicatore eguale a 3, sarà addirittura

$$\varphi(r) > 3; \tag{2}$$

e allora le (1) e (2) dànno

$$m = 1, \qquad \varphi(r) = 6, \qquad r = 7, 9, 14 \text{ o } 18.$$

Di qua si vede intanto che:

La trasformazione T *ha il periodo* 7, 9, 14 o 18;

e che:

L'equazione caratteristica di S *è l'equazione di 6° grado alle radici primitive settime, none, quattordicesime o diciottesime dell'unità.*

Poichè tale equazione è (irriducibile nel corpo dei numeri razionali e quindi anche) priva di radici multiple, tra i moltiplicatori di T, per un teorema noto [9], non ve ne possono essere due imaginari coniugati; quindi codesti moltiplicatori non solo sono tutti distinti, ma sono anche a due a due non imaginari coniugati.

2. — Ciò posto, supponiamo in primo luogo che T abbia il periodo 7 e indichiamo con α uno dei suoi moltiplicatori, cosicchè α sarà una radice primitiva settima dell'unità.

Poichè le radici primitive settime dell'unità sono date tutte da

$$\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6,$$

e fra queste α^6, α^5, α^4 sono coniugate rispettivamente ad α, α^2 e α^3, gli altri due moltiplicatori di T saranno:

1) α^2 e α^3, oppure
2) α^2 e α^4, oppure
3) α^3 e α^5, oppure
4) α^4 e α^5.

Se i moltiplicatori di T sono α, α^3 e α^5, quelli della sua terza potenza sono α^3, α^2, α; se i moltiplicatori di T sono α, α^4 e α^5, quelli del suo quadrato sono α^2, α, α^3; *quindi in ogni*

---

[9] Loc. cit. [1], parte I, n° 22.

caso V *possiede, nell'ipotesi fatta, una trasformazione birazionale (periodica) i cui moltiplicatori o sono*

1) α, α^2 *e* α^3; *o sono*

2) α, α^2 *e* α^4.

3. — Supponiamo in secondo luogo che T abbia il periodo 9 e indichiamo con ω uno dei suoi moltiplicatori, essendo ω una radice primitiva nona dell'unità.

Poichè le radici primitive none dell'unità sono date tutte da

$$\omega,\ \omega^2,\ \omega^4,\ \omega^5,\ \omega^7,\ \omega^8,$$

e tra queste ω^8, ω^7 e ω^5 sono rispettivamente coniugate ad ω, ω^2 e ω^4, gli altri due moltiplicatori di T saranno:

1) ω^2 e ω^4, oppure

2) ω^2 e ω^5, oppure

3) ω^4 e ω^7, oppure

4) ω^3 e ω^7.

Se T ha i moltiplicatori ω, ω^2 e ω^5, T^2 ha i moltiplicatori ω^2, ω^4 e ω; se T ha i moltiplicatori ω, ω^5 e ω^7, quelli di T^4 sono ω^4, ω^2 e ω; quindi in ogni caso *V possiede, nell'ipotesi attuale, una trasformazione birazionale (periodica) coi moltiplicatori:*

1) ω, ω^2 *e* ω^4, *oppure*

2) ω, ω^4 *e* ω^7.

4. — Supponiamo infine che T abbia il periodo 14 o 18. Allora T^2 ha il periodo 7 o 9; e quindi ripetendo adesso per T^2, ciò che nei n^i 2 e 3 è stato detto per T, si trova che per V si perviene ancora a una delle alternative incontrate nei n^i 2 e 3.

5. — Ora se una varietà abeliana della dimensione 3 possiede una trasformazione birazionale in sè stessa coi moltiplicatori λ, μ, ν collegata a una sostituzione riemanniana la cui equazione caratteristica sia a radici tutte distinte, la matrice riemanniana a cui essa appartiene è isomorfa, per un noto teorema generale ([10]), alla matrice

$$\left\| \begin{matrix} 1 & \lambda & \lambda^2 & \lambda^3 & \lambda^4 & \lambda^5 \\ 1 & \mu & \mu^2 & \mu^3 & \mu^4 & \mu^5 \\ 1 & \nu & \nu^2 & \nu^3 & \nu^4 & \nu^5 \end{matrix} \right\| :$$

([10]) Loc. cit. ([1]), parte I, n° 23.

dunque possiamo riassumere il risultato della discussione fatta nei n^{i} 1, 2, 3 e 4 dicendo che:

Se una varietà abeliana a tre dimensioni V *del tipo detto nel n° 1 esiste, essa non può appartenere che a una matrice riemanniana isomorfa a una matrice di una delle seguenti quattro forme:*

$$\text{(I)} \qquad \left\| \begin{matrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 & \alpha^5 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^2 & \alpha^5 & \alpha \end{matrix} \right\|,$$

$$\text{(II)} \qquad \left\| \begin{matrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 & \alpha^5 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \alpha^4 & \alpha & \alpha^5 & \alpha^2 & \alpha^6 \end{matrix} \right\|,$$

$$\text{(III)} \qquad \left\| \begin{matrix} 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 & \omega^4 & \omega^5 \\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & \omega^6 & \omega^8 & \omega \\ 1 & \omega^4 & \omega^8 & \omega^3 & \omega^7 & \omega^2 \end{matrix} \right\|,$$

$$\text{(IV)} \qquad \left\| \begin{matrix} 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 & \omega^4 & \omega^5 \\ 1 & \omega^4 & \omega^8 & \omega^3 & \omega^7 & \omega^2 \\ 1 & \omega^7 & \omega^5 & \omega^3 & \omega & \omega^8 \end{matrix} \right\|,$$

dove in (I) *e* (II) α *è una radice primitiva settima dell'unità, e in* (III) *e* (IV) ω *è una radice primitiva nona dell'unità.*

D'altro canto, le matrici (I), (II), (III) e (IV), per un recente teorema del signor Scorza ([11]), sono veramente delle matrici riemanniane; e per il modo stesso come sono formate, le varietà abeliane appartenenti ad esse posseggono trasformazioni birazionali (periodiche) con i moltiplicatori $(\alpha, \alpha^2, \alpha^3)$, $(\alpha, \alpha^2, \alpha^4)$, $(\omega, \omega^2, \omega^4)$ od $(\omega, \omega^4, \omega^7)$ rispettivamente, dunque:

Varietà abeliane a tre dimensioni del tipo considerato nel n° 1 ne esistono veramente, ed ognuna di esse appartiene a una matrice riemanniana, che è isomorfa a una matrice della forma (I), (II), (III) o (IV).

([11]) Vedi G. Scorza, *Sopra alcune notevoli matrici riemanniane* [" Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. LIII (1918), pp. 1008-1017].

6. — Sulle matrici riemanniane incontrate nel n° 5 giova fare le seguenti osservazioni.

La matrice (II) *è nota ed è ad indici massimi, cioè con gli indici di singolarità e moltiplicabilità 8 e 17. È la matrice che si presenta nella teoria della così detta quartica di* Klein ([12]).

Anche la matrice (IV) è nota ed è ad indici massimi, anzi:

Essa è la matrice cui appartengono le varietà abeliane a tre dimensioni equianarmoniche.

E infatti una varietà abeliana appartente alla matrice (IV) ammette una trasformazione birazionale coi moltiplicatori (ω, ω^4, ω^7); quindi, considerando la terza potenza di codesta trasformazione, si ha che essa ne ammette anche una coi moltiplicatori tutti uguali a ω^3.

Ma ω^3 è radice primitiva cubica dell'unità, dunque ([13]) la varietà è equianarmonica.

Ciò val quanto dire che:

La matrice (IV) *è equivalente alla matrice*

$$\begin{vmatrix} 1 & \epsilon & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \epsilon \end{vmatrix},$$

ϵ *essendo una radice cubica imaginaria dell'unità.*

Invece:

Le matrici (I) e (III) *sono nuove. Esse sono entrambe pure, due volte singolari e con l'indice di moltiplicabilità eguale a 5.*

Giustifichiamo queste asserzioni.

Indichiamo con k e h gli indici di singolarità e moltiplicabilità della matrice (I) o (III).

Allora è, per il citato teorema del signor Scorza,

$$k \geq 2, \qquad h \geq 5,$$

e qui valgono insieme i segni superiori o insieme i segni inferiori.

([12]) Vedi G. Scorza, *Sulla quartica di* Klein *e la quintica di* Snyder [" Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania ", serie 5ª, vol. X (1917)].

([13]) Loc. cit. ([1]), parte II n° 6.

Un calcolo diretto, un po' faticoso ma del tutto elementare, mostra che i sistemi nulli della matrice (I) sono tutti e soli quelli della rete individuata dai tre sistemi nulli di S_5 che (concepiti come connessi di punti) sono rappresentati dalle equazioni:

$$(1,2)+(1,3)+(1,5)+(1,6)+(2,3)+(2,6)+(4,5)+(4,6)+(5,6)=0$$

$$-(1,3)+(1,4)-(1,5)-(2,3)-(2,6)+(3,4)+(3,6)-(4,5)-(4,6)=0$$

$$(1,3)+(1,5)+(2,3)+(2,4)+(2,5)+(2,6)+(3,5)+(4,5)+(4,6)=0$$

dove (r, s) sta per il binomio $x_r y_s - x_s y_r$ e le x_r e le y_s sono coordinate correnti di punto in S_5. Analogamente i sistemi nulli della matrice (III) sono tutti e soli quelli della rete individuata dai tre sistemi nulli rappresentati dalle equazioni:

$$(1,2)+(1,6)+(2,3)-(2,4)+(3,4)-(3,5)+(4,5)+(5,6)=0$$
$$(1,3)+(1,5)+(2,4)+(2,6)-(3,4)+(3,5)+(4,6)=0$$
$$(1,4)+(2,5)+(3,6)=0;$$

dunque è, intanto, come volevasi,

$$k=2 \qquad \text{e} \qquad h=5.$$

Resta a dimostrare che le matrici (I) e (III) sono pure.

Poichè le equazioni alle radici primitive settime o none dell'unità sono irriducibili (nel corpo dei numeri razionali), per un'osservazione nota ([14]), le matrici (I) e (III) o sono pure o sono impure, ma prive di assi isolati.

Ma se fossero impure e prive di assi isolati, i loro assi puri sarebbero necessariamente ellittici e il loro indice di singolarità sarebbe 5, oppure 8 ([15]); dunque esse sono, come volevasi, pure.

([14]) Loc. cit. ([11]), n° 6 III.
([15]) Loc. cit. ([1]), parte I, n° 56.

Sulla funzione del DIRICHLET e sulla funzione signum x del KRONECKER

Nota di ALBERTO TANTURRI

Questa Nota contiene alcune osservazioni elementari sulla funzione del DIRICHLET [1] e sulla funzione sgn x del KRONECKER [2].

Tutt'e due son funzioni del numero reale x. L'una $= 0$, per ogni x razionale, e a 1, per ogni x irrazionale: e il PEANO, per il primo, ne dette un'espressione analitica, nelle sue Annotazioni al *Calcolo differenziale ecc.* di A. GENOCCHI (a. 1884; v. a pag. XII); altre espressioni seguirono soltanto appresso. La seconda $= 0$, per $x = 0$; e, per ogni altro x, $= +1$ o a -1, secondochè x è positivo o negativo: e fu pure già espressa analiticamente in vari modi.

Sulla funzione del DIRICHLET.

1. — Indicheremo essa funzione con $\mathrm{P}x$. Posto:

$$(1) \qquad \left\{ \begin{array}{l} f0 = 0 \\ z \in \mathrm{q} \sim \iota 0 \,.\supset.\, fz = 1 \end{array} \right. \qquad \text{Df.},$$

il PEANO, nel luogo citato, scrisse la proposizione:

$$(2) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \mathrm{P}x = \lim \{ f[\mathrm{sen}\,(n!\,\pi x)] \} | n;$$

---

[1] DIRICHLET, *Sur la convergence des séries trigonométriques*, 1829, *Werke*, t. I, pag. 132: " On aurait un exemple ... si l'on supposait $\varphi(x)$ égale à une constante déterminée c lorsque la variable x obtient une valeur rationnelle, et égale à une autre constante d, lorsque cette variable est irrationnelle. La fonction ainsi définie ... ". Di questa funzione, definita a parole, si desiderava un'espressione o definizione analitica.

[2] *Werke*, t. II, pag. 39.

cioè presentò la Px come limite della successione: $f[\text{sen}(\pi x)]$, $f[\text{sen}(2\pi x)]$, $f[\text{sen}(6\pi x)]$, ..., quando f sia quella funzione del numero reale z, che si annulla per $z=0$, ed $=1$ per ogni altro z. E della f dette lì stesso una rappresentazione analitica, mediante il simbolo lim, applicato a una funzione assai semplice: altre semplici forme possono, per es., esser queste:

$$(3) \qquad z \in \mathrm{q} \,.\supset.\, fz = \text{sgn}(z^2) = (\text{sgn}\, z)^2 = 1 - \mathrm{E}[(1+\text{mod}\, z)^{-1}].$$

Se si adotta la prima, si ha:

$$(4) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, Px = \lim \{ \text{sgn}([\text{sen}(n!\,\pi x)]^2) \} | n,$$

come dà il Cesàro, a pag. 10 dell'ediz. del 1905 dei suoi *Elementi di calcolo*. Nella terza, poi, mod z, che, in ogni caso, $=\sqrt{z^2}$, può esser pure sostituito con z^2.

2. — Introduciamo ora il simbolo β, che si legge " mantissa di ", e che, premesso a un numero reale z, ne indica l'eccesso sulla parte intera $\mathrm{E}z$. Esso gode, fra l'altre, di queste proprietà:

$$\begin{cases} z \in \mathrm{n} \,.\supset.\, \beta z = 0 \,.\, \text{sgn}(\beta z) = \beta z + \beta(-z) = 0 \\ z \in \mathrm{q} \sim \mathrm{n} \,.\supset.\, \text{"} \in 0^{-}1 \,.\quad \text{"} = \text{"} = 1; \end{cases}$$

le quali dicono che:

se z è un intero (: ..., $-2, -1, 0, 1, 2, \ldots$), βz, e quindi $\text{sgn}(\beta z)$, o, che è lo stesso, $\beta z + \beta(-z)$, $=0$;

e se, invece, il numero reale z non è un intero, $0 < \beta z < 1$, e quindi $\text{sgn}(\beta z)$, o, che è lo stesso, $\beta z + \beta(-z)$, $=1$ [1].

Da essa si trae subito l'altra:

$$(5) \qquad z \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \text{sgn}\{[\text{sen}(\pi z)]^2\} = \text{sgn}(\beta z) = \beta z + \beta(-z);$$

---

[1] Esempi:

$\mathrm{E}7 = \mathrm{E}(7{\cdot}14) = 7$; $\quad \mathrm{E}(-7) = -7$; $\quad \mathrm{E}(-7{\cdot}14) = -8$.
$\beta 7 = \beta(-7) = 0$; $\quad \beta(7{\cdot}14) = 0{\cdot}14$; $\quad \beta(-7{\cdot}14) = 0{\cdot}86$.

in virtù della quale la (4) si trasforma nella:

$$(6) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \mathrm{P}x = \lim \{ \operatorname{sgn} [\beta (n!\, x)] \} \,|\, n$$
$$= \lim [\beta (n!\, x) + \beta (-n!\, x)] \,|\, n ,$$

che è scritta nel *Formulario Mathematico*, a pag. 219.

3. — Volendo evitare affatto il simbolo lim, modificheremo leggermente quest'ultima formula. Se n varia, $\operatorname{sgn} [\beta (n!\, x)]$ è una funzione di n, che, applicata ai numeri naturali, dà la classe:

$$\operatorname{sgn} [\beta (n!\, x)] \,|\, n \text{ `} \mathrm{N}_1 ,$$

secondo i simboli definiti in generale nel *Formulario*. Quando x è razionale, gli elementi di essa, eventualmente uguali a 1 per valori bassi di n, finiscono col diventar tutti nulli; e son tutti uguali a 1, quando x è irrazionale. Dimodochè $\mathrm{P}x$ è uguale al minimo di quegli elementi; cioè, in simboli:

$$(7) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \mathrm{P}x = \min \{ \operatorname{sgn} [\beta (n!\, x)] \,|\, n \text{ `} \mathrm{N}_1 \} .$$

Nella potente orditura simbolica del *Formulario*, i simboli min e ' precedono di molto il simbolo lim.

4. — Si può avere un'altra formula dello stesso tipo, introducendo il simbolo ϵ; che, sotto la forma ϵ, è usato in aritmetica da alcuni Autori (e v., per es., Lucas, *Théorie des nombres*, pag. 403), ed è definibile in vari modi, per es., così:

$$(8) \qquad z \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \epsilon z = \mathrm{E}z + \mathrm{E}(-z) + 1 = 1 - \beta z - \beta (-z)$$
$$= 1 - \operatorname{sgn} (\beta z) \text{ [1]}.$$

---

[1] Nel *Formulario* è scritta la proposizione:

$$z \in \mathrm{Q} \,.\supset.\, \mathrm{E}z + \mathrm{E}(-z) = \mathrm{E}\,[(\mathrm{E}z)/z] - 1 ;$$

che dà: $\epsilon z =$ „ , quando z sia un numero reale positivo. Con essa uniamo le altre:

$$z \in -\mathrm{Q} \,.\supset.\, \epsilon z = \mathrm{E}\,[z/(\mathrm{E}z)] \quad ;$$
$$z \in \mathrm{q} \quad \supset.\, „ \; = \mathrm{E}\,[1/(1 + \beta z)] \quad .$$

Si ha, cioè, che $\epsilon z = 1$ o a 0, secondochè z è un intero o no. E allora, poichè la classe $N_1 x$ dei numeri $1x, 2x, 3x, \ldots$ contiene o no degl'interi secondochè x è razionale o no, la classe $\epsilon\,'(N_1 x)$, dei loro ϵ, si comporrà, nel primo caso, di elementi 1 tra eventuali elementi nulli; e solo di elementi nulli nel secondo. Dimodochè:

$$(9) \qquad x \in q \,.\supset.\, Px = 1 - \max\,[\epsilon\,'(N_1 x)]\,.$$

5. — A un'espressione analitica di Px come quoziente di due serie accenna il Dini nelle sue *Lezioni di analisi infinitesimale* (v. la prima nota della pag. XL del vol. I). Noi scriveremo:

$$(10) \qquad x \in q \,.\supset.\, Px = E\,\{1 - [\epsilon\,(1!\,x)]/2 - [\epsilon\,(2!\,x)]/4 - [\epsilon\,(3!\,x)]/8 - \ldots\}$$
$$= E\,\{1 - \Sigma\,[2^{-n}\,\epsilon\,(n!\,x)\,|\,n, N_1]\}\,;$$

adoperando così la parte intera dell'eccesso di 1 sopra una serie: che, se x è razionale, ha un certo numero, m, anche nullo, di primi termini nulli, seguiti dai termini $1/2^{m+1}$, $1/2^{m+2}$, ... d'una serie geometrica; e, se x è irrazionale, ha tutti i termini nulli. Ovvero ricorreremo a un prodotto infinito di numeri, tutti o in parte nulli, se x è razionale, e tutti uguali a 1, se x è irrazionale; scrivendo:

$$(11) \qquad x \in q \,.\supset.\, Px = [1 - \epsilon x]\,[1 - \epsilon\,(2x)]\,[1 - \epsilon\,(3x)] \ldots$$
$$= \Pi\,\{[1 - \epsilon\,(nx)]\,|\,n, N_1\}\,;$$

o, che è lo stesso:

$$(12) \qquad x \in q \,.\supset.\, Px = \mathrm{sgn}\,[\beta x \times \beta\,(2x) \times \beta\,(3x) \times \ldots]$$
$$= \mathrm{sgn}\,\{\Pi\,[\beta\,(nx)\,|\,n, N_1]\}\,.$$

6. — Diamo un'ultima espressione di Px mediante il massimo comun divisore $D\,(a, b)$ di due numeri reali positivi, a e b; alla cui teoria, avviata nella pag. 111 del *Formulario*, accennano molti trattati di geometria per le scuole medie, per insegnare a riconoscere se due grandezze omogenee sono commensurabili o no. Si dimostra che $D\,(1, b) = 0$ solo quando b è irrazionale; quando b è razionale, detti $\mathrm{nt}\,b$ e $\mathrm{dt}\,b$ il suo numeratore e de-

nominatore ridotti (cioè quei due numeri naturali, primi fra loro, il cui rapporto $= b$), $\mathrm{D}(1, b) = \mathrm{D}(\mathrm{dt}\, b/\mathrm{dt}\, b, \mathrm{nt}\, b/\mathrm{dt}\, b) = 1/\mathrm{dt}\, b \times \mathrm{D}(\mathrm{dt}\, b, \mathrm{nt}\, b) = 1/\mathrm{dt}\, b$. E allora:

$$(13) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\, \supset .\, \mathrm{P}x = \mathrm{E}\,[1 - \mathrm{D}\,(1, 1 + \mathrm{mod}\, x)]\,;$$

perchè, se x è razionale, quel massimo comun divisore risulta uno dei numeri $1/1$, $1/2$, $1/3$, ..., e quindi quella parte intera $= 0$; e, se x è irrazionale, quel massimo comun divisore risulta nullo, e quindi quella parte intera $= 1$.

Se teniam conto della definizione che del simbolo D dà il *Formulario*, $\mathrm{P}x$ risulta qui espressa soltanto con simboli della matematica elementare: comprendendo, s'intende, tra essi il il simbolo l_1 del limite inferiore d'una classe; parallelo al simbolo l' del limite superiore, il concetto del quale compare già in Euclide.

7. — Se a e b son numeri reali, la funzione del numero reale x, che, per x razionale, $= a$, e, per x irrazionale, $= b$, è espressa da $(b - a)\,\mathrm{P}x + a$. Funzioni di questo tipo adopera il Pascal, a pag. 192 e 194 dell'ediz. del 1909 degli *Esercizi critici di calcolo*, per dimostrare alcune proposizioni di calcolo integrale.

La funzione del numero reale x, che, per x razionale, $= x$, e, per x irrazionale, $= x^2$, è espressa da $x\,[1 + (x - 1)\,\mathrm{P}x]$. Di questa funzione parla il Dini, a pag. xxxix del citato volume.

Se a, b e c son numeri reali, la funzione del numero reale x, che, per x intero, $= a$, e per x razionale non intero, $= b$, e, per x irrazionale, $= c$, è espressa da $(a - b) \in x + b + (c - b)\,\mathrm{P}x$.

Sulla funzione $\mathrm{sgn}\, x$.

8. — " A prima vista non sembra possibile esprimerla mediante i simboli funzionali già noti ", dice il Cesàro, a pag. 9 del libro citato; ma, subito dopo, ne riporta tre espressioni, ciascuna mediante il limite d'una successione: e, appresso, senza il simbolo lim, dà la quarta:

$$\mathrm{sgn}\, x = 2/\pi \times [\mathrm{t}^{-1} x + \mathrm{t}^{-1}(x^{-1})]\,,$$

mediante la funzione inversa t^{-1} della tangente trigonometrica; con la convenzione però: $t^{-1}(0^{-1}) = 0$; non volendo adottar la quale, la formula potrebbe essere sostituita con la semplicissima: $\operatorname{sgn} x = x/\operatorname{mod} x$, valida, com'essa, per ogni x diverso da zero. Una quinta espressione, mediante un integrale definito, si trova poi a pag. 354 del libro stesso.

Noi daremo, di quella funzione, parecchie espressioni elementari: e, ricorrendo alla $-f$, espressa dalla (3), cominciamo a metterla sotto la forma:

$$\} \mathrm{E}\,[(1 + \operatorname{mod} x)^{-1}] - 1 \{ \upharpoonright gx;$$

dove g è una funzione da determinare. Deve essere:

$g0$ non $= 0$;

e gx è un numero pari o dispari, secondochè x è positivo o negativo; vale a dire, secondochè $\mathrm{E}x$ è un N_0 o un $-\mathrm{N}_1$.

Basterà, per es., fare in modo che, per:

$$\begin{array}{rcccccccc} \mathrm{E}x = \ldots & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \ldots, \\ gx \text{ valga} \ldots & 5 & 3 & 1 & 2 & 4 & 6 & 8 \ldots. \end{array}$$

Ma, come trovo a pag. 137 del *Formulario*, se:

$$\begin{array}{rcccccccc} z = \ldots & -3 & -2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \ldots, \\ \operatorname{mod}(2z - 1/2) - 1/2 = \ldots & 6 & 4 & 2 & 0 & 1 & 3 & 5 \ldots; \end{array}$$

e quindi, aggiungendo 1, e sostituendo ogni termine col successivo:

$$\operatorname{mod}[2(z+1) - 1/2] + 1/2 = \ldots \quad 5 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \ldots.$$

Dunque:

$$(14) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \operatorname{sgn} x = \} \mathrm{E}\,[(1 + \operatorname{mod} x)^{-1}] - 1 \{ \upharpoonright [\operatorname{mod}(2\mathrm{E}x + 3/2) + 1/2].$$

9. — Quest'ultimo esponente $= 2 \operatorname{mod} \mathrm{E}x + 2 + 3 \times$ un numero hx, che $= 0$, quando x è positivo o nullo, ed $= -1$,

quando x è negativo. Siamo dunque condotti a definire una certa funzione h del numero reale x, scrivendo:

$$(15) \qquad \begin{cases} x \in Q_0 \quad . \supset . hx = \quad 0 \\ x \in -Q \ . \supset . \ \text{„} \ = -1 \end{cases} \qquad \text{Df.};$$

e ad assegnarne delle forme semplici, per es. queste due:

$$(16) \qquad x \in q \,.\, \supset .\, hx = E\,[(3\,Ex + 2)^{-1}] = [\operatorname{sgn} x - (\operatorname{sgn} x)^2]/2\,.$$

Se si adotta la prima, si può, dopo una piccola riduzione, scrivere per $\operatorname{sgn} x$ la stessa espressione data nella (14), quando però si prenda come esponente il numero $2 + 3\,E[3\,Ex + 2)^{-1}]$. Un'espressione più notevole otterremo sostituendo, con la (3), a $(\operatorname{sgn} x)^2$, $1 - E\,[(1 + \operatorname{mod} x)^{-1}]$, nell'uguaglianza delle due forme; e poi risolvendo rispetto a $\operatorname{sgn} x$: avremo, per l'appunto:

$$(17) \qquad x \in q \,.\, \supset .\, \operatorname{sgn} x = 1 - E\,[(1 + \operatorname{mod} x)^{-1}] + 2\,E\,[(3\,Ex + 2)^{-1}]\,.$$

Ma la più notevole di tutte ci par quella che si trae dalla semplicissima:

$$(18) \qquad x \in q \,.\, \supset .\, \operatorname{sgn} x = hx - h\,(-x)\,,$$

adottando ancora la prima forma. Si ha:

$$(19) \qquad x \in q \,.\, \supset .\, \operatorname{sgn} x = E\,\{[3\,Ex + 2]^{-1}\} - E\,\{[3\,E\,(-x) + 2]^{-1}\}.$$

10. — Un'altra espressione ricaveremo pure dalla (18), servendoci d'una nuova semplice forma della hx. Essendo a un numero reale positivo, e n un intero (: ..., — 2, — 1, 0, 1, 2, ...), indicheremo con $V_n a$ il " valore di a con n decimali „ (v. Peano, *Approssimazioni numeriche*, " Rendic. della R. Acc. dei Lincei „, 2 gennaio 1916). Per es.: ... $V_{-2}\,\pi = V_{-1}\,\pi = 0$; $V_0\,\pi = 3$; $V_1\,\pi = 3{\cdot}1$; $V_2\,\pi = 3{\cdot}14$; ...; e, in generale:

$$(20) \qquad a \in Q \,.\, n \in n \,.\, \supset .\, V_n a = 10^{-n}\,E\,(10^n a)\,.$$

Si dimostra subito la formula:

$$(21) \qquad x \in q \,.\, \supset .\, hx = V_{Ex}\,1 - 1\,;$$

che ci dà:

$$(22) \qquad x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \operatorname{sgn} x = \mathrm{V}_{\mathrm{E}x}\, 1 - \mathrm{V}_{\mathrm{E}(-x)}\, 1$$
$$= 10^{-\mathrm{E}x}\, \mathrm{E}\left[10^{\mathrm{E}x}\right] - 10^{-\mathrm{E}(-x)} \mathrm{E}\left[10^{\mathrm{E}(-x)}\right];$$

e si può anche, in quest'ultima scrittura, al posto di 10, leggere un qualunque intero maggiore di 1 (1).

---

(1) Ci permettiamo di riunire alcune formule che abbiam notate durante questo piccolo lavoro: una di esse è la (17) del testo.

$$x \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \in x = \in(-x) = \mathrm{E}\left[\operatorname{mod}(\cos \pi x)\right] = \mathrm{E}\left[(\cos \pi x)^2\right].$$
$$\operatorname{sgn} x = -\operatorname{sgn}(-x) = 1 + fx - \vee(1 - 8hx) = -1 + fx + \cos(\pi \times hx)$$
$$= -\left[(-fx) \upharpoonright \cos(\pi/2 \times hx)\right] = fx + 2hx.$$
$$hx = \in(2^{-1} \times hx) - 1 = -\left[\operatorname{sen}(2^{-1}\pi \times hx)\right]^2 .$$
$$fx = f(-x) = -\left[hx + h(-x)\right] \qquad .$$

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Marzo 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio Brondi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 16 febbraio u. s.

L'Accademico Segretario Stampini presenta la monografia a stampa *Attraverso l'Appennino Ligure* offerta in dono all'Accademia dal Socio corrispondente Cosimo Bertacchi, che la Classe ringrazia. Presenta inoltre, perchè sia pubblicata negli *Atti*, una *Nota* del Prof. Massimo Lenchantin De Gubernatis intitolata *Studi sull'accento greco e latino.* I. *Della pretesa derivazione etrusca della intensità iniziale latina.*

Dal Socio Cian, a cui si unisce il Socio De Sanctis, è presentata la proposta che l'Accademia partecipi in modo solenne alle onoranze che si preparano pel 6° centenario della morte di Dante Alighieri. La Classe accoglie unanime la proposta e nomina una Commissione, composta del Presidente e dei Soci De Sanctis, Patetta, Cian e Stampini, perchè a suo tempo riferisca alla Classe sul modo migliore di attuare quella proposta.

LETTURE

Studi sull'accento greco e latino

Nota I del Prof. MASSIMO LENCHANTIN DE GUBERNATIS

I.

Della pretesa derivazione etrusca dell'intensità iniziale latina.

Nell'indoeuropeo o, per essere più esatti, nell'insieme delle concordanze tra le diverse lingue indoeuropee che suppongono antiche forme comuni, l'accento aveva carattere musicale, era cioè un tono (1) che occupava nel vocabolo una sede qualunque, non limitata alle tre ultime sillabe come in greco, o alla terzultima e alla penultima come in latino. Cotesto tono non ha prodotto sulle vocali delle lingue indoeuropee antiche alcuna azione da confrontarsi a quella esercitata dall'accento sulle vocali dei dialetti neolatini, celtici, germanici, nei quali l'accento assume una forte intensità (2).

---

(1) Nelle opere scientifiche di linguistica indoeuropea si è soliti adoperare i vocaboli " accento ", " accentato ", " inaccentato " per designare l'accento d'intensità, e i vocaboli " tono ", " tonico ", " atono " per indicare l'accento musicale. Si ha l'accento musicale o tono quando la sillaba, che lo porta, è emessa con una acutezza maggiore di suono, cioè viene cantata su una nota più alta. Si ha invece l'accento d'intensità quando l'aria espulsa dai polmoni esce con uno sforzo muscolare maggiore durante la pronuncia della sillaba accentata. Ho creduto di dover insistere sulla netta differenza che passa tra accento e tono, giacchè mi venne fatto di notare che anche valenti glottologi e filologi, confondendo l'uno con l'altro, sono incorsi in gravi errori.

(2) Meillet *Introduction à l'étude comparative des langues indo-européennes*[3] p. 123. Cfr. Brugmann *Grundriss der vergleichenden Grammatik der indogermanischen Sprachen* I[2] p. 944 sgg.

Nel momento in cui il latino si staccò dal protoitalico, pare logico supporre che possedesse il tono (accento musicale) ereditato dall'indoeuropeo. Se questo fosse libero (1) o già fosse costretto tra la penultima e antipenultima sillaba, è cosa che non si può determinare. Ma diverse e gravi alterazioni, che si concretano nei fenomeni di sincope e di apofonia, dovuti, a quanto si ritiene quasi universalmente, a una energica intensità iniziale e non imputabili a un tono a guisa di quello indoeuropeo, hanno fatto supporre l'esistenza in latino di un accento espiratorio che colpiva costantemente la prima sillaba dei vocaboli (2).

Se è vero — così si ragiona di solito — che l'apofonia vocalica è conseguenza della mancanza di accento sulla relativa sillaba, per cui accanto ad *ăgo* si ha *éxigo* da **éxago*, accanto a *căno* si ha *cecini* da **cecani*, come si possono spiegare fenomeni di apofonia su sillabe accentate in epoca storica, avvenuti in vocaboli quali *afficio* accanto a *facio, contingo* accanto a *tango*? Se coteste sillabe fossero state sempre accentate, non si sarebbe prodotto l'indebolimento di *ă* in *i*, sicchè bisogna ammettere che, come un composto da *ex* ed *ago* è diventato *éxigo* a causa dell'accento sulla prima sillaba, così un composto di *facio,* quale *afficio,* ha subìto l'indebolimento per aver avuto, in epoca preletteraria, una forte intensità iniziale, con la differenza che, in casi come quello di *afficio*, la ragione fondamentale dell'apofonia venne oscurata dalla legge della penultima manifestatasi in epoca storica.

Analogamente la sincope vocalica, come *quindecim* da **quinquedecem*, si spiega con l'ipotesi che la parola abbia portato primitivamente un accento intenso sulla sillaba iniziale; se invece

---

(1) Meillet ibd.

(2) Cfr., oltre all'importante libro del Seelmann *Die Aussprache des Latein nach physiologisch-historischen Grundsätzen*, i noti manuali dello Stoltz *Lateinische Grammatik*[4] p. 164 sgg., del Lindsay-Nohl *Die lateinische Sprache* p. 181 sgg., del Vendryes *L'intensité initiale en latin* p. 35 sgg., del Niedermann *Phonétique historique du latin* p. 12 sgg. Il nostro Pezzi, nella sua naturalmente ormai antiquata *Grammatica storico-comparativa della lingua latina* p. 202 sgg., segue, rispetto alla questione che ci interessa, in special modo le teorie del Corssen.

si avesse avuto *quinquédecem*, la *e* non sarebbe caduta, perchè accentata.

Non voglio ora esaminare se i fenomeni di apofonia e di sincope possano spiegarsi solo con l'ipotesi dell'intensità iniziale (1). Mi basti ricordare che cotesta intensità iniziale è ammessa tanto da coloro che affermano che il tono, ereditato dall'indoeuropeo, coesisteva all'accento espiratorio della prima sillaba nel latino preletterario e che diventò poi l'accento musicale della penultima manifestatosi nel latino letterario (scuola francese), quanto da coloro che sostengono invece che, scomparso il tono ereditato dall'indoeuropeo, si sviluppò nel latino preletterario una intensità fortissima sulla prima sillaba, e che cotesto accento espiratorio in progresso di tempo si trasformò nell'accento esso pure espiratorio dell'età storica (scuola tedesca).

Sull'origine dell'intensità iniziale, la cui esistenza non fu negata che da pochi studiosi, furono messe innanzi varie ipotesi:

1) l'intensità iniziale passò al latino dall'indoeuropeo;

2) l'intensità iniziale si sviluppò spontaneamente nel latino;

3) l'intensità iniziale si manifestò nel latino per influenza di una lingua vicina non indoeuropea.

Un sagace, dotto e acuto sostenitore di quest'ultima opinione è stato lo Skutsch (2), la cui teoria mi propongo ora di esami-

---

(1) Secondo il Curtius *KZ* (= *Zeitschrift für vergleichende Sprachforschung... herausgeg. von* A. Kuhn) VIII (1860) p. 294 e IX (1861) p. 321; *Studien zur griech. u. lat. Grammatik* IV (1871) p. 223, l'Erdenberger *De vocalibus in altera compositarum vocum latinarum parte attenuatis*, Leipzig 1883 e il Pedersen *KZ* XXXIX (1906) p. 232, i fatti di apofonia interiore possono attribuirsi ad altre cause. Nel libro di grandissimo valore per il tempo in cui fu pubblicato e ancor sempre degno di essere letto e meditato di Henri Weil e Louis Benloew *Théorie générale de l'accentuation latine* Parigi 1855, in cui si sostiene che il latino non ebbe che un accento musicale, le numerose alterazioni delle vocali interiori vengono riferite a una " énergie de l'accent „ (cfr. p. 121 e 177). Il Cocchia recentemente nella sua *Introduzione storica allo studio della letteratura latina* p. 285 sgg. sottomette ad acuta disamina le ipotesi di una accentuazione arcaica, riallacciandosi alla discussione che delle teorie allora prevalenti aveva fatto in *Riv. di filol.* XV (1887) p. 391 sgg. Le conclusioni del Cocchia furono accolte dal D'Ovidio *Arch. glott.* X (1886-88) p. 419 sgg.

(2) *Der lateinische Akzent* in *Glotta* IV (1913) p. 187 sgg., ripubblicato in *Kleine Schriften* p. 491 sgg.

nare, rimandando per le altre ipotesi al libro del Vendryes *L'intensité initiale en latin* p. 40 sgg., ove sono state esaminate e vagliate con cura.

***

Lo Skutsch comincia ad osservare che i fenomeni di sincope e di apofonia costituiscono un carattere differenziale tra il latino e altre lingue indoeuropee e che l'intensità iniziale, che produce la caduta o la modificazione del timbro delle vocali brevi interiori, deve essersi sviluppata o per cause interne non determinabili, o per influsso d'una lingua non indoeuropea. A rendere probabilissima la seconda ipotesi sta, sempre secondo lo Skutsch, il fatto che, alle porte di Roma, troviamo una lingua non indoeuropea, l'etrusca, fra i cui caratteri più salienti vuole essere annoverato l'accento espiratorio iniziale.

Si tratta invero d'una favella d'un popolo che ebbe una influenza grandissima sul Lazio, come risulta da fatti incontrastabili. È noto che la leggenda romana, confortata da quella etrusca, si accorda nel ritenere, nonostante molte discordanze, che un condottiero etrusco, il cui nome era Porsenna secondo la tradizione romana, Mastarna secondo l'etrusca, si sia impadronito di Roma (1). Cotesta invasione vittoriosa sarebbe avvenuta non più tardi della seconda metà del secolo VII, e lo Schulze (2) suppone con molta verisimiglianza che ad origine etrusca risalgano le tribù dei *Tities*, *Ramnes*, *Luceres*, come la porta *Ratumenna* e la *Capena*, e che lo stesso nome della Città non significhi che la sede degli etruschi *ruma* (3). Il biondo *Tiber* (dall'etrusco *ϑepre*) fu per lungo tempo un *amnis tuscus* nell'intero senso della parola, e l'antica città di *Tusculum* attesta dal suo nome stesso d'essere stata fondata dai *Tusci* (4).

Questi e altri dati di fatto, che non possono essere messi

---

(1) Cfr. De Sanctis *Storia dei Romani* I p. 464 sgg.; Lenchantin *La leggenda romana e le praetextae* in *Riv. di filol.* XL (1912) p. 450 sgg.

(2) *Zur Geschichte lateinischer Eigennamen* in *Abh. Götting. Ges. d. Wiss.* V 5 p. 581.

(3) Ibid. p. 580 sg.

(4) Ibid. p. 542; cfr. Körte *Etrusker* in PW *RE* VI col. 752, 23.

in non cale, non contribuiscono certo ad infirmare l'ipotesi della dipendenza del latino dall'etrusco rispetto alla accentuazione intensa della sillaba iniziale, ipotesi alla quale, oltre che il Dietrich in un famoso articolo (1) e il Hirt (2), avevano di passaggio accennato lo Skutsch stesso nella seconda edizione di *Kultur der Gegenwart* I 8 p. 447 e nell'importantissimo articolo *Etruskische Sprache* in PW. *RE.* VI col. 787 sgg., e il Kretschmer nella bellissima *Einleitung in die Altertumwissenschaft* I[1] (1910) pag. 181.

L'intensità iniziale in etrusco, non meno che in latino, naturalmente si deduce dai fenomeni che le si riferiscono, i quali debbono manifestarsi in modo analogo in entrambe le lingue, ed è ovvio che lo Skutsch, nel suo lavoro maggiore in cui dava forma definitiva alla sua teoria, abbia preso in considerazione i fatti comunemente noti con il nome di sincope e di apofonia.

È inutile rammentare che i nomi mitologici, derivati da quelli greco-latini, che ricorrono nelle iscrizioni apposte a figure su specchi, offrono uno dei punti meno incerti e pericolosi della fonologia etrusca (3). Lo Skutsch è stato adunque colpito dai numerosi esempi di sincope, che non ha esitato a riferire all'influenza di un accento iniziale espiratorio, in nomi di eroi come i seguenti: *aθrpa* *Ἄτροπος*, *atlnta* *Ἀτ(α)λάντη*, *elχsntre* *Ἀλ(έ)ξανδρος*, *caśntra* *Κασσάνδρα*, *clutmsta* *Κλυταιμήστρα*, *menle* *Μενέλαος*, *menrva* Menerva, *pecse* *Πήγασος*.....

Sennonchè, accanto alle forme sincopate, coesistono quelle non sincopate, e lo Skutsch suppone che, insieme con la tendenza alla sincope, si manifestasse nell'etrusco un movimento contrario in forma di anaptissi (4). In altre parole nelle sillabe che per influenza dell'accento iniziale sono state sincopate, si colori-

---

(1) *KZ* I (1872) p. 543 sgg.

(2) *IF* (= *Indogermanische Forschungen... herausgeg. von* K. Brugmann *und* W. Streitberg) IX (1899) p. 291.

(3) Skutsch *Etruskische Sprache* in PW *RE* VI col. 787, 20.

(4) *Der lateinische Akzent* p. 194. Il Sievers *Phonetik*[2] p. 213 definisce l'anaptissi " das Hervorgehen eines ursprünglich kurzen oder reduzierten Vokales aus einem sonoren Konsonanten (Liquida oder Nasalis) vor oder nach einem anderen Konsonanten „. Cfr. Lindsay op. cit. p. 170 sgg.; Stolz op. cit. p. 84 sgg.

rebbe la vocale minima o parassitica per influenza dei suoni contigui: *Παρθενοπαῖος* diventa *parθanapaë* e *partinipe*, *Ἑλένη elinai* o *elinei*, *Ἄδμητος Atmite*, *Διομήδης ziumiθe*, *Παλαμήδης palmiθe* (1). Si deve però osservare in proposito che nei tre ultimi esempi si sarebbe prodotta la sincope di vocale lunga, che non avviene in latino (2); ma su ciò tra poco.

Il fenomeno medesimo non sembrerebbe estraneo al latino, quando si ammettesse con lo Skutsch che le vocali indebolite debbano considerarsi come vocali minime di sillabe sincopate (3). Come da *Ἀθαλάντη* si ha in etrusco *atlnta*, *atlenta*, così una parola come *scabellum* si sarebbe svolta per i gradi seguenti: **scabnolom* > **scabn̥lom* > **scabenlom* > *scabellum*, cioè, in seguito a sincope (**scabnlom*), dalla nasale vocale si sarebbe colorito un nuovo suono vocalico **scabenlom* da cui *scabellum* (4).

Tra *atlnta* e **scabnlom* corre tuttavia una sensibile differenza: in latino la vocale è caduta dopo la nasale, in etrusco invece davanti alla nasale, nè ricorrono casi di sincope dopo nasale. Ma di ciò si può incolpare la poca conoscenza che noi abbiamo della lingua, che rimane ancora in grandissima parte misteriosa. Del resto in latino avvengono sincopi davanti a nasale a guisa di quella che si osserva in *at(a)lanta atlnta atlenta*, sempre quando forme come *conscendo*: *scando*, *concentus*: *cantus*, *ommento*: *manto*, *Tarentum Τάραντα* non vengano considerate come fenomeni di apofonia, ma come forme sviluppatesi, secondo la teoria sopra citata, nel seguente modo: **cónscando *conscn̥do conscendo*, **concantus *concn̥tus concentus*, *Tárantum Tarn̥tum Tarentum*. Il medesimo fenomeno si ha anche per *r̥* (*r* vocale). Per lo Skutsch non vi è ragione di considerare come fatti di apofonia forme quali *excerpo*: *carpo*, *confercio*: *farcio*, *resercio*: *sarcio*, *expers*: *pars*, che vogliono invece essere spiegate come effetti di sincope nel seguente modo: **éxcarpo*, **excrpo excerpo*,

---

(1) *Der lateinische Akzent* p. 194.

(2) L'affermazione non può essere infirmata, e i pochi fatti, che sembravano contraddirle, furono messi fuori causa: cfr. Vendryes op. cit. p. 156.

(3) *Der lateinische Akzent* p. 193.

(4) Cfr. Brugmann *Abrégé de grammaire comparée des langues indo-européennes* p. 263.

**confarcio*, **confrcio confercio* (1). E anche qui non mancano parallelismi in etrusco, come *Ἄδρασος atrste atresθe*, sebbene la vocale sia caduta dopo la liquida e non prima come in **confrcio*.

Questi ed altri fenomeni di simile genere inducono lo Skutsch a supporre che, in tutti i casi di indebolimento vocalico, " es handelt sich um Synkope mit nachfolgender Vokalentfaltung bzw. Färbung eines übrig gebliebenen Minimalvokals unter Einfluss der umgebenden Laute „ (2). A cotesta teoria il dotto filologo è stato tratto anche dalla considerazione che i fenomeni, che soglionsi dire, con terminologia poco felice, di apofonia o di indebolimento vocalico, non trovano agevole spiegazione nella supposta esistenza di un accento espiratorio. Un indebolimento vocalico può essere infatti ritenuto effetto di un accento intenso sulla sillaba iniziale; ma la particolare modificazione delle vocali brevi interiori, che suole dirsi in modo improprio apofonia, cioè il passaggio di una *a* in *i* o *e* o *u*, di una *e* in *i* od *o* oppure *u*, potrebbe giudicarsi prodotto da un accento musicale, non già di un accento espiratorio (3), col quale invano si cerca di spiegare perchè le vocali brevi interiori abbiano subìto trattamenti di più guise e in certi casi sieno state conservate inalterate, in altri abbiano riportato un mutamento di timbro, in altri ancora sieno cadute.

Sennonchè, anche con la teoria dello Skutsch, non mutano i termini della questione, giacchè non si intende il motivo per cui l'accento iniziale intenso talora faccia cadere la vocale interna non accentata e tal'altra lasci sussistere quello Schwa polimorfo, da cui si manifestano i fenomeni comunemente noti col nome di apofonia. Ben avvedendosi di questa difficoltà, il nostro filologo ricorre alla nota teoria dell'Osthoff sulle " Lento und Allegroformen „, sulla lentezza o la rapidità con cui si pronunciavano le parole (4). Ma cotesta teoria sul movimento

---

(1) *Der lateinische Akzent* p. 193.

(2) Ibid. pag. 194.

(3) Ibid.

(4) A tale teoria in genere fanno buon viso i glottologi: cfr. Brugmann *Grundriss der vergleichenden Grammatik der indogermanischen Sprachen* 1² p. 844 sgg., *Abrégé de grammaire comparée des langues indo-européennes* p. 221, 230 ecc.; Brugmann-Thumb *Griech. Grammatik*⁴ p. 104; Stolz *Latein. Grammatik*⁴ p. 49; Sommer *Handbuch der latein. Laut- und Formenlehre*¹ p. 130.

del linguaggio, che è stata accolta da valorosissimi glottologi, può servire a spiegare la coesistenza di forme sincopate a quelle non sincopate; — una persona, che aveva fretta o parlava rapidamente, diceva in tempo allegro *nil, caldus*, ecc., chi parlava con calma e pesava le parole, scandeva invece chiaramente le sillabe, pronunciando *nihil, calidus*, ecc.; — ma non può darci una risposta soddisfacente alla domanda perchè coteste forme lente od allegre non si manifestassero con frequenza, se non in tutte, in moltissime almeno delle parole d'uso comune, e per quale motivo, in determinati vocaboli si avesse costantemente la sincope e in altri no. Migliore dal lato scientifico sembra l'altra ipotesi dello Skutsch che le consonanti contigue alla vocale sincopata dessero luogo a un movimento pro o contro la sincope, cioè in certi casi favorissero il coloramento della vocale minima, in altri vi si opponessero.

Se si accoglie l'ipotesi della esistenza e della conformità della accentuazione iniziale latina con quella etrusca, si aprono nuove e più difficili questioni, cioè se l'accento espiratorio iniziale possa essere considerato un carattere del protoitalico, passato ai dialetti che ne derivano, o se l'etrusco abbia trasmesso ai popoli, che ne sentirono l'efficacia, il suo sistema accentativo. Di quest'ultimo parere è naturalmente lo Skutsch che, con l'altra ipotesi, vedrebbe travolta e distrutta tutta la sua teoria.

Certo a tale presunzione può dare parvenza di verisimiglianza il constatare che l'intensità iniziale, estranea all'indoeuropeo, si manifesta da una parte in una lingua non indoeuropea, l'etrusco, e dall'altra in dialetti indoeuropei, come il latino, l'osco e l'umbro, esposti alla influenza degli Etruschi che, nel VI e V secolo, furono la potenza egemonica nella nostra penisola. Ma numerose si presentano le obbiezioni. Infatti pur ammettendo — ciò che mi sembra assai discutibile — che l'esistenza della intensità iniziale non possa essere revocata in dubbio nel latino e nell'etrusco, ci è forza convenire che gli esempi che il von Planta (1)

---

(1) *Grammatik der oskisch-umbrischen Dialekte* I p. 589 sgg.: cfr. le obbiezioni del Vendryes op. cit. p. 49, il quale osserva argutamente: " ... ces dialectes (gli osco-umbri, ma l'osservazione è calzante anche per l'etrusco) ont cela de précieux qu'on y peut toujours trouver ce qu'on y cherche ... ".

ha portato per dimostrare l'esistenza della intensità iniziale nei dialetti osco-umbri sono assai incerti. In realtà in cotesti dialetti le sincopi avvengono o non avvengono senza ragione plausibile e i fenomeni di apofonia recalcitrano ad ogni regola. Con ciò non sarebbe ancora scossa l'ipotesi dello Skutsch; basterebbe ridurre al solo latino l'influenza etrusca, senza curarci delle altre lingue in cui essa non sia documentabile con sicurezza. Ma più grave obbiezione nasce dalla teoria (1), che in verità non è ancora accertata in modo da non lasciar adito a dubbio alcuno, per cui i tre dialetti occidentali, l'italico, il celtico, il germanico, avrebbero formato, in un'epoca determinata, una unità a parte fra le lingue indoeuropee, presentando una innovazione costituita appunto dalla intensità iniziale. Questa tuttavia non è che un'ipotesi più o meno verisimile; giacchè, dato e non concesso che l'intensità iniziale si sia sviluppata nel gruppo italico-celtico-germanico, non ne consegue senz'altro che cotesti dialetti abbiano formato un gruppo solo; poichè non è da escludere che abbiano potuto, indipendentemente l'uno dall'altro, subire, durante il periodo preistorico, in seguito al contatto con varie popolazioni, influenze analoghe, senza che sia necessario supporre che abbiano mai formato un'unità dialettale.

Come si vede, le ipotesi sopra enunciate non prestano fianco a obbiezioni di fatto; ma bisogna pur confessare che non vi è nessun argomento sufficiente per affermare o negare che l'intensità iniziale sia stata un carattere del protoitalico o solo dell'etrusco; e quindi quella dello Skutsch, che afferma la dipendenza dall'etrusco del sistema accentativo latino, non rimane che una semplice ipotesi senza sicura documentazione di fatti incontrovertibili.

Ammettiamo ancora con lo Skutsch che l'accento iniziale latino sia effetto dell'influenza etrusca; ed ecco che una grave domanda ci si presenta, perchè, in uno spazio di tempo non grande, un'altra innovazione sia sopravvenuta in latino con il così detto accento della penultima.

Un fenomeno tanto importante è difficile si sia prodotto

---

(1) Cfr. Thurneysen *Rev. Celt.* VI p. 312; Brugmann *Abrégé...* p. 65; Vendryes op. cit. p. 44 sgg.

per energia interiore; ma è mestieri riferirlo a un sistema accentativo straniero, da cui l'innovazione abbia tratto origine. Ora, continua lo Skutsch, l'efficacia della civiltà etrusca venne in Roma attenuata dall'influsso greco e, con gli elementi di cultura ellenica, i Romani avrebbero accolto un nuovo accento. In tal caso sembrerebbe naturale che cotesto nuovo accento dovesse corrispondere a puntino a quello greco; fosse cioè un tono (accento musicale), dipendente dalla quantità dell'ultima sillaba. Invece esso divenne, a quanto assevera lo Skutsch, un accento intenso, ed ebbe regola dalla quantità della penultima. Ma la differenza essenziale tra gli accenti storici delle due lingue che non hanno che un carattere comune, quello di non poter salire oltre la terzultima sillaba, è di evidenza palmare, ed invano lo Skutsch ricorre al vecchio confronto con la baritonesi eolica e suppone ancora che l'accento iniziale intenso dell'epoca preletteraria, benchè vinto, sia riuscito ad impedire che il nuovo accento avesse per sede l'ultima sillaba (1). Più singolare ancora sembra che un accento intenso abbia dovuto essere governato precisamente dalle leggi di un accento musicale essenzialmente diverso. Formidabile mi sembra infine l'obbiezione che si trae dalla natura della metrica classica latina, cresciuta ad imitazione precisa della metrica greca. Una lingua che possiede ne' suoi vocaboli un accento intenso in luogo fisso, che in latino è regolato dalla quantità della penultima sillaba, non può assolutamente accogliere una versificazione fondata sugli *ictus*, se non nel caso che l'*ictus* coincida sempre con l'accento d'intensità (2). Non è ne-

---

(1) Nel correggere le bozze di questa ricerca, la cui stampa è stata rimandata di tre anni per cause cui non occorre accennare, posso tener conto dello studio del Meillet *La place de l'accent en latin* in *MSL* XX (1916) p. 165 sgg. Non è qui il luogo per una particolareggiata esposizione del contenuto di tale profonda ricerca. Allo scopo mio è sufficiente accennare alla conclusione: " L'histoire du ton grec et celle du ton latin sont parallèles, mais indépendentes „.

(2) L'ipotesi contraria sarebbe possibile solo quando si ammettesse — cosa semplicemente assurda — che la metrica quantitativa fosse per il latino un artificio come ai giorni nostri la metrica quantitativa boema o gli esametri secondo la prosodia latina tentati nella nostra lingua dal Tolomei con regole capricciose e posticcie. Basti dire che questo dotto, che non possedeva senso poetico pari all'erudizione, considerava i versi romani for-

cessario soggiungere che cotesta considerazione non è sfuggita ad un dotto del valore dello Skutsch, il quale deduce uno degli argomenti più forti a dimostrare che l'accento storico latino era d'intensità e non un tono, dalla constatazione che, nei versi giambici e trocaici, i più antichi poeti latini e, in special modo, Plauto e Terenzio evitavano l'opposizione tra *ictus* e accenti. Se la conclamata coincidenza tra *ictus* e accenti fosse costante, l'argomento avrebbe di certo un grande valore. Ma in determinate sedi dei versi dialogici plautini e terenziani vi è disaccordo, in altre accordo che il Meyer, in uno di quei suoi dottissimi studi (1), ha dimostrato puramente casuale.

Nell'esametro latino più perfetto, quello cioè di Virgilio e dei suoi imitatori, si osserva l'accordo tra *ictus* e accenti nei due ultimi piedi:

Tityre tu patuláe recubáns sub tégmine fági,

ma negli altri piedi, e specialmente davanti alle cesure, l'accordo cessa. Se l'accento della parola avesse dovuto determinare il ritmo, non s'intenderebbe il motivo della sua coincidenza con gli *ictus* solo nell'ultima parte del verso eroico.

Considerazioni analoghe si possono fare per le altre specie di versi. La coincidenza degli accenti con gli *ictus* si osserva ancora, per esempio, alla fine dell'endecasillabo saffico (*Laétus ín praeséns animús quod últra est*), dell'endecasillabo falecio (*Quoi donó lepidúm novúm libéllum*) (2), dello scazonte (*Idemque lónge*

---

mati di sillabe brevi o lunghe, senza darsi pensiero alcuno delle arsi e delle tesi! Cfr. a questo proposito Stampini *Le Odi barbare di G. Carducci e la metrica latina*[2] p. XIII e D'Ovidio *La versificazione delle Odi barbare* nel volume *Versificazione italiana* p. 305 sgg.

(1) *Ueber die Beobachtung des Wortaccents in der altlateinischen Poesie* in *Abhandl. der kön. bay. Akad. der Wiss.* XVII (1884) p. 1 sgg. Vi è, p. e., coincidenza di *ictus* con accenti in questo settenario giambico di Terenzio *Hec.* 254 *Aut éa reféllendo áut purgándo vóbis córrigémus*, ma non in questo settenario trocaico di Plauto *Aul.* 588 *Né moráe moléstiáeque impérium erílle habeát sibí.*

(2) Mi attengo nella scansione dei metri, sui quali più si discusse e si discute, allo Stampini *La metrica di Orazio comparata con la greca*, tranne che per l'endecasillabo falecio, su cui cfr. A. Beltrami *Le tendenze letterarie negli scritti di Frontone* p. 72 sgg.

plurimós facit vérsus). La coincidenza invece non si ha alla fine del pentametro (*Ét dis ínvitís désinis ésse misér*), dell'endecasillabo alcaico (*Vidés ut álta stét nive cándidúm*), del settenario trocaico (*Áliae rés obnóxiósae nócte in óbscurá latént*), del senario giambico (*Qui vóbis únivérsis ét populó placént*). Se guardiamo invece al primo colon, si constata che abbastanza frequentemente si determina la coincidenza di *ictus* e accenti in quei versi nei quali essa non avviene alla fine e d'altra parte osserviamo la non coincidenza quando si avveri il caso contrario, come risulta dai pochi esempi allegati.

Dai fatti emersi appare dunque inoppugnabile la conclusione che i latini non si sono dati pensiero alcuno di ricercare le coincidenze in questione, le quali debbono considerarsi puramente fortuite.

Anche nella prosa metrica gli scrittori non si preoccupano dell'accento, e i trattatisti dell'età classica (Cicerone, Quintiliano) non ne tengono alcun conto, ma si curano di un unico elemento, la quantità. Solo nel grammatico Mario Plozio Sacerdote (1) e nei *Fragmenta Bobiensia* (2), fra le regolari, s'insinuano clausole che sono ritmiche, non metriche, e Consenzio (3) nel V secolo attesta l'importanza che ai tempi suoi l'accento assumeva anche rispetto al ritmo prosastico.

Più tardi, quando non si distingueranno più ad orecchio le sillabe lunghe dalle brevi, la versificazione prosodica volgerà al tramonto e, morta per il popolo, sarà tenuta in vita ancor rigogliosa dalle scuole e dai dotti (4). E la ragione del decadimento

---

(1) *GL* VI p. 493, 23, ove considera *perspĭcĕrĕ* come un dattilo, tenendo conto non della quantità, ma dell'accento, e VI p. 494, 21, ove, pure per influenza dell'accento, considera la clausola *fieri potuisset* come legittima, mentre davanti a un vocabolo del tipo *potuisset* non può stare che il tribraco. Evidentemente per Sacerdote un trisillabo proparossitono come *fĭĕrī* corrispondeva a una parola equivalente a un tribraco, essa pure di necessità proparossitona.

(2) *GL* VI, 627, 26.

(3) *GL* V, 393, 5 sgg.

(4) Sull'origine della verseggiatura ritmica cfr., oltre alle brevi ma succose osservazioni dello Stampini nella prolusione *La poesia romana e la metrica* p. 37 sgg. (= *Studi lett. e filol.* p. 36 sgg.), le ricerche del Rasi sulla metrica di Magno Felice Ennodio (*Rendiconti del R. Ist. Lomb.*, serie II,

della prosodia vuole essere ricercata nel mutamento che subì l'accento da melodico o musicale diventando d'intensità o dinamico. Mentre nell'epoca classica una sillaba accentata era pronunciata su una nota più alta, a cominciare dal III secolo, la sillaba accentata fu detta con maggiore intensità, con maggior sforzo muscolare, e il ritmo non fu più una successione di suoni più o meno acuti, ma il ritorno regolare di sillabe pronunciate con intensità più forte. Abbiamo visto che tra quantità e intensità esiste un insanabile dissidio: l'una o l'altra deve o vincere o morire, e la vittoria arrise alla intensità.

Ma nella noncuranza che gli scrittori classici ebbero dell'accento, così nei versi come nelle clausole metriche, noi troviamo la prova decisiva per negare che l'accento latino classico sia stato d'intensità e non un tono o accento musicale.

Chi legga un verso di Virgilio come questo:

Cantantes sublime ferent ad sidera cycni,

e osservi che su *cántantés*, che ha l'accento grammaticale sulla penultima sillaba, gli *ictus* cadono precisamente sulla prima e terza sillaba, si convincerà che il poeta non poteva tener conto dell'accento, dovendo egli badare a disporre a regolari intervalli sillabe anche appartenenti a più parole atte a ricevere il tempo forte, senza nessuna altra preoccupazione.

Il fatto che gli *ictus* cadono sulla prima e terza sillaba di *cantantes* esclude la possibilità che nel linguaggio ordinario si dicesse *cántantes*, dando alla prima sillaba una intensità superiore alle altre due, e tanto meno *cantántes*, dando una intensità superiore alla sillaba che viene a trovarsi tra due *ictus*. Onde una parola come *cantantes* possa entrare nella prima sede di un esametro, è d'uopo che, nella lingua ordinaria, non

---

vol. XXXV (1902) pp. 335-353; XXXVII (1904) pp. 957-979; *Boll. della Soc. Pav. di storia patria* II, 1 e 2 (1902) pp. 87-140 e IV, 2 (1904) pp. 154-197), del Ronca *Metrica e ritmica latina nel medio evo,* del Ramorino *La pronunzia popolare dei versi quantitativi latini nei bassi tempi ed origine della verseggiatura ritmica,* del D'Ovidio *Sull'origine dei versi italiani* nel volume *Versificazione italiana e arte pratica medievale* p. 137 sgg., del Meyer di Spira *Anfang und Ursprung der lateinischen und griechischen rhythmischen Dichtung* in *Abhandl. der k. bay. Ak. der Wiss.* XVII 2 (1885).

si dia a nessuna delle tre sillabe una intensità superiore a quella delle altre, ed affinchè coteste sillabe possano indifferentemente portare l'*ictus*, conviene che nessuna di esse abbia un accento intenso (1). Una lingua, i cui vocaboli sono caratterizzati dall'intensità in una sede determinata, non potrebbe accogliere una versificazione fondata sugli *ictus*, se non nel caso in cui l'*ictus* collimi sempre con l'intensità.

La stessa considerazione vale per la prosa metrica. In clausole metriche come *ínterius ménte*, *magnúm viderétur*, *facére videbántur*, *faceré sapienti*, l'*ictus* sulle relative sillabe non potrebbe coesistere ad un accento di intensità per motivi analoghi a quelli esposti per *cantantes* (2).

Cotesti argomenti, che non si prestano ad essere oppugnati, dimostrano insostenibile l'opinione di coloro che, come lo Skutsch, si dichiarano per l'accento di intensità o dinamico anche per il periodo repubblicano del latino, mentre in tale epoca esso accento risulta con il carattere del tono (accento musicale) che si andò trasformando lentamente nell' età imperiale, quando il ritmo quantitativo si eliminò, diventando l'accento comune delle lingue neolatine segnato da una speciale intensità: cosa questa che concordi affermano i glottologi e i filologi della scuola francese, tra i quali primeggiano il Weil, l'Havet, l'Henry, il Meillet, il Vendryes e il Niedermann.

Fra i nostri studiosi per contro le opinioni sono divise; ma coloro che hanno studiato di proposito l'argomento importantissimo, si pronunciano per l'accento musicale (3).

---

(1) Vendryes op. cit. p. 68.

(2) Cfr., per gli esempi addotti, Ceci *Il ritmo delle orazioni di Cicerone* p. 29 sgg.

(3) Ricordo il Pezzi nella *Grammatica storico-comparativa della lingua latina* p. 202 sgg. (ne *La lingua greca antica* p. 130 accede invece all'opinione della scuola tedesca), il Tamagni *Storia della letteratura romana continuata da* Francesco D'Ovidio p. 33 sgg., lo Stampini *La poesia romana e la metrica* p. 33 sgg. (= *Studi filol. e lett. latina* p. 33 sgg.), il D'Ovidio *La versificazione delle odi barbare* nel vol. *Versificazione italiana* ... p. 319 sgg., il Cocchia *Introduzione storica allo studio della letteratura latina* p. 285 sgg.

***

L'opinione dello Skutsch che l'accento storico latino della penultima fosse un accento intenso risulta adunque erronea. Ma siccome le alterazioni numerose che vanno sotto il nome di sincope e di apofonia sono ora quasi generalmente giudicate effetto della intensità iniziale, vediamo ancora di esaminare la consistenza degli argomenti che il compianto filologo espose per dimostrare la derivazione etrusca della intensità iniziale latina.

La sua teoria invero, chi ben guardi, parte da principî aprioristici e si svolge con ipotesi che si legano l'una con l'altra e quasi si accavallano con una artificiosità che, sebbene accuratamente dissimulata, presta fianco a gravi obbiezioni che mi proverò di esporre qui succintamente (1):

a) In etrusco sono sincopate vocali lunghe (p. e. *clutmsta* *Κλυταιμήστρα*), mentre in latino le sole vocali brevi interiori vanno soggette a sincope. Una intensità iniziale dovrebbe causare effetti analoghi nelle due lingue e non rispettare solo in una le vocali lunghe; fatto questo importantissimo che induce a sospettare che non sia stata l'intensità iniziale l'agente della sincope in latino nel quale si nota spesso che la caduta completa di una vocale breve era connessa alla quantità lunga della sillaba seguente: p. e. *ardēre* accanto a *ārĭdŭs*, *valdē* accanto a *vălĭdŭs*. Sennonchè in tutti i casi il solo fattore della quantità non può spiegare i fenomeni di sincope; ma su questa im-

(1) Della dottrina dello Skutsch ha discusso il Cocchia nella già citata *Introduzione storica allo studio della letteratura latina* p. 292 sgg. Il dotto filologo osserva che la concomitanza di forme come *Atlnta* e *Atlenta*, *clutmsta* e *clutumusϑa*, ecc. induce a credere che i raggruppamenti fonetici così ostici alla pronuncia che risultano dalle forme sincopate, debbano ritenersi dovuti ad espedienti tachigrafici. Con questa ipotesi si spiegherebbe la coesistenza delle forme sincopate o no. In quanto ai casi di indebolimento vocalico, il Cocchia reputa che la preservazione iniziale obbligatoria dell'accento greco sia base dell'alterazione delle parole etrusco-latine, ammettendo che l'accento (tono) più antico greco e latino, ancora indipendente dalla quantità rispettivamente dell'ultima e della penultima, renda conforme alle leggi della fonistoria così l'ipotesi d'un greco *Ἄπολλων* come di un latino *fénestra*.

portantissima questione, che presenta ancora tanti punti oscuri, mi riprometto ritornare tra non molto.

b) In etrusco, insieme con la sincope, si manifesta, secondo lo Skutsch, un movimento contrario in forma di anaptissi che ha somiglianza con i fenomeni di apofonia latini. I casi come *Ἑλένη elinai elinei* sono dal dotto filologo spiegati con l'ipotesi per cui le vocali alterate sarebbero dovute al coloramento di quella che si può chiamare vocale minima, parassitica, di transizione, indistinta o indeterminata e che dai grammatici è detta anche svarabhakti. Ma esempi come *Ἀχιλλεύς, αχale, αχile, αχele, αχle*, non trovano in cotesta teoria una spiegazione soddisfacente. Infatti *αχle* può ritenersi forma sincopata a causa dell'intensità iniziale: in *αχale* l'*a* della seconda sillaba si potrebbe supporre sviluppata per forza assimilatrice della vocale iniziale (lo stesso fenomeno in *Καλλίνικος calacine, Παρθενοπαῖος parϑanapae* (1)): ma *αχile* non presenta nessuna alterazione nella seconda sillaba. Nè la vocale *i* può ritenersi come anaptissi; giacchè la vocale parassitica non avrebbe mai potuto riconquistare il timbro della vocale sincopata per effetto della intensità iniziale.

Dunque la coesistenza delle quattro forme etrusche di

---

(1) Che l'influenza della vocale iniziale abbia ostacolato l'azione regolare dell'apofonia è ipotesi proposta dal Brugmann *Grundriss...* I² p. 839, con la quale si spiegano varie anomalie. Mentre infatti molti vocaboli, derivati dal greco, hanno indebolita una *ă* interiore (*balineum βαλάνειον, camera καμάρα, canistrum κάναστρον*), non mancano forme in cui l'alterazione non è avvenuta (*balanus βάλανος, barathrum βάραϑρον, calathus κάλαϑος*: cfr. Parodi *Noterelle di fonologia latina* negli *Studi* del Vitelli I p. 395 sgg.). La mancanza dell'indebolimento vocalico si spiega di solito con la ipotesi che cotesti vocaboli penetrarono tardi nella lingua latina. Tuttavia non può sfuggire il fatto che l'*ă* interiore è conservato specialmente quando nella sillaba iniziale trovasi una *a*. Più chiara si dimostra la resistenza all'apofonia in parole come *beneficus, benevolus* (su cui Velio Longo *GL* VII, 76, 12 scrive: *Niso etiam placet ut benificus per i scribatur, quomodo malificus, quod video consuetudinem repudiasse*) e nei genetivi *segetis, tegetis, resecis* che, senza l'influenza dell'*e* precedente, nella seconda sillaba avrebbero dovuto avere *i*, come *comitis, caespitis* ecc., ecc., in omaggio alla regola che davanti alle gutturali *c* e *g*, alle dentali *t* e *d* e alla nasale *n*, una vocale breve interiore si muta in *i*: cfr. Vendryes op. cit. p. 293 sgg. e 305 sg.

Achille esclude il fattore della intensità iniziale che avrebbe dovuto far sentire la sua efficacia o con il fenomeno di sincope o con quello di apofonia.

c) Cotesta coesistenza di forme sincopate o non sincopate e che comunque presentano alterazioni simili ai fatti di assorbimento latini viene spiegata dallo Skutsch con la troppo comoda teoria dell'Osthoff, la quale, tirate le somme, non fa altro che riconoscere l'impossibilità di dare una ragione scientifica sulla ragione per cui in una stessa parola avvenga o no la sincope.

d) Si oppongono alla regola dell'accentuazione iniziale forme come *Πολυνείκης plunice*, *Μελίτων mliϑuns*, *Τελαμώνιος tlamunus*, ove è propriamente sincopata la vocale che avrebbe dovuto portare l'accento iniziale intenso e in conseguenza non avrebbe in nessun caso dovuto cadere. È singolare che lo Skutsch che nell'articolo della Enciclopedia del Wissowa aveva considerato queste forme in contrasto con l'ipotesi dell'accentuazione iniziale etrusca (1), non ne abbia più tenuto conto nello studio in cui dava forma definitiva alla sua teoria.

e) Lo Skutsch afferma (2): " Die lateinische Vokalschwächung ist in Wirklichkeit Färbung der durch die Wirkung des neuen Akzents in unbetonten Silben entstandenen Minimalvokale ". E senza dubbio la vocale indebolita davanti a nasale o liquida si può considerare come un fenomeno di anaptissi (3). Ma gli altri casi di apofonia possono essi spiegarsi con la teoria dello Skutsch?

***

Queste, con le altre esposte nel corso del mio studio, le obbiezioni ad ammettere che nel latino si sia sviluppato, per influenza etrusca, un accento espiratorio sulla sillaba iniziale. Anzi nell'etrusco stesso i fenomeni di apofonia e di sincope non si presentano in luce così chiara da permetterci di inferire che abbiano avuto per causa unica e sola l'intensità iniziale, mentre

(1) PW *RE* VI, 788, 7.
(2) *Der latein. Akzent* p. 196.
(3) Brugmann *Abrégé* ... p. 230 sgg.

alcuni fatti, sui quali ho richiamato or ora l'attenzione, contrastano apertamente a tale ipotesi.

Lo scetticismo di questa conclusione non sembrerà esagerato, chi pensi che l'etrusco è la lingua misteriosa di un *ἔθνος οὐδενὶ ἄλλῳ γένει ὁμόγλωσσον*, secondo il giudizio di Dionigi d'Alicarnasso, che è quello degli etruscologi moderni; e che il suo sistema fonetico, assai incerto e fluttuante, si presta alle interpretazioni più varie, offrendo il destro a una persona di buona volontà di dare parvenza di verisimiglianza ad ipotesi arditissime; fatto questo che è attestato inoppugnabilmente da tutta la storia della glottologia etrusca (1).

In quanto al latino è da escludere che l'intensità iniziale esistesse tanto nel periodo letterario accanto al tono (accento musicale), quanto nel periodo preletterario, e non ad essa, ma ad altro fattore, vogliono essere imputate le alterazioni del vocalismo primitivo delle sillabe interiori, cioè i fenomeni di apofonia e di sincope.

6 Maggio 1916.

---

(1) Delle allucinazioni e comiche aberrazioni di etruscologi anche di vaglia parla il Corssen *Ueber die Sprache der Etrusker* I p. XVI sg., e un piccolo ma gustoso saggio ne offre lo Skutsch in PW *RE* VI, 771, 67.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Marzo 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Senatore D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Ponzio, Majorana e Parona Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Sacco.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Guidi, riferendosi alla Conferenza interalleata della organizzazione scientifica, della quale è parola nel verbale della precedente adunanza, ritiene opportuno che la Classe, interessandosi della questione generale, prenda in particolare considerazione il progetto della fondazione di un Istituto scientifico sperimentale centrale in Roma. Il Presidente osserva come sia il caso di porre l'argomento all'ordine del giorno per una prossima adunanza. Dopo breve scambio di idee, al quale prendono parte anche i Soci Somigliana e Grassi, su proposta del Socio Segre, la Classe procede alla nomina di una Commissione, da convocarsi dal Presidente, coll'incarico di studiare la questione e di riferire in merito. Ottengono i maggiori voti i Soci Guidi, Grassi, Ponzio e Majorana, che col Presidente si costituiscono in Commissione.

Il Socio Mattirolo riferisce favorevolmente sulla Nota del Dott. P. Mola, *Flora delle acque Sarde*, presentata nella precedente adunanza, e la Classe l'accoglie per la stampa negli *Atti*.

LETTURE

Flora delle acque sarde.

CONTRIBUTO DELLE PIANTE IDROFITE ED IGROFITE DELLA SARDEGNA

Nota del Dott. PASQUALE MOLA (Sassari)

Incitato dal defunto chiarissimo prof. A. Terracciano, mi dedicai per alcun tempo a raccogliere le piante che vivono nelle acque sarde e lungo le sponde dei torrenti, rii, fiumi, stagni, vasche, pozzanghere, fossi ed acquitrini; nonchè stillicidi e sorgenti, perchè esse vengano conosciute.

Veramente cominciai tale raccolta allorquando dovetti stabilire l'ambiente in cui vivono i Rotiferi sardi, ed allora semplicemente le enumerai in " Fauna rotatoria sarda „ (1).

Nel presente lavoro mi propongo invece di dare uno studio, con indirizzo assolutamente botanico, del materiale allora indicato e di quello che dal 1913 ho raccolto (2). Ciò per poter contribuire alquanto alla flora sarda e contemporaneamente per completare gli ambienti fitologici, che m'interessano e sono di sussidio agli studî faunistici (3).

Dividerò il lavoro in due parti: l'una comprenderà l'ambiente e l'aspetto floristico dei luoghi esplorati; l'altra conterrà l'elenco delle specie, ordinate, indicandone l'*habitat*.

---

(1) Mola P., *Fauna rotatoria sarda.* " Annales de Biologie lacustre „, tom. VI, Bruxelles, 1913.

(2) Id., *Catalogo della raccolta delle piante e degli animali esistenti nella regione di Bosa*, Cagliari, 1916.

(3) Id., *Acquicoltura sarda*, Sassari, 1917.

PARTE PRIMA

Ambiente e aspetto floristico dei luoghi esplorati.

Le acque che alimentano i fiumi, rii, vasche, pozzanghere, stagni, sorgenti da me esplorati si trovano tra un'altitudine massima, che non sorpassa i mille metri e una minima di pochi metri.

La loro costituzione chimica si presenta variabile, secondo le diverse sostanze disciolte per causa delle rocce che attraversano o su cui si poggiano. Vi sono acque che provengono e scorrono tra rocce silicate, come i graniti, i basalti, la trachite antica, i micascisti e i talcoscisti; acque che attraversano i tufi trachitici, abbondanti in Sardegna, e acque che scaturiscono e si trovano tra calcari.

Le prime hanno una percentuale di residuo solido bassissima, la loro durezza è minima e in generale sono limpide, se non subentrano ad alterarle elementi eterogenei, indipendenti dallo stato geologico del luogo. A queste appartengono le acque del fiume Tirso e dei suoi affluenti: rio di Orani, rio *Mannu* e rio *Sa Stazione* presso Oniferi, le quali scaturiscono dai graniti e attraversano letti scistosi, trachite antica, basalti; come pure le acque del Cedrino e dei suoi affluenti, del fiume Santo presso Porto-Torres, del rio di Posada e del rio *Sa Cariasa* presso Semestene, i quali scorrono su scisti micacei e graniti, e quelle della fonte di Orani, di *Sa Padules* e di *Norcalis* presso Orune e le altre molteplici fonti che si riscontrano nelle vicinanze di ciascun paese della Barbagia, del Goceano, della Gallura, le quali poggiano su rocce silicate. Possono essere anche considerate in questo gruppo di acque, quelle dei varî pozzi esistenti nella vallata ad ovest di Bonorva, le quali sorgono nel tufo trachitico terziario; il fiume Temo, il rio di Padragianus e i tre rii *Badu Oschiri*, Oschiri e Berchidda e il fiume di Ozieri, affluenti del Coghinas, i quali scorrono su trachite antica di terreni d'acqua dolce d'Oschiri con silice miocenica e di tufo rosso.

Quelle acque che scaturiscono da calcari e li attraversano

hanno una percentuale di residuo solido alta, la loro durezza è più elevata ed i depositi che lasciano son più o meno abbondanti. A queste appartengono la maggior parte di quelle che si trovano nei dintorni di Sassari: il rio di Porto-Torres con i suoi affluenti, il rio di *Sas Mandras*, di *Pedras alras*, di *Scala di Giocca* e di Ottava; il rio di Perfugas affluente del Coghinas, il rio di Sorso e le vasche e pozzanghere di questa plaga.

Le acque degli stagni da me esplorati sono: o prevalentemente salse, come quelle di Sassu, di Oristano, di Cabras, di Marceddì, di Palmas, di Santa Giusta, di Alghero, di Sorso, di Casaraccio, di Pilo; o formate da acque meteoriche, che ivi permangono non avendo scolo di emissione ed essendo il terreno non atto allo assorbimento. Caratteristico di questo gruppo è lo stagno di Bara presso la strada provinciale fra Sindia e Macomer nell'altipiano della Campeda a circa 550 m. di altitudine.

La climatologia dei luoghi, che ha un'influenza alquanto relativa sull'ambiente, si presenta con una temperatura piuttosto alta in estate, la quale cambia l'aspetto floristico; ed i fiumi e rii languono in magra. L'inverno in generale, eccetto sulle grandi alture, è piuttosto mite, pochi gradi al disotto dello zero ci segna il termometro centigrado: la neve in alcuni luoghi non si vede quasi mai ed in altri in cui di raro si osserva dopo alcuni giorni, poco però influisce la liquefazione sull'alimentazione idrica dei rii e fiumi.

L'acqua meteorica abbondante in alcuni mesi, in altri periodi diventa quasi torrenziale ed è causa di straripamento dei fiumi, di alluvioni e di desolazione in alcune plaghe della Sardegna; si vengono allora ad alimentare alcuni stagni e pozzanghere ed il terreno diventa acquitrinoso.

La vegetazione subisce alterazioni, da rigogliosa diventa arida, triste ed immiserita; i ciottoli, i piccoli detriti delle rocce disgregate, ricoprono il manto formatosi ed isteriliscono l'aspetto floristico, trasformandolo quasi completamente; in seguito nasce una flora nuova sopra la fanghiglia e tra i ciottoli trasportati dalla corrente.

In alcuni luoghi i venti, frequentissimi, determinano effetti tangibili; gli alberi da fusto se ne risentono maggiormente, si ripiegano, si contorcono e le loro chiome acquistano forme strane e cespugliose.

Le alture più esposte al maestrale e allo scirocco non lasciano vedere che pascolo, qualche leccio intisichito e solitario spadroneggia sul prato e sulle piante erbacee, che si mantengono basse; il cespuglio accompagna il corso di un rigagnolo che vaga in cerca di un'insenatura o qualche crepaccio.

Nella valle, nel piano poca influenza ha il vento; ne risente alquanto la spiaggia esposta al levante o allo scirocco.

La temperatura delle acque varia tra i 10 e i 25 gradi, e la portata dei fiumi è di pochi secondi per metro, almeno in tempo di magra quando sperimentai con un galleggiante di mm.^{2} 50. L'unico fiume per una buona parte navigabile e con un certo tonnellaggio è il Temo, gli altri hanno un percorso più o meno lungo, ma non sono navigabili, causa la poca profondità del loro letto.

La notevole variabilità del substrato petrografico dei luoghi esplorati, che, come innanzi ho esposto, influisce sull'elemento idrico, le condizioni meteoriche, i dislivelli del suolo ci dànno un paesaggio floristico di piante acquatiche, igrofite e pseudoigrofite, caratteristico e variabile a seconda dei luoghi che si considerano.

La flora crittogamica è abbastanza florida: muschi, epatiche e alghe sono ben rappresentati.

Il substrato di roccia silicata in generale dà gli elementi per una vegetazione arborea, varia e alquanto rigogliosa; la ricchezza delle acque sgorganti dai graniti, basalti, trachiti, micascisti e talcoscisti, nonchè i tufi trachitici, abbondanti in Sardegna, inverdiscono e rendono florido il paesaggio floristico. Invece, monotona, quasi desolata, per il biancheggiare delle grandi masse di calcare, stentata alle volte, si mostra la vegetazione con substrato calcareo; l'aridità del suolo qui si osserva più di frequente e l'*humus* è rappresentato da un piccolo strato, ricoprente la roccia.

La regione marittima si presenta con una formazione *sui generis* e gli stagni ci dànno l'impronta di una vegetazione che risente l'ambiento marino.

Caratteristico è il contrasto dato dai corsi dei fiumi, rii, rigagnoli, che come nastri verdi per la flora ospitata sulle sponde s'intersecano attraverso pianure aride, in ispecial modo di estate.

Le anzicennate condizioni di vegetazione: acqua, atmosfera e terreno, costituenti l'ambiente dei luoghi esplorati, ci dànno una formazione acquatica alquanto ricca di piante idrofite e igrofite.

Questa flora, da me notata e raccolta, è rappresentata da Crittogame e da Fanerogame; tanto delle une che delle altre il numero delle specie è notevole.

Si notano alghe con 3 stati di composizione organica: infima, media e superiore; le specie che infestano le acque sono abbastanza numerose e possiamo dire che i varî ordini, indicati dalla sistematica, hanno ciascuno più o meno negli ambienti idrici esplorati i loro rappresentanti.

Le *Schizophyta* con *Phormidium inundatum, Scytonema calothricoides, Nostoc aretum e vesicarum, Chaemosiphon crustiformis* si riscontrano nei rii a letto silicico o calcareo ed in acquitrini a substrato calcareo.

Le *Bacillariophyta* o Diatomee, abbondanti nelle acque sarde, sono bene rappresentate; esse nuotano in acque a substrato silicico e calcareo a varie altitudini e in acque salse. L'unica famiglia, *Bacillariaceae*, è rappresentata da *Melosira varians, Triceratium favus, Rhabdonema adriaticum, Grammatophora oceanica*, dalle *Synedra* con *Synedra laevis, splendens, trincata, affinis,* da *Eunotia minor,* da *Achnanthes subsessilis* ed *exilis,* da *Achnanthidium flexellum*, da *Cocconeis pygmaea* e *placentula*, da *Cocconema fusidium, Hautzschia amphioxus, Stauroneis aspera, Amphiprora lepidoptera*, dalle *Mastogloia* con *Mastogloia apiculata, meleagris, Braunni,* da *Navicula elliptica* e *forcipata,* da *Gomphonema tenellum* e *capitatum,* da *Diatoma vulgare, Amphora quadricostata, Closterium lunula, Denticula frigida, Meridione circolare, Pinnularia viridis, Liemophora argentescens, Pleurosigma delicatulum,* dalle *Epithemia* con *Epithemia sorex, ocellata* e *constricta,* da *Campylodiscus noricus* ed *echineis* e dalle *Cymatopleura elliptica* e *solea.*

I rappresentanti delle *Conjugatae*, che ho riscontrato nelle acque sarde, sono: *Cosmarium bobrytis, Spyrogyra decimannu* e *inflata*; quelli delle *Chlorophyceae* sono *Volvox globator, Enteromorpha crispata et intestinalis, Tribonema bombycina* e *glomerata, Drapanaldia distans, Oedogonium affine* e *subsetaceum.* Abbondanti *Cladophoraceae* mi è dato raccogliere nei rii, fiumi, vasche,

pozzanghere della Sardegna settentrionale, le specie sono: *Cladophora glomerata, canaetta, lutescens, insignis, ramulosa* e *vadorum*. Ho riscontrato altresì *Hydrogastrum granulatum* delle *Chlorophyceae* nella regione marittima.

Gli stagni con acque salse tra le altre alghe presentavano *Rhodophyceae*, le cui specie sono date da *Wrangelia penicellata* e da *Ceramium tenuissimum*.

Non meno importante della flora algologica è quella briofitica: muschi ed epatiche, che tappezzano pittorescamente le pareti e la roccia da cui sgorga l'acqua, alimentatrice dei rii e fiumi. *Marchantia polymorpha, Pellia epiphylla* e *Frullania dilatata* sono le specie di epatiche riscontrate nei pozzi, fonti, fossi da me esplorati. Fra i muschi che rivestono di un bel manto le roccie siliciche delle sorgenti di acqua sono da annoverarsi i *Cinclidotus fontinaloides* e *riparius*, i *Barbula vahliana*, i *Fontinalis antipyretica*, gli *Amblystegium irriguum*, il *Polytrichum juniperum*.

Abbondanti per numero e specie sono le *Pteridophyta*, che si riscontrano nei luoghi umidi, tra i crepacci e negli stillicidi, in acquitrini situati a varie altitudini.

Le *Filicales* sono rappresentate da *Polypodium vulgare, Asplenium obovatum, Asplenium adiantum nigrum, Pteris aquilina, Gymnogramme leptophylla, Adiantum capillus-veneris, Dryopteris felix mas, Ceterach officinarum* e *Phyllitis scolopendrium*. La *Marsilia quadrifolia*, appartenente anch'essa al gruppo delle *Filicales*, fu da me riscontrata abbondante in stagni nella regione marittima.

Le *Equisetales* con *Equisetum palustre*, le *Lycopodiales* con *Selaginella denticulata* e le *Isöetales* con *Isoetes histrix* sono anche rappresentate nella flora delle acque sarde ed a completare il gruppo pteridofitico sardo.

La formazione acquatica dei luoghi esplorati vien rappresentata anche da *Embryophyta siphonogama: gimnospermae* ed *angiospermae*.

La raccolta non fu meno importante della flora crittogamica, le varie altitudini e gli ambienti idrici esplorati hanno dato un numero abbastanza rilevante di specie. Il paesaggio floristico delle varie zone a substrato differente è artistico e contemporaneamente interessante dal lato scientifico ed agrario; si

hanno consorzi di *Ciperaceae* e di *Iuncaceae* nei luoghi umidi ed in acquitrini; *Ranunculus* immersi nelle acque e lungo le sponde dei rii, pozzanghere, stagni; nei terreni profondi vediamo le rive alberate da *Populus alba, Salix babylonica, Quercus sessilis, Alnus glutinosa, Crataegus oxyacantha, Salix amygdalina*; una fitta vegetazione di *Suaeda, Salsola, Salicornia, Arthocuum, Halochnemium, Obione portulacoides* ed altre *Chenopodiaceae alofile* si riscontra nella regione marittima attorno gli stagni.

Belle e superbe *Nymphaeaceae* sorgono dalle acque limpide del Tirso e nei letti profondi dei rii *Badu Oschiri*, Oschiri e Berchidda.

Le idrofite galleggianti come *Lemna minor*, che a guisa di verde manto ricopre le acque delle pozzanghere, ristagni di fiumi, vasche e rii a lento corso, si riscontrano per ogni dove.

Spadroneggiano in alcune acque, specialmente in quelle a substrato calcareo, le *Potamogetonaceae*, e a varie altitudini le *Callitriche*, che salgono dal fondo delle acque in rigogliosa popolazione.

Popolano le acque degli stagni posti nella regione marittima le *Euphorbiaceae*, con *Euphorbia paralias* ed *Euphorbia pinea*.

Canne, vinche, bude costituiscono in alcuni corsi d'acqua la flora fanerogamica che mantiene verde il corso e in taluni punti lo nasconde.

Dal complesso delle cose dette risulta che la flora delle acque sarde è ricca di specie e nel contempo caratteristica. La natura del suolo è causa predominante all'influenza delle formazioni floristiche, essa ci mostra quanto sia diversa la flora sopra substrato silicico da quello calcareo e in Sardegna abbiamo un terreno geologico assai svariato: l'argilla, la silice, la calce sono unite in giuste proporzioni; come pure il terreno è ricco di sali alcalini e magnesiaci, ossidi di ferro e di manganese.

Assai variabilmente sulle diverse zone del territorio sardo sono ripartite le sorgive e i corsi d'acqua, e questo insieme alla originaria natura del terreno, che manca di sottosuolo impermeabile, fa sì che le pianure e anche le colline diventano estremamente aride appena scarseggiano le pioggie.

Una graduale diminuzione di acque si nota su per i monti e su gli altipiani, dove si osserva da una relativa abbondanza

di fonti fino ad una decisa penuria. Queste però non influiscono sull'impinguarsi dei corsi d'acqua, che solo s'ingrossano, non essendoci nevi perpetue sulle montagne, quando cadono pioggie torrenziali.

I fattori litici e idrici su menzionati lasciano vedere chiaramente a chi esplori le plaghe sarde che esiste una grande variabilità di flora delle acque, ciò che forma appunto oggetto del mio lavoro.

PARTE SECONDA (1).

In generale ho tenuto presente per la nomenclatura quella adottata nella " Flora analitica d'Italia „ di Fiori, Paoletti, ecc. e nella " Flora italica cryptogamica „ del Bertoloni, e per la sistematica: " Syllabus der Pflanzenfamilien „ di Engler e Gilg; eccezioni però, che si sono presentate volta per volta, me ne hanno fatto allontanare.

Accanto ad ogni specie ho trascritto il numero corrispondente e la pagina di " Florae sardoae compendium „ del Barbey W., che vien considerata la più completa flora di Sardegna sinora pubblicata. Ciò per non ripetere gli *habitat* delle specie qui appresso indicate, che autori, precedenti alle mie ricerche, hanno trovato.

Indicherò solo per ciascuna specie gli *habitat* conosciuti nelle esplorazioni da me fatte.

SCHIZOPHYTA

SCHIZOPHYCEAE

Oscillatoriaceae.

1. *Phormidium inundatum* Ktz., Barbey, fl. sard. comp., n. 1972, pagg. 85 e 87.

Hab.: acque del rio *Mannu*, presso la cantoniera di Oniferi, e del rio *Sa Stazione*, sotto il ponte stradale

(1) Il defunto Prof. A. Terracciano classificò e fece classificare le piante riportate in questa IIª parte. La raccolta delle alghe unicellulari fu fatta da me a mezzo di retini da *plancton*.

della rotabile di Nuoro (luglio); su rami in via di putrefazione con *Synedra trincata* nei rii di *Badu Oschiri*, di *Oschiri* e di Berchidda, affluenti del fiume di Oschiri, propriamente detto, che a sua volta è affluente del fiume Coghinas.

Scytonemataceae.

2. *Scytonema calothricoides* Ktz., Barbey, id., n. 1983, pagg. 84, 85 e 87.

Hab.: nei rii di *Badu Oschiri*, di Oschiri e di Berchidda con Cocconema fusidium (ottobre) e nei rii *Sa Stazione* e *Mannu* (luglio).

Nostocaceae.

3. *Nostoc aretum* Ktz., Barbey, id., n. 1977, pag. 87.

Hab.: in acquitrini della regione *Piscina de Rodas* presso Porto-Torres (agosto); nelle pozzanghere, alimentate dalle acque di straripamento del fiume Tirso, dette di *Nure Cabras*, S'Arrieddu e Santa Maria del Rimedio al disotto dei ponti stradali da cui prendono i nomi.

4. *Nostoc vesicarium* D. C., Barbey, id., n. 1976, pag. 87.

Hab.: come la precedente specie (agosto e settembre).

5. *Schizosiphon crustiformis* Naeg., Barbey, id., n. 1982, pagine 85 e 87.

Hab.: consociato con *Navicula elliptica* sulle rocce ove di tanto in tanto scorre l'acqua del rio di Molafà, affluente del rio di Scala di Giocca (luglio) — pozzanghera, alimentata da un rigagnolo proveniente dal rio di Molafà, all'altezza della strada provinciale che mena ad Alghero, circa 100 m. dal traguardo della ferrovia Sassari-Chilivani (luglio) e rio di Scala di Giocca presso la stazione (luglio).

BACILLARIOPHYTA (Diatomee).

Bacillariaceae.

6. *Melosira varians* Ag.

Hab.: pozzanghera in regione Molafà (luglio); nuotante nella vasca del giardino della R. Università di Sassari

(settembre), nel rio di Porto-Torres sotto il ponte romano (maggio).

7. *Triceratium favus* Ehrb., Barbey, id., n. 1958, pag. 86.
Hab.: negli stagni posti nella regione marittima: di Palmas, di Santa Giusta e di Cabras presso Oristano (settembre).

8. *Rhabdonema adriaticum* Ktz., Barbey, id., n. 1956, pag. 86.
Hab.: con la specie precedente nelle stesse acque degli stagni della regione marittima: Cabras, Santa Giusta e Palmas (settembre).

9. *Grammatophora oceanica* Ehr., Barbey, id., n. 1954, pag. 86.
Hab.: con Rhabdonema adriaticum e Triceratium favus negli stagni di Palmas, di Santa Giusta e di Cabras (settembre).

10. *Synedra laevis* Ehr., Barbey, id., n. 1917, pag. 85.
Hab.: negli acquitrini di Piscina de Rodas presso Porto-Torres (agosto) e nelle pozzanghere di Nure Cabras, di S'Arrieddu e di Santa Maria del Rimedio (settembre).

11. *Synedra splendens* Ktz., Barbey, id., n. 1918, pag. 85.
Hab.: nelle acque dei rii di Oschiri, di Berchidda e di *Badu Oschiri* (ottobre).

12. *Synedra trincata* Grew., Barbey, id., n. 1920, pag. 85.
Hab.: con la precedente su *Phormidium inundatum* (ottobre).

13. *Synedra affinis* Ktz., Barbey, id., n. 1919, pag. 85.
Hab.: negli stagni di Palmas, di Santa Giusta e di Cabras (settembre).

14. *Eunotia minor* Grun., Barbey, id., n. 1888, pag. 84.
Hab.: Su *Scytonema calothricoides* unita a *Synedra splendens, Synedra laevis* e *Synedra trincata* nelle acque dei rii di Oschiri, di Berchidda e di *Badu Oschiri* (ottobre).

15. *Achnanthes exilis* Ktz., Barbey, id., n. 1906, pag. 85.
Hab.: comune nelle acque del rio di Molafà (luglio); nei rii di Oschiri, di Berchidda e di *Badu Oschiri* (ottobre); nel rio Calambro affluente del fiume di Ozieri, sotto al ponte stradale che mena alla Tanca Reggia (Bonorva) (settembre) e nello stagno di Bara, presso la strada provinciale fra Sindia e Macomer ad un'altitudine di 550 m. (luglio).

16. *Achnantes subsessilis* Ktz., Barbey, id., n. 1907, pag. 85.
Hab.: negli stagni di Cabras, Santa Giusta e Palmas (settembre).

17. *Achnanthidium flexellum* Breb., Barbey, id., n. 1905, pag. 85.
Hab.: in società con altre diatomee nei rii di Oschiri, di *Badu Oschiri* e di Berchidda (ottobre).

18. *Cocconeis placentula* Ehrb., Barbey, id., 1898, pag. 84.
Hab.: nella vasca a ridosso della fonte del paese di Orani (luglio); nel rio di Molafà unita ad Oedogonium subsetaceum (luglio).

19. *Cocconeis pygmaea* Ktz., Barbey, id., n. 1899, pag. 84.
Hab.: infestanti le acque delle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (novembre).

20. *Cocconema fusidium* Ehrb., Barbey, id., n. 1891, pag. 84.
Hab.: con Eunotia minor nei rii di *Badu Oschiri*, di Oschiri e di Berchidda su *Scytonema calothricoides* (ottobre).

21. *Hautzschia amphioxus* Grun., Barbey, n. 1921, pag. 85.
Hab.: negli stagni di Cabras, Santa Giusta e Palmas (settembre).

22. *Stauroneis aspera* Ktz., Barbey, id., n. 1936, pag. 86.
Hab.: con la precedente negli stagni anzidetti (settembre).

23. *Amphiprora lepidoptera* Greg., Barbey, id., n. 1937, pag. 86.
Hab.: con le altre diatomee nelle acque degli stagni anzidetti (settembre).

24. *Mastogloia apiculata* Sm., Barbey, id., n. 1941, pag. 86.
Hab.: negli stagni anzidetti: Cabras, Palmas, S. Giusta (settembre).

25. *Mastogloia meleagris* Ktz., Barbey, id., n. 1940, pag. 86.
Hab.: con le altre del genere (settembre).

26. *Mastogloia Braunnii* Grun., Barbey, id., n. 1942, pag. 86.
Hab.: con le precedenti *Mastogloia* negli stagni anzidetti (settembre).

27. *Navicula elliptica* Ktz., Barbey, id., n. 1927, pag. 85.
Hab.: vasca a ridosso della fonte di Orani (luglio); acquitrini di *Piscina de Rodas* (agosto); rio di Molafà consociata con *Schizosiphon crustiformis* (luglio) e nelle pozzanghere di Nure Cabras, S'Arrieddu e di S. Maria del Rimedio (settembre).

28. *Navicula forcipata* Grew., Barbey, id., n. 1926, pag. 85.
Hab.: nelle acque delle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (novembre).

29. *Gomphonema tenellum* Ktz., Barbey, id., n. 1946, pag. 86.
Hab.: con *Navicula elliptica* nelle acque della vasca di Orani (luglio); acquitrini della regione di *Piscina de Rodas* (agosto); rii di Berchidda, di Oschiri e *Badu Oschiri* (ottobre) e nelle pozzanghere di Nure Cabras, S'Arrieddu e S. Maria del Rimedio (settembre).

30. *Gomphonema capitatum* Ehrb., Barbey, id., n. 1947, pag. 86.
Hab.: con Gomphonema tenellum nei soli rii di Berchidda, di Oschiri e di *Badu Oschiri* (ottobre).

31. *Diatoma vulgare* Bory, Barbey, id., n. 1914, pag. 85.
Hab.: bacino di Bunnari, tra Osilo e Sassari (giugno).

32. *Anphora quadricostata* Rab., Barbey, id., n. 1896, pag. 84.
Hab.: vasca del piccolo giardino della R. Università di Sassari (maggio).

33. *Closterium lunula* Br.
Hab.: nelle acque del bacino di Bunnari (giugno).

34. *Denticula frigida* Ktz., Barbey, id., n. 1910, pag. 85.
Hab.: nel rio di Porto-Torres (maggio).

35. *Meridione circolare* Ag., Barbey, id., n. 1950, pag. 86.
Hab.: bacino di Bunnari (giugno).

36. *Pinnularia viridis* L.
Hab.: con la precedente nelle acque di Bunnari (giugno).

37. *Licmophora argentescens* Ag., Barbey, id., n. 1952, pag. 86.
Hab.: con *Meridione circolare* e *Pinnularia viridis* sopra legni putrescenti nelle stesse acque di Bunnari (giugno).

38. *Pleurosigma delicatulum* Sn., Barbey, id., n. 1934, pag. 85.
Hab.: negli stagni della regione marittima: Cabras, Palmas e S. Giusta (settembre).

39. *Epithemia sorex* Ktz., Barbey, id., n. 1883, pag. 84.
Hab.: su Cladophora insignis nei rii di Oschiri, di Berchidda e di *Badu Oschiri* (ottobre).

40. *Epithemia ocellata* Ktz., Barbey, id., n. 1887, pag. 84.
Hab.: nel rio di Molafà presso la cantoniera omonima (luglio).

41. *Epithemia constricta* Sm., Barbey, id., n. 1884, pag. 84.
Hab.: negli stagni di Cabras, di Palmas, di S. Giusta (settembre) e nel rio di Porto-Torres (maggio).

42. *Campylodiscus noricus* Ehrb., Barbey, id., n. 1878, pag. 84.
Hab.: nei rii di Berchidda, di Oschiri e di *Badu Oschiri* (ottobre).

43. *Campylodiscus echineis* Ehrb., Barbey, id., n. 1879, pag. 84.
Hab.: stagni di Cabras, S. Giusta e di Palmas (settembre).

44. *Cymatopleura elliptica* Sm., Barbey, id., n. 1881, pag. 84.
Hab.: rii di Berchidda, di Oschiri e *Badu Oschiri* (ottobre).

45. *Cymatopleura solea* Sm., Barbey, id., n. 1882, pag. 84.
Hab.: con la precedente del genere nei sopradetti rii (ottobre).

CONJUGATAE

Desmidiaceae.

46. *Cosmarium botrytis* Meneg., Barbey, id., n. 1964, pag. 86.
Hab.: nuotanti nella vasca della fonte di Orani (luglio).

47. *Spirogyra decimannu* Ktz.
Hab.: acque del rio di Ottava, affluente del rio di Porto-Torres, al km. 9 della strada ferrata Sassari-Porto-Torres (maggio) e della vasca del piccolo giardino della R. Università di Sassari (maggio).

48. *Spirogyra inflata* Ehrb.
Hab.: acque del bacino di Bunnari (giugno).

CHLOROPHYCEAE

Protococcales.

Volvocaceae.

49. *Volvox globator* Ktz.
Hab.: bacino di Bunnari (giugno).

Confervales.

Ulvaceae.

50. *Enteromorpha crispata* Bert., Barbey, id., n. 1990, pag. 87.
Hab.: acque del rio di Molafà (luglio).

51. *Enteromorpha intestinalis* (L.), Link. Barbey, id., n. 1992, pagg. 87 e 201.

Hab.: acquitrini della regione Piscina de Rodas (agosto); nei rii *Sa Stazione* e *Mannu* presso la Stazione di Oniferi (luglio); nelle pozzanghere di Nure Cabras, di S'Arrieddu e S. Maria del Rimedio (settembre).

Ulotricaceae.

52. *Conferva bombycina* Ktz.
Hab.: acquitrini di *Piscina de Rodas* (agosto); pozzanghere di Nure-Cabras, di S'Arrieddu e di S. Maria del Rimedio (settembre).

53. *Conferva bombycina var. pallida* Ktz., Barbey, id., n. 1993, pag. 88.
Hab.: nei rii Sa Stazione e Mannu presso Oniferi (luglio).

54. *Conferva glomerata* Ktz.
Hab.: insieme a Conferva bombycina nelle stesse acque (agosto e settembre).

Chaetophoraceae.

55. *Draparnaldia distans* Ktz., Barbey, id., n. 2027, pag. 89.
Hab.: associata con Conferva, Cladophora, Enteromorpha e Scytonema nelle acque dei rii Mannu e Sa Stazione presso Oniferi (luglio).

Oedogoniaceae.

56. *Oedogonium affine* Ktz., Barbey, id., n. 2026, pag. 89.
Hab.: nelle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (maggio-giugno).

57. *Oedogonium subsetaceum* Ktz., Barbey, id., n. 2025, pag. 89.
Hab.: nel rio di Molafà unita a *Cocconeis placentula* (luglio).

Siphonocladales.

Cladophoraceae.

58. *Cladophora glomerata* Ktz., Barbey, id., n. 2017, pag. 88.
Hab.: predominante nella vasca di Santa Maria, abbeveratoio di Sassari (novembre), rio Sa Stazione e rio Mannu presso Oniferi (luglio).

59. *Cladophora canaetta* Ktz., Barbey, id., n. 1999, pag. 88.
Hab.: pozzanghera in regione Molafà (luglio); rio di Molafà (luglio) e rio Calambro (settembre).

60. *Cladophora lutescens* Ktz., Barbey, id., n. 2011, pag. 88.
Hab.: con la precedente nel rio Molafà e Calambro (luglio-settembre).

61. *Cladophora insignis* (Ag.).
Hab.: con Epithema sorex nei rii *Badu Oschiri*, Berchidda e Oschiri (ottobre) e rio Molafà (luglio).

62. *Cladophora insignis* var. *crispata* Grum., Barbey, id., n. 2019, pag. 88.
Hab.: nei rii Mannu e Sa Stazione presso Oniferi (luglio).

63. *Cladophora rannulosa* Meneg., Barbey, id., n. 2002, pag. 88.
Hab.: nel rio di Molafà (luglio).

64. *Cladophora fracta* Ktz., Barbey, id., n. 2020, pag. 88.
Hab.: con la precedente nel rio di Molafà (luglio), nello stagno di Bara (luglio) e rio di Macomer (luglio).

65. *Cladophora vadorum* Ktz., Barbey, id., n. 2010, pag. 88.
Hab.: negli stagni della regione marittima: Cabras, Santa Giusta e Palmas (settembre).

SIPHONALES

Vaucheriacee.

66. *Hydrogastrum granulatum* Desv., Barbey, id., n. 2029, pag. 89.
Hab.: nelle parti disseccate degli stagni di Cabras, di Santa Giusta e di Palmas (settembre).

RHODOPHYCEAE

Florideae.

Golidiaceae.

67. *Wrangelia penicellata* Ag., Barbey, id., n. 2176, pag. 94.
Hab.: negli stagni di Cabras, Palmas e Santa Giusta (settembre).

Ceramiaceae.

68. *Ceramium tenuissimum* Lyngb., Barbey, id., n. 2110, pag. 93.
Hab.: con la precedente negli anzicennati stagni (settembre).

EMBRYOPHYTA ASIPHONOGAMA (ARCHEGONIATAE)

BRYOPHYTA (MUSCINEAE)

Hepaticae.

Marchantiaceae.

69. *Marchantia polymorpha* L., Barbey, id., n. 1852, pag. 82.
Hab.: acque di alcuni pozzi situati nella vallata presso il paese di Bonorva verso il paese di Cossoine (settembre).

Iungermanniaceae anacrogynae.

70. *Pellia epiphylla* L., Barbey, id., n. 1849, pag. 82.
Hab.: fosso scavato nel terreno, nella regione Eba-ciara (Sassari) (maggio-giugno), e nel rio di Ottava (maggio).

Iungermanniaceae acrogynae.

71. *Frullania dilatata* L., Barbey, id., n. 1847, pag. 81.
Hab.: come *Marchantia polymorpha* nei pozzi sottostanti al paese di Bonorva (settembre).

MUSCI

Pottiaceae.

72. *Cinclidotus fontinaloides* Host.
Hab.: nella regione Eba-ciara in un fosso (maggio-giugno); dal fondo ciottoloso del rio di Ottava (maggio).
73. *Cinclidotus riparius* Host., Barbey, id., n. 1758, pag. 79.
Hab.: rivestono insieme a *Fontinalis antipyretica* la roccia della sorgente di Norcalis presso Orune (luglio).
74. *Barbula Vahliana* Schultz., Barbey, id., n. 1754, pag. 79.
Hab.: nei pozzi sottostanti al paese di Bonorva (settembre).
75. *Fontinalis antipyretica* L., Barbey, id., n. 1812, pag. 80.
Hab.: nella vasca di Orani (luglio); con Cinclidotus riparius, sorgente di Norcalis (luglio); nei rii di Bunnari, affluenti del rio di Scala di Giocca (maggio).

Hypnaceae.

76. *Amblystegium irriguum* Wils., Barbey, id., n. 1832, pag. 81.
Hab.: nei pozzi sottostanti al paese di Bonorva (settembre).

77. *Polytrichum juniperum* Willd., Barbey, id., n. 1811, pagine 80 e 109.
Hab.: nei luoghi umidi, stillicidi — dintorni di Bosa.

PTERIDOPHYTA

FILICALES

Polypodiaceae.

78. *Polipodium vulgare* L., Barbey, id., n. 1676, pag. 75.
Hab.: in località S'Aba Dunzeddu, in regione Curreddu, riva destra del fiume Temo, monte Nieddu, riva sinistra del fiume Temo; tutte presso Bosa nei luoghi umidi e ombrosi (febbraio).

79. *Asplenium obovatum* Viv., Barbey, id., n. 1680, pag. 75.
Hab.: in regione Tiria, riva destra del fiume Temo, e monte Nieddu (febbraio); monte Sa Pittada, altitudine m. 783, verso nord-est di Bosa (maggio).

80. *Asplenium adiantum-nigrum* L., Barbey, id., n. 1684, pag. 75.
Hab.: comune nella valle del Temo e sulle alture che lo costeggiano (febbraio-maggio).

81. *Pteris aquilina* L., Barbey, id., n. 1689, pag. 76.
Hab.: regione Sa Sea, poco discosta da Bosa, prospiciente al mare (maggio).

82. *Gymnogramme leptophylla* Sw., Barbey, id., n. 1673, pag. 75.
Hab.: regione Tiria (Bosa) (marzo).

83. *Adiantum capillus-veneris* L., Barbey, id., n. 1688, pag. 76.
Hab.: comune nella vasca del giardino pubblico di Sassari (aprile); nei pozzi sottostanti al paese di Bonorva (settembre) in vasche della valle del Temo (marzo-aprile).

84. *Dryopteris filix-mas* Schott., Barbey, id., n. 1677, pag. 75.
Hab.: regione Sa Sea (maggio); Punta Trivides tra il territorio di Bosa e quello di Alghero, abbondante (maggio).

85. *Ceterach officinarum* Wild., Barbey, id., n. 1670, pag. 75.
Hab.: regione Tiria (marzo).

86. *Phyllitis scolopendrium* New., Barbey, id., n. 2616, pag. 196.
Hab.: regione S'Aba Donzeddu e Tiria (marzo).

Marsilaceae.

87. *Marsilia quadrifolia* L., Barbey, n. 1665, pag. 75.
Hab.: stagni situati nella regione marittima: Cabras, Santa Giusta, Palmas, Sorso, Casaraccio; questi due ultimi stagni si trovano sulla spiaggia di Porto-Torres, uno a destra e l'altro a sinistra del paese.

EQUISETALES

Equisetaceae.

88. *Equisetum palustre* Sm., Barbey, id., n. 1691, pag. 76.
Hab.: regione Cravalza a circa 200 m. da Bosa sulla riva sinistra del Temo nelle acque di un rigagnolo (giugno).

LYCOPODIALES

Selaginellaceae.

89. *Selaginella denticulata* Link., Barbey, id., n. 1667, pag. 75.
Hab.: monte Sa Pittada (maggio); monte Mannu a nord-est di Bosa (maggio) e Tiria (marzo).

ISÖETALES

Isöetaceae.

90. *Isöetes histrix* Dur., Barbey, id., n. 1661, pag. 74.
Hab.: pozzanghera in regione Molafà (luglio); rio d'Isalle, affluente del Cedrino, presso la cantoniera di Lardine sulla nazionale tra Orune e Nuoro (luglio), associata con *Moenchia mantica.*

EMBRYOPHYTA SIPHONOGAMA

GIMNOSPERMAE

GNETALES

91. *Ephedra distachya* L., Barbey, id., n. 1655, pag. 74 e 194.
Hab.: nelle arene della palude di Bosa, verso la spiaggia marina (giugno).

ANGIOSPERMAE

A — *Monocotyledoneae.*

Typhaceae.

92. *Typha angustifolia* L., Barbey, id., n. 1298, pag. 57.
Hab.: lungo le rive del rio di Porto-Torres (maggio); nelle acque dello stagno di Santa Giusta (settembre), in rigagnoli di Monte Columbera e Monte Cravalza presso Bosa (maggio).

Sparganiaceae.

93. *Sparganium erectum* L., Barbey, id., n. 1297, pag. 57.
Hab.: regione Scala di Giocca (luglio); paludi presso Orosei (settembre).

Potamogetonaceae.

94. *Potamogeton lucens* L., Barbey, n. 1275, pag. 55.
Hab.: nel rio di Pedras-Alvas sotto il ponte di Uri (luglio) e rio di Sa Madras, dove attraversa la strada di Alghero, sotto il ponte della medesima (luglio).
95. *Potamogeton pectinata* L.
Hab.: con la precedente specie nelle stesse acque (luglio).
96. *Zanichellia palustris* L., Barbey, id., n. 1271, pag. 55.
Hab.: comunissima nelle acque dei rii di Bunnari (aprile), di Ottava (maggio) e negli stagni situati nella regione marittima: Cabras, Palmas e Santa Giusta (settembre).

97. *Zostera marina* L., Barbey, id., n. 1282, pag. 56.
Hab.: nei pressi della foce e ove il mare di tratto in tratto s'insinua negli stagni di Cabras e di Santa Giusta (settembre).

Alismataceae.

98. *Sagittaria sagittifolia* L.
Hab.: sommersa nelle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (aprile) e nelle acque dei rigagnoli, dove forma delle pozzanghere presso Macomer (luglio).

99. *Alisma plantago aquatica* L., Barbey, id., n. 1265, pagg. 55, 182 e 237.
Hab.: nelle paludi e acquitrini presso Orosei (settembre).

100. *Damasonium stellatum* L., Barbey, id., n. 1267, pagg. 55 e 182.
Hab.: in acquitrini della regione di Piscina de Rodas (agosto).

Hydrocharitaceae.

101. *Vallisneria spiralis* L.
Hab.: nelle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (aprile).

Graminaceae.

102. *Gluceria fluitans* R. Bronn., Barbey, id., n. 1574, pag. 70.
Hab.: intorno agli specchi d'acqua in regione Piscina de Rodas (agosto); lungo le sponde del fiume Tirso (settembre); pozzanghere: Nure Cabras, S'Arrieddu e S. Maria del Rimedio (settembre).

103. *Phragmites communis* Trin., Barbey, id., n. 1531, pagg. 68 e 191.
Hab.: lungo le rive del rio di Porto-Torres (maggio).

104. *Arundo donax* L., Barbey, id., n. 1530, pag. 68.
Hab.: lungo le sponde dei fiumi esplorati, comune (marzo-settembre); nei luoghi paludosi e acquitrinosi, abbondante (settembre).

Cyperaceae.

105. *Carex pendula* Huds., Barbey, id., n. 1456, pag. 63.
Hab.: sul fondo arenoso umido del rio d'Isalle (luglio), nel rio Scala di Giocca (giugno).

106. *Carex muricata* L., Barbey, id., n. 1471, pag. 65.
Hab.: in località Padru Mannu, situata alle falde del Monte Nieddu, lungo la riva sinistra del fiume Temo (maggio).

107. *Scirpus lacustris* L., Barbey, id., n. 1446, pag. 63 e 189.
Hab.: lungo le sponde del rio d'Isalle (luglio).

108. *Heleocharis palustris* R. Bronn., Barbey, id., n. 1452, pag. 63.
Hab.: di tratto in tratto lungo le sponde del rio d'Isalle (luglio).

Araceae.

109. *Calla aethiopica* Gaertn.
Hab.: nelle vasche del giardino pubblico di Sassari (aprile).

110. *Calocasia antiquorum* Schott.
Hab.: con la precedente nelle dette vasche (aprile); nelle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (maggio); in una vasca accanto alla Chiesa di S. Cosmo sullo stradale, fiancheggiante la riva destra del fiume Temo (marzo).

111. *Acorus calamus* L.
Hab.: con le precedenti nelle vasche anzidette (aprile-maggio).

Lemnaceae.

112. *Lemna minor* L., Barbey, id., n. 1285, pag. 56.
Hab.: comunissima nelle acque sarde, la raccolsi; nuotante in un fosso in regione Ebaciara (aprile); in una pozzanghera in regione Molafà (luglio); nei pozzi nella vallata sottostante a Bonorva (settembre); nel rio di Porto-Torres (maggio); nel rio Sa Cariasa, affluente del Temo, presso Semestene (Bonorva) (settembre).

Pontederiaceae.

113. *Pontederia crassiceps* (L.).
Hab.: nelle vasche del R. Orto Botanico di Sassari.

Iuncaceae.

114. *Iuncus acutum* L., Barbey, id., n. 1420, pagg. 62 e 187.
Hab.: lungo le rive del rio di Porto-Torres (maggio), rio d'Isalle (luglio).

115. *Iuncus multiflorus* Desf., Barbey, id., n. 1425, pag. 62.
Hab. sopra la palude di Bosa alle falde di Monte Furru (marzo).

116. *Iuncus glaucus* Ehrb., Barbey, id., n. 1422, pag. 62.
Hab.: nella palude di Bosa (marzo).

117. *Luzula Forsterii* DC., Barbey, id., n. 1416, pag. 62.
Hab.: monte Sa Pittada presso Bosa (aprile-maggio).

Iridaceae.

118. *Iris pseudo-acorus* L., Barbey, id., n. 1350, pagg. 59, 186 e 241.
Hab.: nelle vasche del R. Orto Botanico di Sassari (aprile).

B — ***Dicotyledoneae.***

Salicaceae.

119. *Populus alba* L., Barbey, id., n. 1261, pag. 54.
Hab.: lungo le rive scavate nei terreni profondi del rio di Porto-Torres (maggio).

120. *Salix babylonica* L.
Hab.: come Populus alba (maggio).

121. *Salix amygdalina* L., Barbey, id., n. 1258, pag. 54.
Hab.: lungo le sponde del rio d'Isalle (luglio).

Betulaceae.

122. *Alnus glutinosa* Gaertn.
Hab.: con Salix amygdalina lungo le sponde del rio d'Isalle (luglio); lungo i rii di Oschiri, di Berchidda e di *Badu Oschiri* (ottobre).

Fagaceae.

123. *Quercus sessilis* Ehrb.
Hab.: con le precedenti lungo le sponde del rio d'Isalle (luglio).

Chenopodiaceae.

124. *Suaeda maritima* Dumont., Barbey, id., n. 1132, pag. 51.
Hab.: negli stagni di Cabras, di S. Giusta e di Palmas (settembre).

125. *Suaeda fruticosa* Mag., Barbey, id., n. 1131, pag. 51.
Hab.: come la precedente specie (settembre).

126. *Obione portulacoides* Mag., Barbey, id., n. 1155, pag. 51.
Hab.: con le due specie precedenti negli stagni (settembre).

127. *Salsola soda* L., Barbey, id., n. 1128, pag. 51.
Hab.: come le precedenti negli anzidetti stagni (settembre).

128. *Salicornia herbacea* L., Barbey, id., n. 1136, pag. 51.
Hab.: negli stagni di Cabras, Santa Giusta e Palmas (settembre).

129. *Arthrocnemum glaucum* (Mor.), Barbey, id., n. 1134, pag. 51.
Hab.: con le precedenti (settembre).

130. *Halocnemum strobilaceum* Bich., Barbey, id., n. 1137, pag. 51.
Hab.: con le precedenti (settembre).

Cariophyllaceae.

131. *Silene coeli-rosa* A. Br., Barbey, id., n. 166, pag. 23.
Hab.: sul fondo arenoso, umido, degli acquitrini del vicino rio d'Isalle (luglio) nella regione di Piscina de Rodas (agosto) e pozzanghere di Nure Cabras, S'Arrieddu e S. Maria del Rimedio (settembre).

132. *Moenchia mantica* (Mor.).
Hab.: rio d'Isalle (luglio).

Nymphaeaceae.

133. *Nymphaea alba* L., Barbey, id., n. 42, pag. 20.
Hab.: nello specchio limpido delle acque del fiume Tirso presso il ponte stradale della nazionale Oristano-Bosa (settembre); nei rii: *Badu Oschiri*, Oschiri e Berchidda (ottobre).

134. *Nyphar luteum* Sm., Barbey, id., n. 43, pag. 20.
Hab.: nei rii *Badu Oschiri*, Oschiri e Berchidda, dove appunto l'acqua ha una certa profondità (ottobre).

Ranunculaceae.

135. *Ranunculus aquatilis* L., Barbey, id., n. 9, pag. 19.
Hab.: comune nelle acque sarde; lo raccolsi: lungo le sponde del fiume Tirso (settembre); sul fondo arenoso del

rio d'Isalle (luglio); nel rio di Porto-Torres (maggio); nei rii di Pedras-Alvas e di Sa Mandras (luglio) e nel rio di Orani, affluente del Tirso (luglio).

136. *Ranunculus lanuginosus* L., Barbey, id., n. 20, pag. 19.
Hab.: in fossi umidi nella valle del costone del paese di Orune (luglio).

Crucifereae.

137. *Rorippa nasturtium aquaticum* Sch. et Thel., Barbey, id., n. 94, pag. 21.
Hab.: rio di Porto-Torres, dove insena alquanto e ristagna l'acqua, nei pressi del paese di Porto-Torres (maggio).

Rosaceae.

138. *Crataegus monogyna* Jacq., Barbey, id., n. 489, pagg. 33 e 176.
Hab.: lungo le sponde del rio d'Isalle (luglio).

Euphorbiaceae.

139. *Euphorbia paralias* L., Barbey, id., n. 1214, pag. 53.
Hab.: stagni situati nella regione marittima: Cabras, Santa Giusta, Palmas (settembre).

140. *Euphorbia pinea* L., Barbey, id., n. 1278, pag. 53.
Hab.: come la precedente specie (settembre).

Callitrichaceae.

141. *Callitriche stagnalis* Scop.
Hab.: dal fondo della vasca Sa Paludes sale alla superficie una rigogliosa popolazione (luglio); nel rio di Pedras-Alvas sotto il ponte stradale della nazionale Sassari-Alghero (luglio); nel rio di Sa Mandras presso Uri (luglio); nei ristagni del fiume Temo (marzo-giugno).

Tamaricaceae.

142. *Tamarix africana* Desf., Barbey, id., n. 513, pag. 34.
Hab.: negli stagni di Cabras, di S. Giusta e di Palmas (settembre).

Lythraceae.

143. *Lythrum Graefferi* Tenor., Barbey, id., n. 508, pag. 34.
Hab.: in acquitrini della regione Piscina de Rodas (agosto); nelle pozzanghere di Nura Cabras, S'Arrieddu e Santa Maria del Rimedio (settembre).

Haliarrhagaceae.

144. *Myriophyllum verticillatum* L.
Hab.: stagni di Cabras, di Santa Giusta e di Palmas (settembre).

145. *Myriophyllum spigatum* L.
Hab.: nel rio Mannu o rio di Porto-Torres (maggio) e rigagnoli che in esso sboccano.

Apocynaceae.

146. *Vinca minor* L.
Hab.: Pozzi situati nella vallata di Bonorva (settembre); nella vasca presso la chiesa di S. Cosmo sulla riva destra del Temo (marzo).

Labiatae.

147. *Mentha pulegium* L., Barbey, id., n. 1072, pag. 49.
Hab.: sponde del fiume Tirso (settembre).

Scrophulariaceae.

148. *Veronica beccalunga* L., Barbey, id., n. 1037, pag. 48.
Hab.: lungo le sponde del rio di Porto-Torres (maggio).

Globulariaceae.

149. *Globularia pilulifera* L.
Hab.: stagni situati nella regione marittima: Cabras, Santa Giusta e Palmas (settembre).

Sassari, 1910-1917.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Marzo 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, De Sanctis, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Brondi, Vidari, Pacchioni e Valmaggi.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente del 2 corr.

Il Presidente comunica di avere, a nome dell'Accademia e suo, inviate vive condoglianze al Socio Valmaggi, per la morte della veneranda madre che egli adorava. Legge una lettera in cui il Socio Valmaggi ringrazia lui e i colleghi. La Classe, riunita ora per la prima volta dopo la sciagura che colpì l'illustre collega, gli rinnova l'espressione delle sue condoglianze.

Il Presidente dà inoltre comunicazione di una lettera dell'On. Prof. Antonio Salandra che, nell'occasione dell'invio fattogli del diploma di Socio nazionale non residente, rinnova all'Accademia l'espressione della sua riconoscenza.

Il Vicepresidente Ruffini offre all'Accademia le seguenti sue pubblicazioni: *Vittorio Emanuele II* (Milano, Treves, 1918); *Cesare Battisti* (Milano, Sonzogno, 1918); *Il Presidente Wilson* (Milano, Treves, 1919); *Mazzini* (dalla *Rassegna Italiana*, 1918);

Commemorazione del Senatore Giampietro Chironi (Senato del Regno, 1918). Il Presidente, interprete dei sentimenti della Classe, porge vive azioni di grazie al Vicepresidente Ruffini.

Il Socio Patetta presenta, a nome dell'autore assente, le seguenti pubblicazioni del Socio Sforza: *Ciro Menotti e il Duca di Modena* (dalla *Rassegna Storica del Risorgimento*, 1918); *Nuove spigolature sul Generale Giovanni Durando e la guerra nel Veneto del 1848* (dal *Nuovo Archivio Veneto*, 1918). La Classe ringrazia il Socio Sforza.

L'Accademico Segretario Stampini presenta le due seguenti pubblicazioni: *La battaglia di Vittorio Veneto 24 Ottobre-4 Novembre 1918*, monografia pubblicata dal Comando Supremo del Regio Esercito Italiano; *I Problemi economici urgenti*, Relazione del Deputato Edoardo Pantano Presidente della Sottocommissione economica per il dopo guerra. La Classe ringrazia per i doni graditissimi.

Il Socio De Sanctis presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una sua *Nota* dal titolo *Ἡμῶν ἕνεκεν*.

Col titolo *Vigiliae hibernae* il Socio Stampini presenta, perchè sia pubblicata negli *Atti*, una sua *Nota* miscellanea, che ha il seguente contenuto: I. *Post Austriam deletam*. a. *Inscriptio*. b. *Elegi*. — II. *Da Catullo (XI, XLV, LI, LVIII, LX). Saggio di versione poetica*. — III. *L'epigramma di Domizio Marso contro Bavio e suo fratello*. — IV. *Lucretiana. VI. (Una variante non avvertita dagli editori. I. 154. — I. 282)*.

LETTURE

VIGILIAE HIBERNAE

I. Post Austriam deletam. *a.* Inscriptio. *b.* Elegi. — II. Da Catullo (XI, XLV, LI, LVIII, LX). Saggio di versione poetica. — III. L'epigramma di Domizio Marso contro Bavio e suo fratello. — IV. *Lucretiana.* VI (Una variante non avvertita dagli editori a I, 154 - I, 282).

Nota I del Socio nazionale residente ETTORE STAMPINI

I.

POST·AVSTRIAM·DELETAM

a. INSCRIPTIO

IOANNE·PATRE·PROGNATVS
QVI·ANNO·MDCCCXLVIII·AD·SVMMACAMPANIAM·IN·AGRO·VERONENSI
CONTRA·AVSTRIACORVM·EXERCITVM·PVGNANS
GRAVISSIMVM·IN·CAPITE·VVLNVS·ACCEPIT
QVI·INSEQVENTI·ANNO·IN·PROELIO·NOVARIENSI
QVARTAE·PEDITVM·COHORTIS·MILLIARIAE·VEXILLVM·FERENS
QVAMDIV·PVGNA·EXARSIT
AVSTRIACIS·MISSILIBVS·IMPAVIDVM·PECTVS·OBTVLIT
EO·AVTEM·IPSO·MENSIS·MAII·DIE·IN·LVCEM·EDITVS
QVO·ANTE·SEPTEM·ANNOS·AD·CVRTATONEM·ET·MONTANARAM
PARVA·MANVS·ETRVSCORVM·BONARVM·LITTERARVM·ADVLESCENTIVM
IPSIS·PROFESSORIBVS·DVCIBVS
IMPARI·CERTAMINE·CVM·AVSTRIACIS·DECERNENS
OBRVTA·NVMERO·PRAECLARISSIMAM·MORTEM·OCCVBVIT
IOSEPHAE·DENIQVE·MATRIS·NOVARIENSIS·VBERIBVS·NVTRITVS
QVAE·MVLTA·AVSTRIACORVM·SCELESTA·AC·NEFARIA
IN·ITALAM·GENTEM·FACINORA
DOLORE·ET·IRA·INFLAMMATA·MIHI·PVERO·NARRABAT

PRIMIS•POSTREMO•PVERILIS•DOCTRINAE•ELEMENTIS
RIVOLTELLAE•INSTITVTVS•PROPE•ILLOS•SANCTI•MARTINI•CAMPOS
VBI•PAVCISSIMIS•ANTE•MENSIBVS
MAGNAE•AVSTRIACORVM•COPIAE•FVSAE•TERGA•VERTERANT
INEXORABILE•ODIVM•IN•NOMEN•AVSTRIACVM•SEMPER•EXERCVI
AC•DIV•SVSPENSO•ET•SOLLICITO•ANIMO•EXSPECTAVI
DVM•TERRESTRIS•NAVALISQVE•CALAMITAS
QVAE•ANNO•MDCCCLXVI•PATRIAE•MEAE•INCVBVISSET
ALIQVIS•TANDEM•VLTOR•EXORERETVR

ITAQVE•INCREDIBILI•LAETITIA•GESTIENS
TIBI•OMNIA•FAVSTA•TIBI•SVMMOS•HONORES
TIBI•GRATOS•ITALORVM•ANIMOS•PRECATVS•SVM
ANTONI•SALANDRA
QVI•VETERES•ET•NOVAS•INIVRIAS•PROPVLSANS
SIDNEY•SONNINO
SANCTI•OPERIS•SOCIO•ET•EXIMIAE•GLORIAE•CONSORTE•ADSCITO
EX•COMMVNI•LEGATORVM•POPVLARIVM•SENATVS•REGIS•CONSENSV
MAXIMOQVE•BONORVM•CIVIVM•PLAVSV
BELLVM•AVSTRIAE•INDIXISTI

BONI•ITEM•CIVES
IIS•COMMENTARIORVM•DIVRNORVM•SCRIPTORIBVS
MAXIMEQVE•TAVRINENSIVM•POPVLI•QVAE•VOCANTVR•EPHEMERIDVM
MECVM•HONOREM•MECVM•GRATIAS•HABEBVNT
QVI•NECESSARII•SANCTISSIMIQVE•BELLI•RELIGIONEM
ELOQVENTER•ET•SAPIENTER•INTERPRETATI
ANIMOS•AD•ARMA•CONTRA•HOSTES•CAPESSENDA
ATQVE•AD•CASVS•ADVERSOS•PERPETIENDOS•IMPVLERVNT
FORTISSIMVM•QVEMQVE•LAVDARE•INCERTOS•TIMIDOSQVE•INCITARE
INOPIBVS•PVGNANTIVM•FAMILIIS•STIPE•CONLATA•SVCCVRRERE
CAPTIVIS•SAVCIIS•CAECIS•MVTILIS•OPEM•FERRE
OMNIA•SEMPER•SVADERE•PARATI
QVAE•VIRES•AD•RESISTENDVM•VIRES•AD•VINCENDVM•AVGERENT

VOBIS•AVTEM•MILITES•ET•MILITVM•DVCTORES
TERRESTRIS•EXERCITVS•MARITIMAE•ET•AERIAE•CLASSIVM
QVI•INVICTA•VIRTVTE•HOSTIVM•VIM•SVSTINVISTIS
QVI•NVMQVAM•REBVS•ADVERSIS•DEBILITATI•ET•FRACTI

NVMQVAM·VOBIS·IPSIS·PATRIAEQVE·FORTVNAE·DIFFISI
VICTORIAM·ADEPTI·ESTIS
QVANTAM·NEMO·AD·HVNC·DIEM·A·POTENTISSIMIS·POPVLIS·REPORTAVIT
ATQVE·AVSTRIAM·PAENE·AD·INTERNECIONEM·REDACTAM
INDVTIAS·PETERE·ET·PACIS·CONDICIONES·ACCIPERE·COEGISTIS
NVLLA·POTEST·LINGVA·PRO·MERITIS·LAVDES·TRIBVERE
NVLLA·POTEST·MANVS·PRO·MERITIS·PRAEMIA·PERSOLVERE

TV·DENIQVE
ALME·SOL·QVI·DIVINO·NVMINE·MOTVS
POST·TOT·MOLESTIAS·AERVMNAS·MALA·CAEDES
POST·INFINITA·ANIMORVM·CORPORVMQVE·INCOMMODA
FORTITER·AB·ITALIS·TOLERATA
PATRIAM·MEAM·HAC·LVCE·CANDIDISSIMA·CONLVSTRAVISTI
QVI·ME·SIVISTI·VICTRICIA·ITALIAE·ARMA·CERNERE
ME·TERGESTINOS·TRIDENTINOS·DALMATAS·ROMVLI·NEPOTES
E·MANIBVS·HOSTIVM·EREPTOS
AC·LIBERAE·MATRI·RESTITVTOS·INTVERI
EXCIPE·QVAS·MAXIMAS·TIBI·GRATES·AGO
TVVM·ENIM·EST·SI·VERSIBVS·MEIS·RECANTATIS
TRISTIA·CARMINA·LAETIS·ELEGIS·MVTARE·ADGREDIOR
ID·TANTVM·DOLENS
QVOD·NON·HAEC·TEMPORA·VIDERVNT·PARENTES·MEI·DESIDERATISSIMI
QVOD·TVIS·OCVLIS·AEMILI·TVIS·OCVLIS·REGINA
LIBERI·MEI·INSATIABILITER·DEFLETI·SEMPERQVE·DEFLENDI
FELICISSIMOS·PATRIAE·EVENTVS
MORS·IMMATVRA·INVIDIT

b. ELEGI

Ille ego, qui nuper curis oppressus amaris
et nimio interitus captus amore mei
post obitum flammis uri mea membra iubebam,
in cineremque meum tristia scripta dedi (1),

---

(1) *In urnam cineris mei*

In cinerem versus iaceo: si forte resurgam,
tum mihi det fatum tempora iniqua minus.

et calamum fregi, atrocis vi percitus irae,
ne qua foret nostra charta notanda manu (1);
arva quod Italiae nunc demum libera vidi (2)
impiaque immani est Austria fracta nece,
Itala nec posthac sine vindice fortia cernam
corpora barbarico tradita carnifici;
si mihi contingat iamdudum occumbere morti,
talia decedens fundere dicta velim:
Austria quod periit, quod vicit Patria, possum
iam tibi contentus dicere, vita, vale.
Vosque, mei cives, Romae pulcherrima proles,
fata quibus tribuit nunc meliora Deus,
ne quando domitam cervicem tollere temptet
hostis, quem vestrum est perdomuisse decus,
concordes servate animos atque omne per aevum
vos facite ut vobis mutuus adsit amor.
At caveat mores nunc victrix martia pubes
ne pax corrumpat desidiosa suos,
sed patiens duris semper se exerceat armis
atque memor patrum splendida facta colat.

---

(1) Qua de re hoc epigramma scripseram:

In calamum meum confractum

O qui pauca quidem, sed non spernenda, notasti
tu, calame infelix, fractus inersque mane,
nec pigeat fati, quod te percussit, iniqui:
iam nostris studiis nullus habetur honor.

(2) Quo tempore complura profugorum Venetorum millia hospitio a Taurinensibus excepta sunt, hoc etiam elegidion *Ad Venetos domo profugos* in ephemeridibus edidi quae, uno folio comprehensae atque in fronte Sancti Marci nomine inscriptae, Augustae Taurinorum mense martio superioris anni venales propositae sunt, ut in stipem, ad inopiam cum militum pugnantium tum profugorum sustentandam conlatam, pecunia quoque referretur quae ex eo quaestu rediret:

Qui patrios agros fugitis, qui dulcia tecta
hostibus heu! misere depopulanda feris,
iam licet hic vobis tuto consistere, fratres:
haec tandem vobis hospita terra patet.

II.

DA CATULLO

(XI, XLV, LI, LVIII, LX)

Saggio di versione poetica

XI (1).

Furio ed Aurelio, che seguir Catullo
siete presti o sin dentro all'India estrema,
cui le spiagge flagella l'onda eoa
lungisonante,
o ch'ei gl'Ircani e i molli Arabi voglia 5
vedere o i Saci o i saettanti Parti,
o quelle che da sette bocche il Nilo
onde colora,
o ch'ei passi al di là dell'Alpi eccelse
i ricordi a mirar del grande Cesare, 10
di Gallia il Reno e orrendi nell'estremo
orbe i Britanni;
voi che ogni cosa dal voler del cielo
disposta siete a tentar meco pronti,

---

(1) Testo latino:

XI.

Furi et Aureli, comites Catulli,
sive in extremos penetrabit Indos,
litus ut longe resonante eoa
tunditur unda,
sive in Hyrcanos Arabesque molles, 5
seu Sacas sagittiferosve Parthos,
sive quae septemgeminus colorat
aequora Nilus,
sive trans altas gradietur Alpes
Caesaris visens monimenta magni, 10
Gallicum Rhenum horribilesque ulti-
mosque Britannos;
omnia haec, quaecumque feret voluntas
caelitum, temptare simul parati,

15 pochi annunziate alla fanciulla mia
non buoni detti:
Stia viva e sana co' suoi ganzi, a un tempo
fra le braccia tenendone trecento,
senza amarne nessun, di tutti a volta
20 spezzando i lombi;
nè al mio si volga, come prima, amore,
che per sua colpa cadde qual del prato
ultimo il fiore cui nel suo passaggio
toccò l'aratro.

XLV (1).

Acme Settimio la delizia sua
tenendo in grembo, 'o mia', disse, 'Acme mia,
se te non amo disperatamente
e ad amarti per sempre non son pronto
5 quanto chi può perdutamente amare,
deserto in Libia ovver nell'India arsiccia
occhiglauco leon poss'io incontrare'.

---

15 pauca nuntiate meae puellae
non bona dicta:
Cum suis vivat valeatque moechis,
quos simul complexa tenet trecentos,
nullum amans vere, sed identidem omnium
20 ilia rumpens;
nec meum respectet, ut ante, amorem,
qui illius culpa cecidit velut prati
ultimi flos, praetereunte postquam
tactus aratro est.

(1) Testo latino:

XLV.

Acmen Septimius suos amores
tenens in gremio, 'mea', inquit, 'Acme,
ni te perdite amo atque amare porro
omnes sum assidue paratus annos
5 quantum qui pote plurimum perire,
solus in Lybia Indiaque tosta
caesio veniam obvius leoni'.

Disse, ed Amor, qual pria dalla sinistra,
dalla destra l'assenso starnutì.

Ed Acme, il capo lievemente chino, 10
gli ebbri occhioni del suo dolce garzone
con quel labbro di porpora baciando,
'così', disse, 'o mia vita, o Settimiuccio,
a questo sol signor sempre serviamo,
com'è vero che in me più grande e intensa 15
nelle molli midolle arde una fiamma'.

Disse, ed Amor, qual pria dalla sinistra,
dalla destra l'assenso starnutì.

Ora, partendo da sì buono auspicio,
con vicendevol fuoco amano amati. 20
Spasimante la sola Acme Settimio
preferisce alle Sirie e alle Britannie:
nel solo suo Settimio Acme fedele
ogni dolcezza e voluttà raccoglie.
Chi creature più di lor beate, 25
chi più auspicata mai Venere vide?

Hoc ut dixit, Amor, sinistra ut ante,
dextram sternuit approbationem.

At Acme, leviter caput reflectens 10
et dulcis pueri ebrios ocellos
illo purpureo ore saviata,
'sic', inquit 'mea vita, Septimille,
huic uni domino usque serviamus,
ut multo mihi maior acriorque 15
ignis mollibus ardet in medullis'.

Hoc ut dixit, Amor, sinistra ut ante,
dextram sternuit approbationem.

Nunc ab auspicio bono profecti
mutuis animis amant amantur. 20
Unam Septimius misellus Acmen
mavult quam Syrias Britanniasque:
uno in Septimio fidelis Acme
facit delicias libidinisque.
Quis ullos homines beatiores 25
vidit, quis Venerem auspicatiorem?

LI (1).

Quegli mi sembra essere pari a un dio,
quegli, se è lecito, avanzar gli dei,
che, sedendo rimpetto, a tratto a tratto
te guarda e ascolta
5 dolce ridente; ciò che tutti ruba
a me misero i sensi; poichè appena,
Lesbia, ti vedo, niuna più mi resta
[*voce sul labbro*],
la lingua torpe, nelle membra serpe
10 fiamma sottile, per interno suono
tintinnano le orecchie, ambi ricopre
gli occhi la notte.

LI[b].

L'ozio, o Catullo, torna a te molesto;
l'ozio ecceder ti fa, trascender troppo:
15 l'ozio già prima e regi ed opulente
città perdette.

---

(1) Testo latino:

LI.

Ille mi par esse deo videtur,
ille, si fas est, superare divos,
qui sedens adversus identidem te
spectat et audit
5 dulce ridentem; misero quod omnis
eripit sensus mihi; nam simul te,
Lesbia, aspexi, nihil est super mi
[*vocis in ore*],
lingua sed torpet, tenuis sub artus
10 flamma demanat, sonitu suopte
tintinant aures, gemina teguntur
lumina nocte.

LI[b].

Otium, Catulle, tibi molestum est;
otio exsultas nimiumque gestis:
15 otium et reges prius et beatas
perdidit urbes.

LVIII (1).

Celio, la nostra Lesbia, quella Lesbia,
quella Lesbia, cui sola amò Catullo
più che se stesso e più che tutti i suoi,
ora per i quadrivi e gli angiporti
munge di Remo i nobili nipoti. 5

LX (2).

Te dei Libici monti leonessa
o Scilla che dal basso inguine latra
d'alma sì dura procreava e tetra,
che una supplice voce in caso estremo
tu avessi a vile? ahi troppo crudo cuore! 5

---

(1) Testo latino:

LVIII.

Caeli, Lesbia nostra, Lesbia illa,
illa Lesbia, quam Catullus unam
plus quam se atque suos amavit omnis,
nunc in quadriviis et angiportis
glubit magnanimos Remi nepotes. 5

(2) Testo latino:

LX.

Num te leaena montibus Libyssinis
aut Scylla latrans infima inguinum parte
tam mente dura procreavit ac taetra,
ut supplicis vocem in novissimo casu
contemptam haberes, a! nimis fero corde? 5

III.

L'EPIGRAMMA DI DOMIZIO MARSO CONTRO BAVIO E SUO FRATELLO (1).

È noto che della silloge di epigrammi, che Domizio Marso compose col nome significativo di *Cicuta*, è rimasto un solo epigramma, quello conservatoci da Filargirio (2). Per caso nella doppia redazione, quale della *Explanatio in Bucolica Vergilii* del grammatico latino fu data dal Hagen (3), ma che speriamo non tardi ad essere restituita ad un " esemplare unico „ dal nostro valentissimo Gino Funaioli (4), vere divergenze nel testo di esso epigramma non esistono, tanto che basterà trascriverlo dalla redazione che porta il num. I ed è la seguente: " Vavius et " Maevius poetae, qui Virgilio obtrectaverunt..... Ex quibus " Vavius curator fuit, de quibus Domitius in Cicuta refert: " Omnia cum Vavio communia frater habebat, Unia- " nimi fratres sicut habere solent, Rura domum " nummos atque omnia: denique, ut aiunt, Corpo- " ribus geminis spiritus unus erat. Sed postquam

(1) È strano che anche nella terza ed. lo Schanz (*Gesch. d. röm. Litt.*, II, 1³, p. 213) abbia continuato a scrivere: " ein bissiges Epigramm auf Bavius und Mevius „. Nell'epigramma Mevio non c'entra, e non ci poteva entrare, perchè, sebbene il suo nome si accoppii a quello di Bavio così in Virgilio come negli scolii, e negli scolii Filargiriani si dichiari che Domizio alludesse appunto ai due poetastri, rimane sempre il fatto che essi non furono fratelli, e che Domizio nomina soltanto Bavio e tace il nome del fratello. E poi lo stesso Filargirio, dopo aver citato l'epigramma, soggiunge: " De Maevio vero nihil reperi „; nel che consentono entrambe le redazioni. Vedi del resto F. Marx alla voce *Bavius* e Skutsch a *Domitius Marsus*, in *Real-Encycl.* del Wissowa, risp. III, col. 152, e V, col. 1430; Teuffel-Kroll, *Gesch. d. röm. Lit.*, II⁶, pp. 51 e 80.

(2) A *Verg. Buc.*, III, 90.

(3) Nella *Appendix Serviana*, vol. III, fasc. II, dei *Servii grammatici qui feruntur in Vergilii carmina commentarii*, rec. Thilo et Hagen, Lipsiae, 1902.

(4) Cfr. la sua dottissima monografia *Scolii Filargiriani*, in *Rhein. Mus.*, N. F., vol. LXX, 1914, p. 1 del Sonder-Abdruck.

" alterius mulier † concubitum Novit, deposuit
" alter amicitiam. † Et omnia tunc ira tunc deso-
" luta omnia nova regna duos accipiunt. „

Di primo acchito si scorge che il primo ed il secondo distico sono intatti, sol che si corregga la forma *unianimi*, così che li possiamo con sicurezza leggere a questo modo:

Omnia cum Bavio communia frater habebat,
unanimi fratres sicut habere solent,
rura domum nummos atque omnia denique; ut aiunt,
corporibus geminis spiritus unus erat.

C'è, tuttavia, una differenza di qualche conto dal testo del Hagen, e consiste nella interpunzione messa da me dopo *denique* e non fra *omnia* e *denique*, come vollero, con altri, fare il Ribbeck (1), il Roeper (2) ed il Bücheler (3), dovendosi qui leggere la comunissima formola *omnia denique* già dal Hand (4) rivendicata al nostro epigramma e confermata dal *Thesaurus linguae latinae* (5) a cui rimando per gli altri esempi da me tralasciati.

Ma, a parte ciò, il senso corre fluido e chiaro in questi primi quattro versi, tanto che non sembra neppur vero — ma l'ipercritica è capace di tutto — che al Baehrens (6) sia venuto in testa di leggere

rura, domum, nummos *ac* denique *somnia*: ut aiunt,

---

(1) *Noch einmal das Epigramm des Domitius Marsus*, in *Rhein. Mus.*, XVIII, 1863, p. 476.

(2) *Zur Cicuta des Dom. Mars.*, in *Philol.*, XIX, 1863, p. 149 sg.

(3) *Und noch einmal das Epigramm des Marsus*, in *Rhein. Mus.*, XVIII, 1863, p. 633 sg. = *Kleine Schriften*, I, Leipzig, 1915, p. 366 sg.

(4) *Tursellinus*, II, p. 273 sg.

(5) Cfr. la voce *denique* 3. La formola ha una doppia figura, *denique omnia* e *omnia denique*. Cfr. Cic. *Phil.*, XIII, 49: Prius undis flamma, ut ait poeta nescio quis, prius denique omnia, quam ut cum Antoniis res publica aut cum re publica Antonii redeant in gratiam; *Acad.*, II, 123; Sall., *Iug.* 79, 7, ecc.; Plin., *Ep.* VII, 9, 13: Recipiunt enim amores, odia, iras, misericordiam, urbanitatem, omnia denique, quae in vita atque etiam in foro causisque versantur; Quintil., X, 1, 106 e 119, ecc.

(6) *FPL.*, p. 346.

e che, peggio ancora, l'Havet (1) abbia proposto di leggere

Rura domum nummos, *ioca*, denique *somnia*; etc.

Se non che i veri guai cominciano col terzo distico. Non c'è dubbio; il testo tramandatoci dagli scolii Filargiriani è guasto; ma, badiamo bene, il guasto si limita alla sola parola *concubitum* che si capisce subito essere nata dalla fusione di due parole consecutive con cui terminava il verso. Non è di fatto per nulla da meravigliare che in un codice, o per scarsità di spazio o per altro motivo, siasi abbreviato il verbo *concumbere* in *concũb*, e *utrique* in una formola press'a poco di questa fatta *ut'q;*, e sia perciò venuto fuori il falso *concubitum* in luogo di quel *concumbere utrique* molto ben veduto dall'Unger (2) che lo restituì all'epigramma di Marso, scrivendo così il distico:

Sed postquam alterius mulier concumbere utrique
Novit, deposuit alter amicitiam.

Non par vero — torno a dire —, ma è proprio così. Ciò che è semplice, solo perchè è semplice, non va a genio, in generale, ai filologi ipercritici e li induce spesso a ritoccare i testi in un modo che ha quasi del pazzesco. Certo si mostrò moderato il Bücheler a scrivere *non volt* in luogo di *novit*, cioè *concumbere utrique non volt*; ma ognun vede qual grande dose di *cicuta* sia tolta all'epigramma dall'attribuire tanta pudicizia alla moglie o di Bavio o del fratello; ma che dire delle congetture del Ribbeck, del Baehrens e dell'Havet? (3). Anche il

---

(1) *Domitius Marsus sur Bavius et son frère*, in *Revue de Philol.*, XXIV, 1900, p. 96.

(2) *Zur Cicuta des Domitius Marsus*, in *Philol.*, XIV, 1859, p. 217, ove sono citate le lezioni di Freher, Oudendorp, Sauppe, Hildebrand e Fröhner del nostro epigr.

(3) Ribbeck, op. cit., p. 477:

sed postquam alterius mulier[semen quoque fratris]
novit etc.;

Baehrens, op. cit., p. cit..

sed postquam alterius mulier *noua* noluit *unum*
concubitum, posuit etc.;

ma la palma spetta all'Havet, op. cit., il quale, scoprendo che nell'epigramma di Marso " Un homme est accusé non pas d'avoir craint que son

Fröhner (1), che prima dell'Unger aveva pensato all'*utrique*, non seppe integrare la giusta correzione e finì per proporre *connubia utrique* | *Vovit*; ed il Roeper (2), accettando *concumbere utrique*, cambiò *novit* in *coepit*. Ma che cosa c'è di guasto in quel *novit* così mal visto? Certo, se si consulta soltanto il lessico Forcellini-De Vit, al vocabolo *nosco* si trova un solo esempio di *novit* con l'infinito, ed è di un prosatore postclassico, Plinio, *N. H.*, XXIII, 107, dove il Mayhoff, nella ristampa dell'ed. dello Ian, legge invece " vulgus coria maxume perfici illo novit „; ma ecco qui gli esempi che calzano, esempi che attestano un costrutto (*novi* con l'infinito) usato dai poeti dell'età augustea:

Moretum, 68 sg.:

varias disponere plantas
norat et occultae committere semina terrae;

Virg., *Aen.*, VIII, 316 sg.:

nec iungere tauros
aut componere opes norant aut parcere parto;

Properz., II, 15, 30:

verus amor nullum novit habere modum;

Id., II, 25, 38:

unus quisque sua noverit ire via;

Id., II, 28, 13:

semper, formosae, non nostis parcere verbis;

Id., III, 23, 5:

illae iam sine me norant placare puellas.

---

frère fût son rival auprès d'une femme, mais d'avoir craint qu'une femme fût sa rivale auprès de son frère „ (p. 92); e cambiando senz'altro — risum teneatis, amici? — nello scolio Filargiriano il *curator fuit*, detto di Bavio, in *stuprator fratris* (p. 95), propone questa lezione che io, forse troppo semplicista, non so assolutamente capire:

Sed post alterius mulier *quam* concubitum *uolt*,
Novit, deposuit etc.

(1) *Das epigramm des Dom. Mars.*, in *Philol.*, XIII, p. 223.
(2) L. c.

Dunque nulla di male in *concumbere utrique novit*, che significa semplicemente " imparò a giacere con tutt'e due i fratelli ", vale a dire, con altra espressione latina, *utrumque cognovit*.

Che non sia possibile altra congettura, e che assolutamente stoni il *non volt* del Bücheler, è provato da un passo di due mss. gemelli, del sec. IX, contenenti gli scolii Filargiriani della *Redazione b* del Funaioli (1), cioè del cod. di *Trier Bibl. civ. 1086* e del cod. di *Valenciennes Bibl. Municip. 394*. Il passo mi è comunicato dalla gentilezza del collega Funaioli nella forma che qui fedelmente trascrivo: ' *Qui Bavium non odit* ' — *Vergilio et Horatio* (= Servio), *quibus dicebatur unus* (*unus* add. in marg. Trevir.) *spiritus inesse et erant eis omnia communia, sed postquam alterius uxor cum altero concubuit, amicitia eorum dissoluta est.*

Rimane l'ultimo distico. E qui le congetture si moltiplicano ancora (2). Per parte mia, seguendo quella che io ho più volte

---

(1) Op. cit., pp. 15 e 18.

(2) Mi limito a citare le congetture degli autori già da me menzionati, senza discuterle, dopo avere avvertito che io ho accettato, come evidentissima restituzione, il *dominos* del Dübner, accolto dal Baehrens, che legge:

omnia tunc ira, tunc *bile* odiisque soluta,
et noua regna duos accipiunt *dominos*.

Il Fröhner aveva scritto:

Et communia tunc ira turgente soluta
Sunt; domini nova iam regna duo accipiunt.

E l'Unger:

Omnia tum *tumuere* ira, tum *dissiluerunt*
Omnia, *iamque* duo regna nova *occipiunt*.

Il Roeper, seguendo parte il Fröhner e parte l'Unger, così lesse:

omnia tunc ira communia sunt resoluta,
accipiunt domini iam nova regna duo.

Ma già il Thilo in *Rhein. Mus.*, XV, 1860 (nel *Nachtrag zu Seite 132*) aveva letto così l'esametro, facendolo seguire da questo pentametro:

[unanimos fratres] regna duo accipiunt.

E il Ribbeck:

omnia tunc rata sunt communia disque soluta,
et nova regna duas accipiunt [animas].

Le due *animae* erano, naturalmente, i due *fratres*; ma il Bücheler volle

chiamata " teoria del minimo impiego di mezzi „ (1), propongo, senz'altro, la lezione seguente:

omnia tunc ira, tunc *sunt* resoluta *dolore*,
et nova regna duos accipiunt *dominos*.

Un po' di commento a questa lezione. E dirò, anzi tutto, che il passaggio dell'*et* dal principio del pentametro a quello dell'esametro non deve stupire chi abbia pratica di codici; onde si può benissimo ammettere che nell'esemplare, da cui furono trascritti i codici degli scolii, tale passaggio già fosse avvenuto. Oltre a quella trasposizione di *et*, dovette verificarsi la caduta della parola finale in entrambi i versi, che gli scolii ci dànno appunto mutili alla fine, con la differenza che è stato messo in fine

---

introdurre un quarto personaggio nella persona di una seconda donna, e perciò lesse:

omnia tunc fratres communia dissoluerunt
et nova regna du*as* accipiunt domin*as*.

Ma la palma va data ancora una volta all'Havet:

Omnia tunc ira, tunc *dissoluontur amore*;
Iam dua regna duos accipiunt *dominos*.

Fa invece pensare — e con questo chiudo la lista delle congetture altrui — l'integrazione dell'esametro data dal Peiper in *Fleck. Jahrbb.*, XCIX, 1869, p. 268:

omnia tunc ira, tunc omnia [frau]de soluta
et nova regna duos accipiunt [dominos].

Sarebbe la restituzione migliore, se quel *fraude*, allusivo all'adulterio, messo lì, non stonasse. All'*ira* non si può contrapporre, lì in quel luogo, la *fraus*: è la *fraus* che generò l'*ira*, il *dolor*, il *furor*, ecc., insomma sentimenti da cui *omnia sunt resoluta*.

Termino aggiungendo che m'aveva anche sedotto l'introduzione di *fratres* nell'esametro in luogo del secondo *tunc*, e avevo proposto:

Omnia tunc ira *fratres* resoluta *habuerunt*;

e anche

Omnia tunc ira *fratrum* resoluta *fuerunt*,

intendendo *resoluta fuerunt*, non nel senso di *resoluta sunt*, ma, come è naturale, in quest'altro: *quae prius communia erant, tunc fuerunt resoluta*.

(1) Cfr. la nota 1 a pag. 400 negli *Atti* di questa Reale Accad., vol. LII, 1917, a proposito di mie congetture Lucreziane.

dell'esametro l'impossibile *omnia*, ripetuto forse da copista ignorante per influenza della ripetizione del *tunc*. Ora quale è la parola con cui poteva terminare l'esametro? Badiamo a quel *tunc* ripetuto. Esso ci dice chiaramente che al *tunc ira* doveva rispondere qualche cosa di simile a *tunc..... dolore* (1), *tunc..... furore* (2), *tunc..... pudore* (3): altro non mi par possibile escogitare. Quanto poi al *sunt* (chè di *resoluta* è assurdo dubitare, non potendo *desoluta* entrare in alcun verso dattilico), penso che potè essere inavvertito per via della abbreviazione *s̄t* o anche *s̄* (4), o anche semplicemente di *st* oppure *s* (5), con cui spesso nei mss. era indicata quella forma. E come cadde la finale dell'esametro, così cadde quella del pentametro, probabilmente perchè contratta nella formola *dm̄os* o *dn̄os* = *dominos*, che non è inverosimile fosse scambiata per *duos* (6) e perciò fosse trascurata nella trascrizione, già trovandosi *duos* prima di *accipiunt* nel verso stesso.

Ricapitolando, ecco come, secondo me, si ha da leggere tutto l'epigramma:

Omnia cum Bavio communia frater habebat,
  unanimi fratres sicut habere solent,
rura domum nummos atque omnia denique; ut aiunt,
  corporibus geminis spiritus unus erat.
Sed postquam alterius mulier concumbere utrique
  novit, deposuit alter amicitiam:
omnia tunc ira, tunc sunt resoluta dolore,
  et nova regna duos accipiunt dominos.

---

(1) È la lezione che ho preferita. Cfr. Virg., *Aen.*, IX, 66: ignescunt irae, duris dolor ossibus ardet; I, 25: necdum etiam causae irarum saevique dolores | exciderant; Properz., I, 18, 13 sg.: quamvis multa tibi dolor hic meus aspera debet, | non ita saeva tamen venerit ira mea; II, 5, 9 sg.: nunc est ira recens, nunc est discedere tempus: | si dolor afuerit, crede, redibit amor; ecc.

(2) Cfr. Virg., *Aen.*, II, 316 sg.: furor iraque mentem | praecipitant.

(3) Cfr. Virg., *Aen.*, IX, 44: conferre manum pudor iraque monstrat.

(4) Cfr. W. M. Lindsay, *Notae latinae*, Cambridge, 1915, p. 293 sgg.

(5) Lindsay, *Contractions in early Latin minuscule mss.*, Oxford, 1908, pp. 26 e 46 sg.

(6) Specialmente se la formola era semplicemente *dmos* o *dnos*.

IV.

LUCRETIANA. VI.

Una variante non avvertita dagli editori a I, 154

Nel 1891, col titolo *Due poesie inedite di Floro, diacono di Lione*, Federico Patetta stampò negli *Atti* di questa Reale Accademia (1) una breve ma importantissima monografia, che fu poco appresso segnalata da M. Manitius in una recensione (2), che incomincia con questo lusinghiero giudizio: " Die kleine Schrift enthält einen recht dankenswerten Beitrag zur Litteraturgeschichte des 9 Jahrh. „. Ora, sebbene il Manitius avesse indicato sommariamente l'intero contenuto dell'opuscolo, e perciò avesse accennato anche alle notizie fornite dal Patetta su " due passi di un poeta assai poco conosciuto nel medio evo, cioè Lucrezio „, i quali trovansi appunto in quello stesso ms. Vat. Reg. lat. 598, donde egli aveva tolto le due poesie inedite di Floro, e precisamente (f. 33) dopo alcuni estratti dal poema *De medicina* di Q. Sereno, tuttavia nessun editore o studioso del testo lucreziano tenne conto, ch'io sappia, della comunicazione del Patetta. Ne faccio perciò io oggetto di una breve noterella.

Del primo passo (I, 152-157) contenuto nel f. 33 del ms. Regin. il Patetta si limitò a notare tre lezioni; ma io stimo opportuno di trascriverlo per intero, quale mi viene comunicato dalla squisita gentilezza del chiarissimo prof. Bartolomeo Nogara, che lo trascrisse per me dal cod.

TITI. (3)

Quodmulta interris fiericæloq; tuentur
Quorum operũ causas nullarationeuidere
Possunt acfieridiuino munererentur
Quas obres ubiuiderimus nil possecreari
Denihilo dumqd sequimur iam rectius inde
Perspiciemus ut undequeat res quæq; creari

(1) Vol. XXVII, pp. 123-129.

(2) In *Berl. Phil. Woch.*, vol. XIII, a. 1893, col. 748 sg. Cfr. del Manitius stesso la *Geschichte der lat. Lit. des Mittelalters*, I, 1911, p. 566 sg.

(3) Si noti che il poeta è qui chiamato col solo prenome.

Di questo passo il Patetta (p. 127) avvertì tre lezioni, cioè:

v. 154. *diuino munere*
v. 156. *De nihilo dum*
v. 157. *Perspiciemus ut*

riguardo alle quali ecco ciò che risulta dal confronto dei codd. da cui ci fu tramandato il poema Lucreziano. La lezione *munere* è propria soltanto del ms. Regin. studiato dal Patetta: invece i codd. di Lucrezio, da O e Q ai *Laur. Plut.* XXXV, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32 e *Conv. Soppr.* n° 453, dei quali ebbi la lezione dalla cortesia dell'amico Enrico Rostagno, hanno invariabilmente la lezione *numine* (1). Perciò, dato il fatto che i mss. provenienti dal cod. di Poggio — di cui il *Laur.* 30 è la copia più diretta, e scritta di pugno del Niccoli, mentre il *Laur.* 29 ci dà il testo del poeta " cum summariis, glossis et correctionibus quibusdam manu Angeli Politiani „ — si accordano perfettamente con O e Q; e non essendo stata avvertita una lezione diversa da *numine* nelle così dette *Schedae Haunienses*, ossia nel cod. di Gottorp (ora di Copenhagen), il quale, d'altra parte, si sa che consente in genere con Q; si può con tutta sicurezza asserire che la lezione *munere*, esclusiva del cod. Regin. in discorso, si trovasse nel testo di un cod. Lucreziano diverso da tutti gli altri codd. conosciuti (2) e verosimilmente più antico di essi, pur essendo non improbabile che quel codice avesse la doppia lezione *numine* e *munere*, scritta quest'ultima o sopra l'altra o in margine.

È poi singolare il fatto che, mentre O e Q in pieno accordo hanno *denihilo tum* ad I, 156, nel passo su trascritto del Reg. abbiamo *Denihilo dum*. Ora da un esame accurato della le-

(1) Anche nei codd. della Vaticana, dei quali ebbi le varianti al testo dei vv. 152-157 dalla gentilezza dell'illustre Prof. Bartolomeo Nogara, non v'è traccia — ed è naturale — della lezione *munere*.

(2) In questi comprendo pure le *Schedae Vindobonenses*, delle quali, scriveva il Lachmann (*Comm.*, p. 8), nessuna " propria auctoritas est, nisi cum aliquando cum oblongo consentiunt: pleraque enim vel minima cum quadrato ... habent communia „. Del resto è noto che in queste *Schedae* mancano i due passi di Lucrezio di cui ci occupiamo nel presente lavoro.

zione dei codd. Laurenziani (1) e dei codici della Vaticana (2) si deduce inoppugnabilmente che il cod. Poggiano doveva pure avere la lez. *dum*. E lo stesso esame conduce alla conchiusione che, invece, doveva, come tutti gli altri codd., leggere *perspiciemus ut* (3), sì che l'errato *ut*, in luogo di *et*, deve ritenersi proprio dell'archetipo Lucreziano, intendendo per tale quell'esemplare da cui dovettero derivare i codd. copiati nei sec. VIII e IX.

I, 282.

Il Patetta, nella nota a pag. 128, citò per intero il passo Lucreziano I, 281-285, quale è dato dal suo ms. Reg. e giusta la trascrizione fattagli da Carlo Merkel, la quale mi risulta esatta, salvo in una particolarità di nessun conto, avendola io confrontata con la copia gentilmente fornitami dal Nogara, che è la seguente:

---

(1) Devo all'inesauribile cortesia del mio dilettissimo Enrico Rostagno la trascrizione accuratissima dell'intero passo, come si legge nei mss. Laurenziani. Pur troppo il Niccoliano (30) ha il v. 156 insieme con 155, 157, 158 (questo ripetuto) nel marg. inf. della pag. 4^{r} per opera di mano molto posteriore che scrisse *tū*, come nel v. seg. introdusse *et* in luogo di *ut*: così pure, aggiunto in marg. in *Laur.* 29, il v. 156 dà la lez. *dū* e su questa *tū*: anche il 25 ha *tū* nel v. trascritto in margine posteriormente: manca il v. in 26, 27, 28: in 31 la lez. originale è *dum*, ma su essa fu scritto, come variante (*uel*), *tum*, mediante un *t* posto sul *d*: in 32 il v. è scritto da mano seconda nel marg. inf. ed ha *tū*; ma *Conv. Soppr.* 453 conserva l'originario *dum*, pur avendo nel v. seg. data l'emendazione *et* in luogo dell'*ut* tradizionale.

(2) Hanno la lez. *dum* i mss. *Vat. lat.* 1569, 3275, 3276, *Urb. lat.* 640, *Ottob. lat.* 1954, ecc., secondo le indicazioni gentilmente datemi dal Nogara.

(3) Come fu più sopra detto in nota, l'*et* si trova soltanto in alcuni Laurenziani (25, 30, 32) per opera di mano post.; *Conv. Soppr.* 453 ha *et*, il che prova che fu copiato quando già era stata proposta questa emendazione, di cui non v'è traccia in 29, ove il v. scritto in margine dà *ut*. È notevole il fatto che nel cod. 31 sopra *ut* fu scritto *statim* preceduto da un segno che significa *idest*; il che dimostra il tentativo di spiegare in qualche modo la lezione unica tradizionale *ut*, la quale è data da *Vat. lat.* 1569, 3275, 3276, *Urb. lat.* 640, *Ottob. lat.* 1136, 1954.

ITẼ EIUSD̃. [cioè TITI]

Et cum mollis aquæ ferturnaturarepente
Flumine ab un danti quemlargis imbribus aug[et] (1)
Montibus exaltis magnus decursus aquai
Fragminaconitiens siluarum arbustaq; tota
Nec ualidi possunt pontes uenientis aquai

Salta subito agli occhi l'importanza di questo passo per la lezione *quem... auget*. Che *quem* sia stata la lezione dell'archetipo, è provato, non solo da O e da Q, ma anche dal cod. Gottorp., del quale ho sotto gli occhi la riproduzione fototipica, data dallo Chatelain, del f.° 2° v° (2), ove quel passo si trova; ed è pure provato dai mss. derivanti dal cod. Poggiano, così della Laurenziana come della Vaticana. Possiamo aggiungere che la lezione *quod* è stata introdotta, per correzione, in pochi codd. discendenti dal Poggiano. Il Laur. 29 ha *quem*, ma punteggiato; e in margine, per opera di seconda mano, vi si legge *quod*; il Niccoliano ha un *quod* che, tuttavia, come mi scrive il Rostagno, risulta evidentemente fatto da un *quem*, cogliendosi ancora le tracce della legatura *em* erasa, sulle quali fu poi scritto *od* (3).

Niuna meraviglia pertanto che *quem* sia pure la lezione di quasi tutti gli altri codd. derivati dal Poggiano (4). L'archetipo di Lucrezio doveva adunque avere la lez. *quem*, e, in fine del v., *auget*. La lez. *urget* nacque da correzione posteriore di O, dove leggesi *aṛuget*: così pure la lez. di Q è *uuget*, con una lettera di mano posteriore sul primo *u*, che è evidentemente una *a*; il Gottorp., al foglio cit., ha chiarissimo e senza correzioni

(1) Nel taglio dei fogli in margine scomparve il tratto di pergamena sul quale doveva trovarsi *et*. Così mi scrive il Nogara.

(2) *Paléographie des classiques latins*, I, pl. LIX.

(3) In *Laur.* 32 il *quem* originario fu pure mutato in *quod* da una seconda mano, mentre un'altra mano, alquanto più recente — mi scrive il Rostagno — cercò di mutare nel testo stesso il *quem* in *quom*; non riuscendovi, scrisse in margine *quõ*. Il solo *Laur.* 25 ha *quum* corretto in *quod*.

(4) *Vat. lat.* 1569, 3275, 3276, *Urb. lat.* 640, *Reg. lat.* 1706, *Ottob. lat.* 1954, *Barber. lat.* 154. Il Nogara, che mi comunicò le lezioni di questi codici, aggiunge che in *Ottob. lat.* 1136 sopra la lez. *quod* è scritto di mano contemporanea *aliter quem*.

uuget, come Q (1), onde è lecito argomentare che questa lez. non derivi da falsa lettura di *urget*, ma da scambio di *u* per *a* iniz. Ora, se si pensa che anche i codd. dipendenti dal Poggiano hanno *auget* (2), mi pare che le ragioni diplomatiche oggettive dovrebbero prevalere sulle estetiche soggettive, le quali han dato posto a quell'*urget* cui non ha saputo rinunziare il Merrill anche nella sua novissima edizione (3).

Torino, 5 marzo 1919.

---

(1) Assolutamente ritengo erronee le lezioni di O *aurget* e di Q *virget* date dal Bailey. Ho sotto gli occhi le due pubblicazioni dello Chatelain *Cod. Voss. Obl. phot. editus* e *Cod. Voss. Quadr. phot. ed.*, e credo di non sbagliarmi. La lezione *virget* è un sogno; di *r* nessuna traccia esiste in Q. Aggiungerò che l'*uuget*, così chiaro e distinto del Gottorp., è una delle prove della sua consonanza con Q, già sopra avvertita.

(2) P. e., tutti i 9 Laurenziani. Nel solo 32 la stessa mano su *auget* scrisse *al. ur.*

(3) In *University of California Publications in Classical Philology*, vol. 4, Nov. 28, 1917.

Ἡμῶν ἕνεκεν.

Nota del Socio naz. resid. GAETANO DE SANCTIS

Un articolo del senatusconsulto per Tisbe suona in questi termini: *ὡσαύτως περὶ ὧν αὐτοὶ λόγους ἐποιήσαντο περὶ χώρας καὶ περὶ λιμένων καὶ προσόδων καὶ περὶ ὀρέων· ἃ αὐτῶν ἐγεγόνεισαν, ταῦτα ἡμῶν μὲν ἕνεκεν ἔχειν ἐξεῖναι ἔδοξεν.* Qui T. Mommsen (*Ges. Schriften* VIII 276), seguìto da Bruns-Gradenwitz (*Fontes*[7] n. 37), traduce *ἡμῶν ἕνεκεν* con *per nos.* E P. Foucart commenta ('Mém. de l'Acad. des Inscr.' XXXVII 2 p. 328): '*ἕνεκεν* est la traduction exacte du latin *gratia*, *causa*, pour le sens et la construction. La particule *μέν*, à laquelle ne s'oppose pas un membre de phrase avec *δέ*, a le sens restrictif de *quidem.* Le tout donnerait *nostri quidem causa*; et le membre de phrase retombe sur *ἔχειν.* Le dernier verbe désigne la possession et non la propriété, distinction que les Grecs ne faisaient guère, mais qui était familière aux Romains. Dans cette interprétation le Sénat accorde aux Thisbéens la possession de leur territoire, de leurs ports et de leurs pâturages, non comme propriétaires, mais comme représentants du peuple romain'.

La stessa espressione si trova nel SC per Delo, in cui rispetto alla domanda di Demetrio, uno dei Delî espulsi dagli Ateniesi nel 166, circa il tempio di Serapide in quell'isola, si sancisce: *καθὼς τὸ πρότερον ἐθεράπευεν, ἕνεκεν ἡμῶν θεραπεύειν ἔξεστιν.* Qui E. Cuq nota commentando ('Mém. de l'Acad. des Inscr.' XXXIX 1912 p. 146 seg.): 'Dans la phrase *ἕνεκεν ἡμῶν θεραπεύειν ἔξεστιν* la préposition *ἕνεκεν* a une acception spéciale... Le sénat a dû suivant l'usage déclarer que la permission de célébrer le culte est donnée par lui en vertu de son autorité. Les lois permissives contiennent habituellement cette clause *ex hac lege* ou *per hanc legem liceto.* Les scribes du sénat ont traduit *per nos* par les mots *ἕνεκεν ἡμῶν* qui chez les bons auteurs (Herod. I 42. Aristoph. *Ach.* 389) ont un sens voisin mais moins précis (quant à nous, en ce qui nous concerne)'.

E non esita poi il Cuq ad ammettere che il significato della frase sia diverso nel senatusconsulto per Tisbe.

Che è ipotesi, questa ultima, tenendo conto dell'usuale formalismo romano, difficilmente accettabile. È metodico invece cercare dell'*ἡμῶν ἕνεκεν* dei due senatusconsulti una medesima spiegazione; e rinunziarvi solo quando una tale spiegazione sia impossibile a darsi. Questa spiegazione comune si può trarre da un terzo senatusconsulto ove la formola ricorre e che nè il Foucart nè il Cuq hanno avuto presente. Esso senatusconsulto ebbe la ventura di trovare un commentatore non certo più autorevole del Cuq o del Foucart, ma — come dire? — più autoritario: il quale sostenne la sua spiegazione non con la penna, ma con la spada: ciò che forse il Foucart e il Cuq non avrebbero fatto.

Il senatusconsulto è quello che permette a Timarco di Mileto satrape della Media di assumere il titolo regio. Il commentatore è Demetrio I di Siria. Narra appunto Diodoro (XXXI 27a Dindorf) che Timarco *σατράπης ὢν Μηδίας κατήντησεν εἰς τὴν Ῥώμην καὶ πολλὰ τὸν Δημήτριον κατηγορήσας ἔπεισε τὴν σύγκλητον δόγμα περὶ αὐτοῦ θέσθαι τοιοῦτον· Τίμαρχον ἕνεκεν αὐτῶν βασιλέα εἶναι.* Ma Demetrio, non ritenendo evidentemente che il senato 'en vertu de son autorité' avesse conferito a Timarco il titolo regio e molto meno che avesse considerato Timarco 'comme représentant du peuple romain', solo e vero padrone effettivo della Media, attaccò ed abbattè l'usurpatore (App. *Syr.* 47, cfr. Trog. *prol.* 34) e si ebbe per questa sua vittoria dai Babilonesi il titolo di Sotere; mentre Roma, per allora, lasciò correre. Ora in quel testo di Diodoro il Gutschmid (*Geschichte Irans* p. 42) voleva che si correggesse *Τιμάρχῳ ἐξεῖναι καὶ αὐτῷ βασιλέα εἶναι*: dove l'insigne filologo, indulgendo al vezzo di correggere i testi, che va invece, per quanto è possibile, frenato, distruggeva l'unica testimonianza letteraria che s'avesse d'una formula di cui i due senatusconsulti di Tisbe e di Delo ci permettono ora di documentare l'esistenza effettiva. Che se si vuole a ogni costo correggere il testo di Diodoro, al più dopo *εἶναι* si aggiungerà ⟨*ἐξεῖναι*⟩; ma anche questo è forse conceder troppo alla smania delle congetture. Può benissimo infatti Diodoro aver riassunto il senatusconsulto così com'è nel manoscritto Escorialense, sebbene non corra dubbio, tenuto conto

dei due testi paralleli, che nel documento originale fosse detto: *Τίμαρχον ἕνεκεν ἡμῶν βασιλέα εἶναι ἐξεῖναι* od *ἔξεστιν*.

E come il testo, così non è dubbio il senso. Il senato dichiara di non avere quanto a sè nulla in contrario che Timarco assuma il titolo regio. Questa dichiarazione non esclude punto per sè che altri possano avere in contrario qualcosa e anche meno vieta in modo esplicito che possano far valere pacificamente o con la spada le loro obiezioni; se pure è tale da impensierire i timidi che, altrimenti, sarebbero disposti a farle valere: ed è anzi calcolata appunto a questo fine. Ma Demetrio non apparteneva ai timidi.

Ed ora s'intende bene il significato della formula nei senatusconsulti di Tisbe e di Delo. Nel primo esso indica soltanto che i Romani per parte loro permettono ai Tisbesi di detenere il territorio che avevano e di riscuoterne le rendite, comprese quelle dei porti e dei boschi; ma non escludono (e non potrebbero) che su quel territorio e su quei redditi altri Stati o privati (eventuali creditori, ad esempio, dei Tisbesi) possano accampare diritti. Si direbbe anzi che con quel *μέν* intercalato tra *ἡμῶν* ed *ἕνεκεν*, cui par si debba contrapporre mentalmente qualcosa che esplicitamente non è espresso, si faccia appunto riserva dei diritti di altri. Qui, s'intende, poichè i Tisbesi son dediticii e però il vero proprietario del loro territorio è lo Stato romano, gli eventuali diritti saranno da far valere presso il senato; ma ciò per ragioni indipendenti affatto dall'*ἡμῶν ἕνεκεν*. Nel caso poi del senatusconsulto per Delo l'*ἡμῶν ἕνεκεν* indica che il senato nelle sue deliberazioni antecedenti circa Delo non trova nulla in contrario all'esercizio del culto di Serapide per parte di Demetrio nell'isola, e ne avverte l'interessato, senza per altro usare espressioni che ledano i diritti di sovranità degli Ateniesi su Delo. S'intende che in pratica, a fronte degli Ateniesi i quali non s'arrischiano agli atteggiamenti arditi del re di Siria, il *nihil obstat per nos* dei Romani prende significato d'intimo.

Prenderebbe tale significato anche più recisamente se l'inciso che segue sùbito nel senatusconsulto delio a quello citato, *τοῦ μή τι ὑπεναντίον τῶι τῆς συγκλήτου δόγματι γίνηται*, si dovesse spiegare col Cuq: *eius (in ea re) ne quid adversus senatus sententiam fiat.* È vero che, pure ammessa tale spiegazione, non ci sarebbe forse bisogno assoluto di prendere questa

frase come un intìmo agli Ateniesi; ma potrebbe anche essere soltanto un divieto a cittadini o magistrati romani — c'erano tanti legati e commercianti romani in quei tempi in giro per l'Oriente — di fare alcunchè contro le richieste di Demetrio, cioè contro la sentenza del senato che per parte di Roma non c'è nulla in contrario a soddisfarle. Ma quest'ultima potrebbe forse parere una limitazione alquanto arbitraria e sottile, ammesso il senso generale che dà il Cuq all'inciso. Senonchè, per ammettere un tal senso bisogna, come osserva il Cuq, correggere *τοῦ* in *τούτου* o supporre che *τοῦ* sia sostituito più o meno capricciosamente a *τούτου* dal traduttore. Ed è ipotesi acuta. Ma, come ben nota P. Wahrmann ('Berl. Phil. Wochenschrift' 1914 p. 406), tale ipotesi cade osservando che la stessa frase ricorre nel senatusconsulto per Priene (Dittenberger *Sylloge*² 315 = *Inschriften von Priene* 41): *ἡμῖν οὐχ εὐχ[ερ]ές [[εἶναι]] ἐστιν μεταθεῖναι ἃ ὁ δῆμος ὁ Ῥοδίων ἑκατέρων* (cioè Samî e Prienei) *θελόντων κέκρι[κε κ]αὶ ὁρ[ισμὸν πεπόνηται τοῦ μ[ὴ] τούτωι τῶι κρίματι καὶ τούτοις τοῖς ὁρίοις ἐμμείνωσιν.* Anche qui, è vero, s'è proposta sul testo una serie di congetture non meno acute di quelle del Cuq. Ma il confronto con la iscrizione di Delo mostra che lo stare ai testi come sono è assai spesso meglio delle congetture più acute. Onde nell'un caso e nell'altro non c'è da introdurre nessuna alterazione nè espressa nè sottintesa; e grammaticalmente, come bene è stato visto dal Wahrmann, s'ha da vedere in quel costrutto una contaminazione del costrutto di *μή* (*ἵνα μή*) col congiuntivo e *τοῦ μή* con l'infinito. Con ciò peraltro il senso preciso dei due incisi non è ancora chiarito: perchè il significato finale di *ἵνα* o di *τοῦ μή* nella *κοινή* non letteraria è assai attenuato, come è facile vedere p. e. riscontrando gli esempî neotestamentali addotti dal Moulton (*Einleitung in die Sprache des N. T.*, Heidelberg 1911, p. 343 segg.). Bisogna tener conto quindi del contesto e del costrutto latino che sta a base del greco. Il quale, se si suppone identico nei due casi, non sarà *dum ne* che potrebbe suggerire la *lex Acilia repetundarum* (v. 30: *dum ne quid advorsus h. l. fiat*): perchè potrebbe adattarsi al secondo, non al primo. Penseremo piuttosto a un *ita ut non* (*ne*) nei varî significati consecutivi e dichiarativi d'una condizione enumerati p. e. da Kühner-Stegmann (*Ausf. Grammatik der Latein. Sprache* II 2 § 188). Nel senatus-

consulto per Priene dovremo supporre un senso consecutivo: 'ed a noi non è facile mutare quel che il popolo Rodio ha giudicato tra Samî e Prienei, per modo che (di guisa che) non stiamo più a questo suo giudizio e a questi confini da esso stabiliti'. Nel senatusconsulto per Delo parrebbe che s'accennasse piuttosto a una condizione: 'a condizione che nulla si faccia contro la sentenza del senato': contro, cioè, non il senatusconsulto per Demetrio, ma quel che s'è stabilito dal senato nell'atto di cedere Delo ad Atene: un senso insomma simile a quello che *ita ut ne* ha in Cicerone, *pro Roscio A.* 55: *verumtamen hoc (accusatores multos esse in civitate) ita est utile ut ne plane illudamur ab accusatoribus.* Dove potrebbe osservarsi che nell'un caso e nell'altro si sarebbe potuto più correttamente usare in greco *ὥστε μή* anzichè *τοῦ μή*; ma appunto *τοῦ μή* nella *κοινή* non letteraria finisce con l'equivalere talora ad *ὥστε μή*, p. e. *Rom.* 7, 3: *ἐὰν δὲ ἀποθάνῃ ὁ ἀνὴρ ἐλευθέρα ἐστὶν ἀπὸ τοῦ νόμου τοῦ* (cioè *ὥστε*) *μὴ εἶναι αὐτὴν μοιχαλίδα γενομένην ἀνδρὶ ἑτέρῳ*. Questo per la grammatica. Quanto al senso non si dica col Cuq: 'Le sénat n'a pas pu dire: j'autorise l'exercice du culte pourvu qu'on ne fasse rien de contraire à ma volonté. Cela équivaudrait à annuler l'autorisation en cas de contravention et à laisser les Déliens libres d'agir à leur gré'. Perchè appunto abbiamo visto che il senato ha lasciato in apparenza i Delî (o per dir meglio gli Ateniesi) liberi di regolarsi a loro posta, com'era naturale che facesse, trattandosi d'uno Stato alleato e sovrano; e quindi se quel che è il presupposto di tutto il senatusconsulto è il presupposto anche di questo inciso, non v'è in ciò nulla di impossibile nè di singolare. E d'altronde nel dichiarare di non aver nulla in contrario (cioè, tolto l'eufemismo e il riguardo al diritto formale, di desiderare) che Demetrio potesse esercitar liberamente il culto di Serapide in Delo, era ben naturale che, per riguardo alla coerenza propria e ai diritti sovrani degli Ateniesi, il senato notasse che con questa concessione non s'intendeva però di derogare a quanto s'era stabilito nell'atto di cedere l'isola ad Atene.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Marzo 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Peano presenta, e la Classe accoglie per la stampa negli *Atti*, due Note:

Sviluppo delle radici in prodotto decimale, della Dott. Gilda Mori-Breda.

Sviluppo delle radici in prodotto decimale, della Dott. Tiziana Tersilla Comi.

Il Presidente invita il Socio Majorana a leggere la Relazione della Commissione nominata dalla Classe per lo Studio delle Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica.

Chiedono schiarimenti e propongono lievi ritocchi i Soci Panetti, Somigliana, Jadanza e Peano e, dopo le osservazioni del Presidente, del Relatore e dei Commissari Grassi e Guidi, la relazione è approvata con voto unanime e se ne delibera la

stampa negli *Atti*. — A proposito poi della iniziativa per le riunioni di Londra e Parigi, relative alla organizzazione scientifica interalleata ed alla nomina dei delegati italiani, si ricorda la parte presavi dal Ministero delle Armi e Munizioni e dalla R. Accademia dei Lincei, e si discute sull'opportunità e sul modo col quale far presente all'Accademia dei Lincei l'interessamento della nostra Classe in quanto risulta dalla Relazione approvata. Parlano in proposito il Presidente ed i Soci Grassi, D'Ovidio, Somigliana, Jadanza, Guidi, e si approva infine la proposta del Segretario, di trasmettere alla Presidenza dell'Accademia dei Lincei copia stampata della Relazione, accompagnata da una lettera della Presidenza con preghiera di prenderne atto.

LETTURE

Sviluppo delle radici in prodotto decimale

Nota della Dott. GILDA MORI BREDA
R. Scuola Tecnica « Plana »

Se di un numero a, che per semplicità suppongo > 1, si conoscono m cifre decimali, con altrettante cifre si può ottenere la sua radice d'indice n qualunque, a meno di un'unità dell'ultimo ordine decimale:

$$a \in 1 + Q \,.\, m,\ n \in N \,.\, \supset \,.$$
$$\sqrt[n]{a} \in \sqrt[n]{(V_m\, a)} + \theta X^{-m}.$$

Ad esempio, conoscendo 20 cifre decimali di π, si potrà estrarre la sua radice quadrata, o cubica, o quinta, ecc. con 20 cifre decimali.

La matematica elementare insegna per la radice quadrata un procedimento in cui fa uso di $2n$ cifre decimali di π e per la radice cubica ne introduce tre volte il necessario. In alcuni libri si accenna ad un procedimento, generalizzazione dei precedenti, secondo cui, per avere la radice quinta di π con 20 cifre s'introducono 100 cifre di π. Evidentemente questi procedimenti troppo lunghi non servono in pratica.

Col nome di " estrazione abbreviata di radice „ si indica la regola con cui conoscendo la radice v del numero a con m cifre decimali se ne possono determinare altrettante dividendo il resto $a - v^n$ per $n v^{n-1}$:

$$a \in 1 + Q \,.\, m,\ n \in N \,.\, v = V_m \sqrt[n]{a} \,.\, \supset \,.$$
$$\sqrt[n]{a} \in v + (a - v^n)/(n v^{n-1}) - \theta X^{-2m}.$$

Quindi, per avere $V_{20}\sqrt[5]{\pi}$, calcolerò la $\sqrt[5]{\pi}$ con 10 decimali, farò la quinta potenza di $v = V_{10}\sqrt[5]{\pi}$, che ha 50 cifre, poi $5v^4$, che ha 40 cifre, poi divido $\pi - v^5$ per $5v^4$; la divisione ordinaria importerà 60 cifre decimali invece delle 100 che comparivano nel metodo elementare.

Si potrebbero usare le tavole dei logaritmi, ma ogni tavola è uno strumento di approssimazione fissa. Se si vuole approssimazione minore, quella tavola è ingombrante; se si vuole approssimazione maggiore quella tavola è insufficiente. Tavole dei logaritmi con 20 decimali, in cui la differenza fra due logaritmi consecutivi abbia non più di tre cifre, costituirebbero un biblioteca con scaffali lunghi più volte il meridiano terrestre.

Newton, nel pubblicare la sua serie binomiale, anno 1676, dice: " sed extractiones radicum multum abbreviantur per hoc theorema ".

Ed effettivamente in alcuni libri di Calcolo infinitesimale si spiega come colla serie binomiale si estraggano le radici di alcuni numeri interi piccoli; ma se il radicando ha infinite cifre decimali, non si spiega come si farebbero le sue successive potenze.

Recentemente io esposi la teoria dell'estrazione graduale della radice quadrata (1); la Prof. Viriglio (2) espose quella della radice cubica, e la Prof. De Stefanis (3) spiegò un altro procedimento per estrarre la radice quadrata servendosi del minimo numero di cifre.

Nelle conferenze settimanali che i professori di matematica tengono presso l'Università, il Prof. Peano suggerì di sviluppare le radici in prodotti decimali. Ciò si può fare in vari modi. La Prof. Comi ed io ci proponemmo due metodi diversi, ma estraemmo entrambe $\sqrt[5]{\pi}$, poichè partendo dagli stessi valori avevamo reciproco controllo nei risultati finali.

Spiegherò la teoria sulla radice quinta di π, con calcolo esteso a sette cifre decimali.

(1) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 13 gennaio 1918. Questa estrazione graduale è già largamente diffusa nelle nostre scuole e si trova pubblicata nel supplemento dell'Aritmetica del prof. Burali.

(2) " Idem ", 16 giugno 1918.

(3) " Idem ", 1° dicembre 1918.

È evidente che

$$1^5 < \pi < 2^5.$$

Col calcolo diretto, o colle tavole delle quinte potenze dei numeri da 1 a 100 (tavole diffusissime, poichè fanno parte dei manuali degli ingegneri), trovo:

$$1{\cdot}2^5 = 2{\cdot}48832 < \pi < 1{\cdot}3^5.$$

Pongo $d_1 = 1{\cdot}2^5$ e $q_1 = \pi/d_1$. Sarà q_1 una quantità poco maggiore di 1, che ottengo dividendo il valore per eccesso di π con sette cifre decimali, per d_1 spingendo il calcolo fino alla settima cifra decimale. La divisione ordinaria è troppo lunga e laboriosa.

Si potrebbe far uso della divisione graduale, cioè giunti al terzo termine $2X^{-3}$ di q_1 sottrarre dal resto $V_4\, 1{\cdot}2^5 \times 2$; ma poichè si è già calcolato $2 \times d_1$, così lo ricopieremo, cancellando l'ultima cifra, cioè scriveremo: $V_7\,(2X^{-3} \times d_1) = 49766\,X^{-7}$, commettendo l'errore di una frazione d'unità nell'ultimo ordine decimale. Così nel termine successivo $5X^{-4}$ del quoziente scriveremo $V_7\,(5X^{-4} \times d_1) = 12441\,X^{-7}$, mentre nella divisione graduale si prenderebbe $5X^{-4} \times V_3\, d_1 = 12440\,X^{-7}$ (tav. 1).

Adoprerò costantemente questo procedimento per le divisioni, e le chiamerò " divisioni abbreviate „ per distinguerle dalle divisioni *graduali*.

La divisione abbreviata di grado n, la quale adotta i prodotti parziali V_n (termine del quoziente pel divisore), è più comoda della divisione graduale, la quale adotta i prodotti dei termini del quoziente pel valore del divisore in guisa che il prodotto sia di grado n. E precisamente la prima è più comoda della seconda quando si siano calcolati i primi nove multipli del divisore, o questi siano scritti in tabelle o si leggano sui regoli di Nepero; mentre la seconda è più comoda della prima se i prodotti parziali si debbono calcolare.

La divisione abbreviata di grado n dà un errore minore della divisione graduale di grado n, ma maggiore della divisione graduale di grado $n + 1$.

Così trovo le successive cifre 1·2625358; l'ultima è per

eccesso. Il resto è diminuito di X^{-7}, e sottraendovi inoltre frazione di 6 unità dell'ultimo ordine sarà:

$$\pi \in d_1 \times 1{\cdot}2625358 - X^{-7} - \theta 6 X^{-7},$$

cioè $$\pi \in d_1 \times 1{\cdot}2625358 - \theta 7 X^{-7},$$

onde $$q_1 = \pi/d_1 \in 1{\cdot}2625358 - \theta 7 X^{-7}/d_1$$

$$q_1 \in 1{\cdot}2625358 - \theta 3 X^{-7},$$

cioè la 7ma cifra di q_1 è o 5 o 6 o 7.

Si ha la diseguaglianza:

$$n \in N + 1 \,.\, x \in \theta \,.\,) \,.\, (1 + x)^n > 1 + nx.$$

Quindi se divido la mantissa di q_1 per 5, e prendo il quoziente per eccesso, avrò $1{\cdot}06^5 > 1{\cdot}30 > q_1$. Confronto quindi q_1 con $1{\cdot}05^5$

Calcolo $$1{\cdot}05^5 = \left\{ \begin{array}{l} 1\ 25 \\ \quad 250 \\ \quad \cdots \end{array} \right\} > q_1 .$$

Calcolo $$1{\cdot}04^5 = \left\{ \begin{array}{l} 1{\cdot}20 \\ \quad 160 \\ \quad 640 \\ \quad 1280 \\ \quad 1024 \end{array} \right\} < q_1 .$$

Quindi $d_2 = 1{\cdot}04^5 \in 1{\cdot}2166529 + \theta X^{-7}$.

Chiamo $q_2 = q_1/d_2$ e faccio la divisione fino alla 7^a decimale; tutti i prodotti parziali saranno abbreviati e si ha (tav. 2):

$$q_1 \in 1{\cdot}0377128 \times d_2 - X^{-7} - \theta 10 X^{-7},$$

e dividendo per d_2:

$$q_2 \in 1{\cdot}0377128 - \theta 10 X^{-7}.$$

Divido la mantissa di q_2 per 5; trovo il fattore decimale $d_3 = 1{\cdot}007^5$, che calcolo con 7 decimali, colla formola del binomio.

Posto $q_3 = q_2/d_3$ faccio la divisione, e trovo (tav. 3):

$$q_3 \in 1{\cdot}0021435 \times d_3 - \theta 16 X^{-7},$$

e dividendo per d_3 ho:

$$q_3 \in 1{\cdot}0021435 - \theta 16 X^{-7}.$$

Divido la mantissa di q_3 per 5: trovo $d_4 = 1{\cdot}0004^5$; e posto $q_4 = q_3/d_4$, la divisione semplicissima mi dà (tav. 4):

$$q_4 \in 1{\cdot}0001417 - \theta 21 X^{-7}.$$

Divido la mantissa di q_4 per 5, e tenendo conto dei valori estremi di q_4, ottengo 2·7 e 2·9, cioè (tav. 5 e 6):

$$1{\cdot}000027^5 < q_4 \qquad 1{\cdot}000029^5 > q_4;$$

quindi risulta che:

$$\pi/(d_1\, d_2\, d_3\, d_4) \begin{matrix} > 1{\cdot}000027^5 \\ < 1{\cdot}000029^5, \end{matrix}$$

onde:

$$\sqrt[5]{\pi} \begin{matrix} > 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times 1{\cdot}000027 \\ < 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times 1{\cdot}000029. \end{matrix}$$

Calcolando i prodotti trovo:

$$\sqrt[5]{\pi} \begin{matrix} > 1{\cdot}2572725 \\ < 1{\cdot}2572754, \end{matrix}$$

quindi:

$$V_5\, \sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}25727.$$

(1)

$$\pi \in 3{\cdot}1415927 - \theta X^{-7}$$

$$d_1 = 1{\cdot}2^5 = 2{\cdot}48832$$

	653272
[2] $X^{-1} d_1$	497664
	1556087
[6] $X^{-2} d_1$	1492992
	63095
[2] $X^{-3} d_1$	49766 $+ \theta X^{-7}$
	13329
[5] $X^{-4} d_1$	12441 $+ \theta X^{-7}$
	888
[3] $X^{-5} d_1$	746 $+ \theta X^{-7}$
	142
[5] $X^{-6} d_1$	124 $+ \theta X^{-7}$
	18
[8] $X^{-7} d_1$	19 $+ \theta X^{-7}$
	$-1 - \theta 6 X^{-7}$.

(2)

$$q_1 \in 1{\cdot}2625358 - 3\theta X^{-7}$$

$$d_2 = 1{\cdot}04^5 \in 1{\cdot}2166529 + \theta X^{-7}$$

	458829
[3] $X^{-2} d_2$	364995 $+ \theta X^{-7}$
	93834
[7] $X^{-3} d_2$	85165 $+ \theta X^{-7}$
	8669
[7] $X^{-4} d_2$	8516 $+ \theta X^{-7}$
	153
[1] $X^{-5} d_2$	121 $+ \theta X^{-7}$
	32
[2] $X^{-6} d_2$	24 $+ \theta X^{-7}$
	8
[8] $X^{-7} d_2$	9 $+ \theta X^{-7}$
	$-1 - \theta 10 X^{-7}$.

(3)

$$q_2 \in 1{\cdot}0377128 - \theta 10\, X^{-7}$$

$$d_3 = 1{\cdot}007^5 \in 1{\cdot}0354934 + \theta X^{-7}$$

	22194
[2] X^{-3}	20709 $+ \theta X^{-7}$
	1485
[1] X^{-4}	1035 $+ \theta X^{-7}$
	450
[4] X^{-5}	414 $+ \theta X^{-7}$
	36
[3] X^{-6}	31 $+ \theta X^{-7}$
	5
[5] X^{-7}	5 $+ \theta X^{-7}$
	0 $- \theta 16 X^{-7}$.

(4)

$$q_3 \in 1{\cdot}0021435 - \theta 16 X^{-7}$$

$$d_4 = 1{\cdot}0004^5 \in 1{\cdot}0020016 + \theta X^{-7}$$

	1419
[1] $X^{-4}\, d_4$	1002 $+ \theta X^{-7}$
	417
[4] $X^{-4}\, d_4$	400 $+ \theta X^{-7}$
	17
[1] $X^{-5}\, d_4$	10 $+ \theta X^{-7}$
	7
[7] $X^{-6}\, d_4$	7 $+ \theta X^{-7}$
	0 $- \theta 21 X^{-7}$.

(5)

$$q_4 \in 1{\cdot}0001417 - \theta 21 X^{-7}$$
$$d_5 = 1{\cdot}00002^5 \in 1{\cdot}0001000 + \theta X^{-7}$$
$$417$$
$$[4]\, X^{-5} \qquad 400 + \theta X^{-7}$$
$$17$$
$$[1]\, X^{-6} \qquad 10 + \theta X^{-7}$$
$$7$$
$$[7]\, X^{-7} \qquad 7 + \theta X^{-7}$$
$$0 - \theta 25 X^{-7}.$$

(6)

$$q_5 \in 1{\cdot}0000417 - \theta 25 X^{-7}$$
$$d_6 = 1{\cdot}000008^5 \in 1{\cdot}0000400 + \theta X^{-7}$$
$$017.$$

Spingo il calcolo a 30 cifre decimali:

$$V_{30}\,\pi \in 3{\cdot}14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83280 - \theta X^{-30}.$$
$$d_1 = 1{\cdot}2^5 = 2{\cdot}48832.$$

Dividendo $V_{30}\,\pi$ per d_1 trovo le prime 20 cifre del quoziente con la divisione ordinaria, e le altre 9 cifre con la divisione abbreviata, ottenendo:

$$q_1 \in 1{\cdot}26253\ 56278\ 89416\ 64997\ 37346\ 41559 - \theta 3 X^{-30}$$
$$d_2 = (1 + 4X^{-2})^5 =$$
$$1{\cdot}21665\ 29024.$$

Trovo $q_1\, d_2$ usando della divisione ordinaria fino alla cifra d'ordine X^{-20} e ho:

$$q_2 \in 1{\cdot}03771\ 22558\ 11749\ 78995\ 69673\ 04037 - \theta 10 X^{-30}$$
$$d_3 = (1 + 7X^{-3})^5 =$$
$$1{\cdot}03549\ 34420\ 21807.$$

Usando della divisione abbreviata fino alla cifra di ordine X^{-15} ho:

$$q_3 \in 1{\cdot}00214\ 27598\ 66842\ 36556\ 71506\ 15174 - \theta 25 X^{-30}$$
$$d_4 = (1 + 4X^{-4})^5 =$$
$$1{\cdot}00200\ 16006\ 40128\ 01024.$$

Usando della divisione abbreviata fino alla cifra di ordine X^{-9} ho:

$$q_4 \in 1{\cdot}00014\ 08772\ 46727\ 12683\ 84352\ 77714 - \theta 46 X^{-30}$$
$$d_5 = (1 + 2X^{-5})^5 =$$
$$1{\cdot}00010\ 00040\ 00080\ 00080\ 00032.$$

Da questa divisione in poi tutta la divisione è abbreviata.

$$q_5 \in 1{\cdot}00004\ 08691\ 59567\ 68936\ 16596\ 93431 - \theta 69 X^{-30}$$
$$d_6 = (1 + 8X^{-6})^5 =$$
$$1{\cdot}00004\ 00006\ 40005\ 12002\ 04800\ 32768.$$

$$q_6 \in 1{\cdot}00000\ 08648\ 84822\ 62060\ 16224\ 58496 - \theta 94 X^{-30}$$
$$d_7 = (1 + 1X^{-7})^5 \in$$
$$1.00000\ 05000\ 00100\ 00001\ 00000\ 00500 + \theta X^{-30}.$$

$$q_7 \in 1{\cdot}00000\ 03684\ 84538\ 37828\ 55848\ 57327 - \theta 119 X^{-30}$$
$$d_8 = (1 + 7X^{-8}) \in$$
$$1{\cdot}00000\ 03500\ 00049\ 00000\ 34300\ 00120 + \theta X^{-30}.$$

$$q_8 \in 1{\cdot}00000\ 00184\ 84482\ 90871\ 22310\ 68303 - \theta 140 X^{-30}$$
$$d_9 = (1 + 3X^{-9}) \in$$
$$1{\cdot}00000\ 00150\ 00000\ 09000\ 00002\ 70000 - \theta X^{-30}.$$

$$q_9 \in 1{\cdot}00000\ 00034\ 84482\ 76644\ 49889\ 88026 - \theta 162 X^{-30}$$
$$d_{10} = (1 + 6X^{-10}) =$$
$$1{\cdot}00000\ 00030\ 00000\ 00360\ 00000\ 02160 + \theta X^{-30}.$$

$$q_{10} \in 1{\cdot}00000\ 00004\ 84482\ 76139\ 15406\ 99252 - \theta 180 X^{-30}$$
$$d_{11} = (1 + 9X^{-11}) \in$$
$$1{\cdot}00000\ 00004\ 50000\ 00008\ 10000\ 00007 + \theta X^{-30}.$$

$$q_{11} \in 1{\cdot}00000\ 00000\ 34482\ 76129\ 50234\ 57716 - \theta 200 X^{-30}$$

$$d_{12} = (1 + 6X^{-12}) \in$$
$$1{\cdot}00000\ 00000\ 30000\ 00000\ 03600\ 00000 + \theta X^{-30}.$$

$$q_{12} \in 1{\cdot}00000\ 00000\ 04482\ 76129\ 45289\ 74880 - \theta 220 X^{-30}$$

$$d_{13} = (1 + 8X^{-13})^5 \in$$
$$1{\cdot}00000\ 00000\ 04000\ 00000\ 00064\ 00000 + \theta X^{-30}.$$

$$q_{13} \in 1{\cdot}00000\ 00000\ 00482\ 76129\ 45206\ 43836 - \theta 238 X^{-30}$$

$$d_{14} = (1 + 9X^{-14})^5 \in$$
$$1.00000\ 00000\ 00450\ 00000\ 00000\ 81000 + \theta X^{-30}.$$

$$q_{14} \in 1{\cdot}00000\ 00000\ 00032\ 76129\ 45205\ 48094 - \theta 254 X^{-30}$$

$$d_{15} = (1 + 6X^{-15})^5 \in$$
$$1{\cdot}00000\ 00000\ 00030\ 00000\ 00000\ 00360 + \theta X^{-30}.$$

$$q_{15} \in 1{\cdot}00000\ 00000\ 00002\ 76129\ 45205\ 47378 - \theta 260 X^{-30}.$$

D'ora in poi l'operazione si riduce alla divisione della mantissa di q_{15} per 5, e si avrà:

$$d_{16} > (1 + X^{-15} \times 0{\cdot}55225\ 89041\ 094)$$
$$d_{16} < (1 + X^{-15} \times 0{\cdot}55225\ 89041\ 095).$$

Concludendo:

$$\pi = d_1 \times d_2 \times d_3 \times d_4 \times d_5 \times d_6 \times d_7 \times d_8 \times d_9 \times d_{10} \times$$
$$d_{11} \times d_{12} \times d_{13} \times d_{14} \times d_{15} \times d_{16}$$

e fatta la moltiplicazione:

$$\sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}25727\ 41156\ 69185\ 05938\ 45221\ 1...$$

Sviluppo delle radici in prodotto decimale

Nota di Dr TIZIANA TERSILLA COMI

I procedimenti indicati in varî libri per estrarre le radici di indice qualunque sono eccessivamente lunghi ed impraticabili, ove si vogliano molte cifre decimali.

Nelle conferenze che i professori di Matematica tengono tutte le settimane presso l'Università di Torino, il Prof. Peano suggerì di sviluppare le radici in prodotto decimale del tipo:

$$\sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times \ldots$$

Ciò si può fare in più modi. La Prof. Mori-Breda ed io ci proponemmo due metodi diversi, ma adottando gli stessi esempi e conducendo parallelamente tutti i passaggi; così si mette in evidenza la diversità dei due metodi, e si verificano reciprocamente i risultati numerici.

Spiegherò la teoria calcolando, come esempio, la radice quinta di π, dapprima con poche cifre, poi con molte.

Verificato che $1{\cdot}2^5 < \pi < 1{\cdot}3^5$, pongo $c_1 = 1{\cdot}2$ e $d_1 = c_1{}^5$; calcolo $p_1 = d_1/\pi$, cioè moltiplico d_1 per $1/\pi$, valore questo che leggo nelle tavole, e spingo il calcolo a 7 decimali. Moltiplico perciò il primo termine di $1/\pi$, cioè $0{\cdot}3$ per d_1; poi $0{\cdot}01$ per d_1. Poi $0{\cdot}008$ per d_1, ed abbrevio alla 7ª cifra decimale; cioè $8X^{-3}\, d_1 \in 0{\cdot}0199065 + \theta X^{-7}$, e così di seguito per gli altri termini, fino a quello di grado 7, cioè $8X^{-7} \times d_1 \in 0{\cdot}0000019 + \theta X^{-7}$; moltiplico infine θX^{-7}, che completa $1\ \pi$, per d_1 e trovo $\theta 3X^{-7}$. Sommo, ed ho $p_1 \in 0{\cdot}7920563 + \theta 7X^{-7}$ (tav. 1).

Essendo questo numero di poco minore di 1, ne prendo il complemento; ed invece di $\theta 7$ scriverò $7 - \theta 7$; si ha:

$$d_1/\pi \in 1 - {\cdot}2079430 - \theta 7X^{-7}.$$

Si ha (*Formulario* di Peano, ediz. V, pag. 110, P 30·2):

$$n \in \mathrm{N} \,.\, x \in \theta \,.\supset.\, (1-x)(1+x/n)^n < 1,$$

cioè, se n è un numero naturale, ed x è una frazione propria, sussiste la diseguaglianza scritta.

Posto perciò $x_1 = 1 - p_1$, prendo $x_1/5$, arrestandomi al primo termine 0·04; sarà:

$$1{\cdot}04 < 1 + x_1/5 \qquad \text{e} \qquad (1 - x_1) \times 1{\cdot}04^5 < 1.$$

Pongo $c_2 = 1{\cdot}04$, e calcolo $d_2 = 1{\cdot}04^5$ arrestandomi alla 7ª decimale; poi (tav. 2):

$$p_2 = d_2 \times p_1 = d_2 \times (1 - x_1) = d_2 - d_2 x_1.$$

Perciò moltiplico $-x_1$ per i successivi termini di d_2. $-1 \times x_1$ già è scritto. Moltiplico $2\mathrm{X}^{-1}$, primo termine decimale di d_2, per $-x_1$; siccome x_1 è un intervallo, debbo calcolare il valore di questo prodotto, per difetto, e poi per eccesso, con 7 decimali: questi due valori diversificano per 2 unità dell'ultimo ordine. Così continuo per tutti i termini decimali di d_2 e pel suo complemento $\theta\mathrm{X}^{-7}$. Faccio la somma algebrica di $-x_1$, d_2 e i prodotti parziali.

Nell'unico termine positivo, invece di θ leggo $1-\theta$; avrò p_2, dato come appartenente a un intervallo di ampiezza 17 unità del 7° ordine. Divido la mantissa negativa x_2 di p_2 per 5, ho il fattore decimale $c_3 = 1{\cdot}007$; calcolo $d_3 = 1{\cdot}007^5$, con 7 decimali (tav. 3).

Posto $p_3 = d_3 \times p_2 = d_3(1 - x_2) = d_3 - d_3 x_2$, moltiplico d_3 per i varî termini di x_2, troncando i prodotti alla 7ª decimale. Sommo, ed ho p_3 (tav. 4).

Divido per 5 la mantissa negativa di p_3, ottengo il fattore decimale $c_4 = 1{\cdot}0004$; calcolo $p_4 = c_4{}^5 \times p_3$.

Divido la mantissa negativa di p_4, che è compresa fra $1398\mathrm{X}^{-7}$ e $1425\mathrm{X}^{-7}$, per 5; trovo per difetto $2{\cdot}7\mathrm{X}^{-5}$; quindi $p_4 \times (1{\cdot}000027)^5 < 1$. Se invece prendo il quoziente per eccesso, avrò:

$$p_4 \times (1{\cdot}000029)^5 > 1.$$

Si ha pertanto:

$$1/\pi \times 1{\cdot}2^5 \times 1{\cdot}04^5 \times 1{\cdot}007^5 \times 1{\cdot}0004^5 \times 1{\cdot}000027^5 < 1;$$

onde:

$$\sqrt[5]{\pi} > 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times 1{\cdot}000027.$$

E dall'altra diseguaglianza si ha:

$$\sqrt[5]{\pi} < 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times 1{\cdot}000029.$$

Cioè si può scrivere:

$$\sqrt[5]{\pi} \in 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times 1{\cdot}0004 \times (1{\cdot}000027 + 2\theta X^{-6}).$$

Sviluppo in frazione decimale ordinaria questo prodotto decimale. Sarà:

$c_1 =$	$1{\cdot}2$
$c_1 \times 4X^{-2} =$	48
$c_1 c_2 =$	$1{\cdot}248$
$c_1 c_2 \times 7X^{-3} =$	8736
$c_1 c_2 c_3 =$	$1{\cdot}256736$
$c_1 c_2 c_3 \times 4X^{-4} \in$	$5026 + \theta X^{-7}$
$c_1 c_2 c_3 c_4 \in$	$1{\cdot}2572386 + \theta X^{-7}$
precedente $\times 2X^{-5} \in$	$251 + \theta X^{-7}$
" $\times 7X^{-6} \in$	$88 + \theta X^{-7}$
" $\times 2\theta X^{-6} \in$	$+ 26\theta X^{-7}$
	$1{\cdot}2572725 + 29\theta X^{-7}.$

E siccome gli estremi di questo intervallo hanno 5 cifre comuni, segue:

$$V_5 \sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}25727.$$

(1)

$$
\begin{array}{rcr}
d_1 = 1{\cdot}2^5 = & & 2{\cdot}48832 \\
1/\pi & \in & 0{\cdot}3183098 + \theta X^{-7}.
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcr}
3X^{-1} \times d_1 = & & 746496 \\
1X^{-2} \times d_1 = & & 248832 \\
8X^{-3} \times d_1 & \in & 199065 + \theta X^{-7} \\
3X^{-4} \times d_1 & \in & 7464 + \theta X^{-7} \\
09X^{-6} \times d_1 & \in & 223 + \theta X^{-7} \\
8X^{-7} \times d_1 & \in & 19 + \theta X^{-7} \\
\theta X^{-7} \times d_1 & \in & \theta 3X^{-7} \\
\hline
p_1 = d_1/\pi & \in & 0{\cdot}7920563 + \theta 7X^{-7}.
\end{array}
$$

(2)

$$
\begin{array}{rcr}
-x_1 & \in & -\ {\cdot}2079430 - \theta 7X^{-7} \\
d_2 = 1{\cdot}04^5 & \in & 1 + {\cdot}2166529 + \theta X^{-7} \\
-2X^{-1} \times x_1 & \in & -\ 415886 - \theta 2X^{-7} \\
-1X^{-2} \times x_1 & \in & -\ 20794 - \theta X^{-7} \\
-6X^{-3} \times x_1 & \in & -\ 12476 - \theta X^{-7} \\
-6X^{-4} \times x_1 & \in & -\ 1247 - \theta X^{-7} \\
-5X^{-5} \times x_1 & \in & -\ 103 - \theta X^{-7} \\
-2X^{-6} \times x_1 & \in & -\ 4 - \theta X^{-7} \\
-9X^{-7} \times x_1 & \in & -\ 1 - \theta X^{-7} \\
-\theta X^{-7} \times x_1 & \in & -\theta X^{-7}.
\end{array}
$$

(3)

$$
\begin{array}{rcr}
p_2 = d_2 \times p_1 & \in & 1 - {\cdot}0363411 - \theta 17X^{-7} \\
d_3 = 1{\cdot}007^5 & \in & 1 + {\cdot}0354934 + \theta X^{-7} \\
-3X^{-2} \times x_2 & \in & -\ 10902 - \theta X^{-7} \\
-5X^{-3} \times x_2 & \in & -\ 1817 - \theta X^{-7} \\
-4X^{-4} \times x_2 & \in & -\ 145 - \theta X^{-7} \\
-9X^{-5} \times x_2 & \in & -\ 32 - \theta X^{-7} \\
-3X^{-6} \times x_2 & \in & -\ 1 - \theta X^{-7} \\
-(4+\theta)X^{-7} \times x_2 & \in & -\theta X^{-7}.
\end{array}
$$

(4)

$$
\begin{array}{rcr}
p_3 = d_3 \times p_2 & \in & 1 - {\cdot}0021373 - \theta 24X^{-7} \\
d_4 = 1{\cdot}0004^5 & \in & 1 + {\cdot}0020016 + \theta X^{-7} \\
-2X^{-3} \times x_3 & \in & -\ 42 - \theta X^{-7} \\
-(16+\theta)X^{-7} \times x_3 & \in & -\theta X^{-7}.
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcr}
p_4 = d_4 \times p_3 & \in & 1 - {\cdot}0001398 - \theta 27X^{-7} \\
d_5 = 1{\cdot}000027^5 & \in & 1 + {\cdot}0001375.
\end{array}
$$

Per fare un esempio con molte cifre, spingo il calcolo precedente a 30 decimali. Detti $c_1, c_2, \ldots$ i fattori decimali e, $p_1 = c_1^5/\pi$, $p_2 = c_2^5 \times p_1$, $p_3 = c_3^5 \times p_2, \ldots$ sarà:

$c_1 = 1{\cdot}2$
$p_1 \in 1 - {\cdot}20794\ 31440\ 11149\ 99619\ 91423\ 07845 - 7\theta X^{-30}$

$c_2 = 1{\cdot}04$
$p_2 \in 1 - {\cdot}03634\ 17272\ 95346\ 82083\ 74354\ 57227 - 17\theta X^{-30}$

$c_3 = 1{\cdot}007$
$p_3 \in 1 - {\cdot}00213\ 81782\ 64269\ 53413\ 98429\ 92172 - 30\theta X^{-30}$

$c_4 = 1{\cdot}0004$
$p_4 \in 1 - {\cdot}00014\ 08574\ 03123\ 99359\ 72225\ 75674 - 41\theta X^{-30}$

$c_5 = 1 + 2X^{-5}$
$p_5 \in 1 - {\cdot}\ 4\ 08674\ 89347\ 74607\ 77800\ 11796 - 47\theta X^{-30}$

$c_6 = 1 + 8X^{-6}$
$p_6 \in 1 - {\cdot}\ 8684\ 84068\ 35536\ 95680\ 30179 - 57\theta X^{-30} + \theta X^{-30}$

$c_7 = 1 + 1X^{-7}$
$p_7 \in 1 - {\cdot}\ 3684\ 84402\ 59748\ 05941\ 29683 - 61\theta X^{-30} + 2\theta X^{-30}$

$c_8 = 1 + 7X^{-8}$
$p_8 \in 1 - {\cdot}\ 184\ 84482\ 56703\ 61289\ 84756 - 69\theta X^{-30} + 3\theta X^{-30}$

$c_9 = 1 + 3X^{-9}$
$p_9 \in 1 - {\cdot}\ 34\ 84482\ 75430\ 33688\ 83900 - 73\theta X^{-30} + 4\theta X^{-30}$

$c_{10} = 1 + 6X^{-10}$
$p_{10} \in 1 - {\cdot}\ 4\ 84482\ 76115\ 68171\ 57192 - 77\theta X^{-30} + 5\theta X^{-30}$

$c_{11} = 1 + 9X^{-11}$
$p_{11} \in 1 - {\cdot}\ 34482\ 76129\ 38343\ 99743 - 81\theta X^{-30} + 6\theta X^{-30}$

$c_{12} = 1 + 6X^{-12}$
$p_{12} \in 1 - {\cdot}\ 4482\ 76129\ 45088\ 82581 - 83\theta X^{-30} + 7\theta X^{-30}$

$c_{13} = 1 + 8X^{-13}$
$p_{13} \in 1 - {\cdot}\ 482\ 76129\ 45204\ 13625 - 85\theta X^{-30} + 8\theta X^{-30}$

$c_{14} = 1 + 9X^{-14}$
$p_{14} \in 1 - {\cdot}\ 32\ 76129\ 45205\ 49867 - 88\theta X^{-30} + 9\theta X^{-30}$

$c_{15} = 1 + 6X^{-15}$
$p_{15} \in 1 - {\cdot}\ 2\ 76129\ 45205\ 47560 - 90\theta X^{-30} + 10\theta X^{-30}.$

Arrivati a questo punto l'operazione si riduce alla divisione per 5, e si ha:

$$c_{16} = 1 + X^{-15} \times 0{\cdot}5522589041 \ldots$$

Quindi:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{\pi} = {} & 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times (1 + 4X^{-4}) \times (1 + 2X^{-5}) \times (1 + 8X^{-6}) \times \\ & \times (1 + 1X^{-7}) \times (1 + 7X^{-8}) \times (1 + 3X^{-9}) \times (1 + 6X^{-10}) \times \\ & \times (1 + 9X^{-11}) \times (1 + 6X^{-12}) \times (1 + 8X^{-13}) \times (1 + 9X^{-14}) \times \\ & \times (1 + 6X^{-15}) \times (1 + X^{-15} \times 0{\cdot}5522589041\ 094..) \end{aligned}$$

Calcolo questo prodotto decimale, e trovo:

$$\sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}25727\ 41156\ 69185\ 05938\ 45221 \ldots$$

Lo sviluppo di una quantità in prodotto decimale è comodo pel calcolo dei logaritmi. Avendosi ad esempio:

$$\sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}2 \times 1{\cdot}04 \times 1{\cdot}007 \times \ldots,$$

il logaritmo del prodotto sarà la somma dei logaritmi dei fattori decimali 1·2, 1·04, ... Furono costruite tavole dei logaritmi di questi fattori decimali, cioè dei numeri $1 + (1 \cdots 9)\, X^{-n}$.

Briggs nel 1624 pubblicò la tavola dei logaritmi dei fattori decimali fino a 15 cifre.

Leonelli nel 1802-03 pubblicò le stesse tavole fino a 20 decimali.

Gray, nel 1876, le estese a 24 decimali.

Hoppe, nel 1876, le estese a 33 decimali.

Queste tavole occupano una o due pagine.

Ellis, in " Proceedings of the R. Society of London ", 1881, pag. 381 e sgg., espone la storia documentata di queste tavole.

Ma in nessun posto è indicata l'applicazione dei prodotti decimali al calcolo delle radici; e anche per i logaritmi, non vi veggo alcun criterio per riconoscere l'errore. Vi si dice solo che l'errore è piccolissimo.

Relazione della Commissione nominata dalla Classe per lo *Studio delle Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica.*

La Commissione nominata per lo studio delle *Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica* (1) pervenute in comunicazione alla nostra Accademia da quella dei Lincei, avendo assolto il suo còmpito, riferisce sulle conclusioni a cui essa è giunta. Da tali Relazioni risulta come sia stato intenzione di un nucleo di personalità scientifiche rappresentanti i varii Stati Alleati, di procedere ad accordi internazionali, aventi di mira il progresso delle Scienze sperimentali e delle loro applicazioni.

Dopo un primo Congresso fra le dette personalità, tenutosi in Londra nell'ottobre del 1918, ebbe luogo una Conferenza a Parigi nel novembre successivo, ed in entrambe queste due adunanze furono adottate deliberazioni che, per la loro importanza, meritano di essere prese in esame dalla nostra Accademia.

Fra tali deliberazioni le più notevoli sono:

1° La costituzione di Consigli Nazionali di ricerche scientifiche;

2° La costituzione di un Consiglio Internazionale da nominarsi dalla federazione dei detti Consigli Nazionali, una volta costituiti;

3° Provvisoriamente, e in attesa che i Consigli Nazionali e Internazionale definitivi sieno formati, è nominato un Comitato esecutivo di cinque membri, così composto: Hale (S. U. A.),

---

(1) Vedi " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ", vol. XXVII, 3 novembre 1918, e vol. XXVIII, 5 gennaio 1919.

Lecointe (Belgio), Picard (Francia), Schuster (Inghilterra), Volterra (Italia);

4° Si propone inoltre la creazione di grandi laboratorii cosidetti *privati* e *nazionali* di scienza sperimentale.

Per quanto riguarda l'Italia, l'Accademia dei Lincei ha deliberato che il nucleo costitutivo del futuro Consiglio Nazionale, sia l'attuale *Ufficio Italiano di Invenzioni e Ricerche.*

***

Sembra ora alla Commissione che niun dubbio possa muoversi circa la opportunità di accordi nazionali ed internazionali, aventi di mira il progresso della scienza pura ed applicata; usciamo ora dal periodo più critico per la vita dei popoli che la Storia ricordi, e non può quindi che encomiarsi una iniziativa del genere, in vista del nuovo assetto politico che il mondo sta per prendere. Ma si deve riflettere che il Congresso interalleato, iniziatosi nell'ottobre scorso a Londra, quando ancora durava la guerra, pur essendo stato seguìto dalla Conferenza di Parigi un mese dopo (ad armistizio avvenuto), possa non aver corrisposto esattamente ai mutati bisogni di oggi. Le necessità della rapida e pronta creazione di nuovi mezzi di difesa e di offesa, il carattere di urgenza di taluni provvedimenti, la loro segretezza, la niuna preoccupazione, o quasi, dei criterii economici in materia tecnica, le difficoltà dei mezzi di comunicazione, ecc., ecc., costituivano argomenti per la considerazione dei quali, le deliberazioni che allora si potevano prendere non possono oggi, nella imminenza della pace, essere tutte ritenute buone ed opportune.

La Commissione riconosce peraltro, in massima, la utilità dei progettati Consigli nazionali ed internazionale di ricerche scientifiche, ma fa al riguardo le osservazioni e riserve seguenti.

Se effettivamente tali Consigli debbono prendere oggi le direttive del progresso scientifico mondiale, essi vanno costituiti con le maggiori garanzie di competenza e di opportunità. Ciò diciamo senza voler mettere in dubbio l'autorità dei cinque membri costituenti il Comitato provvisorio, al quale non vi ha difficoltà sia affidato il còmpito di formulare opportune pro-

poste sui criterii di scelta dei Consigli suddetti. Ma occorre che ciò sia fatto con ponderazione e senza la fretta e la segretezza che potevano essere indispensabili durante la guerra.

Ora da noi è stato costituito, durante la guerra, un Ufficio di Invenzioni e Ricerche, che, come si è detto, è stato scelto dalla Accademia dei Lincei come nucleo costitutivo del futuro Consiglio Nazionale. Ma poichè le *Relazioni* non fanno conoscere i nomi dei componenti tale Ufficio, si esprime l'augurio che le più spiccate personalità scientifiche delle varie discipline pure od applicate, scelte in ogni parte d'Italia, possano far parte di quel Consiglio.

***

Ma il maggiore appunto che si può muovere ai progetti di cui è detto nelle citate relazioni, riguarda quello della istituzione di grandi laboratorî di Scienza Sperimentale centrali, almeno per quanto concerne il nostro paese. Non si deve anzitutto dimenticare che i bisogni e la ricchezza non sono eguali per tutti i paesi dell'Intesa. Negli Stati Uniti di America, in Inghilterra e per alcuni rami anche in Francia, i laboratorî degli Istituti di istruzione superiore sono, in genere, largamente dotati, ed i loro ulteriori bisogni possono non essere notevoli: forse quindi là l'istituzione di ricchi laboratorî centrali sarebbe effettivamente possibile, utile e non pregiudizievole allo sviluppo di quelli già esistenti. In tali laboratorî centrali potrebbero essere eseguite più che altro ricerche e misure di carattere sistematico che esigono mezzi grandiosi e non facilmente disponibili negli altri. Infatti non è probabile che la ricerca veramente nuova ed originale possa aver esito felice nella cerchia di poche persone: essa verrà fuori dal grande numero di ricercatori che in tutti i paesi civili possono, a loro beneplacito, occuparsi di Scienza Sperimentale. Con tutta probabilità quindi ai Laboratorî centrali non resterebbe che il mandato di completare o di estendere, con grandiosità eccezionale di mezzi, le ricerche già fatte o intraviste altrove. E questo potrebbe essere risultato non disprezzabile, specialmente quando da un dato fenomeno o da una data legge naturale si vuol trar partito per utili applicazioni pratiche; ma è evidente che la ricerca nuova, la scoperta

di nuovi fatti o di nuove leggi, come del resto riconoscono le *Relazioni*, è stata e sarà sempre con ogni probabilità il risultato di sforzi individuali, talvolta anche non sussidiati da mezzi sperimentali di notevole entità.

Così limitata la portata dei progettati nuovi Laboratorî Centrali, non sembra opportuno, almeno per ora, parlare della istituzione di essi nel nostro Paese. Si sa quali sieno sovente le manchevolezze dei Laboratorî già esistenti nei nostri Istituti Superiori: locali, personale, mezzi, dotazioni spesso difettano. Recentemente da industriali e Governo furono assegnati a taluno dei detti Laboratorî fondi speciali; se, peraltro, questi fondi sono stati in complesso modesti e non distribuiti a tutti i Laboratorî di Scienza Sperimentale, la loro assegnazione sta ad indicare come il problema della riorganizzazione dei nostri Istituti Scientifici sia generalmente ammesso.

Ora istituire Laboratorî Centrali nuovi e grandiosi (chè se essi fossero piccoli non avrebbero ragione di essere) per tutte le Scienze Sperimentali e di osservazione sia fisiche che biologiche, porterebbe ad una spesa di impianto e di esercizio, per il nostro Paese, enorme; e ad essa, probabilmente, non corrisponderebbe il pubblico vantaggio. Se anche si arrivasse con gravi sacrifizi economici a stabilirne la creazione, prima di ampliare e migliorare quelli già esistenti, ciò sarebbe a scapito di questi ultimi, che vedrebbero in parte preclusa la vita al loro futuro sviluppo. Oltre a ciò si osserva che non si comprende quali persone potrebbero, con veramente eccezionale competenza, accettare, non solo di nome, ma anche di fatto, la direzione di tali laboratorî. Sarà infatti difficile che qualche spiccata personalità scientifica lasci il proprio tranquillo centro di studi, anche se modesto, per ingolfarsi nella tumultuaria vita di un Laboratorio Centrale, al quale lavoratori numerosi dovrebbero affluire da tutto il Regno; e ciò in ogni epoca dell'anno, giacchè il funzionamento del Laboratorio stesso, come si presume, dovrebbe essere continuativo.

La Commissione ritiene dunque che non sia consigliabile da noi la istituzione di tali Laboratorî Centrali: sviluppare e arricchire gli esistenti occorre. Piuttosto, per evitare anche in tale senso spese eccessive, con acuto spirito di organizzazione e con oculatezza, si potrebbero concedere a questi i mezzi più

idonei per l'esecuzione di questa o di quella ricerca. In ciò andrebbe presa in considerazione, oltre che la speciale competenza dei direttori attualmente esistenti e che peraltro possono mutare, i bisogni del luogo, i caratteri dell'Istituto, le condizioni climatiche, le tradizioni, ecc., ecc.

***

Se da un canto la Commissione è contraria alla istituzione di Laboratorî Centrali in Italia, non dissente, in massima e come si è già detto, circa la opportunità della costituzione di veri Consigli Nazionali e Internazionali Scientifici. Tali corpi sarebbero però null'altro che dei Consigli che si riunirebbero ad epoche fisse o variabili, più o meno ravvicinate; ed avrebbero l'incarico di discutere e far proposte sulle ricerche che si eseguono nei varî Laboratorî. Nulla vieta poi che se dalle discussioni venisse fuori la opportunità di qualche nuova ricerca, questa possa essere consigliata a quella od a quelle persone che con maggior competenza promettessero di eseguirle, promuovendo, se del caso, la concessione dei mezzi necessari. Del Consiglio Nazionale Italiano dovrebbero far parte i più valenti cultori delle varie discipline sperimentali, scelti senza la preoccupazione di assegnare a ciascuno di loro la gravosa direzione di uno speciale e nuovo laboratorio.

***

Nelle *Relazioni* sono poi riportate le conclusioni delle Conferenze di Londra e di Parigi relative a talune questioni concernenti la riorganizzazione di associazioni scientifiche internazionali preesistenti. Evidentemente si tratta di un primo passo verso la progettata organizzazione scientifica internazionale, e quindi molte altre questioni si dovrebbero in avvenire trattare, specie per quanto riguarda partitamente le singole discipline scientifiche pure od applicate. Ma sovratutto, sembra alla nostra Commissione che occorra sin d'ora facilitare con ogni modo lo scambio delle pubblicazioni scientifiche fra i varî Paesi e costituire un perfetto Ufficio internazionale bibliografico. Pur troppo

la guerra, oltre ad aver fatto languire il vero progresso scientifico, ha reso difficili e talvolta impossibili gli scambi delle pubblicazioni periodiche; i sunti bibliografici sono poi mancati talvolta del tutto. A sopperire a tale lacuna dovrebbe dunque anzitutto provvedere la nuova Associazione.

***

Riassumendo: la nostra Commissione è d'avviso che, al fine di favorire il progresso delle Scienze Sperimentali e delle loro applicazioni, sia opportuno costituire, nella maniera sovraaccennata, i progettati Consigli Nazionali e Internazionale; che non si debba in Italia promuovere, per ora, la creazione di grandi Laboratorî Centrali di Ricerche, almeno finchè le condizioni degli attuali Istituti scientifici non sieno radicalmente migliorate; e che, infine, primo còmpito dei detti Consigli sia quello di procedere al coordinamento dei Laboratorî Scientifici e Tecnici regionali ed alla organizzazione di un perfetto ufficio bibliografico internazionale.

Torino, 17 marzo 1919.

La Commissione

A. Naccari, *Presidente*
C. Guidi
G. Grassi
G. Ponzio
Q. Majorana, *Segr.re Relatore.*

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 30 Marzo 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio Pacchioni.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 16 corr.

Il Presidente con parole commosse dà comunicazione alla Classe della morte del Socio nazionale residente Romeo Fusari. Ricorda dell'illustre estinto le alte benemerenze scientifiche e patriottiche, per le quali egli ebbe una salda e fondata riputazione, non che le altre virtù che le si accompagnavano, fra cui una modestia tanto grande quanto grande era il suo valore scientifico. Di lui sarà fatta degna commemorazione da un Socio dell'altra Classe dell'Accademia; ma intanto crede il Presidente di interpretare l'unanime sentimento della nostra Classe inviando alla famiglia dell'estinto le più vive condoglianze. La Classe approva unanime la proposta del Presidente.

Il Socio Brondi presenta, rilevandone l'altissimo pregio scientifico, la pubblicazione del Prof. Santi Romano *L'ordina-*

mento giuridico: Studi sul concetto, le fonti e i caratteri del diritto. Parte I (Pisa, 1918).

L'Accademico Segretario STAMPINI presenta le seguenti pubblicazioni pervenute in omaggio all'Accademia: *The Disclosures from Germany* (New York, 1918) da parte dell' " American Association for International Conciliation "; e i numeri 18, 19, 20 del *Corpus scriptorum latinorum Paravianum*, da parte della Ditta Paravia e Comp.ia, cioè *Corneli Taciti Historiarum libri I et II* per cura di M. LENCHANTIN DE GUBERNATIS; *T. Macci Plauti Miles Gloriosus* per cura di C. O. ZURETTI; e *M. Tulli Ciceronis Pro Sex. Roscio Amerino De imperio Cn. Pompei* per cura di Sisto COLOMBO. Il Socio STAMPINI nota i pregi di queste tre pubblicazioni e il non interrotto progresso del *Corpus Paravianum*. Il Socio VALMAGGI si associa alle osservazioni del Socio STAMPINI specialmente in riguardo alla pubblicazione del LENCHANTIN DE GUBERNATIS. La Classe ringrazia la Ditta Paravia per il cortese dono.

Il Socio DE SANCTIS presenta per la pubblicazione negli *Atti* una nuova *Nota* (II) del Socio corrispondente Elia LATTES *Ancora delle novissime obiezioni alle parentele etrusco-italiche.*

Il Socio PRATO presenta, perchè sia pubblicata negli *Atti*, una sua *Nota* dal titolo *Giacomo Giovanetti ed il protezionismo agrario nel Piemonte di Carlo Alberto.*

Il Socio STAMPINI presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una sua seconda *Nota* dal titolo *Vigiliae hibernae* contenente *Catulliana XXIX, 20 e 23 — LV, 4 e 11 — Il carme LXVII. — Nuovo saggio di versione poetica. V, VII, VIII, LXXXV.* Presenta inoltre, pure per gli *Atti*, una seconda *Nota* del Professore Massimo LENCHANTIN DE GUBERNATIS *Studi sull'accento greco e latino. La prosodia media.*

LETTURE

Ancora delle novissime obiezioni alle parentele etrusco-italiche

Nota II del Socio corrispondente ELIA LATTES

Riconosce adunque lo Herbig, che *ci* e *s'a* dissero veramente 5 e 6, come sin da principio erasi divinato dai nostri, ma nega insieme, per contro, che mai θ*u* abbia potuto riflettere lat. *duo*, per cause che il mio corto ingegno non afferra, e trova anzi contraddittorie, giacchè, fra l'altro, l'ordine naturale dei primi sei numeri, assicurato omai da *ci:s'a* per 5:6, importa, parmi, appunto per *maχ:θu* il valore di 1:2. Dopo di che concede Herbig eziandio che " in origine „ *-al* potè essere, anzichè segnacaso genitivo, suffisso derivatore nominativo, ma ricusa insieme assolutamente il pareggiamento di esso *-al* a lat. *-alis*, " come un tempo tanto si amò „, e stima anzi che siffatto pareggiamento cagioni " sotto il riguardo morfologico e specialmente funzionale una fila di nuove difficoltà „, sì da averlo fatto omai abbandonare eziandio dai suoi precedenti fautori: che se, ammonisce l'Herbig, per occasione dell'Araθiale, da lui incontrato nell'arcaica preziosa epigrafe del *λέκηθος* della grotta di S. Stefano, presso la stazione Viterbo-Attigliano (θ crociata, *M* quinquilinea, scrittura da sinistra ininterpunta), taluno " ridestasse a nuova vita l'antico errore „, e come " il Deecke in un'ora infelice „ mandò Larθiale con lat. *La(u)rentiali* (dativo), ravvisasse in Araθiale un nomin. *Arruntialis*, ammonisce, dico, l'Herbig stare contro ciò il fatto che " la desinenza *-is* s'incontra nei prenomi e gentilizi etruschi senza variante in *-e*, e che quindi un etr. *-e* non può a modo latino e falisco reputarsi " per nessuna causa o ragione ('Anlass') „ legittima evoluzione di *-is* „. Nessuna però, penso io, fuorchè quella potentissima della degenerazione volgare e romanza, cui sopra mi

attentai ricorrere per chiarire persino *hut(er)* mediante lat. *quattuo(r)*, sedottovi p. es. da *tula(r)* e in genere da *Mamerse Mamerce*, *Ciantinei Clantinei*, *Piute Plute*, etr. lat. *fia* per lat. *filia*, *Cae Cai*, *Nae Nai*, *Trae* lat. *Traianus*; cui per avventura s'aggiungono *Ane Ani*, *cape capi*, *malave malvi*, *purθne*, *eprθni*, *zile zili*, *zilcte zilcti*, *Cezartle Caezirtli*, *Nulaθe Nulθi*, *Sentinate Sentinati*, *mine mini*, *fase fasi*, *Frentinate* paleol. *Ferentinatis* paleol. *tribunos militare*. Per contro Herbig, giustamente persuaso che *Araθiale* è nominativo soggetto di *ziχuχe* 'scripsit', ma preoccupato, io sospetto, inconsciamente, dal pregiudizio che anzitutto si debba l'etrusco separare dal latino, trovasi costretto (p. 182-184) a scomporre *-ale* in *-al-e* e ravvisare in esso *-e* una giunta irrazionale superflua al fossilizzato ('erstarrt') *-al*; giunta dativa in *Larθiale* e nominativa in *Araθiale*, " gerade so wie wir neben *arnϑ*, *larϑ*, *laris*, die, vom Standpunkt einer theorethischen Sprachökononie aus, überflüssigen Formen *arnϑ-e*, *arnt-e*, *arvnϑ-e*, *larϑ-e*, *laris-e* besitzen oder erschliessen können ".

Come poi, secondo egli ora consente, il caratteristico e affatto anariano genitivo in *-al* potè essere " unter Umständen eine sekundäre Bildung innerhalb des Etruskischen ", e però può lasciarsi da parte " nella determinazione delle originarie parentele dell'etrusco ", così conclude Herbig ammettendo col Danielsson che " il genetivus genetivi (*-sla*) tanto straordinario agli studiosi delle lingue ariane ('der uns Indogermanisten so fremdartige genetivus genetivi'), verisimilmente nacque dopo la separazione e l'isolamento dell'etrusco ('erst im Sonderleben des Etruskische entslanden ist') ", e quindi " cessa di essere positivo documento del carattere anariano del paleo-etrusco ('ebenfals als positives Beweisstück für den unindogermanischen Charakter des Altetruskischen') ". Il che posto e dato, insieme poi cerca Herbig di attenuare il piú possibile, e, se mai, distruggere senza più l'importanza di siffatte ammissioni e concessioni, affermando che tutto ciò poco importa, perchè " il tentativo ripetuto " di rannodare l'etrusco al latino, all'umbro, all'osco, e pure all'armeno, sempre fallì ", sicchè nessuna spesa di acume e fantasia valse ('aller Aufwand an Scharfsinn und Phantasie hat nicht ausgereicht') a soddisfare pur le più primitive esigenze metodologiche ('den aller primitivsten methodologischen Forderungen zu genügen') che a nessuno lice negligere senza

pena ('ungestraft') eziandio nelle indagini circa le lingue ariane di parentela già assicurata; mentre poi d'altro canto " negativamente il carattere anariano dell'etrusco, in quanto si considerino gruppi di lingue indoeuropee ed i periodi glottologici a noi conosciuti, mediante i grandi trovamenti degli ultimi 20 anni, cioè la tavola fittile di S. Maria di Capua e la Mummia di Agram, risultò tanto chiaro ed indubbio ('klar und unzweideutig') „, che " quei fortilizi esteriori ('Aussenforts') „, cioè *-al -sla* (e *-sa*), " dai predecessori e commilitoni nel calore della disputa difesi fino all'estremo ('auf das Aeusserste'), possono anche tranquillamente ('ruhig räumen') venire abbandonati, il nocciolo della questione da essi non essendo toccato „. Pare per contro a me che, astrazion fatta dal suo giudizio circa il risultato finale, l'avere allontanato due assolutamente fra " le prove positive del carattere anariano dell'etrusco „, quali almeno da' suoi predicatori si consideravano, siano per noi 'italianissimi' guadagno non piccolo e grande promessa, giacchè così viene resa manifestamente minore la distanza fra l'etrusco e le altre favelle italiche, e voglionsi quindi intravvedere ulteriori raccostamenti. Che se questi, secondo l'Herbig, si sarebbero conseguiti a dispetto delle " esigenze metodologiche più primitive „ come mai vi avrebbero mancato maestri quali il Deecke e G. Meyer, senza esservi, se mai, trascinati da forza maggiore? E per verità, come bene confessa lo Skutsch ('la lingua etrusca' tr. ital. Pontrandolfi p. 8), " uno degli enimmi psicologici più strani nella nostra scienza „, gli è quello che il Deecke, cioè " un uomo il quale sembrava aver posto fine ai vaneggiamenti del Corssen, d'un tratto li assume di nuovo e apre la via a delle interpretazioni, come quella della tavola plumbea di Magliano; più strano ancora che un uomo come Gustavo Meyer potè magnificare codesto neo-corssenianismo, come 'la soluzione della questione etrusca'„. Ebbene! nel modestissimo parer mio la spiegazione dell'enimma la dà verosimilmente l'Ascoli nostro, quando vanta (Arch. Glottol. VI p. 460) " quella forza convincente che è il gran carattere della verità, e suole consistere in ciò, che ne venga all'autore e in altri una persuasione pronta, e via via maggiore, perchè le riprove scaturiscano da sè e oltrepassino il problema da cui si muove „.

APPENDICE

I giudizi di Littmann e Dianelsson intorno alle somiglianze della lingua lidia coll'etrusca.

Dopo la sempre indarno aspettata lunga bilingue etrusca, niente forse desiderarono gli etruscologi e gli storici antiquarii nostri, più di qualche autentico documento per la parlata di quel paese, dal quale avrebbe Tirreno (Herod. I 9) guidati i coloni lidi alle coste dell'Italia Umbra: documento onde stimavano sarebbe, malgrado del silenzio delle *Λυδιακά* di Xanto (Dionys. Hal. I 28, cf. Costanzi Ausonia 1907 p. 188-196), per avventura resa ognor più probabile la oggi prevalente opinione della provenienza ed origine orientale degli Etruschi. Ora, grazie al volume VI delle *Publications of the American Society for the excavations of Sardes*, colla prima parte delle *Lydian Inscriptions*, edite e commentate dall'eminente orientalista Enno Littmann, e grazie alla geniale copiosa recensione del Danielsson nel suo *Zu den Lydischen Inschriften* (Upsala 1917), cauta insieme ed acuta e cortese, com'è suo costume, quel desiderio comincia ad ottenere soddisfacimento: che anzi fra' 13 testi dal Littmann dati in luce, dei 34 onde rassegna il trovamento, riservando per gli altri la divulgazione a più tardi " since they cannot as yet be translated „, sta nientemeno che una bilingue lido-aramea " di due volte otto linee „, mentre fra' riservati sono " about half a dozen of rather long well carved Lydian inscriptions, some of which are in perfect condition „.

Per verità, come sgraziatamente di spesso accade appunto dei testi bilingui, anche della bilingue lidia predetta l'importanza ed il profitto riuscirono in molta parte minori assai della speranza, perchè il primo rigo di contenuto cronologico, secondo gli anni di regno di un Artaserse, sparì causa la rottura della stele, mentre poi il testo aramaico si trova in più luoghi oscuro e incomprensibile, perchè sembra non rispondere al testo lidio. In compenso, non meno interessante apparisce una stele di magnifica incisione con 12 versi assonanti in *o* (Danielsson,

p. 6-7 *as'trkoψ*, 2 *iskos'*, 3 *kasnol*, ecc.). — Nel suo sesto capitolo, dà il Littmann le sue " comparisons ", per via di queste cercando fissare il posto della lingua lidia fra le lingue antiche, con speciale riguardo all'etrusco, rimpetto al quale (Da. p. 39) " it seems to me, conclude egli, that the relationship between Etruscan and Lydian cannot be denied, unless we are misled and duped by accidental coincidences in the most extraordinary way ", sentenza recisamente favorevole alla quale il Danielsson non sa acconciarsi, perchè fondata a suo avviso sopra troppi dati malsicuri ('zu viele noch unsichere') e come tali riconosciuti dal L., fra cui in ispecie di gran lunga i più fra' confronti lessicali lido-etruschi ('der weitaus grösste Teil der lydisch-etruskischen wortvergleichungen') ". In effetto, anzitutto a favore del Danielsson sta

1) quanto all'ALFABETO, l'incertezza circa il valore dell'elemento, ora mediano, ora finale, che il Dan. trascrive (p. 15. 40), conforme alla figura, con *ψ* e Litt. legge circa *ñ*: così *aψãntruψ* per *Αλεξάνδρου*, quindi con *-ψ-* certa per *-l-* e *-ψ* per un incerto segnacaso. Sta poi

2) quanto alla FONOLOGIA, *a*) la presenza nei testi lidj delle consonanti medie, che quasi affatto mancano agli etruschi (1), quantunque il suono appaia talvolta piuttosto di tenue, come d'altronde le tenui etrusche, fatta ragione delle rispondenze e trascrizioni latine, si vogliono tenere non di rado vicine alle medie; *b*) la presenza della vocale *o* insieme colla *u*, laddove in Etruria per lo più soltanto *u*, e p. es. a Novilara e Lenno soltanto *o*; *c*) la mancanza nei testi lidj finora dei dittonghi *ai ei ui* frequentissimi negli etruschi. E sta

3) quanto alla MORFOLOGIA ed al lessico, la mancanza finora d'ogni indizio sì di *-s* nominativo (e forse di *-m -n* accusativo) (2),

(1) Unico esempio strettamente etrusco di media, s'ha nello *azBava* dell'arcaica epigrafe di Barbarano (*aizaruva alqum* —), secondo rilevai subito alla scoperta nei Rendic. Ist. Lomb. 1896, p. 694 (cfr. *Vicende fonetiche dell'alfab. etr.* p. 13), ed ora in parte rettifico conforme alla correzione del Torp Etr. Beitr. Zweite Reihe p. 16 (*alqum*, non *mazba*): altri esempi in testi etruscheggianti, v. *Vicende* l. c. p. 336 sgg., dove si dà conto naturalmente eziandio di *g* e *d* etruschi. Cf. *aliqu alqu*.

(2) V. Glotta V (1912) p. 224-226 [*zilaχ*]*nce meθlum*, *zilaχnve pulum*, *tenve meχlum*, *svem θumsa matan*, *tn turce Ramθa* ecc.

sì di derivati nominali in *-sa* e *-sla*, sì di perfetti in *-ce* (e per me plur. *-sa*) (1), mentre poi fra le poche parole lidie di significazione accertata, nessuna concordanza si avverte, e così per figura lid. *vana* etr. *suθi* ' sepolcro , lid. *bord bruas'* ' nell' anno ' etr. *avils* o *avils'* or *rils* ' dell'anno '; nessuna poi finora coi numerali etruschi *maχ mac* ecc. e cogli altri nomi di parentela *clan, see* o *s'eχ* ecc.

Non mancano però di rimpatto coincidenze notevoli sotto tutt' i riguardi. Così primieramente, 1) circa all' ALFABETO, ed alla FONOLOGIA tanto nelle iscrizioni lidie, quanto nelle etrusche, incontrasi l'elemento *f* in figura a mo' del nostro 8: chè anzi, laddove lungamente si tenne che questo in quelle occorresse solo in tempi tardi e fosse stato prima, come nel Lazio e nella Venezia, rappresentato da *ch*, dimostrò il Da. come di esso già s'incontrino esemplari bene antichi ed uno anzi (Avles' Feluskes') di maniera affatto arcaica, cioè con ambi i circoletti surrogati da quadratelli o rombi congiunti per mezzo di una piccola linea verticale; per contro niente finora nei testi lidj risponde alla costante opposizione geografica del *s* al *s'* negli etruschi, sicchè sempre dove nell'Etruria settentrionale e centrale s'ha l'uno, ivi nella meridionale occorre l' altro (2); quanto 2) alla MORFOLOGIA, e presso i Lidi e presso gli Etruschi *-s* o *-s'* appunto appaiono coll'ufficio di segnacaso genitivo singolare e così sino ad un certo punto *-l*, laddove solo nella Lidia tale ufficio pare affidato anche al *-d*; infine 3) quanto al LESSICO " si dà una sola (Da. p. 41) per verità molto importante concordanza „, cioè dire " la particola enclitica copulativa lid. *-k* = etr. *-c* „, la cui realtà, subito da tutti accettata, fu insieme la mia prima scopertuccia nell' ordine delle parentele etrusco-italiche. Conclude quindi il Danielsson (p. 42) che " i monumenti della lingua lidia, sin dove noi finora ne abbiamo notizia, ben poco ricordano gli etruschi (' recht wenig an die etruskischen erinnern '), e che le iscrizioni tirrene della stele di Lenno in grado ben maggiore (' in weit höheren grade '), avvegnachè generale e non

---

(1) V. Glotta cit. p. 221 sg. *caperi zamti-c svem θumsa*, id. *sacnisa* e così *θensnua caper-c* ecc. *tinθas'a*, senza che *arce* (' in arca ') faccia difficoltà.

(2) V. *Vicende fonet. alf. etr.* cit. §§ 15-16 p. 342-352.

guari precisa lasciano l'impressione di un idioma apparentato coll'etrusco „. Ammette però il D. e stima anzi " verosimile ('wahrscheinlich') che fra lidio ed etrusco siano un tempo ('einst') intercedute relazioni abbastanza strette ('irgendwelche nähere Beziehungen'), senza che perciò debbasi pensar subito a diretta derivazione ('direkte Descendenz') „, ben potendo essersi trattato " di parentela collaterale ('Seitenverwandte'), o secondaria od acquisita per contatto fra idiomi in origine affatto diversi o lontani ('eworbener Sprachverwandtschaft die auf räumlicher Berührung zwischen ursprünglich nicht oder und von ferne verwandten Idiomen beruht'), fatta ragione altresì della lunga e larga loro separazione e dell'influsso su essi esercitato da altre favelle „; al quale proposito avvertisce il D. che se gli Etruschi furono in origine popolo dell'Asia Minore, non poterono emigrare in Italia guari più tardi dell'undecimo secolo a. C. conforme all'opinione di Montelius e Furtwängler, mentre poi per la nascita e il progresso dell'italianità etrusca non bastò certo un paio di secoli, ma si richiese una tratta di tempo ben più lunga secondo la giusta osservazione del Wilamowitz Möllendorff: di che consegue che nel 1100-1000, all'atto d'emigrare dalla Lidia, la parlata de' Lidi potè somigliar all'etrusca ben più che " dappoi sotto l'influsso profondo ('tiefgehenden Einfluss') degl'indogermanici Frigi „. Dei quali parmi in ogni caso notevole che il problema delle relazioni loro idiomatiche coi Lidi e però, se mai, cogli Etruschi e Latini, sorga contemporaneo a quello delle stupefacienti concordanze latino hethee (1) affermate dallo Hrozny, dopochè altre s'erano avvertite coi linguaggi egizio-semitici p. es. (etr. *lautn-ita* semitico *Jehudith* it. *Giuditta*, lat. *Julitta* it. *Giulietta*, ecc., *cezp* (sinonimo di *semφ* 7) e copto *ses'p* basco *zazpi*) (2) ed altre ancora a proposito del nesso

(1) V. Rendic. Ist. Lomb. 1917 'La sfinge impallidita' p. 346 n. 3 a proposito di Herbig, die Hethiter-Frage nella Deutsche Litteraturzeitung 26 febbraio 1916 num. 3, e cfr. Danielsson Gött. Gel. Anz. 1916 num. 8, e, dopo me e il Cumont in Francia, fra noi il Nogara nella Riv. indo-germ. ital. del Ribezzo I 1917 p. 113.

(2) Cfr. la mia nota Wölflin's Archiv VIII 497 per *hirquit-allus corb-ita* insieme con Sabbadini Boll. filol. class. 1906, XII p. 206-209 *aquit-rinum*, e con Trombetti Parentela p. 17; quant'a *cezp*, v. Atene e Roma 1910,

ario semitico. Tutto ciò sembrami sopratutto invitare gli storici ad un grande riserbo nelle deduzioni etnografiche di base glottologica, conforme ai nuovi atteggiamenti che sempre più presenta il problema sterminato complicatissimo delle origini del linguaggio e delle mescolanze linguistiche: infatti, avvenuto il miracoloso mutamento, grazie al quale il quadrumane gridante diventò bimane parlante, conforme alle leggi della natura, l'infinita varietà dei modi dovette offrire infinite concordanze indipendenti da qualsiasi speciale parentela.

---

p. 10 e 1911 p. 308; quanto alle relazioni coll'Egitto, insieme colle notizie raccolte ne' miei Saggi e Appunti p. 2 e 188, non vuolsi dimenticare la vecchia questione dei Tursha, di cui da ultimo Oberziner 'I popoli del mare' nelle Mem. Ist. Lomb. 1913 p. 283 sgg.

GIACOMO GIOVANETTI
ed il protezionismo agrario nel Piemonte di Carlo Alberto

Nota del Socio naz. resid. GIUSEPPE PRATO

Il nome di Giacomo Giovanetti, giureconsulto novarese (1786-1849), non è oggi frequentemente ricordato dagli studiosi delle dottrine economiche. Il valore della sua coltura unita al singolare coraggio delle sue opinioni non ha valso a compensare la modestia e la riservatezza quasi restia con cui egli circoscrisse la propria attività scientifica e politica più apparente in un ristretto àmbito provinciale. Onde l'oblio è da tempo disceso sui contributi notevolissimi da lui recati alla divulgazione pratica se non al progresso teorico delle idee economiche in un tempo nel quale più luminosamente si affermavano, nel campo della scienza, le loro essenziali verità.

Dei suoi scritti in tal materia, il solo talvolta citato è il saggio *Della libera estrazione della seta greggia dal Piemonte* (1), fiera requisitoria contro il tradizionalismo vincolistico, suscitatrice delle più vivaci polemiche anche fuori del regno (2); non meno notevole è però il *Rapporto all'Amministrazione della città di Novara, fatto il 31 dicembre 1832 in nome della Commissione creata con ordinato 27 stesso mese per riferire sulla convenienza dell'abolizione delle tasse annonarie* (3). Vengono invece spesso

(1) Torino, Fodratti, 1834.

(2) Per un riassunto della polemica cfr. P. Iannaccone, *Di un economista piemontese del secolo XVIII* (*Donaudi delle Mallere*) in " Atti della R. Accademia delle scienze di Torino ", v. XXXVIII (1902-903).

(3) Torino, Chirio e Mina, 1833. L'importanza dei contributi economici del G. fu, ai suoi tempi, segnalata da L. Bianchini, *Della scienza del ben vivere sociale e della economia degli Stati*, v. I, Napoli, Stamp. reale, 1857,

consultati tuttora l'opera di maggior mole di indole giuridica: *Du régime des eaux et particulièrement de celles qui servent aux irrigations*, geniale illustrazione della dottrina classica e romagnosiana, ispiratrice della disciplina delle acque sancita dal nuovo codice (1) ed oggetto anche all'estero di vivi encomi (2); ed il *Commentario degli statuti novaresi* (3), sapiente coordinazione delle vecchie norme del diritto locale ai principî della divisata uniforme codificazione (4). Ma nessuno degli storici che non cancellarono senz'altro l'insigne uomo perfino dagli elenchi frettolosi delle personalità notabili in quel memorando periodo (5),

---

p. 417. Brevi scritti sul regime dei boschi e sulla storia del setificio in Inghilterra pubblicò pure il G. su gli *Annali universali di statistica*, 1833, v. 37° e 1835, v. 45°.

(1) Parigi, Imprimerie royale, 1844.

(2) Cfr. F. Sclopis, *Storia della legislazione negli Stati del re di Sardegna dal 1814 al 1847*, in " Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino ", p. 54 e sg. dell'estr.

(3) Torino, Chirio e Mina, 1830.

(4) Altre operette giuridiche occasionali, discorsi e brevi recensioni del G. sono elencate nella bibliografia di A. Manno, *L'opera centenaria della R. Deputazione di Storia patria di Torino*, Torino, Bocca, 1884, p. 289 e sgg., dove invece non trovo ricordato un lavoretto giovanile sullo stato civile, che, nel 1809, dischiuse al suo autore la via degli impieghi nel regno italico. Ne fa cenno R. Asperi, *Giacomo Giovanetti, giureconsulto novarese*, Novara, 1905.

(5) Il miglior cenno sintetico sulla vita e sulle opere del G. trovasi nel citato studio del Manno: " *Giovanetti* (nobile Giacomo), celebre giureconsulto ed economista, nato ad Orta il 1° giugno 1786 dal chirurgo Filippo e da Angelica Iori, m. in Novara ai 22 gennaio del 1849. Laureato in leggi a Pavia nel 1807, andò nel 1810 a Trento come segretario, poi come sostituto di quel procuratore regio. Dopo la restaurazione se ne rimase in patria, acquistando man mano il nome di principe degli avvocati piemontesi. Tanta fu la sua perizia, specialmente nella intricatissima giurisprudenza delle acque, che i Governi di Francia e di Portogallo lo incaricarono di compilare per essi speciali codici di questa materia. Ne ebbe la Legion d'onore e l'Ordine di Cristo, che aggiunse alla Croce mauriziana ed a quella per il merito (1835). Carlo Alberto, che moltissimo lo stimava, e che de' suoi consigli si valeva, gli conferì la nobiltà trasmissibile (RR. PP. 4 marzo 1845), lo creò consigliere di Stato, con titolo di presidente capo e lo nominò senatore, dei primi (3 aprile 1848). Udendone la morte esclamò: Molto ho perduto, perdendo Giovanetti! Di Novara fu benemerito per aver promossa presso la generosa contessa Giuseppina Tornielli-Bellini la splen-

e quegli stessi che, or non è molto, meritoriamente ne rivendicarono la fama, producendo nuove prove del gran conto in cui era tenuto dalle più alte autorità scientifiche dell'età sua (1), curarono, ch'io sappia, di rilevare l'evidente rapporto che corre fra l'orientamento del suo pensiero economico, chiaramente espresso in ogni pagina della pregevole produzione (2), e la politica pratica allora iniziata e logicamente proseguita e svolta dal piccolo regno, per merito e volontà di due governanti che entrambi ebbero nel Giovanetti un ascoltato consigliere ed un fedele amico: Carlo Alberto e Camillo di Cavour.

La deferenza cordiale del conte per l'avvocato novarese è ricordata dai biografi che narrano come al futuro ministro egli illustrasse per primo le condizioni economico-agrarie della regione ove doveva svolgersi tanta parte della sua geniale attività (3). Più assidua ed intima fu però la comunanza intellettuale del devoto suddito con lo sventurato sovrano, il quale, nella notte sul 7 febbraio 1847, venne dal suo consiglio, unito a quello del vescovo d'Angennes, dissuaso da abdicare (4), e che pianse la sua morte, avvenuta pochi mesi più tardi, come una perdita crudelissima (5). Era noto d'altronde ai famigliari del

dida fondazione di quell'istituto di arti e mestieri, dei primi, non solamente in Piemonte, a dare una soda istruzione tecnica. Cosicchè fu giusto onore quello tributatogli dal Municipio novarese, quando, nel 1853, gli fe' coniare dal Ferraris e scrivere dal Cibrario una medaglia, con busto a gran rilievo e la scritta: G. G. statista e giureconsulto | di alto valore | mantenne le ragioni della libertà | e della indipendenza | contro l'arbitrio che le inceppa | e la licenza che le travolge „ (segue l'elenco delle pubblicazioni).

(1) Cfr. F. Gabotto, *Lettere inedite di Luigi Cibrario a Giacomo Giovanetti (1835-49)*, in " Il risorgimento italiano „, N. S., v. X. n. 3. Ben nota il G.: " G. Giovanetti è una figura che merita maggior rilievo e più largo posto nella storia del risorgimento che ora non abbia „.

(2) Perfino nel *Commentario degli statuti novaresi*, opera strettamente giuridica, il G. volle, concludendo, affermare la sua fede nel principio benthamiano, secondo cui il concetto di utilità, nel suo vero senso, coincide con quello di giustizia (p. 220).

(3) Cfr. E. Visconti, *Cavour agricoltore. Lettere inedite a Giacinto Corio agricoltore*, Firenze, Barbera, 1913, pp. 5, 47.

(4) Cfr. Predari, *I primi vagiti della libertà italiana in Piemonte*, Milano, Vallardi, 1861, p. 261.

(5) Cfr. L. Cibrario, *Notizie sulla vita di Carlo Alberto, iniziatore e martire dell'indipendenza italiana*, Torino, 1861, p. 67 e sg. *n.*

principe quale parte spettasse ai colloqui col Giovanetti ed alla lettura dei suoi scritti nelle simpatie per la politica economica liberale in ogni occasione affermate dal re (1), e come nessuna riforma legislativa venisse decisa a Torino senza prima averlo sentito (2). Onde ogni opinione da lui manifestata circa i maggiori problemi allora dibattuti assume significato singolarissimo, come strettamente collegata alla linea d'azione spesso imposta dal re ai più reluttanti suoi cooperatori, mentre serve a colorire talune caratteristiche di ambiente finora affatto trascurate dalla storia tradizionale.

Rinviando ad uno studio speciale l'analisi economica, sociale ed intellettuale di codesto ambiente, insieme con l'esame particolare degli scritti del nostro in rapporto agli episodi che li provocarono (3), voglio oggi semplicemente arricchirne la non numerosa serie con un lavoretto occasionale, che non mi risulta sia stato mai pubblicato, e che conservasi manoscritto nel civico museo del risorgimento di Genova, dove me lo fece scoprire il prezioso catalogo di Achille Neri (4). L'argomento al quale si riferisce la breve monografia nulla ha perduto del suo interesse anche ai giorni nostri. Pei tempi però in cui fu scritta e per i precedenti, le aderenze, la classe sociale del suo autore, il modo come il tema vien trattato assume inoltre un significato indiziario rilevantissimo, specie se noi lo avviciniamo ad altre manifestazioni contemporanee e lo poniamo a riscontro di talune vicende di politica economica, lo studio delle quali è presupposto indispensabile ad apprezzare adeguatamente le direttive ideali a cui obbedì, fra le apparenti esitanze, la sincera volontà riformatrice dell'italo Amleto. Quale sintesi di coltura ed asserto di fede scientifica la memoria trascende d'assai il valore di un documento individuale, per gettar viva

(1) Cfr. Cibrario, *Notizie sulla vita di Carlo Alberto, iniziatore e martire dell'indipendenza italiana*, p. 48.

(2) Cfr. V. Bersezio, *Il regno di Vittorio Emanuele II. Trent'anni di vita italiana*. Torino, Roux e Favale, 1891, v. II, p. 420 e sgg.

(3) In un volume di prossima pubblicazione dal titolo: *Idee e fatti economici in Piemonte alla vigilia del 1848. L'Associazione agraria subalpina e Camillo Cavour*.

(4) Milano, Alfieri e Lacroix, 1915, p. 147.

luce sul livello educativo e mentale di un ceto medio, troppo spesso chiamato a giocar una scolorita ed antipatica parte di pura maniera nelle narrazioni più o meno volgari e scolastiche della recente storia nazionale.

***

Il problema economico esaminato nel parere amministrativo che ritenni opportuno pubblicare integralmente, era, negli anni in cui questo fu scritto, dei più appassionatamente discussi in tutta Europa. La fine delle guerre napoleoniche e del blocco continentale con la restaurata sicurezza delle navigazioni e dei traffici avevano attirate forti correnti di esportazioni cerealicole dalla Russia meridionale e dal Mar Nero verso i nostri mercati, con effetti sensibilissimi sui prezzi, mantenuti dalle anormali condizioni del periodo precedente ad un livello eccezionale. Già, per dir vero, alcuni anni prima, durante la breve alleanza franco-russa, un fenomeno analogo aveva accennato a prodursi; inducendo, fra gli altri, il conte Vincenzo Dandolo a far oggetto di studio particolare le probabili conseguenze perturbatrici dell' esteso dominio moscovita sulle coste eusiniche e dell'apertura del Bosforo al commercio occidentale. Richiamando l'attenzione sulla attiva politica di colonizzazione, di produzione e di esportazione inaugurata dal governo dello tzar negli immensi possessi e nei conquistati scali del mezzogiorno, egli enumerava le centinaia di navi, che già avevano raggiunto, per tal via, i porti italiani e francesi (815, cariche di 2.203.600 ettolitri di granaglie, nel 1803); presagiva l'inevitabile accrescersi di tale corrente, posto che il prezzo di Odessa non toccava la metà di quello corrente sulle piazze italiane; e notava i disastrosi effetti della improvvisa concorrenza sull' agricoltura nostra, la prosperità della quale dipendeva in gran parte dalla posizione privilegiata che le era assicurata dalle deficienze croniche di altri popoli europei. Rimedio al male scorgeva unicamente in un potente e favorito risveglio della vita industriale, che intensificasse la domanda di prodotti agricoli e di materie prime indigene nell' interno del regno italico; in un regime di libertà commerciale animatore delle

energie; e nello sgravio tributario della proprietà terriera, ad incoraggiare un progresso tecnico riduttore dei costi (1).

Il tramonto dell'amicizia fra i due imperatori dissipò presto simili inquietudini; ma esse rinacquero e si generalizzarono dopo il 1815, con forza tanto maggiore in quanto l'instaurato equilibrio politico prometteva un'indefinita durata, unita alla massima stabilità. Onde riprendeva lo stesso scrittore lo studio del problema in opera di più vasto e sistematico disegno, rilevando anzitutto l'aggravarsi del fenomeno al di là d'ogni pessimistica previsione (oltre 2000 navi, cariche di 4 milioni di moggia — quasi 6 milioni di ettol. — di cereali eran passate pel Bosforo nel 1817); calcolando che il costo di produzione del moggio di frumento indigeno non poteva valutarsi in Lombardia a meno di 33 lire, mentre il prezzo di quello importato appena toccava le 26-30 lire; ed insistendo sulla gravità della crisi che inevitabilmente doveva derivarne. Quanto ai rimedi, riaffermava il Dandolo la necessità di un profondo rinnovamento culturale, emendatore di metodi ed abiti mentali inveterati, da cui procedesse l'intensificazione delle latenti e mal note forze produttive del suolo, la razionale utilizzazione del medesimo per le più adatte colture, la sostituzione, ovunque si presentasse possibile, della produzione a cereali con altre di miglior rendimento, l'applicazione su vasta scala dei concetti di concimazione scientifica, così genialmente preconizzata dalle felici esperienze del chimico Giobert (2). Nel che concordava con un giudizio pur allora espresso, riferendo sull'opera dello scienziato piemontese, dalla *Biblioteca universale*, che così riassumeva i termini del preoccupante problema: " I progressi " notevolissimi dell'incivilimento propagatisi nelle provincie meri-

(1) Cfr. " Sulla necessità di animare nel Regno italiano l'industria, e di crearne de' nuovi rami, affinchè l'attuale libera navigazione del Mar Nero, per cui si trasportano in Italia quantità immense di granaglie, non abbia a recare una troppo sensibile degradazione al valore della primaria nostra ricchezza, che consiste in prodotti rurali ", in *Sulla pastorizia, sull'agricoltura e su vari altri oggetti di pubblica economia*, Discorsi, Milano, Pirotta e Maspero, 1806, p. 252 e sgg.

(2) Cfr. *Sulle cause dell'avvilimento delle nostre granaglie e sulle industrie agrarie riparatrici dei danni che ne derivano*, Milano, Sonzogno, 1820, pagina 3 e sgg.

" dionali della Russia e nelle orientali della Turchia, un' atti-
" vità maggiore insinuatasi nel commercio di queste provincie
" minacciano di una rivoluzione l'agricoltura di tutta quanta
" l'Italia, della Spagna e del Mezzogiorno della Francia. Il vile
" prezzo dei grani, dei quali sono riboccanti i nostri porti e
" procedenti da quei paesi, finirà per abbassare in tal maniera
" quello dei nostri, da costringerci ad abbandonarne la coltiva-
" zione, ed a cercare un'agricoltura più vantaggiosa. E questo
" fatto merita tutta l'attenzione dei governi. Allora soltanto si
" apprezzerà in tutto il suo valore l'introduzione di migliori
" razze di animali d'ogni genere; ed allora la necessità di au-
" mentare i mezzi di bene ed abbondantemente nutrirli assicu-
" rerà un distinto posto alla segala, sia che voglia conside-
" rarsi come un prato artificiale, sia che, seppellendola nei
" campi a sovescio, essa permetta d' impiegare altrove tutti i
" letami „ (1).

Sospese per breve ora dalle fallanze di raccolti che subitamente rincararono i cereali nel 1818, le preoccupazioni rinascono, dal 1820 in poi, aggravate dalla crescente diminuzione dei prezzi perfino sui mercati d'origine (2). Ed i sintomi delle crescenti inquietudini si moltiplicano e si estendono. " In tutta
" Italia — scrive nel 1824 Pietro Colletta — il lamento degli
" agronomi e gli scritti di alcuni economisti attristano gli Ita-
" liani (già proclivi a timidezza per troppe avverate sventure);
" e confondono e insospettiscono le menti dei governanti, che
" fra pensieri di regno si vorrebbero serene e sicure. Gli uni
" vedono povertà nel presente, carestia nel futuro; gli altri, fra
" dottrine risuscitate, o novellamente generate da fervido in-
" gegno, propongono dei supposti mali stravaganti rimedi. Ed
" in mezzo a queste o disperazioni o mal fondate speranze, una
" parte di popolo sempre querula e sospettosa, maledice il pre-
" sente, più teme dell'avvenire, e fa motivo di scontentezza

(1) Settembre 1819, p. 225.

(2) L'Accademia imperiale di Pietroburgo bandisce infatti essa stessa un concorso per accertare le cause della curva discendente che si avverte nei prezzi dei grani indigeni, che, dal secolo XVII in poi, avevan seguìto sempre un inverso andamento. Cfr. *Annali universali di statistica, economia pubblica, storia, viaggi e commercio*, giugno, 1827.

" l'abbondanza, come se fosse penuria „. Non pensa però l'eloquente dicitore sian tutte giustificate, dal punto di vista del bene generale, le alte lagnanze. Se innegabilmente i proprietari, che acquistaron le terre a caro prezzo, ne veggon, con legittima apprensione, scendere il reddito molto al disotto del tasso normale degli altri investimenti, non può disconoscersi d'altro lato che " la " classe dei lavoranti, poverissima (un tempo) della società, oggi " molto traendo dalla sua fatica, poco spendendo al suo vivere, " fa cumulo di risparmi, compra casa o podere, e come vuole " natural talento si dà ventura di moglie e di figli. Un sol rac- " colto abbondante è conforto di povertà; ma la lunga abbon- " danza è progresso di agiatezza e di vita. Ciò che dunque tiene " afflitti i possidenti ha fatto ricchi i lavoratori, e la civiltà " è avanzata „. Tanto meno poi deve ricorrersi, per sopprimere gli inconvenienti, ai metodi proibizionistici. La Toscana, che sperimentò tutto il vantaggio dell'opposto sistema, non può ricadere nel dominio di tanta superstizione. Nel miglioramento incessante delle colture, nell'applicazione dei più razionali processi devono invece gli agricoltori, favoriti da equi ordinamenti tributari, cercare il segreto per superare la crisi (1). Fra i Georgofili, dove parla applauditissimo, lo storico napoletano incontra fervidi consensi. Gino Capponi, Cosimo Ridolfi, Lapo De' Ricci, Giovan Battista Thaon, Pietro Ferroni, Giuseppe Cosimo Vanni, Ferdinando Tartini Salvatici, in una memoranda serie di memorie e comunicazioni accademiche, svolgono la stessa tesi, contro le obbiezioni di Francesco Chiarenti, di Aldobrando Paolini, di Gregorio Chiarini, concordemente respingendo l'idea d'un dazio di protezione ed invocando unico rimedio alla depressa agricoltura nell'intensificato zelo dell'iniziativa privata (2). Una improvvisa mutazione avvenuta nei prezzi dei grani nel 1829 porge occasione poi a Raffaele Lambruschini di chiudere la di-

(1) Cfr. " Alcuni pensieri sulla economia agraria della Toscana „, in *Opere edite ed inedite*, Napoli, Stamp. naz., 1861, v. II, p. 69 e sgg.

(2) Cfr. le loro memorie in *Scritti di pubblica economia degli accademici georgofili concernenti i dazi protettori dell'agricoltura*, Arezzo, tip. Bellotti, 1899, v. I, p. 3 e sgg.; II, p. 5 e sgg. Un'efficace esposizione sintetica della controversia accademica dà A. Morena, " Gli accademici georgofili e la libertà del commercio (1753-1860) „, Ibid., v. I, p. LXVIII e sgg.

sputa con tre lezioni, in cui definitivamente ribadisce la condanna del protezionismo agrario (1). Nè il ritorno dei prezzi più bassi induce a diverse conclusioni il conte Ferdinando Lucchesi-Palli di Campofranco, il quale, prendendo a studiare poco dopo il fenomeno nei riguardi della Sicilia, si sforza anch'egli di dimostrare che il male paventato si rivelerà transitorio (almeno nei riguardi dell'Italia meridionale ed insulare, i cui grani son più duri e di maggior peso), purchè si sappia utilizzare per più attivi scambi d'altre merci e derrate da noi prodotte la prosperità nuova dei paesi d'oriente, e a condizione che la massima libertà di commercio interno ed esterno imprima nuovo vigore allo spirito di iniziativa industriale e mercantile, fonte unica della ricchezza delle nazioni (2). Cordialmente encomiando le conclusioni di questo scritto, Gian Domenico Romagnosi riconosce l'eccezionalità delle cause onde è sorta la improvvisa pletora dei grani russi (dovuta essenzialmente alla coltivazione coattiva dei terreni abusivamente diboscati, imposta da Caterina II), e conferma che quel prodotto, nè per la sua qualità, nè per la sua continuata coltura potrà sostenere a lungo la concorrenza del grano italiano; onde il timor panico del pubblico appare del tutto ingiustificato (3).

L'autorevole verdetto di tanti valentuomini, fedeli seguaci dell'indirizzo intellettuale che agli economisti del secolo precedente aveva fatto strenuamente propugnare il principio della massima libertà frumentaria, non vale a calmare l'agitazione politica che la persistente concorrenza va intanto propagando nei paesi importatori. Come, in tempi a noi più vicini, la minaccia della concorrenza americana provoca in Europa il trionfo delle correnti di protezionismo agrario, così allora i moltiplicati arrivi dall'Oriente, uniti già a qualche spedizione dagli scali d'oltre Oceano, suscita, fra la classe potente e politica-

---

(1) *Sul cambiamento del prezzo dei grani*, in " Giornale agrario ", 1829, v. III, p. 278 e sgg.

(2) Cfr. " Sui mezzi atti a impedire i danni che possono provenire dal commercio de' cereali del Mar Nero in occasione del libero passaggio del Bosforo ", in *Opuscoli di economia politica*, Palermo, tip. del Giornale letterario, 1837, p. 3 e sgg.

(3) Cfr. *Annali universali di statistica*, agosto 1834.

mente dominante dei proprietari terrieri, un' agitazione, che presto si diffonde nell'opinione pubblica e raggiunge le sfere governative. In Inghilterra, dove la franchigia accordata dal 1806 ai raccolti irlandesi e la estensione delle colture ad alto costo dovuta alle guerre napoleoniche aumentan i timori provocati dalla discesa dei prezzi, i clamori degli agricoltori fan capo in parlamento alle ripetute inchieste, onde esce aggravato il regime rigorosamente protettivo contro cui insorgerà, venti anni dopo, Riccardo Cobden (1). In Francia la forza dei proprietari protezionisti vince agevolmente alla camera l'opposizione eloquente dei liberali, capitanati da Voyer-d'Argenson, ottenendo consacrato dalle leggi del 1819 e 1821 un odioso monopolio (2). Tariffe di moderata protezione adotta pure lo Zollverein (3). Contro la tendenza rapidamente diffusa, a chiudere dovunque i mercati ben poco valgono le positive dimostrazioni dell'assurdità del sistema, simili a quella data nel 1826, commentando le inchieste inglesi, dal Moreau de Jonnès (4); gli argomenti del quale troppo bene risultano confermati dalle periodiche carestie che, in quegli anni stessi, a ogni fallanza di raccolti, colpiscono or l'una or l'altra parte d'Europa.

E, anche in Italia, mentre il solo granduca Ferdinando di Toscana resiste alle velleità protezionistiche, rispondendo fino agli ultimi istanti di sua vita: " Non voglio accrescere i mali del popolo „ (5); e nelle Due Sicilie l'intervento statale si esercita di preferenza con divieti d'estrazione, per propiziare al di-

(1) Cfr. H. Richelot, *Histoire de la réforme commerciale en Angleterre*, Parigi, Capelle, 1853, v. I, p. 25 e sgg.

(2) Cfr. O. Noël, *Histoire du commerce extérieur de la France depuis la Révolution*, Parigi, Guillaumin, 1879, p. 45 e sgg.

(3) Il dazio sul grano della tariffa del 1834 si poteva valutare al 6,6 % del prezzo medio, secondo i calcoli del Richelot, *L'Association douanière allemande*, Parigi, Capelle, 1845, p. 102.

(4) L'opera è riassunta in *Annali universali di statistica*, novembre 1826.

(5) Cfr. E. Poggi, *Cenni storici delle leggi d'agricoltura dai tempi romani fino ai dì nostri*, Firenze, Le Monnier, 1845, v. II, p. 392. In omaggio alla politica granducale i protezionisti erano in Toscana considerati poco meno che sovversivi. Ne fan prova le difficoltà incontrate dal Paolini ad ottenere l'approvazione della censura alla sua memoria sui dazi frumentari. Cfr. i documenti della pratica in *Scritti di pubblica economia degli accademici georgofili concernenti i dazi protettori dell'agricoltura*, v. II, p. 287 e sgg.

spotismo la simpatia delle plebi cittadine (1), il governo pontificio, impressionato dai pronostici dei suoi memorialisti, che vaticinano immancabile l'abbandono della coltura granaria nella penisola ove non s'arresti l'inondazione del frumento eusinico, attua, con l'editto Pacca del 15 febbraio 1823, il regime della scala mobile, confermato da altro editto 25 gennaio 1825 con il conferimento di premi all'esportazione (2); e verso un proibizionismo feroce si orienta, coerentemente alle direttive della politica commerciale austriaca, il Lombardo-Veneto (3), dove, fin dal 1826, la Congregazione veneta aveva supplicato il " cuore paterno „ dell' imperatore di alleviare all' agricoltura il peso delle imposte, considerando " l'avvilimento sommo di prezzo in " cui son cadute le produzioni del suolo..... senza speranza di " miglior avvenire, dappoichè le coltivazioni agrarie accarezzate " da tutte le nazioni del mondo portano la triste conseguenza " che le Provincie d' Italia, le quali trovavano altra volta la " loro risorsa nel dare agli altri il loro naturale sopravanzo, " vedono ora i loro porti inondati da straniere granaglie, che " ne disputano la concorrenza e ne avviliscono il prezzo „ (4).

Nel regno sabaudo il regime daziario dei cereali non seguì, nei primi quindici anni della restaurazione, un andamento molto diverso. Alla tariffa mitissima dei primi tempi, assolutamente illusoria come protezione (l. 0,10 al quintale sui grani introdotti per il confine di terra, 2,50 su quelli sbarcati nel Geno-

---

(1) Cfr. Zammarano, *Nord e Sud avanti e dopo l'unità nazionale*, in " Rivista d'Italia „, 1902, v. I, p. 753 e sgg. " Nelle Due Sicilie, scriveva Antonio Scialoia, l'estrazione è proibita; e, quantunque in quel regno la " produzione del grano sia più abbondante che in Piemonte, ed il Governo " costringa indirettamente i proprietari a vendere per prezzi limitati i " grani da loro prodotti, pure i grani esteri del Mar Nero che vi s'importano sono ordinariamente il rifiuto degli altri porti, e vi si vendono per " una o due lire più l'ettolitro „. Cfr. *Carestia e governo*, s. l. n. d. (Torino, 1853), p. 15.

(2) Cfr. R. Broglio d'Aiano, *La politica doganale degli Stati italiani dal 1815 al 1860. 1° La politica doganale dello Stato pontificio*, in " Giornale degli economisti e rivista di statistica „, ottobre, novembre, dicembre 1911.

(3) Cfr. F. Ferrara, *Le dogane moderne*, in *Esame storico-critico di economisti e dottrine economiche*, Torino, Unione tip. ed., v. II, p. 229.

(4) Cfr. A. Sandonà, *Il regno lombardo-veneto, 1814-1859. La costituzione e l'amministrazione*, Milano, Cogliati, 1912, p. 241 e sgg.

vesato), ed al sistema nettamente contrario agli interessi dei proprietari che si manifesta nelle distribuzioni semi gratuite di grani del 1816 e 1817 e nella legge limitatrice degli affittamenti (1), succede quasi subito (1818) un'estensione della tariffa marittima anche agli arrivi dalla Lombardia; indi, nel 1819, un aumento del dazio a 4 lire, nel 1822 a 6. Un manifesto camerale del 17 gennaio 1825 accresce poi di metà il dazio sui cereali, solo ammettendo una riduzione del terzo a favore di quelli trasportati su navi nazionali. La tariffa generale 19 febbraio 1830 conferma infine il dazio di L. 9, fonte di importanti proventi fiscali, stante la normale deficienza della produzione indigena pel consumo interno — dai 326.000 (minimo) ai 561.000 (massimo) quintali, dal 1821 al 1830 — (2).

Ai privilegi daziari s'aggiungon intanto, a più riprese, agevolezze tributarie, in forza degli editti 10 dicembre 1819 e 4 dicembre 1820, e delle r. patenti 2 giugno 1824, che riducono del 10 %, quindi del 12 % l'onere dell'imposta prediale, in anni di mercato sfavorevole. Ma l'avvento al trono di Carlo Alberto segna in questo campo come in molti altri un radicale cambiamento d'indirizzo, espresso nel manifesto camerale 17 marzo 1834, che riconduce a sole L. 3 la tariffa doganale del grano. Misura coraggiosa, a cui rispondono in tutto il regno alte proteste per parte degli interessati, a gara lacrimanti sulle sorti dell'agricoltura nazionale votata a sicura rovina.

Delle lamentose doglianze si fa interprete il conte di Pralormo nel reale consiglio di conferenza del 3 marzo 1836, il cui verbale trovo riassunto nei seguenti termini in appunti di Luigi Cibrario (3): " Le comte de Pralormo expose que le proprie-
" taire souffre et voit diminuer ses capitaux ensuite du bas prix
" des céréales: que le taux moyen de l'*emine* de froment etait de

(1) Cfr. A. Segre, *Manuale di storia del commercio*, Torino, Lattes, 1915, v. II, p. 271.

(2) Cfr. Broglio d'Aiano, *La politica doganale del Piemonte dal 1815 al 1834*, in " Giornale degli economisti e rivista di statistica ", aprile-maggio 1912.

(3) Questi foglietti di memorie, da cui spesso emergono notizie preziose circa lo spirito e le tendenze del re e dei suoi collaboratori, si conservano dalla famiglia Cibrario, che ne concesse la visione al prof. Adolfo Colombo dal quale ne ebbi, a mia volta, amichevole comunicazione.

" 3 lir. equivalent a 48 sous anciens; taux auquel le froment " avant la révolution est rarement descendu; qu'à cette epoque ce- " pendant le Piemont ne payait que 24 milions de francs de con- " tribution, tandis qu'à present l'impôt s'elève à 60 millions en- " viron, Génes exceptée. Il voudrait maintenir le tarif actuel des " importations par mer et retablir l'ancien des importations par " terre; il voudrait aussi borner la sortie de la soje grège aux " provinces limitrophes du Milanais et du Plaisantin; il demande, " au besoin, une enquête sur la detresse de l'agriculture. Gallina " s'oppose a ces conclusions: dit que le bas prix des céréales est " général en France et en Angleterre et ailleurs; qu'il est dû au " long etat de paix, au developpement de l'agricolture, qu'un " tarif prohibitif ne ferait que resusciter la contrebande ".

L'inchiesta vièn tuttavia decisa e immediatamente ordinata dalla segreteria degli affari interni, come rilevasi da lettera 10 marzo 1836 dello stesso Pralormo, conservata, con alcune delle relative risposte, fra le carte dell' Archivio di Stato di Torino (1). Come molte altre pratiche amministrative della vecchia monarchia, questi documenti gettano luce interessantissima, oltrechè sulle condizioni economiche e sociali del paese in poco noti periodi, sulle idee e la mentalità prevalenti nelle sfere direttive e fra le classi colte, da cui uscivano i migliori funzionari.

Nel caso che ci occupa l' indipendenza dei giudizi di costoro appare tanto più significativa in quanto essi non potevan ignorare l'opinione del ministro, naturalmente desideroso di ricevere elementi a sostegno della sua tesi. Onde acquista particolare valore l'assoluta maggioranza dei pareri ottenuta, sotto più o meno trasparenti riguardi di forma e con riserve più o men caute, dall'opinione contraria.

Dei nove rapporti provinciali che possediamo, soltanto tre ripetono infatti gli argomenti protezionistici. Tiene fra questi

---

(1) Sez. 1ª. *Materie economiche.* " Agricoltura ". Carte da ordinare m° 2° " 1836. Questioni sul prezzo delle biade ". Il questionario diramato riflette i seguenti punti: 1° Se sussista in fatto l'allegato deprezzamento; 2° Se l'opinione pubblica lo ritenga stabile od accidentale; 3° Quali ne sian le cause, vere o supposte; 4° Se dall'universale si ritenga pregiudizievole ai soli proprietari oppure al complesso della popolazione; 5° Che si possa fare per rimediarvi.

il primo posto l'intendente Curlo di Cuneo, che, dopo aver rilevato l'aumento di raccolti in tutto il regno dovuto ai larghi dissodamenti di terre e la pletora di prodotti che ne deriva dopo che la restaurazione del 1815 ha chiuso lo sbocco sul mercato francese, riconosce giustificatissime le lagnanze dei proprietari. Vero è che, per l'acquisto della Liguria e il libero contatto con la Svizzera, il Piemonte è ben lungi da trovarsi nella critica condizione del Parmense, chiuso fra paesi sovra-produttori e quindi condannato " a veder languire i suoi cereali nella stagnazione e nell'avvilimento „. Ma, per godere delle circostanze propizie, è d'uopo sia assicurato agli agricoltori piemontesi lo sfruttamento del mercato ligure; mentre " il nostro si-
" stema è quello di una nazione che, temendo di morir di fame,
" di null'altro mostrasi più sollecita e più gelosa che di mante-
" nersi aperti e disponibili i granai del Mar Nero, della Sicilia,
" delle Romagne, della Sardegna e di tutto il mondo. Per cui,
" mentre l'affluenza dei cereali stranieri va depauperando ogni
" anno di più milioni la massa metallica circolante, i generi del
" nostro suolo rimangono stagnanti ed avviliti nel loro valore „.
La rovina dei proprietari, che finirà ben presto per derivarne, non è fatto indifferente allo Stato. Col venir meno della loro capacità di spesa, tutto l'organismo economico subisce impoverimento. Ai lavoratori stessi importa assai più vi sia domanda di lavoro che viveri a buon mercato; e, con tal sistema, si sospendono i miglioramenti nei fondi, si arrestano le opere tutte in cui si investono i risparmi dei proprietari. Aumenta infine persino il costo della mano d'opera, perchè, potendo l'operaio, col lavoro di tre giorni, guadagnar di che campare per una settimana, non cura di lavorare di continuo se non a prezzo esorbitante, vive nell'ozio, non risparmia, ecc. (1). Che la crisi nei corsi delle granaglie sia innegabile e tenda ad accentuarsi, risulta dalla seguente tabella.

(1) Questo curioso aspetto del problema, non del tutto immaginario per chi conosce la psicologia delle plebi rurali non possidenti (e che si osservò anche oggi in relazione ai fantastici salari determinati in molti luoghi dallo stato di guerra), veniva pure denunciato come causa aggravante della crisi, dai proprietari d'oltre Ticino. Cfr. Sandonà, *Il regno lombardo-veneto*, p. 243 *n.*

Prezzo medio a cui fu venduto il grano (per emina) sui principali mercati.

Provincie	Mercati	Dal 1780 al 1789	1790-99	1800-09	1810-19	1820-29	1830-36
		L.	L.	L.	L.	L.	L.
Cuneo	Cuneo	4,18	6,40	6,53	6,12	4,18	4,47
	Busca	4,90	7,22	8,25	7,13	4,70	3,68
	Caraglio	4,82	7	8	7,05	4,40	3,60
	Demonte	5,74	6,40	6,71	5,40	4,50	4,47
	Dronero	4,87	7,20	8,17	7,15	4,75	3,67
	Fossano	3,51	5,56	6,35	5,99	4,16	4,41
Alba	Alba	3,69	6,08	—	—	4,26	5,11
	Bra	3,60	5,75	6,25	5,75	4,16	4
	Canale	—	—	—	—	—	4,25
	Cortemiglia	3,68	6,25	6,11	6,70	4,07	4,95
Mondovì	Mondovì	3,77	5,75	6,29	6,30	4,24	4,66
	Ceva	3,51	5,50	6,02	6,06	3,99	4,46
	Dogliani	—	—	—	5,93	4,02	2,58
	Garessio	3,60	4,50	5	4,60	4,25	4
Saluzzo	Saluzzo	3,70	6,25	7,50	5,98	4,16	4,48
	Racconigi	3,04	4,93	5,33	6,01	3,07	4,34
	Savigliano	3,64	5,91	7,46	5,91	4,23	4,55
	Prezzo medio	4,01	6,04	6,71	6,14	4,21	4,22

Contro il male crescente non c'è che un rimedio: un regime di scala mobile, a tipo francese.

Una diagnosi analoga pronunziano gli intendenti di Casale (Nota) e quello di Tortona (Ferrero); il quale, giudicando evidente il danno generale per l'impoverimento della classe proprietaria, ne vorrebbe tutelati gli interessi, oltrechè da opportuni ostacoli alle concorrenze orientali e piacentine, anche da opportuni sgravi di imposte, nonchè da un calmiere annuale delle mercedi agricole, salite assai nei periodi di alti prezzi, nè più calate in seguito, da regolarsi dalle autorità mandamentali.

Ma ad uno spirito nettamente diverso si informano i referti di tutti gli altri funzionari.

Uno dei più espliciti nella rispettosa espressione del suo franco dissenso dalle vedute ministeriali appare l'intendente Bianchi di Torino, che non esita a dichiarare: 1° Che il ribasso di prezzo degli ultimi due anni dipende dall'abbondanza dei raccolti ed è perciò accidentale; 2° Che le condizioni climatiche fanno prevedere doversi, nello stesso anno in corso, determinare un nuovo rincaro; 3° Che, ad ogni modo, le fluttuazioni inevitabili a cui dàn luogo le vicende dei raccolti e dell'importazione non posson ritenersi rovinose, essendo compensate dall'abbondanza; 4° Che i prezzi attuali non son nuovi, già essendosi ripetutamente verificati per l'addietro. Confortata coi dati d'un breve elenco quest'ultima asserzione (1), ammette il riferente esser verità intuitiva che la facile importazione " serve di freno al prezzo dell'indigeno ". Ma, se i proprietari ne provano danno, assai vantaggioso, per contro, ciò riesce " all'immensa proporzionale maggiorità della popolazione ". Con la scala mobile sembrerebbe potesser conciliarsi gli opposti interessi; ma il contrabbando piacentino e lombardo renderebbe forse vana la misura, " mentre la politica governativa troverebbe forse con-
" trario alla bilancia della giustizia d'inceppare il commercio
" marittimo. La libertà di commercio è massima ricevuta da
" tutti gli economisti, e, per renderla veramente proficua ai
" popoli, converrebbe che tutti i governi l'adottassero vicende-
" vole; ma ciò non è, chè al contrario la rapresaglia doganale
" pare piuttosto, negli stati che ci circondano, sistema prepon-
" derante. Questi RR. Dominî sono composti di provincie di di-

---

(1) *Prezzo per emina di frumento sulla piazza di Torino al 1° aprile degli anni:*

1818	L. 5,47	1825	L. 3,75	1832	L. 4,91
1819	„ 4,40	1826	„ 3,96	1833	„ 5,23
1820	„ 3,68	1827	„ 5,80	1834	„ 4,58
1821	„ 4,78	1828	„ 5	1835	„ 4,32
1822	„ 3,50	1829	„ 5,34	1836	„ 3,91
1823	„ 4,40	1830	„ 4,44		
1824	„ 3,65	1831	„ 5,08		

" sparata essenza in fatto di commercio, d'industria, d'agricol-
" tura, in somma di fortuna pubblica, epperciò il maneggio del
" timone economico regolatore e conciliatore di detti principali
" elementi vi si incontra difficilissimo ; per cui una lunga espe-
" rienza mi consolidò nell'opinione che il nostro paese esigeva
" più d'ogni altro libertà di commercio, anche nello scopo di
" non fare gravitare sulla R. Amministrazione la responsabilità
" dei frequenti fluttuanti eventi che il commercio cagiona, meglio
" essendo che gli inevitabili effetti delle eventualità seguitino
" il natural corso dell'ordine sociale, e pesino a vicenda sui ceti
" possidente, trafficante e consumatore, a seconda dei tempi e
" delle circostanze, che tutti sanno vedere, calcolare ed ap-
" prezzare „.

Al concetto del Bianchi, che, forse senz'avvedersene, illustra le ragioni di opportunità politica per le quali un regime liberistico viene più facilmente attuato e mantenuto da un illuminato assolutismo che da un governo parlamentare, si accosta, in un più ampio ragionamento, l'intendente Della Torre di Novara.

Le doglianze dei proprietari del Piemonte, egli osserva, si odono pure in altre regioni italiane ed in Francia. " Si riferi-
" scono ad una grandissima questione di economia pubblica, che
" insorse fin dai primi tempi in cui si volsero le leggi doganali
" a proteggere ora l'agricoltura, ora le manifatture, ora il com-
" mercio. Appena sentito l'effetto delle leggi protettive, ciascuna
" classe procurò, sotto il velo del bene pubblico, di avere per
" sè la protezione e di volere la libertà per gli altri. Questo
" egoismo diede luogo all'emulazione degli agricoltori, dei ma-
" nifatturieri e dei mercanti; e queste tre grandi classi si sud-
" divisero, secondo il rispettivo interesse particolare, chiedendo
" ciascuno protezione, o di proibizioni o di diritti elevati per sè,
" e libertà per gli altri. In questo conflitto i Governi sono per-
" petuamente assediati da reclami e da querele e talvolta anche
" minacciati da sedizioni. Quindi non è mai bastevole la matu-
" rità del consiglio con cui si bilanciano questi richiami „. Applicando tale prudente cautela alle suppliche dei granicultori subalpini si vede: 1° Che nell'ultimo trentennio si ebbero altri periodi di ribasso non minore dell'attuale (i prezzi salgono al massimo nel 1800; progressivamente discendono fino al 1806, mantenendosi, nel 1808 e 1809, inferiori ai presenti; risalgono

dal 1810, fino a toccare nel 1816 " un livello desolatore quasi " uguale a quello del 1800 „; scemano di nuovo nel 1817, nel 1819 sono al disotto dei presenti; dal 1821 al 1826 si aggiran intorno agli attuali; migliorano dal 1826 al 1834, ricadono nel 1835, e nel primo bimestre del 1836 accennano a rialzarsi. Si tratta dunque di fluttuazione incessante, non di tendenza a depressione progressiva e continua. Ciò vedesi anche meglio se si assumano a termini di paragone le mercuriali prese a base del censimento lombardo del secolo XVIII, esteso alla provincia di Novara, che registravano prezzi non eccedenti la metà degli attuali). 2° Che il pubblico giudica transitorio anche questa volta il fenomeno, come prova il miglioramento incessante nei prezzi di affittamento, rinnovandosi i vecchi contratti con 1/3 o 1/4 di aumento, e salendo in proporzione il valor venale delle terre. " Invidiata è dunque, non disgraziata, la condizione del proprietario „. Il pubblico d'altronde si compiace del basso prezzo del pane, " naturalmente giudicato favorevole, utile e desiderevole „, mentre il contrario " è ritenuto una sciagura pubblica, un disastro lamentevole „. I possidenti rappresentano al più 1/5 della popolazione; 4/5 hanno perciò chiarissimo interesse al buon mercato del vitto, e ciò non solo direttamente, ma perchè, dipendendo il prezzo della mano d'opera da quello della sussistenza, i prezzi di tutte le cose che soddisfano ai bisogni della vita o la rendono gradevole ne subiscono l'influenza. I produttori stessi di cereali per esclusivo consumo proprio trovano il loro tornaconto nel basso prezzo venale dei generi. I produttori poi d'ogni altra merce e derrata vedono dal caro delle biade accresciuti i loro costi. I viticultori, tanto numerosi in Piemonte, i setaiuoli ecc. hanno evidente vantaggio dai bassi prezzi. " L'incarire artifiziale, in sostanza, del grano, e quindi " del pane, non è altro che un tentativo illusorio d'impinguare il " produttore del grano, col danno di tutti gli altri agricoltori, e " più ancora del povero „. Siccome invece il ribasso del pane porta seco quello della mano d'opera, ove fosse progressivo gioverebbe al progresso economico del paese in ogni ramo, ed alla scomparsa della mendicità. " Io non esito a credere, coi più " sensati economisti, che l'incarimento artifiziale del grano in " Inghilterra ed in Francia sia una delle cause precipue del " pauperismo che desola e disonora quelle nazioni, e partico-

" larmente la prima „. — " Il fine a cui tendono le doglianze " è ben chiaro. Si vorrebbe che il Governo incarisse artifizial- " mente le biade indigene con dazi più gravi di quelli che " esistono, imposti all'entrata delle biade estere. Ebbene, il Go- " verno co' dazi attuali ha fatto tutto quello che può, e, con " dazi maggiori, non riuscirebbe a giovare loro maggiormente, " come l'esperienza e la ragione dimostrano. I dazi smodati " generano il contrabbando; e quando il contrabbando opera, " egli è peggio che non vi sia dazio, come abbiam veduto nei " tempi anteriori alla presente tariffa daziaria. L'introduzione " legittima era nulla dalla parte di terra, invece era straordi- " naria ed impossibile a reprimersi la clandestina, che faceva " funesta concorrenza ai grani indigeni. Pongasi mente che " negli anni 1822, '23, '24, il prezzo del frumento fu di molto " inferiore a quello degli anni precedenti, malgrado il dazio di " L. 4, poi 6 per quintale. Nel principio del 1825 fu questo " dazio portato a L. 9, ed il prezzo adeguato di tale anno è " minore di pochi centesimi di quello del 1824, e di qualche lira " degli anni antecedenti. Crebbe nel 1826 e negli anni succes- " sivi, calò nel 1830, e riprese favore nel 1831 e 1832 „. Queste oscillazioni stesse insegnano che il dazio ha ben scarsa efficacia protettiva. " Non parlo delle introduzioni marittime, le quali è " provato che non hanno influenza sul mercato del nostro Stato. " Una prova si è che il Mar Nero nello scorso anno non ci ha " potuto mandar grani; eppure i prezzi del nostro grano sono " stati al livello del triennio 1824-26, nel quale le provenienze " dal Mar Nero sono state grandissime, e doppie di quelle che " si presentano nel 1821 „. Sarebbe d'altronde errato supporre che " colla tariffa attuale, che è la sola possibile, il Governo " abbia fatto poco. Egli fa entrare dalla borsa dei consumatori " nella borsa dei produttori del grano assai più che i produttori " stessi non paghino per tributi prediali „ (circa 22 $^1/_2$ milioni, contro 20 tra imposta regia, provinciale e comunale, secondo un calcolo autorevole e non mai smentito (1)). Se i granicultori si lagnano, che dunque dovrebbero dire gli altri produttori che,

(1) La cifra è ricavata dall'opera del Giovanetti, *Della libera estrazione della seta greggia dal Piemonte,* 2ª ed., p. 125.

oltre le tasse dovute al governo, ne pagano una così gravosa ai proprietari del suolo, sotto forma di rincaro del pane? È noto che ogni lira di dazio importa l'aumento di un centesimo per libbra al pane. " Ma quello che sopratutto è rimarchevole si è " che i dazi, quanto più si aumentano, tanto più divengono inef- " ficaci. È canone ormai indubitato degli Economisti italiani, " prima proclamato poi dalla stessa Inghilterra, la terra classica " del sistema protettivo, e dalla Francia riconosciuto, che ogni " dazio eccedente il 10 % il valore della merce genera il con- " trabbando e rende nulla la protezione che si è creduto di " creare. Non sarà mai nell'incarimento artifiziale delle derrate " che i possidenti troveranno la ricchezza a cui agognano, ma " unicamente nell'industria di produrre molto e a buon mer- " cato e nell'arte di preferire le produzioni più utili alle meno " utili. L'industria accresciuta sotto questo aspetto è quella che " incoraggia i fittaiuoli ad incitare, come fanno oggidì, il prezzo " delle locazioni, ed i possidenti che amano uguali profitti de- " vono imitarne la diligenza e l'abilità. Non dissimulo che il " sistema economico dello Stato può contribuire assai a facili- " tare la produzione massima a minor spesa; poichè i dazi tutti " sul ferro, sulle carni, sul sale, sulle tele, sui panni, tendono " a far incarire i mezzi di sussistenza e quindi a rendere più " dispendiosa tanto la produzione agricola che la manifatturiera. " Non dissimulo che anche i mezzi di comunicazione agevolati, " giovando al commercio, giovano a' contribuenti. Questi sono " riflessi generali; ma l'essenziale è che i possidenti imitino gli " industri fittaiuoli e al par di essi si studiino di produr molto " con poca spesa. Allora saranno più ricchi che non li possa far " mai un dazio protettivo ".

Idee analoghe svolge con maggior facondia da Alessandria l'intendente generale Belgrano.

Mantenere l'abbondanza del pane e regolarne il prezzo fu, a suo avviso, in ogni tempo cura primaria dei governi. Gli antichi davano al popolo *panem et circenses*, più tardi si fecero regolamenti, mète, granai d'abbondanza, inceppando in tutti i modi il commercio e con ciò raggiungendo l'effetto opposto, provocando carestie e miseria. " Sin dal secolo XVI, allorchè gli " ingegni, or pur troppo svegliati, di Francia e d'Inghilterra " dormivano ancora, produceva l'Italia uno fra i buoni econo-

" misti; ma il secolo XVIII produsse uomini grandi, che par-
" larono il vero, e cominciarono a diradarsi le tenebre; il secolo
" in cui viviamo cammina sulle traccie di quello che lo ha pre-
" ceduto, epperciò discordanti sulla materia di che si tratta
" sono le sentenze degli scrittori „. Legittima è quindi la perplessità che s'oppone a un reciso e frettoloso giudizio. Procedendo però per via d'analisi la materia si rischiara. E così risulta che: 1° Il ribasso deplorato è innegabile, ma non nuovo, chè dal 1819 in poi il livello fu abbastanza costante, eccezion fatta per gli anni 1819, '20, '25, '35 nei quali si notò una differenza in meno. Durante il lungo periodo il governo più volte si preoccupò della sorte dei proprietari e con reiterati editti ridusse a lor favore le imposte. Dopo l'ultimo sgravio il prezzo dei cereali si è nuovamente equilibrato, onde manca motivo a ulteriori provvedimenti; i quali, se mai, potrebbero esser invocati di preferenza dai viticultori, tanto danneggiati dal dazio sui vini lombardi, e che, in certe provincie (Alessandria), rappresentan la maggioranza degli interessi. Quanto ai cereali, finchè il prezzo supera le 20 lire per sacco, non si può sostenere che la prediale sia esorbitante; nè è prevedibile si discenda sotto quel limite, come prova l'esperienza del passato e bastando un raccolto men buono per determinare forti rialzi.

2° Circa le cause del fenomeno, è incontestabile che la correzione della tariffa doganale deve avervi influito dal 1834 in poi. Pensano tuttavia illuminati scrittori che al ribasso dei generi contribuisca la difettosa legislazione degli stati europei. " Infatti, se tale non fosse, non si attaccherebbe nel vicino
" regno di Francia sì sovente dalla camera dei deputati or l'una
" ora l'altra legge emanata sulla materia „, nè si vedrebbero quei ministri " nella triste necessità di dover assecondare il
" cieco egoismo dei Possidenti che non vogliono l'estera con-
" correnza per aver tutto e lucrar tutto, sotto pena anche di
" perdere ogni cosa „, e non curano se gran parte delle classi povere è costretta a cibarsi, anche in anni ubertosi, di pan nero e patate. " In una camera composta di Possidenti, come bene
" osservò Giuseppe Sacchi (1), è cosa naturalissima, ma indegna

(1) Il Sacchi, dirigendo a Milano gli *Annali di statistica*, compiva in quegli anni opera benemerita per l'educazione economica delle classi colte italiane.

" di persone chiamate ad essere legislatori, che sorga ad un " tratto chi voglia serbare alla classe agricola il monopolio dei " cereali, fino al punto di non desistere che quando il paese è " orrendamente affamato; ma gli uomini, in fatto di interessi " economici, non sanno spogliarsi degli effetti di personale " egoismo, e l'emulazione prediale insomma vuol distruggere ed " impedire in Francia lo sviluppo della libera concorrenza con " l'estero, la quale ove avesse luogo, *l'onda economica, unica-* " *mente franchiggiata dalle vie spedite e sicure, metterebbe ad equi-* " *librio ogni cosa e diffonderebbe in tutte le classi quei mezzi lauti* " *di sussistenza che costituiscon la vera ricchezza sociale* „. Se dunque la Francia e gli altri stati " giungessero a svincolarsi " dalla manìa di voler reggere e disciplinare ogni cosa in eco- " nomia „, noi pure ne risentiremmo immediato vantaggio. Seguendo i nostri vicini un così irrazionale sistema, a noi fa d'uopo usar certe cautele e procedere a gradi nell'abolirlo, " onde at- " tingere senza pregiudizio il benefico scopo a cui tendono le " mire di S. M. e del R. Governo „.

3° Riguardo agli effetti deleterî che la crisi dei prezzi potrebbe esercitare sul progresso agricolo, sarebbe esagerato negarli del tutto, a patto che la crisi stessa non fosse illusione. In realtà l'alto valore venale dei fondi, i rincarati affittamenti, le sostenute mercedi attestano il contrario. Ovunque si notano indici di progrediente prosperità. " Nè lo scrivente espone leg- " germente codesti fatti, bensì essi sono il risultato dell'espe- " rienza e di quanto gli accadde di osservare, nell'oltre decen- " nale amministrazione della provincia di Saluzzo, come ora di " quella d'Alessandria „. Ammette tuttavia volentieri che, a dar giudizio definitivo, occorrerebbe un esauriente studio statistico, fondato sulla generale cadastrazione.

4° Comunque, ove ancor si volesse favorire la classe proprietaria, meritevole certo di appoggio, nessuno disconoscerebbe l'equità di tassare la ricchezza mobiliare, oggi troppo esente, con un diritto di *patentes*, simile al francese. Una tassa sui crediti esporrebbe il paese al pericolo di un'emigrazione di capitali. Opportuna invece si presenterebbe la riduzione al 4 % dell'interesse legale, accompagnata da una correlativa conversione del debito pubblico, a cui son propizie in questo momento le condizioni del mercato internazionale.

" Altro mezzo si presenterebbe vantaggioso, non solo al-
" l'agricoltura, ma ben anco all'industria ed al commercio, e
" questo sarebbe lo stabilimento d'una *Lega commerciale italica,*
" basata a un dipresso sui principî che guidano la *Lega com-*
" *merciale prussiana*; per cui, tolte tutte le barriere doganali
" che ad ogni tratto arrestano il commercio della nostra Peni-
" sola, s'intendesse (poichè allo stato delle cose non si può far
" altrimenti per ora) un sistema uniforme di dazi colli diversi
" Stati d'Italia, alle frontiere coll'Estero. Che se ha potuto l'ad-
" ditata Lega prussiana già tanto estendersi, malgrado gli osta-
" coli incontrati, a segno che undici Stati diversi ne fanno parte,
" con una popolazione di 25.350.000 ed una superficie di
" 82.000 miglia quadrate di Germania, non si ha egli motivo
" di sperarsene altrettanto, e con più facilità, in Italia, alla
" quale la natura ha fissato le barriere, le alpi ed il mare, e
" che ha arricchito de' suoi preziosi doni, ove si parla una me-
" desima lingua, ed i cui abitanti hanno li stessi interessi, li
" stessi bisogni? „.

Assai pure conferirebbe al progresso della patria agricoltura l'istituzione di banche agricole, sul tipo di quelle di Germania o della nuovamente stabilita nel regno di Napoli, con rescritto 15 settembre 1834, a vantaggio del Tavoliere di Puglia. I proprietari, specie i piccoli, ne trarrebbero grande aiuto. Ma forse occorrerebbero a ciò società di azionisti; nè lo spirito di associazione è ancor esteso in Piemonte, come in quel regno, dove si diffuse " mercè l'opera ed il consiglio d'uomini " ricchi di ingegno e di amor patrio più ancora che di sostanze „. Ma l'incoraggiamento del governo potrebbe suscitare anche fra noi il fecondo movimento.

Soltanto quando questi ed altri rimedi razionali risultino alla prova inattuabili si potrà pensare a qualche ritocco doganale, negli anni di depressione dei prezzi esteri. Però badiamo a non illuderci. " Molti sono gli atti dal nostro Governo ema-
" nati dal 1814 sui cereali, ora impeditivi, ora permettenti, con
" variazioni di tariffe, le importazioni ed esportazioni dei me-
" desimi. Se si confrontano le diverse epoche della pubblica-
" zione di tali atti coi prezzi corsi, si osserva talvolta aumento
" di prezzi con diritti leggieri, e viceversa diminuzione con di-
" ritti più elevati „. Del resto l'aumento esagerato è fomite di

contrabbando. Lo ammetteva l'azienda generale delle gabelle scrivendo, il 1° giugno 1825, all'intendente generale di Lomellina, a cui ricordava " che in diversi tempi rigorose disposi- " zioni furono adottate, modificate ed interrotte per ben regolare " la circolazione delle derrate di prima necessità; ma che queste " disposizioni medesime avevano sortito sovente un effetto di- " rettamente contrario all'oggetto salutare che le aveva sug- " gerite ". Il decreto che ridusse il dazio a L. 3 nel 1834 riproduce tali riflessi, ed è una grande lezione di modestia per gli amministratori di quest'ardua materia. Il fatto sta, insegna il Sacchi, " *che fino a quando gli uomini vorranno, nelle cose eco-* " *nomiche, usurpare il posto della Provvidenza non vi eserciteranno* " *che l'impero di Satana. Per far fruttare, isteriliscono, per far* " *produrre, spengono e mortificano; ma, per buona ventura, le* " *sanzioni naturali ricadono inevitabili su chi tenta di dissestare* " *l'ordine della buona economia, coi flagelli della carestia, dei de-* " *litti crescenti, del pauperismo, della mortalità si avvertono gli* " *uomini ed i consorzi dei fatti traviamenti ed istintivamente ridu-* " *consi nell'ordine di ragione* ".

A documentazione dell'andamento fluttuante e non progressivamente discendente della curva dei prezzi, il diligente funzionario allega un interessante prospetto (vedi pagina seguente).

Confortano con altri argomenti generali e locali la tesi del loro capo gli intendenti di Acqui (Tagliacarne), Asti (Gonzales) e Voghera (Castagnola).

Il primo, negando che per ora i prezzi siano rovinosi pei proprietari, osserva che, quando pure lo divenissero, il male stesso conterrebbe un principio di rimedio, perchè gli agricoltori, vedendo non più conveniente il seminar grano, si rivolgerebbero ad altra coltura, con vantaggio dell'economia nazionale, mentre, se venisser sgravati della prediale, perderebbero ogni spinta a migliorare.

Nota parimenti il secondo che " forse troppo terreno è col- " tivato a grano in Piemonte, ma è fallo dei proprietari se non " si volgono a coltivazioni più lucrose. fallo che verrà a poco a " poco emendato ". D'altronde gli agricoltori, che si lagnano della diminuzione di prezzo, non considerano che è accompagnato da aumento di raccolto. Essi, con le loro proteste, ottennero si riducesse la prediale nel 1819, quando il grano era

Prezzo medio dei cereali per sacco camerale sulla piazza di Alessandria.

Anni	Frumento		Meliga		Segala		
	Per anno	Media per sessennî	Per anno	Media per sessennî	Per anno	Media per sessennî	
	L.	L.	L.	L.	L.	L.	
1814	26,25		14,26		15,87		
1815	36,26		24,51		25,61		
1816	39,46		30,59		25,25		
1817	33,21		25,72		23,44		
1818	24,38		13,53		12,30		
1819	18,90		8,53		8,33		
1820	18,47	20,27	9,09	11,70	11,69	12,82	Riduzione della prediale
1821	20,40		13,86		13,31		
1822	19,21		12,19		15,32		
1823	20,29		13		15,95		
1824	17,88		11,97		10,62		
1825	18,24		13,06		11,31		
1826	20,57	21,24	10,81	13,79	11,52	12,92	Id.
1827	23,45		11,61		12,16		
1828	23,35		15,89		15,87		
1829	23,94		19,41		16,01		
1830	21,02		14,40		16,55		
1831	23,49		15,87		14,84		
1832	24,97	21,80	15,81	13,72	15,36	13,45	Id.
1833	21,97		15,19		13,44		
1834	21,10		10,48		10,33		
1835	18,25		10,58		10,16		
Prezzo medio di 18 anni	21,10		13,07		13,06		

sceso a 3,59 da 7,09 per emina in meno d'un semestre; ma subito dopo lo videro risalire; e si ebbero poi fluttuazioni continue.

Ora la imposta fondiaria è bassa fra noi; vero è tuttavia che presentasi malissimo ripartita; onde urgerebbe di fare un

nuovo generale catasto, traendone i mezzi da un'apposita tassa mobiliare. " Ma il basso prezzo delle vettovaglie, come di ogni " altra merce, quando non è accompagnato da una diminuzione " di popolazione (e accade il contrario fra noi) è sempre segno " di universale prosperità... Del minor prezzo profittano tutti i " consumatori..... Già è molta, e forse soverchia, la protezione " che fu concessa alle produzioni agricole colle imposte sulle " derrate straniere. per le quali imposte i terreni sostengonsi " ad un valore quasi sempre uguale, ma precario, a differenza " d'ogni altro capitale, che seguita le fasi del commercio. Senza " l'intervento dell'azione governativa, tutto, a poco a poco, si " equilibra „ (1).

Con particolarissima cura procede infine l'intendente Castagnola ad accertare prima che ogni cosa la vera entità del fenomeno studiato. per un periodo assai più lungo di quello prospettato da tutti i suoi colleghi. Un singolare interesse offre perciò la tavola da lui costrutta, che integralmente riproduco.

---

(1) Anche il Gonzales presenta uno spoglio di mercuriali, che consente di seguire la fluttuazione dei prezzi per trimestri:

Prezzo medio del grano sul mercato di Asti (per emina)

Anni	1° Trim.	2° Trim.	3° Trim.	4° Trim.	Media annuale	Anni	1° Trim	2° Trim.	3° Trim.	4° Trim.	Media annuale
	L.	L.	L.	L.	L.		L.	L.	L.	L.	L.
1817	7,09	7,89	6,33	6,28	6,39	1827	5,47	4,95	4,13	4,87	4,85
1818	6,09	5,01	4,90	4,78	5,19	1828	4,75	4,60	4,83	4,91	4,77
1819	4,67	4,01	3,59	3,65	3,98	1829	5,44	5,64	4,62	4,39	5,02
1820	3,63	3,82	3,04	3,88	3,79	1830	4,54	4,45	4,25	4,77	4,50
1821	4,43	4,48	3,65	3,30	3,96	1831	4,99	5,07	4,78	4,70	4,88
1822	3,37	3,38	4,10	4,02	3,89	1832	4,89	5,23	4,45	4,95	4,88
1823	4,52	4,33	3,70	3,69	4,06	1833	4,98	4,79	4,13	4,19	4,52
1824	3,55	3,70	3,61	3,55	3,60	1834	4,36	4,21	4,32	4,43	4,34
1825	3,64	3,91	3,49	3,55	3,64	1835	4,40	4,28	3,42	3,35	3,86
1826	3,90	4,01	4,39	4,71	4,25						

Prezzo medio del grano sul mercato di Voghera, per sacco pavese (1).

Anni	Media annuale	Media quinquennale	*Osservazioni*
	L.	L.	
1776	15,00		
1777	16,55		
1778	22,15	18,65	Pace universale e speciale in Italia.
1779	21,28		
1780	17,87		
1781	19,77		
1782	24,09		
1783	22,33	21,49	Idem.
1784	20,47		
1785	28,82		
1786	18,81		
1787	21,13		
1788	18,42	20,01	Idem.
1789	21,58		
1790	20,11		
1791	16,35		La rivoluzione francese sparge l'allarme in Europa; ed in Italia incomincian movimenti di eserciti. Il prezzo delle derrate, non ostante l'abbondanza dei raccolti, aumentasi sensibilmente.
1792	18,01		
1793	24,89	25,58	
1794	30,91		
1795	37,76		
1796	39,93		I francesi penetrano in Italia e muovono guerra ai suoi sovrani. Sono interrotte le corrispondenze commerciali tanto per terra quanto per mare. La città di Genova è sottoposta a penoso blocco. La gran catastrofe ebbe quel fine che a tutti è noto, ed il prezzo delle granaglie aumentasi a segno da non aversi ricordanza, superando forse gli esempi di molti secoli.
1797	41,80		
1798	64,90	—	
1799	44,60		
1800	60,44		
1801	55,27		Guerra universale e specialmente in Italia, con transito di immensi eserciti stranieri. Nuova circoscrizione di territori. Comunicazioni marittime interrotte.
1802	39,89		
1803	29,35	39,25	
1804	30,80		
1805	40,94		

(1) Il sacco camerale piemontese stava al pavese come 88,5 : 100.

Anni	Media annuale	Media quinquennale	*Osservazioni*
	L.	L.	
1806	36,18		Si consolida in Italia il Governo francese. Guerra in estere contrade e transito in Italia di numerosissimi eserciti. Comunicazioni marittime interrotte.
1807	26,66		
1808	22,22	27,46	
1809	20,18		
1810	32,09		
1811	44,60		Continuano le guerre. Penetrano in Italia numerosissimi eserciti delle Alte Potenze alleate. Cessa il Governo francese in Italia e vi ritornano li suoi Sovrani legittimi, con ristabilimento della pace universale. Si riattiva il commercio marittimo.
1812	37,39		
1813	29,86	37,13	
1814	30,79		
1815	43,04		
1816	47,10		Pace universale. Rifiorisce ogni coltura. Ma il prezzo delle granaglie mantiensi elevato per li scarsi raccolti del 1816 e 1817. Avutavi qualche influenza altresì l'introduzione del morbo petecchiale.
1817	38,38		
1818	26,59	31,13	
1819	22,08		
1820	21,59		
1821	24,13		La pace non è turbata in Italia. L'agricoltura vi fa nuovi progressi. Raccolti piuttosto abbondanti.
1822	22,78		
1823	23,47	22,48	
1824	21,24		
1825	20,80		
1826	22,80		Idem.
1827	28,03		
1828	28,66	27,02	
1829	29,37		
1830	25,27		
1831	28,00		Idem.
1832	28,45		
1833	25,67	25,76	
1834	24,19		
1835	22,51		

L'attenta considerazione di queste cifre persuade il riferente che i prezzi si mantengono, in un lungo periodo, abba-

stanza stazionari, quando non intervengono cause politiche violentemente perturbatrici. Separando nella lunga serie d'anni due gruppi, corrispondenti rispettivamente ad un movimento di ascesa e di discesa, troviamo:

1° Periodo.	Quinquennio	1776-80	media	L.	18,16	21,43.
„	„	1781-85	„	„	21,49	
„	„	1786-90	„	„	20,01	
„	„	1791-95	„	„	25,58	
2° „	„	1816-20	„	„	31,13	26,59.
„	„	1821-25	„	„	22,48	
„	„	1826-30	„	„	27,02	
„	„	1831-35	„	„	25,76	

Dunque il prezzo attuale è ancora superiore a quello a cui ascendeva in tempi analoghi ai presenti, prima della crisi che sconvolse per oltre un ventennio tutti i mercati; con la differenza che allora la vendita era soggetta alle leggi annonarie ed alle restrizioni del commercio. In realtà il prezzo è superiore oggi, con i porti riboccanti di cereali di Odessa " incogniti non è gran tempo „, e benchè si siano diminuiti i dazi di entrata; il che tenderebbe a confermare che la libertà di traffico, ben lungi da deprimere i prezzi, tende ad elevarli, od almeno " a produrre il salutevole effetto di mantenere il proporzionato equilibrio fra la produzione e la consumazione „. Del resto i corsi attuali non sono rovinosi se, come si osserva, il valore venale dei fondi continua ad aumentare, non solo per le piccole possessioni, ma anche per le estese tenute (è circa il doppio che verso il 1750). Pei lavoratori poi il prezzo del pane è giusto e favorevole.

Sarebbe vantaggioso " promuovere un generale trattato " colle Potenze italiane, avente per base la libera circolazione " delle derrate d'ogni specie, come frumento, meliga, grani " d'ogni specie, vini, ecc. e generalmente d'ogni produzione " della natura, riducendo a tasse uniformi i dazi di entrata degli " Stati rispettivi „.

***

A quest'ultima idea che il Castagnola ed il Belgrano avevano forse attinta a Francesco Gambini, da cui la troviamo sostenuta parecchi anni prima (1), non risulta abbia per allora prestata attenzione il governo. Il quale mostra invece ben chiaramente di esser rimasto persuaso delle ragioni addotte a pro del liberismo doganale, e, con una prontezza di esecuzione invano desiderata da inchieste parlamentari di tempi men remoti, anzichè rialzare la tariffa come viene richiesto, vi apporta subito un'ulteriore riduzione provvisoria, prorogata poi di anno in anno fino al 1840, per la quale il frumento introdotto per via di mare viene a pagare solo L. 2 per quintale, L. 1 quello per via di terra, e L. 1 e 0,75 rispettivamente i marzaschi (2).

Dando lode dell'ardita riforma al ministro di Revel che l'aveva attuata, il conte di Cavour si compiaceva constatando, assai tempo dopo, come la medesima fosse stata animosamente decisa dalla classe dei grandi proprietari agricoli allora al governo, la quale aveva mosso così il primo passo sulla via che doveva avere in lui il suo assertore trionfale (3). Chi però conosca le personali propensioni economiche in più occasioni manifestate dal re non esita a ritenere che l'autorità sua abbia

(1) Cfr. *Delle leggi frumentarie in Italia*, s. l. 1819, p. 116 e sgg.

(2) Cfr. S. Pugliese, *Due secoli di vita agricola. Produzione e valore dei terreni, contratti agrari, salari e prezzi nel Vercellese nei secoli XVIII e XIX.* Torino, Bocca, 1908, p. 267 e sg. Durante questo periodo il prezzo del frumento, anzichè diminuire progressivamente, come prevedevano i proibizionisti, continuò ad oscillare a norma dei raccolti, per toccare nuovamente un livello affamatore durante la carestia del decennio seguente, fonte di tanti guai all'intiera Europa. Risultò invece confermato il pronostico degli abolizionisti, che sostenevano non rovinosa la concorrenza oltremarina, anche per la inferiore qualità dei grani russi. I prezzi interni infatti si mantennero, sebbene l'importazione da Genova salisse dai 500 mila quintali medî calcolati dal Giovanetti nel 1833 a 1.200.000 intorno al 1848 (secondo i dati del *Journal des économistes*, riprodotti in *Gazzetta dell'Associazione agraria*, v. II, nn. 26, 27, 28).

(3) Cfr. I. Artom ed E. Blanc, *Il Conte di Cavour in Parlamento*, Firenze, Barbera, 1868, p. 43 e sgg.

avuto influenza preponderante nel determinare un orientamento da cui uno dei suoi più ascoltati consiglieri tanto apertamente dissentiva. E la lettura del memoriale del Giovanetti — poco prima (1) inviato al conte Caccia di Romentino, intendente generale dell'azienda economica alla segreteria interna, e benemerito attuatore di provvide opere pubbliche e di liberali misure commerciali (fra cui specialmente l'abolizione della dogana fra Piemonte e Liguria, contro la tenace opposizione del conte Borgarelli) (2) —, unita alla conoscenza dell'alto conto in cui Carlo Alberto teneva il parere del magistrato novarese, avvalora l'opinione che l'intervento del sovrano abbia singolarmente agevolato il còmpito dei fautori della riforma. Accadde allora probabilmente un effetto di persuasione benefica simile a quella cui alludeva Luigi Cibrario, quando, in più decisivo momento della storia nostra, scriveva al fedele amico: " Il Re, dandoti il suo ritratto, ti ha trattato come un ambasciatore; ed eri veramente ambasciatore presso a lui del dritto e del vero, di prudenti consigli, della politica razionale di libertà e del vero progresso „ (3).

La grande indipendenza di linguaggio con cui, nella simpatica operetta, è fatta una critica analitica e spietata, non pure del dazio sul grano, ma di tutto il sistema protettore vigente, la franca denuncia dell'inettitudine congenita degli organi incaricati di farlo funzionare, le accuse di ingiustizia, di privilegio, di immoralità non lesinate all'intiero regime, spesso con calore di eloquente requisitoria, attesta quale franchezza di parola consentisse, anzi incoraggiasse Carlo Alberto negli uomini in cui riponeva la sua fiducia.

In fatto di valore scientifico, non possono evidentemente attribuirsi alla breve monografia pregi di originalità eccezionali; nè il carattere di semplice parere amministrativo del documento avrebbe comportata una trattazione d'indole teorica più elevata.

---

(1) Il memoriale è senza data, ma anteriore certo al 1834, poichè vi si accenna al " dazio vigente „ di L. 9.

(2) Cfr. Segre, *Manuale di storia del commercio*, v. II, p. 277.

(3) Cfr. Gabotto, *Lettere inedite di L. Cibrario a G. Giovanetti.*

La maggior parte degli argomenti addotti si ritrovano negli scritti degli economisti toscani e lombardi, che, nel secolo precedente ed in quegli stessi anni, sostennero non meno animosamente una ugual tesi. In pochi però l'intransigenza delle opinioni liberistiche raggiunge un pari grado di sicurezza. E quando si pensa che questa fiera critica del sistema protettore dominante precede di parecchi anni la propaganda attiva di Cobden (1838-46) e segue di poco le soluzioni assai più conciliative proposte da Ricardo nel suo celebre saggio, e se si riflette che soltanto nel 1834 Bastiat muove, con la *Pétition des ports*, il suo primo spietato attacco al sistema protettore, non può negarsi all'economista piemontese una precisione di vedute ed una personalità di pensiero quali raramente è dato incontrare in epoche, come quella in cui scriveva, di incerta transizione.

Il problema del dazio sul grano, che la crisi dei trasporti cagionati dalla guerra ha in questi anni sospeso, risorgerà nel suo vivo interesse con l'auspicato ripristino di comunicazioni normali fra i mercati del globo. Fin d'ora, a cauta ipoteca del futuro, i più tenaci fautori della protezione ricominciano a scagliare esasperati anatemi contro chi sospettano la consideri e l'auguri tramontata per sempre (1). Non del tutto intempestiva, di fronte al perenne rifiorire degli identici argomenti superstiziosi, sembrerà dunque anche in questi momenti la riesumazione integrale d'una sincera testimonianza di fatti, quale scaturisce, limpida e spontanea, dalle vecchie pagine che pubblichiamo. Nè sarà priva di suggestione benefica, in quest'ora di

---

(1) Primo ad aprire il fuoco è, naturalmente, il Colaianni, che in un recente articolo (*Ancora il dazio sul grano?* in " I campi ", 16 marzo 1919) mi coglie, fra l'altro, in contraddizione flagrante coi fatti, allorchè dico che il protezionismo rincarò artificialmente macchine, concimi, trasporti, senza accorgermi che, nel ventennio precedente la guerra, codesti indispensabili coefficienti di un intensivo progresso agricolo entrarono e si applicarono in gran copia, in Italia e in Germania. Che ciò possa esser avvenuto, per molteplici cause, *malgrado* il dazio, è ipotesi evidentemente esclusa *a priori* da codesto geniale metodo di induzione statistica; applicato pure da capo a fondo alla preziosa opera sul *Progresso economico* (Roma, Bontempelli, 1913), tante volte invano proposta a infallibile rimedio della mia impenitente cocciutaggine.

crisi psicologica ed intellettuale pei ceti dirigenti italiani, la lettura d'uno scritto, nella modestia del quale fedelmente si rispecchia tutto il fervore scientifico, la rettitudine politica e l'idealismo sociale che fecero delle classi colte piemontesi le degne antesignane e le tenaci assertrici del programma redentore, divenuto strumento di vittoria attraverso il genio realizzatore di Camillo di Cavour.

Della libera introduzione delle biade in Piemonte (1).

Primo. — Il Dazio d'entrata sulle biade è vagheggiato con compiacenza da' finanzieri, che vi scorgono una fonte di profitto per l'erario, dai possidenti, che pretendono all'infausto privilegio di accrescere i loro redditi a carico de' consumatori, dagli amici de' provvedimenti annonarj, ai quali pare che tanto l'abbondanza quanto la carestia abbiano a far perire i popoli se i governi non si piglian la briga d'ingerirsi ad ogni passo del commercio delle biade, e finalmente da tutti quelli, che sono invasi dalla nuova manìa di trovar modo che la propria nazione produca sempre e venda, nè mai comperi, senza por mente, che l'accumulazione delle ricchezze nasce da' liberi scambj, e che la produzione non s'aumenta che sotto il benefico influsso di questa libertà. Chi si assume l'impresa di combattere questo dazio ha quindi contro di se i Finanzieri, che si richiamano per conto dell'Erario, la voce dei possidenti, che in ogni paese è sempre potentissima, ed i pregiudizj vecchj e nuovi, che prevalgono nelle menti o ritrose a mutare le idee, che bevettero col latte, o sedotte da brillanti teorie.

Sgraziatamente viene ad accrescersi la malagevolezza di quest'impresa per l'apparenza di alcuni buoni risultati, che si attribuiscono alla protezione procacciata coi dazi all'agricoltura, mentre procedono da tutt'altre cause, cioè dall'accumulazione naturale dei capitali, dall'incremento della popolazione, e della civiltà, dalle communicazioni agevolate, e moltiplicate, dall'ordine più saldo della società, dalla maggior sicurezza e libertà civile, e dallo svincolo de' beni sottratti a' fedecommessi, a'

(1) *Museo del risorgimento di Genova.* Fondo Ricci. Ms. 1581. " Memoria dell'Avv. Giovanetti trasmessa al sig. Conte Caccia ".

privilegiati dell'agnazione, a' pesi delle decime, ed all'azione deleteria delle mani morte.

Ad ogni modo io voglio tentare di esporre i miei pensieri, sembrandomi che se non pervengo a trasfondere nell'animo altrui la mia convinzione si vorrà almeno, in grazia della mia ingenuità, esaminare gli argomenti, che produco in mezzo, prima di rigettarli.

Secondo. — Perchè, secondo i principj stessi del sistema così detto protettore, la prima indagine che occorre è di vedere se la contrada di cui ragionasi abbondi o scarseggi di biade, è mestieri, innanzi tratto, fissare lo sguardo sulla condizione interna ed esterna de' Regj Stati rispetto alla produzione e consumo delle medesime. Al quale proposito io comincio a tenere per fermo, che i Regj Stati non producono biade sufficienti per la consumazione interna, e per provvedere a' que' paesi vicini, che per la condizione topografica sono per avventura costretti a torle presso di noi. Nulla infatti è l'esportazione da noi, mentre arriva ogni anno un'enorme quantità di biade ne' granai di Genova, il cui porto pari ad ogni porto italiano si trova più a portata che quelli delle altre nazioni del commercio col Mar Nero. Ho osservato che l'ammontare del grano estero giunto a Genova nel 1817 ascende a 650/m. quintali. Andò gradatamente scemando questa importazione negli anni successivi fino a ridursi nel 1821 a 360/m., ma venuta nel 1822 a 370/m., recossi di nuovo nel 1823 a 644/m. circa.

Nello stesso anno 1830, in cui per cagione della guerra colla Russia era chiuso il Bosforo, s'introdusse in Genova per mare pressochè la quantità di biade corrispondente a 450/m. quintali. Certo queste biade si consumano nello Stato, e costituiscono pel medesimo, ritenuta una media importazione di cinquecento mila quintali, una passività di dieci milioni e più (1). Al che bisogna aggiungere una ragguardevole quantità di grano Lombardo e Piacentino, che i Genovesi per mezzo di agenti appositi comprano sul Vogherese, e sul Tortonese. Dopo il 1830, la pace ha consentita una maggior attività al commercio del Mar Nero, non toglie però i considerevoli acquisti, che Genova continua a fare di grano Lombardo e Piacentino. L'importazione estera non si limita a questo punto. Il Porto di Trieste fa rifluire le biade del Veronese e del Bresciano sulla Lombardia, che ne abbonda essa medesima, e ne mantiene colà il prezzo sempre inferiore a quello del Piemonte. Abbonda pure il Piacentino, e non potendo le biade di quel Ducato trovare smercio ne' paesi italiani egualmente, od anche più fertili, che lo circondano, le vende a più basso prezzo del nostro. Per conseguenza succede una forte

(1) L'adequato del grano in un decennio non è minore di L. 20 al quintale, almen nel Novarese.

importazione su tutto l'esteso confine di questi Stati, che si sprolunga dalle Dogane del Lago maggiore sino a quella di Cardasso.

L'ammontare di questa importazione non è legalmente conosciuto; ma molte persone pratiche che ho consultate lo fanno ascendere a ben trecento mila quintali. La quale opinione è molto probabile se si riflette che varie provincie sono mantenute dalle biade Lombarde e Piacentine, che vengono a sussidiare la produzione interna, come quelle di Pallanza, dell'Ossola, e di Vercelli, e di Bobbio. Onde ne verrebbe a questi Stati una nuova passività di quattro in sei milioni, che aggiunta alla precedente sommerebbe a sedici milioni. Però non conviene fare un doppio calcolando per estero il grano Lombardo e Piacentino, che vien surrogato nell'interno a quello che mandasi a Genova. Riduciamo, per questo titolo, anche di 150/m. quintali l'introduzione di terra, avremo sempre una passività di tredici milioni. A sostenere la quale non può soccorrere nè la Savoja, nè la Svizzera. La Savoja, divisa dal Piemonte per le Alpi, mancante di produzioni da cambiare con noi, costretta per la povertà ad acquisti tenui, e quasi giornalieri, provvede sè medesima col grano francese, e supplisce eziandio alle ricerche di Ginevra, che preferisce di commerciare in quest'argomento con essa. La Svizzera poi, che un tempo si provvedeva nel Novarese, ed a cui converrebbero anche i grani Russi provenienti da Genova, si è volta alla Lombardia, ed al Porto di Trieste. Appunto perchè compera a miglior mercato. Fin qui ho parlato di tempi ordinarj, ma se per infortunj gravi mancano i raccolti, o si accresce la consumazione interna per cagion di guerra, ognun vede quanto più deve rendersi per noi deteriore la bilancia del commercio delle biade. Della facilità con cui può nascere non dirò la vera carestia, che l'alto grado di moderna civiltà ha sbandita dalle nostre contrade, ma l'elevazione straordinaria del prezzo delle biade, siamo stati avvertiti in Piemonte dalle vicende di cui fummo testimonj dal 1814 al 1818. In questo periodo di tempo il Governo, vinto dal timore che mancassero le sussistenze, ebbe ricorso a replicate proibizioni di estrarre le biade, ed a tutti gli altri provvedimenti annonarj i quali invece di aprire i granaj li serrano, invece di invitare le biade estere le allontanano, invece di sollevare i popoli, li conducono all'ultima desolazione. Non fu che l'abbondanza insolita del raccolto del 1817 che cominciò nell'anno successivo a persuadere il Governo, prima a lasciare libera la circolazione delle biade all'interno, quindi a permetterne l'estrazione. Fra i provvedimenti annonarj figurò allora l'Editto 17. Settembre 1816, limitativo degli affittamenti, che recò tanti danni, e tanta perturbazione e che, se non si ebbe il nobile coraggio di rivocarlo appieno coll'Editto 19. Ottobre 1819, venne però sifattamente e sì maestrevolmente modificato, che, sebbene contenga ancora de' vincoli inutili, ottiene però la lode che sono i medesimi diretti più a favorire che a contrariare la prosperità agricola.

Per la qual cosa è manifesto, che l'insufficienza ordinaria delle biade prodotte da noi pei bisogni interni si converte ad ogni circostanza che ne alteri la consumazione in vera penuria.

Terzo. — Da questa inspezione ne deriva chiaramente che il dazio sulle biade estere, che noi sopportiamo, si risolve in una imposta sui consumatori del pane, e quindi sopra l'universalità de' sudditi. Questa imposta si dovrebbe percepire in parte dalle Dogane, che riscuotono il dazio sulle biade importate, ed in parte molto più grande da' proprietarj, che venderebbero le loro derrate più care. Per tal modo l'agricoltore protetto non avrebbe a temere la concorrenza funesta de' vicini, nè sarebbe ridotto dall'avvilimento de' prezzi a trascurare la coltivazione, anzi fornito di mezzi abbondanti dovrebbe tendere alle speculazioni di miglioramento, la produzione dovrebbe aumentarsi, e quindi accumularsi nelle sue mani una ricchezza, che, versata a favor dell'industria e del commercio, dovrebbe animare grandemente l'una, e l'altro. Sono queste le illusioni che si fanno i fautori de' dazi enormi sulle biade, e contribuirono ad alimentarle l'esempio dell'Inghilterra, e de' suoi scrittori d'economia. — Esempio che si diffuse quasi per contagio alla Francia, e ad altre contrade d'Europa.

Quarto. — Perchè l'esempio dell'Inghilterra è il più classico, e perchè le dottrine proclamate principalmente da Arturo Young nella sua Aritmetica politica sono quelle che si riproducono più sovente, convien farne espresso cenno. Egli afferma sostanzialmente, che la libera concorrenza delle biade estere avea in Inghilterra ridotto alla miseria l'agricoltore ed il proprietario, a' quali non tornava più conto di lavorare i terreni, e che il basso prezzo delle produzioni metteva sulla via della decadenza e della ruina anche le manifatture, perchè facilitava l'infingardaggine degli artigiani, che guadagnando il vitto d'una settimana in due o tre giorni, cessavano pel rimanente da ogni lavoro. Rimedj eccellenti, per suo avviso, a questi mali furono l'indiretta proibizione delle biade estere procurata con dazio oltre modo pesante, e il premio accordato all'esportazione per mezzo di bastimenti nazionali. A quest'ora tutta l'Inghilterra dovrebbe essere diligentemente coltivata, ed i manifattori ajutati dalle dovizie agricole dovrebbero vivere lautamente. Eppure la cosa corre molto diversamente. Quindici milioni di acri, ossia più di venti milioni di giornate piemontesi, capaci di portar frutto, oltre ad altri 16 milioni d'acri di terreni sterili, giacciono incolti nella superba Albione sopra una superficie totale di acri 77,398,983. Al riferire di Guglielmo Jacob (1), i proprietarj, censualisti ed affittuarj pagano per la tassa de' poveri tre milioni e più di lire sterline ogni anno, in qualche luogo questa tassa assorbe dicianove ventesimi del reddito delle

(1) Romagnosi, *Del trattamento de' poveri in Inghilterra.*

case, e monta a quaranta scellini per acre, e gli operaj sono ridotti in fondo della più terribil miseria. I loro guadagni sono insufficienti a fornire a se soli gli alimenti più grossolani, impossibile quindi che mantengano moglie e figli, e mancano sì fattamente di lavoro che li abbiamo veduti di frequente commoversi ed infierire contro le macchine, che s'introducono per supplire l'impiego delle forze umane. Londra è la sola città d'Europa dove succede l'orribile spettacolo della morte in ogni anno di duecento e più persone che cadono per le strade d'inedia, come in città per lungo assedio affamate. Londra è la città dove i furti sommarono, nel 1831, a due milioni e centomila lire sterline, cioè a più di cinquanta due milioni di franchi, dove esistevano nello stesso tempo ventimila persone senza mezzo di sussistenza, cento quindici mila ladri borsajuoli o contrabbandieri, e sedici mila mendicanti. Enrico Parnell, membro attuale del Parlamento Inglese, nella sua preziosa opera sulla Riforma finanziaria in Inghilterra, dimostra apertamente che le leggi sui cereali nuocciono moltissimo ad ogni genere di industria, agli stessi fittajuoli, che il mantenerle non giova punto nè a' proprietarj, nè all'agricoltura, e che, continuando ad essere in vigore, non si potrà mai sperare alcuna riduzione effettiva sulla tassa dei poveri.

A fronte di questi fatti nutro speranza che non verrà più da nessuno prodotto in mezzo questo triste esempio dell'Inghilterra. Forse mi si opporrà che altre cause eziandio concorrono ad aggravare la sorte del popolo Britannico, ed io risponderò essere verissimo, ma che il prezzo del pane essendo la misura del valore della giornata, l'artificiale incarimento delle biade vi esercita l'influenza più grave e più fatale. Anche la Francia col suo ostinato idoleggiare il Colbertismo, che in ultima analisi non è che un'imitazione del sistema proibitivo Inglese, s'incammina a gran passi verso i tormenti del pauperismo.

Quinto. — Ritorniamo senza più occuparci degli stranieri al nostro paese. Nell'alternativa di notabile scarsezza e di sufficiente produzione, noi non abbiamo voluto affidarci all'illimitata libertà frumentaria. Noi abbiamo francamente disprezzata la vecchia massima del Segretario Fiorentino, che dove una cosa opera bene senza la legge, non è necessaria la legge. Ai timori del volgo ignorante noi abbiamo, dal 1814 al 1818, accordate provvidenze rovinose. Appena questi timori si dissiparono sorsero i clamori de' proprietarj ed anche a questi ci mostrammo condiscendenti, e siamo venuti in campo con provvidenze opposte. Così il Governo, scostandosi sempre dalla sentenza del Galliani e de' più saggi economisti, che il miglior sistema economico in fatto d'annona è il non averne alcuno, va alternando le sue cure e la sua ingerenza or per favorire i consumatori, ora per favorire i produttori. L'infelicissimo esito del primo scopo non ha d'uopo di dimostrazione, nè sarebbe qui luogo per darla. Vediamo se riesce a buon fine nel secondo divisamento.

Le disposizioni Camerali suggerite dal principio protettore dell'agricoltura, cominciano col manifesto 14. Marzo 1818, che nella 12ª Categoria dell'annessa tariffa sottopose il grano importato dalla frontiera di Genova a L. 2.50 per quintale, quello proveniente da ogni altra frontiera a dieci centesimi. Si mirò con ciò a reprimere la concorrenza del grano Russo e Sardo. Parve, nel 1819, che la concorrenza dei grani provenienti da terra ferma fosse più nociva a' nostri proprietarj che non erano gli arrivi di mare, e, mantenuto il detto dazio per la frontiera di Genova, si accrebbe a lire quattro per quintale quello di altre frontiere col Manifesto 15 Maggio. Poi, col Manifesto 11 Giugno 1822, si gravò di lire sei ogni quintale, qualunque sia la provenienza, eccetto il grano Sardo, e finalmente si portò questo Dazio a lire nove col vigente manifesto 17 gennaio 1825, accordando però la riduzione del terzo a' grani navigati con bandiera nazionale, e mantenendo il privilegio al grano Sardo, che paga soltanto una lira e cinquanta centesimi.

Questi provvedimenti palesano che si procedette con incerto criterio, ora estimando più perniciosa la concorrenza dal lato di mare, or più quella dal lato di terra, or amendue egualmente fuor le provenienze di Sardegna. Palesano eziandio, che la cupidità de' possidenti spinse gradatamente fino ad un dazio tanto forte, che equivale alla proibizione, fuorchè si volle pure avere alcun riguardo all'interesse della navigazione.

Quanto alle provenienze del Mar Nero, non si scorge che i detti dazi abbiano influito, perchè se le importazioni genovesi furono, nel 1821, di 360/m. quintali, non si frenarono punto nè pel Manifesto del 1822, nè per quello del 1825; anzi si può dire, che quasi raddoppiaronsi. Prova incontestabile del bisogno delle popolazioni. Imperciocchè se la nostra produzione fosse bastevole, o se il condurre i nostri grani a Genova non li incarisse di soverchio, gli arrivi di mare non potrebbero col dazio anche di sole lire sei sostenere la concorrenza. Molto meno i detti provvedimenti camerali hanno influito dal lato di terra. Negli anni 1822, 1823 e 1824, il prezzo del frumento fu di molto inferiore a quello degli anni antecedenti, malgrado il dazio prima di lire quattro, poi di sei per quintale. Nel principio del 1825, fu accresciuto questo dazio a lire nove, ed il prezzo adequato di tale anno è minore di pochi centesimi di quello del 1824; e di qualche lira degli anni antecedenti. Crebbe nel 1826; più ancora nei tre anni successivi, calò nel 1830; riprese favore nel 1831 e nel 1832. Queste stesse oscillazioni perciò insegnano, che le medesime non dipendono punto dal dazio, ma che conviene cercarne le cause negli accidenti della produzione ed in quelli del mercato generale e dell'Europa.

Quanto al guadagno, che ci possano avere fatto i possidenti io sostengo essere nullo; quanto a' danni che provengono da questo sistema, essere incalcolabili, e sommamente dolorosi.

Sesto. — Il preteso guadagno de' possidenti consiste nella differenza che si ha tra il valore della merce esente da dazio, ed il valore della merce pagato il dazio. Se il prezzo medio del grano Russo in Genova è di lire venti, segno certo che costa a' Genovesi, senza il dazio, lire quattordici. Ebbene questo grano non può vendersi anche senza dazio nè a Torino, nè a Novara, nè pure a Novi al prezzo medio, che si fa in questi diversi paesi. Infatti nella stessa Città di Albenga il prezzo medio eccede in quest'anno le L. 27; e se i Genovesi non pagassero dazio non potrebbero darlo che a L. 21; dunque l'imposta che si perceve sul grano del Mar Nero cade totalmente a danno de' consumatori Genovesi, e non giova alle provincie fertili del Piemonte.

Settimo. — Ma se non è protetta la nostra agricoltura dal dazio marittimo, lo è di certo, mi si dirà, dal dazio di terra ferma. Non è vero, ci rispondo francamente, a meno che mi si provi che il prodotto del dazio di terra ferma ascenda a due milioni e sette cento mila lire, che sarebbe il suo ammontare sopra trecento mila quintali in ragione di lire nove per quintale, e mi si provi ancora che l'introduzione clandestina sopra tale quantità od è nulla, od è minima. Invece il prodotto del Dazio non accenna un'introduzione maggiore di trentasei mila quintali, nell'ipotesi che sia tutto grano quello per cui risulta essersi percette nel 1832 L. 321.000. Dunque la massima introduzione dalle frontiere di terra ferma succede per contrabbando. Dunque il dazio enorme che gravita sulle biade forastiere non impedisce che le medesime concorrano colle nostre produzioni agricole, ed i possidenti non ne possono ricevere alcun sollievo. Il poco dazio, che si perceve dalle Dogane non è neppur frutto di buona fede, ma parte di necessità ineluttabile, parte di malizia, che insegna a procurarsi alcune bolle per coprire con esse un ingente contrabbando (1). Si vuole una prova evidentissima, che il grano Lombardo e Piacentino si presenta a' nostri mercati senza pagamento di Dazio? Basta por mente, che la differenza, che corre tra il prezzo di Lombardia e di Piacenza, e quello del Piemonte sta tra i cinquanta centesimi e le due lire. Aggiungansi le spese di trasporto, l'impiego de' capitali, e del personale, le avarie, e il pericolo d'essere colti in contravvenzione, e ciò solo assorbe tale differenza. Dunque il dazio

(1) Una bolla d'introduzione serve pel giro di molti mesi, ed anche d'un anno, a coprire cento, duecento, mille quantità eguali a quella dichiarata nella bolla stessa. Per esempio il negoziante compera dieci sacchi; poi li vende all'interno; gli rimane la bolla per coprire a dieci sacchi per volta mille importazioni clandestine. Quello che qui dico del grano accade per tutte le altre merci, che non possono essere come i tessuti marchiati o laminati. Nè contro di ciò vi ha rimedio, fuor quello di ritornare ai Dazi moderati.

non è pagato, ed il possidente incontra la stessa concorrenza che incontrerebbe se fosse libera l'importazione, meno il premio della frode. Dunque il solo vantaggio, che ricava il possidente corrisponde a questo premio.

Si vuole un'altra prova che le farine stesse non pagano dazio? Il Novarese manca delle farine di semola, con cui si fanno le paste e il pane sopraffino. Si tirano dal Milanese, e niun introito possono mostrare le Dogane. Come avvocato mi accade spesso di ragionare co' mercanti di grano, e di consigliarli se caduti in contravvenzione. Sono infinite le arti con cui deludono o corrompono i Doganieri.

Ottavo. — Mi sono inoltrato in un argomento parlando di frode, che richiede più ampio discorso. Il sistema proibitivo non abbraccia fra noi le sole biade, ma eziandio la più gran parte delle merci. Uno zelo imprudente per le manifatture nazionali ha consigliato dazi smodati, e si è provocato un contrabbando così regolarmente ordinato, che le merci più voluminose sono con sicurezza trasportate a casa del compratore mediante un tenue premio. Il contrabbando esiste ognora che il dazio eccede il valore del dieci per cento della merce. Il buono, e fortunato Broggia lo insegna colla maggior insistenza nel *Trattato de' tributi* che pubblicò nel 1743 in Napoli. Questa misura è nota a chi ha praticamente maneggiate le finanze; è una sanzione inesorabile contro il sistema proibitivo; la storia del commercio Inglese la mise in piena luce, ed il Ministro Huskisson lo attestò gagliardamente a' suoi compatrioti per impegnarli a recedere da quelle massime fatali, a cui tanto mal a proposito si attribuisce la prosperità industriale e commerciale dell'Impero Britanno ed a cui invece si debbono le imposte eccedenti, ed un incomportabile pauperismo (1). Contempliamo il nostro Stato, e non avremo d'uopo delle lezioni dell'Inghilterra per convincerci di questa verità.

Il prodotto delle contravvenzioni finanziere ascende a L. 260/m. per il Regio Erario, come si ha da un rapporto del Ministro di Finanze del 1831. Quindi l'ammontare delle multe, e pene pecuniarie somma ad un milione, e quarantamila lire; perchè l'erario perceve il solo quarto; nè questo rappresenta il vero valore delle merci colte in frode. Si vendono esse a troppo vil prezzo, e succedono sì frequenti transazioni, che a calcolare il valore delle merci sequestrate per contrabbando ad un milione, e mezzo sarebbe essere indulgentissimi. Ora, se in Inghilterra, che è cinta dal mare, che ha doganieri vigilantissimi e raffinatissimi, si calcola ascendere a venti volte il prodotto delle contravvenzioni il valore delle introduzioni clandestine seguite impunemente, noi siamo sicuri

(1) Romagnosi, *Della libertà commerciale adottata in Inghilterra.*

che nel nostro piccolo Stato, che ha frontiere di terra favorevolissime al contrabbando, questo non manda ad effetto un'importazione minore di trenta milioni.

Le Gabelle, diceva lo stesso Ministro, rendono in massa quaranta milioni e cinquecento mila lire; ma le Dogane per diritti di entrata, uscita e transito non entrano in questo calcolo, che per poco più di tredici milioni. Si gloriava che le spese non giungessero al ventidue per cento. Questo vanto ei desumeva dal confronto colla Francia, ove niuno vorrà imparare la scienza pratica dell'economia pubblica. Taceva poi che il maggior prodotto è quello delle Dogane di Genova, e dissimulava così che le Dogane di terra ferma sono presso che passive. Il prodotto brutto delle Dogane nel Regno d'Italia nel 1812, tempo in cui il Ministro aveva perfezionato il suo sistema, fu di L. 22,044,306 e le spese di L. 1,465,806. Non arrivano le spese al sette per cento (1). Io non accuserò l'imperizia de' nostri finanzieri; ma questo confronto accusa certamente i vizj del sistema protettore, che abbiamo avuto la disgrazia di adottare. Notisi, che il Ministro italiano era esposto agli inconvenienti che derivano dalla riunione de' varj piccoli Stati usi a vivere indipendenti, alle perturbazioni che produceva la guerra ognor rinascente e che, segnatamente il 1809, percosse il Regno e quasi lo sconvolse, al flagello del sistema continentale, alla necessità di avvicinarsi al sistema delle Dogane Francesi, ed a tutti gli effetti della servitù politica, in cui giacea l'Italia verso la Francia, e che era stata vergognosamente sancita col leonino trattato di commercio del 1808. E per verità anche ignorando ciò che è notorio, cioè l'organizzazione perfettissima del contrabbando per via di assicurazione alla guisa delle assicurazioni marittime su tutta l'estesissima nostra frontiera, chiunque ha occhj per esaminare la nostra tariffa non può a meno di rimanere convinto che le frodi debbono essere immense. Mi piace di citare nello zuccaro un esempio molto comune. Il raffinato costa per chilogramma cinquanta centesimi, e ne paga trenta sette di dazio, quello in polvere od in pane costa una lira, e paga ottanta centesimi. Ebbene chiunque da noi compra lo

(1) Amministrazione delle Dogane del Regno d'Italia.

	Prodotto brutto	Spese
1805 . . .	10.797.803	1.356.609
1806 . . .	14.620.606	1.753.070
1807 . . .	10.526.797	1.487.635
1808 . . .	9.758.290	1.413.560
1809 . . .	8.659.588	1.564.545
1810 . . .	11.628.257	1.511.139
1811 . . .	14.009.721	1.833.748
1812 . . .	22.044.306	1.465.806.

zucchero per pochi soldi di più di quanto vien pagato all'estero senza dazio. Lo stesso si dica delle droghe, come la canella, la canfora, il muschio e simili. I registri doganali debbono dare un altro schiarimento. La consumazione dello zucchero in Inghilterra è di sei libbre metriche per capo: in Francia di tre: in Lombardia di due. In Piemonte non può essere minore che in Lombardia. Ebbene: otto milioni di libbre metriche o chilogrammi dovrebbe essere la consumazione di questi Stati. Se si percepisse il dazio, questo ramo darebbe più di quattro milioni all'anno. Consultino ora i loro registri i Doganieri, e vedranno quanto son lungi da questo prodotto. Esaminisi collo stesso criterio ogni altro ramo, e si vedranno emergere ad ogni passo gli argomenti che condannano il nostro sistema daziario, e che lo danno a divedere improduttivo per l'eccesso della tariffa. Aggiungasi un altro esempio nel nitro, di cui tanti sono gli usi e di cui è vietata l'introduzione. La Finanza non vende la decima parte di quello che richiede la consumazione interna. La cosa è chiara. Il contrabbando riesce bene per più di trenta volte, e basta che riesca tre o quattro, perchè il contrabbandiere vi trovi il suo conto. Se riuscisse poche volte, non vi sarebbe che la perdita del Dazio pel Regio Tesoro; riuscendo così felicemente, il contrabbandiere si trova abilitato a vendere molto al disotto del prezzo a cui può vendere l'onesto negoziante, quindi si perturba il commercio, il negoziante di buona fede è sagrificato, e non trova altro rimedio per sostenersi che di giovarsi anch'egli della frode. Ciò che dico delle droghe si applichi anche al ferro, alle tele, ai panni, e ad ogni specie di filati e tessuti. Le cautele de' stampigli e delle lamine non hanno fatto che acuire l'astuzia, accrescer il numero delle frodi, ed aggiugnere al delitto del contrabbando quello delle falsificazioni.

Chi è avvezzo alla contemplazione economica d'uno Stato dalla sola bilancia di commercio viene ammonito di un'ingente importazione clandestina. Imperciocchè la nostra bilancia compare passiva ogni anno di molti milioni. Se questa passività sussistesse, lo Stato nostro sarebbe già da lungo tempo rovinato. Invece fiorisce, e le ricchezze s'accumulano, come lo danno a divedere l'agiatezza diffusa, e l'abbondanza de' capitali. Dunque l'importazione clandestina non solo pareggia, ma rende favorevole il resultamento de' nostri scambj colle nazioni vicine. Dunque la frode supplisce la libertà. Da qualunque lato si guardi si trova sempre la dolorosa prova, che la tariffa nostra danneggia il tesoro, e quelle stesse manifatture che si vorrebbero promovere, e più di tutto danneggia senza compenso minimo il commercio.

Nono. — Parrà essere stata fuori di luogo la breve digressione che ho fatta sul nostro sistema daziario; ma tutto si lega nella sociale convivenza, e quando le tariffe delle merci, svegliando la cupidigia de' frodatori, li avvezza alle importazioni clandestine le trame che servono per

le altre merci servono anche per le biade e ne facilitano sempre più il contrabbando. Non vorrei fare maggiori parole per passare senz'altro al novero degl'inconvenienti del contrabbando; ma debbo toccare un'altra corda, ed è che in questo paese, dove troppe sono le giurisdizioni ed inestricabile la loro confusione, e dove manca un centro direttore in quasi tutti i più importanti rami di qualsivoglia Amministrazione, persino il Protomedicato viene guastando gl'interessi economici co' suoi provvedimenti. Si esamini la lista delle proibizioni portate dal suo Manifesto 19 Luglio 1832; e si spieghi con qual senno per esempio siasi vietata l'introduzione dell'acetato di Potassa, tanto necessario a molte arti, mentre in questi Stati non se ne fabbrica.

Decimo. — Ora accenniamo gl'inconvenienti del Contrabbando. Ho già detto che perturba il commercio, e costringe i negozianti a cessare la buona fede; ho già detto, che il Tesoro rimansi senza reddito colle spese ognor più crescenti, e che la stessa agricoltura non è protetta perchè il dazio non pagato non mantiene di certo l'elevazione de' prezzi a cui si mira, ma non ho detto i maggiori inconvenienti materiali e morali, che sono dovuti alla fatuità delle nostre tariffe. Le braccia del minuto popolo, massime a' confini, sono sottratte all'agricoltura ed alle arti (1). Le speculazioni, l'industria, ed i capitali degli uomini agiati sono volti alle importazioni clandestine. La violazione delle leggi, incoraggiata dal guadagno e dall'impunità, scancella il sentimento prezioso dell'ubbidienza. La corruzione penetra le inutili falangi dei malpagati e disprezzati Doganieri, che sono acerbi e crudi col viaggiatore onesto, e perdono vista ed udito col frodatore, per quella stessa malia che aperse a Giove la Torre di Danae. Intanto popolazioni intiere si avvezzano agli ardimenti, ai pericoli, alla vita dura e facinorosa, alle vigilie, alle astuzie, ad un guadagno rapido, a cibi e bevande abbondanti e ricercati, ad ogni maniera di turpitudini e di vizj brutali, e quando i frutti della frode vengono meno, perchè mal si ritorna da quello stato alla quiete ed alla frugalità campestre, si passa ai furti ed agli assassinj. Quindi il contrabbando non solo ingenera i delitti che gli son proprj, come furti, violenze, omicidj, e falsificazioni, ma conferisce a popolar le galere per tutti i versi ed è la scala ordinaria del patibolo (2). Non vi hanno, che i carcerieri, ed il carnefice, che per mio avviso ci guadagnino;

---

(1) Che fa, per esempio, il tal sarto, il tal contadino? Ha cambiato di mestiere, rispondono, e vuol dire che si è dato al contrabbando, il quale è divenuto un'industria suppletoria come quella del ladro a Londra.

(2) La demoralizzazione è giunta a tal grado, che lo stesso frodatore or finge di essere stato colto dai doganieri, e di aver perduta la roba, che si appropria, or indica egli stesso ai doganieri i depositi delle merci, che ha di soppiatto importate. Non ostante, l'industria del contrabbando

perchè contro la natura non si va se non con le catene e co' capestri alla mano, e contro di essi ancora si ribella, e il più sovente vince. Egli è perciò, che io ho sempre attribuita la necessità delle pene capitali, o quasi, al cattivo sistema economico della nazione, che è forzata a scrivere le leggi criminali col sangue. Egli è perciò che io penso che l'immortale Pietro Leopoldo non avrebbe avuto il bel vanto di dare un codice incruento alla beata Toscana e di mostrare le sue carceri vuote all'Europa attonita, se non avesse fatto camminare di pari passo la riforma delle leggi criminali con quella delle economiche, fra le quali ve ne ha molte che si denominano puramente civili, come quelle che regolano l'ordine delle famiglie e le successioni, e che sono la base dell'ordinamento economico delle nazioni.

Undecimo. — Una speciale considerazione deve poi anche persuadere il legislatore che non perverrà giammai a sostenere le tariffe esagerate, quand'anche cingesse lo Stato d'un esercito. L'uomo incalzato dagli stimoli del bisogno e dall'allettativo del guadagno affronta i più grandi pericoli e la morte stessa; ma non basta. Il contrabbando è creduto lecito anche in coscienza. Per servirmi delle locuzioni di Bentham, le leggi doganali non hanno nè sanzione popolare, nè sanzione religiosa. Il popolo che consuma considera il contrabbando come una buona guerra, il Sacerdote, che alla qualità di consumatore unisce per principio l'avversione alle tasse fomentata dalla reminiscenza de' privilegi clericali, e che ha interessi troppo distinti da quelli del Trono, se non inanimisce le frodi coll'esempio, le benedisce. In quest'argomento adunque il Legislatore è ridotto alla sanzione propria, a quella cioè delle pene, l'efficacia delle quali è grandemente scemata dalla speranza di fuggirle, dalla coscienza di non meritarle, e da quella stessa indulgenza, che nell'animo de' giudici è sempre creata da pene o troppo severe, o sproporzionate, o di scopo non bene apprezzato. Non rimane pertanto al Legislatore che la moderazione, la quale escludendo un forte guadagno rimove gli stimoli della cupidigia, acquista alla legge il consenso universale, assicura al tesoro tenui, ma frequenti prodotti, che sommati in capo all'anno sono molto maggiori de' forti Dazj di rado pagati, scema le spese e prepara da lungi quell'ascendente alle produzioni interne, che per volerlo tosto, e per violenza, si perde irreparabilmente.

Duodecimo. — Fin qui ho ragionato dimostrando essere illusoria la protezione, che co' dazj nostri d'entrata si promette all'agricoltura. Ora voglio supporre ciò che non è, vale a dire, che il dazio sia pagato. In tal caso lo giudico un'imposta ingiusta, e perniciosa. Ingiusta, perchè

---

sussiste e fiorisce, e non fa che presentare di quando in quando questi nuovi accidenti da aggiungersi all'interminabile e schifoso catalogo dei mali che rendono esoso il Colbertismo.

percuote non solamente que' duecento o trecentomila consumatori del grano estero, ma tutti i consumatori di pane dello Stato, perchè assoggetta le provincie sterili ad un tributo verso i possidenti delle provincie ubertose, e perchè in sostanza fa scontare col sangue del povero i piaceri del ricco. Il tesoro perceve il dazio del grano estero secondo la fatta ipotesi, ma il possidente si fa pagare in proporzione più caro il suo grano e l'altre sue biade. Quindi tutti i consumatori pagano a' possidenti un'imposta che corrisponde alla differenza tra il prezzo attuale e quello che nascerebbe dalla libera concorrenza. Ogni quintale adunque di grano prodotto e consumato all'interno soffre il tributo di una, due, tre, quattro, sei lire in vantaggio de' possidenti. Questi corrispondono ordinariamente al decimo della popolazione. Perciò il dazio sulle biade rende tributarj nove decimi della nazione verso un decimo. Una famiglia di cinque persone consuma almeno dodici quintali di grano all'anno. Uno Stato di quattro milioni ha ottocento mila di queste famiglie, e deve consumare nove milioni e sei cento mila quintali, ed ogni lira d'aumento procurato dal dazio delle biade fa versare dal povero in mano del possidente nove milioni e sei cento mila lire. Ci ha egli carità e giustizia in questo sistema? Chiunque abbia cuore che palpita mi deve rispondere negativamente. Sclamino adesso i possidenti, che non potrebbero senza il dazio sulle biade estere pagare il tributo prediale. Questo tributo somma a tredici in quattordici milioni, e non è certo pagato nè pure per metà da' soli produttori di biade: ed essi invece ogni lira d'aumento arricchiscono di nove milioni e più. Si contino anche le imposte provinciali e comunali, e si admetta l'ammontare del tributo prediale in venti milioni, e sostenga chi può che questo tributo sia incomportabile, e che richiede l'enorme sacrificio che pretendesi da' consumatori. So bene che l'ineguale distribuzione di questo tributo, per difetto di regolari catasti, lo fa ad alcuni riuscir più grave. Ma si domandi il vero rimedio della nuova catastazione; non si chieda, che sia immolato il popolo. Il dazio sulle biade è anche un'imposta perniciosa, perchè produce un corrispondente aumento sulla giornata dell'artigiano; ed è una delle cause che, insieme a' dazj esagerati delle altre merci, incarisce la mano d'opera ed impedisce all'industria le produzioni capaci di sostenere la concorrenza estera. Osserva il lodato Parnell che, secondo l'opinione degli uomini più autorevoli, i dazj delle biade o diminuiscono i beneficj dei capitali, od aumentano il prezzo di tutti gli oggetti di consumazione. Io penso che producono amendue questi effetti, ed argomento il primo dall'aumento del valore non solo degli immobili, ma anche delle stesse cedole dello Stato, e dalla difficoltà di mantenere l'interesse comune al cinque per cento. Il secondo è un fatto palmare. Aggiunge Parnell che dazj sulle biade distruggono assai più ricchezze che non ne trasferiscono dal consumatore al Possidente, perchè l'aumento

del valore della giornata e di tutti gli oggetti che pur sono necessarj alla coltivazione dei beni consuma quattro quinti del benefizio che egli apparentemente ricava dal prezzo artificiale delle sue biade. Per la qual cosa quattro quinti del tributo pagato dal povero si perde senza profitto di alcuno, e non lascia che l'inconveniente gravissimo dell'elevazione della mano d'opera. L'altro quinto poi scompare anch'esso nel maggior prezzo delle cose, che il proprietario scambia col suo grano. In somma i proprietarj, vendendo caro e comprando caro merci ed opere, finiscono per vedere a dileguarsi ogni profitto. L'elevazione de' prezzi non può dare profitto reale al produttore del grano, se non quando lo smercia all'estero; e noi non siamo nel caso. Senza di ciò riceve il denaro per darlo al colono, al calzolajo, al sarto ed al pizzicagnolo colla stessa larghezza. Ella è perniciosa l'imposta di cui parliamo sotto più altri aspetti. Primamente gli enormi capitali che si tolgono dalla meschina borsa del consumatore di pane impediscono e scemano le altre consumazioni, in danno di quelle varie ed estese parti d'industria agricola che non si limitano alla produzione delle biade. Vino, bozzoli, oglio, canape, bestiami, formaggi, riso, e mille altre cose ne vengono a patire. Impediscono eziandio e scemano le consumazioni in danno delle manifatture. Questi pregiudizj sono comuni al Tesoro, che riceve tanto meno dalle altre imposte. Badisi poi, che il caro scema la consumazione massime a' monti del pane stesso, e fa ricorrere alle castagne, ed alle patate. Secondamente svia le ricerche degli esteri, che hanno bisogno e convenienza di provvedere le biade da noi. Ho citato l'esempio della Svizzera che a ragion preferisce gli acquisti in Lombardia; ed il Piemonte per mezzo della val di Susa avrebbe un commercio più lucroso col Delfinato senza l'artificiale aumento del prezzo, perchè, oltre allo spaccio del prodotto di quella ubertosa valle anche da altre parti, vi rifluirebbe il nostro grano. Terzamente, essendo dimostrato che questi Stati sono esposti a penuriare di biade, ogni volta che saremo costretti a levare il dazio metteremo in avvertenza i monopolisti ed i proprietarj, ed in allarme le popolazioni.

Decimoterzo. — Mi pare che mi sia venuto fatto di dimostrare che i dazj attuali sulle biade non hanno potuto sollevare i possidenti, perchè in fatti dal lato di terra ferma non si pagano, e dal lato di mare non influiscono sul Piemonte; che, anche pagati, questi dazj sono ingiusti e perniciosi senza profittar guari a' possidenti, e che gli inconvenienti materiali e morali d'una gabella così smodata sono di tale enormità da raccapricciarne ogni bene nata persona. Mi rimane a dire dell'obbiezione, che il basso prezzo delle biade rende infingardo il popolo. Questo suppone che non vi sia equilibrio tra il prezzo delle giornate e quello del grano, e che il popolo sia ignorante ed apatico a segno da non pensare che a vivere la giornata come il Lazzarone. Restituiscasi la libertà fru-

mentaria, e l'equilibrio suddetto presto si stabilisce; instruiscasi il popolo, si promova la sua industria, si avvezzi il medesimo alla prospettiva d'un miglior essere, e scompariranno l'ignoranza e l'apatia. Ne' tempi sciagurati del dominio spagnuolo in Italia, i cereali erano a vil prezzo e i coloni, disperati per fame, abbandonavano la coltura e fuggivano all'Estero, malgrado la pena di morte minacciata all'emigrazione. E questo non per altro se non perchè l'industria, il commercio, ed i terreni erano gravati da incompatibili tributi, e perchè la sicurezza personale e quella della proprietà erano scomparse in faccia ad una soldatesca indisciplinata, ad una sbirraglia insolente, ed all'avidità de' curiali, che per la pessima legislazione si erano accresciuti a dismisura, e fatti potentissimi.

Decimoquarto. — Non conviene che io finisca senza volgere il discorso a rassicurare i possidenti e ad indicar loro i veri mezzi co' quali si può migliorare la loro condizione, e che in parte dipendono da essi, in parte dal Governo. Li rassicuro facendo riflettere che le spese di acquisto, di trasporto e di magazzinaggio, gli interessi di capitali e le avarie frenano abbastanza la concorrenza estera, e che lo straniero non può far un commercio utile se non prendendo in iscambio altre merci. Li rassicuro ancora accennando che i grani Russi sono inferiori di qualità talmente a' nostri, che gli stessi Genovesi fanno provviste ragguardevoli di grano nel Vogherese, e Tortonese, quantunque loro venga a costar assai più che il grano d'Odessa, pagato il Dazio. Li rassicuro per fine invitandoli a mirar la Toscana, dove il Porto di Livorno è a portata come quel di Genova del commercio col Mar Nero, e dove la libera importazione non ha punto mai nocciuto all'agricoltura. I Toscani vanno a provvedersi più volentieri a caro prezzo nel Bolognese innanzi che addattarsi alla cattiva qualità del grano Russo o per meglio dire Polacco. Le maremme senesi non sono state rallegrate da ubertose produzioni se non quando, cedendo il Governo alla voce di savi economisti, cangiò i provvedimenti Annonarj in una piena libertà. I veri mezzi poi di migliorare la condizione de' possidenti, i quali dipendono da essi, consistono nell'introduzione d'una ruota agraria più utile, nella coltivazione di altri prodotti, oltre a' graminacei, e specialmente nella profittevole industria del bestiame. Dipendono dal Governo la facilitazione de' trasporti col mezzo di buone strade, di cui è d'uopo compier il sistema riattando anche le comunali, di troppo trascurate, e la moderazione de' dazj e privative che fanno rincarare di soverchio gli oggetti che si debbono impiegare nella coltivazione e negli usi della vita de' contadini. Quando i trasporti nelle montuose Provincie e nelle Comuni più rimote saranno facili, e di poco costo, quando il carro, il vomere, la zappa, la falce, la veste si potranno avere a minor prezzo, quando le gabelle delle carni, corami e foglietta saranno amministrate dal Governo, invece di esserlo da cupidi, ed inesorabili appaltatori, che pagan dieci per aver venti, e

vessano le popolazioni per mille, quando la gabella del sale sarà scemata come si può fare senza pregiudicare gli introiti erariali da chi abbia cuore e mente, non solo l'agricoltore, ma anche il manifattore produrranno a molto miglior mercato, e potranno avvicinare con vantaggio le loro derrate a' consumatori dell'interno e dell'estero, e sostenere tranquillamente la libera concorrenza. Ella è vicenda inevitabile. Obbligate a comprare le merci, di cui si ha d'uopo per difendersi dalle intemperie e per procurarsi un godimento qualunque, a caro prezzo, ed obbligate per conseguenza a coltivare e fabbricare a più caro prezzo.

Decimoquinto. — Sebbene la riforma dell'intero sistema delle nostre finanze sia sommamente desiderabile, e sia per procurare da un canto all'industria, all'agricoltura ed al commercio incalcolabili vantaggi e dall'altro per impinguare assai più il tesoro, aumentando la sicurezza del pagamento de' dazj e le consumazioni, tuttavia la questione de' dazj sulle biade si può contemplare e sciogliere isolatamente. Il solo riflesso che il dazio non pagato equivale alla libera concorrenza è per sè stesso decisivo per indurre gli stessi possidenti a rinunziare ad una protezione illusoria; ma quando è manifesto che nel nostro paese è insufficiente la produzione delle biade, e che il dazio sovr'esse si risolve in una imposta iniqua e perniciosa per l'universale, disutile, se non pregiudicievole per lo stesso agricoltore, un Sovrano, che ha viscere di padre, e sapienza economica deve superare i pregiudizj, restar indifferente agli interessati clamori, e proclamare la libertà frumentaria. Che se vuolsi nondimeno transigere con questi pregiudizj e con questi clamori, se si teme la scossa di una brusca transizione, riduciamo il dazio di mare alla misura prescritta dalla tariffa annessa al Manifesto Camerale 14 Marzo 1818: e quello di terra a qualche cosa meno del premio della frode, cioè ad una lira per quintale. Allora il tesoro percepirà effettivamente il Dazio, il Genovesato non sopporterà una troppo grave imposta, la consumazione si accrescerà, la fetida piaga del contrabbando sarà sanata in questa parte, ed il produttore del grano preleverà sui consumatori una moderata e tollerabile imposta. Questo è il mio voto, che indirizzo di cuore alla prosperità del Piemonte, ed alla gloria della Maestà di Carlo Alberto.

VIGILIAE HIBERNAE

CATULLIANA

XXIX, 20 e 23. — LV, 4 e 11. — Il carme LXVII. Nuovo saggio di versione poetica (V, VII, VIII, LXXXV)

Nota II del Socio nazionale residente ETTORE STAMPINI

XXIX, 20 e 23.

Rimando alla monografia di Giacomo Giri (1) coloro che vogliono trovar riunite la maggior parte delle congetture proposte per emendare il v. 20 che ne' codd. si legge così:

hunc Gallie timet et Britannie

Ricordiamo che il carme è composto di trimetri giambici puri, e che perciò deve il verso iniziarsi con un giambo. È mestieri dunque trovare un monosillabo di quantità breve, per cominciare a ristabilire il primo giambo. Ora, secondo me, ha avuto ragione il Friedrich (2) a pensare che qui, dato lo stesso movimento oratorio, è il caso di ricorrere a quell'*et* che abbiamo nel v. 6

et ille nunc superbus et superfluens;

per il che con una dottissima allegazione di esempi calzanti (3) venne alla conchiusione, cui in massima sottoscrivo, che si deve emendare così il v. in questione:

et hunc timentque Galliae et Britanniae.

---

(1) *De locis qui sunt aut habentur corrupti in Catulli carminibus.* Vol. I, Aug. Taur., 1894, p. 126.

(2) Cfr. il *Kommentar* alla sua ed. (Leipzig, 1908), p. 171 sgg.

(3) Interessantissimi quelli di *et – que – et* che tolgono ogni dubbio alla integrazione ed emendazione del verso.

Ho per altro una osservazione da fare. Qui non c'è la ragione specialissima retorica di leggere *Galliae et Britanniae*, come si legge *Syrias Britanniasque* in XLV, 22, benchè la forma in *e* = *ae* risulti dai codd. Al *timet* dei mss. va dato il sogg. singolare, non solo perchè lo scambio di *a* ed *e* è nei mss. tra i più frequenti (1), ma particolarmente perchè nello stesso nostro carme i due vocaboli sono usati al singolare, e sarebbe stato curioso che Catullo, dopo aver detto (v. 3 sg.)

Mamurram habere quod Comata Gallia
habebat... et ultima Britannia

cambiasse, senza necessità, il numero, tanto più che nel verso in questione altro non si fa che ribadire il concetto della spogliazione della Gallia e della Britannia, per cui era Mamurra da quegli abitanti temuto. Meglio è dunque leggere

et hunc timetque Gallia et Britannia? (2).

---

(1) Dico tra *a* ed *e*, in *e* comprendendo anche la funzione, che ha nei codd., di *ae*. Per Catullo, apro a caso le edd. critiche, e trovo, p. e., XIV, 6 *dant* per *dent*; XXI, 12 *desinat* o *desinas* per *desine*; per converso — che è il caso nostro — XXII, 7 *membrane* o *membranae* per *membrana*; XLI, 5 *puelle* per *puella*; LXIII, 89 *fecit* per *facit*; LXVI, 74 *euolue* per *euoluam*; 92 *effice* per *affice*; LXVII, 6 *marite* per *marita*; LXVIII, 46 *certa* (la maggior parte dei mss.) per *carta*; 65 *implorate* per *implorata* ecc. ecc.

(2) Il novissimo editore Carlo Pascal (Aug. Taur., [1916]) ha adottato la vecchia lezione

Timentque Galliae hunc, timent Britanniae

certo preferibile alla congettura del Giri

Bona iste Galliae et tenet Britanniae?

Aggiungo, a semplice titolo di amenità, la emendazione di D. A. Slater che (in *The Class. Quarterly*, v. VII, a. 1913, p. 127), accettando la congettura del Postgate (nel *CPL* di Londra) *ultima* in luogo di *timet*, propose

ciunda Galliae *ultima* et Britanniae!

Altra e miglior via prese Elmer Truesdell Merrill (in *The Class. Quart.*, v. X, a. 1916, p. 125), il quale, pure non disapprovando la congettura del Friedrich, modificata come io propongo, preferisce

timetque Gallia et timet Britannia,

sopprimendo *hunc* che, secondo lui, sarebbe in origine una glossa interlineare per dare a *timet* un supposto necessario oggetto.

E veniamo al v. 23

eone nomine † urbis opulentissime †

come lo dànno i codd. Il Giri, menzionando (1) la lezione *o potissimei*, che fu da parecchi proposta per sanare il verso, scrive: " 'O potissimei' (Muell. Benoist. Herm. Pr. 1889) quid habeat aculei, non satis intellego, siquidem Caesar et Pompeius re vera omnium civium primi fuerunt. „ — Ma che cosa vuol dire il poeta, se non questo, che Cesare e Pompeo, *socer generque*, precisamente per la loro potenza, per la potenza superiore a quella di qualsiasi altro cittadino (*urbis*), misero a soqquadro ogni cosa? È a questo titolo che voi — vuol dire il poeta — vi siete innalzati alla maggior potenza, perchè doveste poi sovvertire tutto il mondo? Questo, e non altro, voleva dire il poeta a conchiusione de' suoi terribili giambi! Ma quali *aculei* di ironia e di sarcasmo si vogliono cercare? Dove è l'ironia e il sarcasmo in questo carme? Qui Cesare, come Mamurra, è sempre chiamato, senza nè ironie nè sarcasmi, coi nomi più ignominiosi. E quando dice il poeta (v. 11)

eone nomine, imperator unice

è falso che Catullo abbia voluto parlare con ironia. Il carme XXIX appartiene sicuramente allo stesso tempo in cui fu scritto l'XI, dove al v. 10 leggiamo

Caesaris visens monumenta *magni*:

ora, non ostante la sua acrimonia, la sua animosità contro Cesare, Catullo non poteva non riconoscere la grandezza dell'impareggiabile capitano; anzi, appunto perchè era sommo capitano (*imperator unicus*), la sua colpa riusciva maggiore, perchè egli abusava della sua grandezza, del suo straordinario potere, per favorire i bricconi e sovvertire il mondo. Leggo dunque *urbis o potissimei* (2), e ritengo che la lez. dei codd. non

(1) Op. cit. p. 132.

(2) Il Pascal ha stampato *urbis o probissimei*, commentando " ironice dictum „. In *The Class. Rev.*, v. XXVI, a. 1912, p. 206, D. A. Slater, più sopra citato, ha questa nota alla lezione *o piissimei* alla quale o a " something like „ egli inclina: " Haupt preferred 'orbis o piissimei'. Recently

sia che una glossa di cattivo genere, per ispiegare il significato che si attribuiva a *potissimei*, credendosi forse, a torto, che non a " potenza ", ma a " ricchezza " il poeta volesse alludere con quella parola (1).

LV, 4 e 11.

Carlo Pascal nella già citata sua edizione critica dei *carmina* Catulliani, al v. 4 di c. LV, in luogo della tradizionale lezione *libellis*, attestata da tutti i codd. e ridifesa, dopo l'Ellis, dal Friedrich — nonostante il divario che corre fra le loro interpretazioni — credette bene di restituire la vecchia lezione di Battista Guarino *ligellis* (2). Confesso sembrarmi strano che il

---

M. Saenger in a Russian periodical, while himself proposing 'inclutissimei' cites from Th. Korsch 'urbis o piissimei'. Some such modification of Lachmann's conjecture may seem desirable ". Se non vado errato, lo Slater ha sbagliato nel nome. Secondo la traduzione, che mi fu favorita dal valente prof. Ugo Enrico Paoli (cfr. del resto il breve resoconto che egli dà degli studi sui testi latini fatti dal filologo russo in *Rivista di filol. e d'istr. class.*, vol. XLII, a. 1914, pp. 196-198), si tratta di G. E. Zenger, che nel Giornale del Ministero dell'Istr. Pubbl. dell'impero Russo (n. V, 1912, pp. 199-201) esaminò questo passo di Catullo, facendo buone ed acute osservazioni in difesa della sua congettura *inclutissimei*. — Recentemente E. T. Merrill nel vol. cit. di *The Class. Quart.*, p. 126, sopprimendo *urbis*, propose " eone nomine, heia putidissimi ".

(1) Mi trovo perfettamente d'accordo con lo Zenger che, nell'articolo critico testè citato in nota, faceva queste acute osservazioni (cito la traduzione dal russo comunicatami dal Paoli): " È poco naturale l'ironia in fondo al carme, quando la parte precedente contiene una franca invettiva... Nel v. 11 ha detto: " eone nomine *imperator unice* ". Queste parole sono notevoli, perchè v'è adombrato il contrasto fra la perniciosa " sinistra liberalitas " di Cesare, nociva per Roma, e la sua attività guerresca ". — Ed è proprio per questa circostanza che egli propose *urbis inclutissimei*, come sopra s'è detto, respingendo quella congettura *putissimei* dello Schmidt, per difender la quale perdette tanto tempo e dottrina il Friedrich nel suo *Kommentar*, p. 173 segg. " Che può esserci di strano — osservava lo Zenger — se cittadini dissolutissimi hanno mandato tutto in rovina? E corrisponde poi il termine, che significa, per l'ironia, 'impurissimi', alla patetica domanda " eone nomine "? ".

(2) Cfr. le " Alexandri Guarini Ferrariensis *in C. V. Catullum Veronensem per* Baptistam patrem *emendatum expositiones* " (Venezia, 1521), p. XLII. Da altri si è letto *tabellis*, *tabernis*, *sacellis*, *labellis*; ma son tutte congetture inutili.

poeta, dopo aver cercato l'amico Camerio in due dei più affollati ritrovi della gioventù mondana, come il *Campus minor* e il *Circus*, soggiunga di averlo pur cercato in tutti i tugurî (*in omnibus ligellis*), per poi menzionare altri luoghi insigni, come nientemeno che il *Templum summi Iovis sacratum* e quella *Magni Ambulatio* o *Porticus Pompei*, che era la passeggiata in cui sfoggiava il maggior lusso e si dava convegno il ceto elegante e il così detto demimonde. Non posso credere che il poeta volesse dare il significato di *lupanar, prostibulum, lustrum,* alla voce *ligellum* che Nonio (134 M. = 194 Linds.) spiega semplicemente per " tuguriolum, domicilium breve ", citando un solo esempio Plautino (1); e, d'altra parte, un giovane, che frequentava i ritrovi pubblici più eleganti, aveva tutti i modi di divertirsi e di nascondersi anche con *femellae,* senza andare a cacciarsi con le donnacce de' lupanari, dato e non concesso che tale significato avesse assunto *ligellum.*

Ma a parte ciò, i codd. hanno unanimi *in omnibus libellis,* e tale deve essere la lezione, che non ha in sè nulla di impossibile. Io non seguo la interpretazione dell'Ellis, che pecca, fra altro, di troppa sottigliezza, e mentre dubita dell'uso di *libelli* = ' book-shops ' (2) all'età di Catullo, pur ammettendo che già esistessero botteghe di librai (3), dà rilievo ad altri significati che trovansi in scrittori posteriori, anche molto posteriori, non avvertendo che il vocabolo *libelli* assume diverse significazioni (4) solo per la sua collocazione fra altre parole, per la presenza nella proposizione o nel periodo di speciali determinazioni o delimitazioni, per aggiunte attributive, e sim.;

---

(1) *Aulul.* 301, ove i codd. Plautini hanno *tigillo,* che ha altro senso. Si tratta, ad ogni modo, dell'abitazione dell'avaro Euclione.

(2) Cfr. *A commentary on Catullus,* 2ª ed., Oxford, 1889, p. 189.

(3) L'Ellis cita Cic., *Phil.*, II, 9, 21, ove è menzionata la *taberna libraria* nel cui sottoscala tant'anni prima, nel 701 (si badi bene!), Clodio s'era riparato per isfuggire all'inseguimento di Marco Antonio — cfr. anche *Pro Mil.*, 15, 40 —; inoltre Asconio a *Pro Mil.*, p. 34 (= p. 32 Stangl), che ricorda il corpo di Clodio cremato *subselliis et tribunalibus et mensis et codicibus librariorum.*

(4) Per i molti significati di *libelli* cfr. particolarmente l'art. *libellus* di H. Thédenat in Daremberg e Saglio, *Dict. des antiqu. gr. et rom.*, III, p. 1177.

onde, se il poeta, il quale usa sempre *libellus* = *liber* (1), avesse avuto in mente il concetto che l'Ellis gli ha attribuito (2), avrebbe fuor di dubbio aggiunto qualche cosa per fare spiccare la speciale significazione ch'egli dava al vocabolo. A provar ciò bastano i pochi, ma calzanti esempi allegati dal Friedrich, che pur traduce, " vor allen Auslagen von Büchern „ (3), senza che per questo io approvi tale interpretazione. Ed ecco perchè io dissento.

È vero che le librerie erano già ai tempi di Catullo un luogo di ritrovo del pubblico al pari del *Circus*, della *Porticus Pompei*, ecc.; per cui si può concedere che, allorquando si menzionano luoghi frequentati dal mondo elegante e dai cercatori di novità, non che le occupazioni giornaliere di siffatta gente, la voce *libelli*, sempre che sia collocata fra parole designanti que' luoghi e quelle occupazioni, venga ad assumere il significato dei luoghi ove i libri si vendono, ossia di *tabernae librariae*. Basta ricordare il famoso epigramma di Marziale (V, 20)

Si tecum mihi, care Martialis,
securis liceat frui diebus,
si disponere tempus otiosum
et verae pariter vacare vitae;
nec nos atria nec domos potentum
nec lites tetricas forumque triste
nossemus nec imagines superbas;
sed gestatio, fabulae, *libelli*,
campus, porticus, umbra, Virgo, thermae,
haec essent loca semper, hi labores.

Ora in questa voce *libelli* io vedo proprio il significato di " librerie „, e la ragione sta in ciò che testè ho esposto; ma credo invece che Catullo, il quale scrive *ad librariorum curram scrinia* (XIV, 17 sg.), non avrebbe mai detto semplicemente *ad libellos*

(1) Si tenga presente che *libellus* è il termine, direi anzi il termine tecnico, di cui i poeti latini si valsero, compreso Catullo, per indicare un libro di versi. Sul che vedi Birt, *Das antike Buchwesen*, Berlin, 1882, p. 22 sg.

(2) Ecco il senso che dà al luogo in questione: " I have looked for you everywhere, in the smaller Campus, the Circus, every place where I was likely to hear of missing articles „.

(3) *Kommentar* cit., p. 246.

curram, per indicare *ad tabernas librarias curram*, perchè, in quella frase, *libellos* non avrebbe avuto il contorno necessario per farne risaltare lo speciale significato; mentre dall'espressione *in Circo, in libellis, in Templo* etc., verrebbe facilmente fuori il concetto di " libreria ", come luogo di ritrovo. Ma Catullo non iscrisse *in libellis*, bensì *in omnibus libellis*. Qui abbiamo il nostro termine accompagnato da un vocabolo tale (*omnibus*), che ci obbliga ad attribuirgli un significato più ampio, che è appunto il più indeterminato. Consideriamo insomma che *omnes libelli* può significare " ogni sorta di libri ", quando si parli espressamente di libri, o il discorso sia tale che la mente corra a quella idea; ma, quando manchi questa condizione, è d'uopo allora assegnare ad *omnes libelli* il valore di " ogni specie di annunzi, di manifesti, ecc. ". Dunque io conchiudo che il poeta ha voluto dire, non già " in ogni libreria ", sì bene " in mezzo ad ogni specie di annunzi, cartelli, manifesti, e sim. "; perciò " in mezzo ad ogni genere di affissioni ", e quindi " in ogni " luogo di affissioni ". E si badi che con tale interpretazione non si vengon per nulla ad escludere le librerie, essendo noto che annunzi di novità, oltre ad esemplari messi in vendita, guernivano dall'alto in basso gli stipiti dell'entrata delle librerie (*scriptis postibus hinc et inde totis*, Marz., I, 117, 11) e i pilastri vicini (*pilae, columnae*) (1).

Aggiungo un'ultima osservazione. Il Friedrich, per sostenere la sua interpretazione, reca numerosi esempi di *in* nel significato di " presso ", " vicino a " e sim.; ma io sostengo che qui *in* è uguale a *inter*, e che ha lo stesso preciso significato che è nel v. 12 di questo carme

em (2) hic in roseis latet papillis,

dove ognun vede l'equazione *in roseis papillis* = *inter roseas papillas* = *in sinu*, precisamente come *in omnibus libellis* vale

---

(1) Cfr. Georges Lafaye alla voce *librarius*, in Daremb. e Saglio, op cit., v. III, p. 1234; Marquardt, *La vie privée des Romaines* (trad. di V. Henry), II, p. 499; H. Blümner, *Die römisch. Privataltertüm.*, München, 1911, p. 648 sg.

(2) È la lezione che io approvo contro l'*en* preferito da molti editori. Vedi più sotto una mia nota in proposito.

inter omnes libellos = *in omnibus celeberrimis locis ubi libelli proponuntur* (1).

Veniamo ora al v. 11 che è

quaedam inquit nudum reduc

Tale è la lezione che presentano i codd., salvo che la maggior parte, in luogo di *quaedam,* ha l'errato *quendam.* Si vede subito che il verso è mutilato, e che bisogna ricorrere, si direbbe, ad un rimedio di protesi. E al rimedio son corsi in molti, proponendo ora questa ora quell'altra aggiunta, e anche varii rimaneggiamenti del verso. Se non che devo confessare francamente che de' rimedi proposti nessuno mi soddisfa, eccetto quelli dello Schwabe (2), del Baehrens (3), e del Giri (4), i quali io accetto con lieve modificazione. Ma premettiamo alcune considerazioni.

Già il Friedrich (5) aveva con ragione respinta quella vecchia integrazione *nudum sinum reducens,* che è tornata testè a rivivere nell'edizione del Pascal a sostituire quel *nudum reducta pectus* dell'Ellis (e poi del Postgate), che il Housman disse " probable „ (6), ma che il Riese chiamò giustamente " unlateinisch „, mentre sostituivagli quel *nudum sinum recludens* che il Friedrich, a sua volta, giudicò " unmöglich „ non meno di quell'altro *nudum reclusa pectus* a cui il Riese si mostrava inclinato, se non fosse stato — così scrisse egli — " zu hochtrabend „ (7). Se non che il Friedrich congettura e introduce

---

(1) Altri esempi di *in* = *inter* troverai in Draeger, *Hist. Synt. der lat. Spr.*, I², p. 647, e Kühner-Stegmann, *Ausführl. Gramm. der lat. Spr.*, II², 1ª parte, p. 560.

(2) *Catulli Veronensis liber.* Gissae, 1866, ove la congettura è introdotta nel testo (p. 60); 2ª ed., Berolini, 1886, ove, invece, il testo dà la lezione diplomatica, com'è, e la congettura è messa in nota (p. 36).

(3) Cfr. il commentario a pag. 273, vol. II della sua ed. (1885, Lipsiae).

(4) Op. cit., p. 196 sgg.

(5) Cfr. il *Kommentar* cit., p. 248 sgg.

(6) In *The Class. Rev.*, v. XIX, a. 1905, p. 121.

(7) Appena è il caso di accennare al *velum sinu reducens*, che è la prima lezione adottata dal Baehrens nel vol. I della sua ed. (Lipsiae, 1876) e fu accolta dal Benoist nella sua ed. (Paris, vol. I, a. 1882; vol. II, a. 1890). Per altre lezioni vedi Giri l. c.

nel testo un *Nudum reclude pectus* col senso stupefacente di " Brich meine Brust auf „ ! È una delle tante stranezze del dottissimo filologo! Ed ora passiamo alle tre congetture a cui io mi accosto.

Considerando che il verso è evidentemente mutilo in fine (1), le reintegrazioni che più mi paiono rispondenti al senso sono:

Schwabe:

quaedam inquit: nudum reduc *puellum*;

Baehrens:

quaedam inquit: nudum reduc *amicum*;

Giri:

quaedam inquit: nudum reduc *misellum*.

Di queste più verosimile mi pare la lezione dello Schwabe, nonostante che il Giri scriva, senza addurre motivo: " Catullum " amicum „ scripsisse aut " puellum „... nemo prudens, nisi caute, dicet „. Ma perchè il cauto editore dovrà leggere " misellum „, aggiungendo ad un aggettivo un altro aggettivo? Due aggettivi e nessun sostantivo? Il Giri stesso avverte che il verso precedente termina con *puellae*. È proprio qui il caso di dire che la parola *puellus* è caduta, come spesso ne' codici si verifica, per effetto della parola che le stava sopra nel verso immediatamente precedente. Se ne vuole un altro esempio preso appunto da Catullo? Eccolo (CXI, 4):

sed cuivis quamvis potius succumbere par est,
quam matrem fratres ex patruo ...

Chi non vede che manca la parola *parere*, e che questa è proprio caduta per via del *parest* che le stava sopra in fine del verso precedente?

---

(1) Il caso è frequente. Tutti i codd. esistenti di Catullo hanno monchi in fine, per caduta di un monosillabo, p. e., i vv. XXX, 7; inoltre per caduta di parola trisillaba, p. e., LXIII, 78; manca una parola trisillaba in quasi tutti i codd. a XCV, 9, e in tutti a CXI, 4. A parte poi i monosillabi, abbiamo, nella tradizione manoscritta, parole mancanti in mezzo al verso, come in LXIV, 122; LXVIII, 101 e 156; e talora la parola manca in principio del verso, come in LXXIII, 4, dove, per rabberciarlo, i codd. hanno aggiunto un *magisque* prima del *magis* con cui termina.

Ma, con questo, non voglio dire che accetto, così com'è dato dallo Schwabe, il verso Catulliano. Il Giri, nella sua acutezza, non si dissimulò la difficoltà che crea quell'*inquit,* il quale sta davanti all'intera risposta della *puella,* senza che gli preceda, secondo l'uso latino, una sola parola del discorso. Egli, pur vedendo che il verso si potrebbe leggere " Quaedam nudum, inquit „ etc., soggiunge: " tale verbum removere, quod sententiae maxime conveniat, numquam audebo „. Confesso che non capisto lo scrupolo del Giri. Nei codd. Catulliani, come mancano parole nei versi — e sopra ne abbiam citato più d'un esempio —, così vi sono anche spostamenti di parole. In LXIV, 334, per citarne uno, i codd. hanno *umquam tales contexit amores* per *tales umquam contexit amores*; peggio poi in LXVI, 85, ove nei codd. si legge *illius a mala levis bibat dona* in luogo di *illius a mala dona levis bibat.* Dunque, se si vede che in un verso una parola ha una collocazione affatto contraria all'uso dell'autore e della latinità in genere, non so perchè sia agire contro le norme di una critica oculata e cauta il fare un lieve spostamento. Catullo, che altrove adopera quattro volte *inquit* (X, 25; XLV, 2 e 13; LXIII, 78), una volta *inquis* (LXXII, 7), *inquiunt* (X, 14), *inquies* (XXIV, 7) *inquii* (X, 27), e due volte *inquam* (X, 18 e XIII, 6), sempre secondo l'uso generale della lingua, per quale ragione stilistica o metrica avrebbe messo *nudum* dopo *inquit,* mentre poteva benissimo, e anzi con migliore effetto stilistico, collocarlo davanti? Io ho cercato in altri poeti; ma in nessuno ho trovato questo verbo adoperato contro l'uso generale. Lucrezio non ha *inquit,* ma usa due volte *inquis* (I, 803 e 897); l'autore del *Culex* una volta *inquit* (v. 210); in *Ciris* si hanno tre esempi di *inquit* (224, 257, 372); due di *inquit* in Properzio, e trentasei (si noti bene) in Virgilio; e tutti, nessuno eccettuato, confermano la regola qui ricordata. Dunque per me non v'è dubbio che si possa leggere

quaedam 'nudum', inquit, 'reduc *puellum*'.

Se non che mi sorride ancora una congettura. Siccome il v. seg. comincia con *em* (1), così io sospetto che dopo *quaedam* ci fosse

(1) Così leggo io, contrariamente a molti editori, e conforme a molti mss. (dei quali parecchi hanno la forma *hem*). Quanto all'*em* impiegato due

pure *em* e che, come spesso avviene nei codd., *em* sia caduto; chè *quaedamem,* specialmente se era rappresentato da formola d'abbreviazione, poteva con la più grande facilità essere scambiato per un semplice *quaedam*, e quindi saltato dal copista, tanto più se il suo occhio era anche attratto dall'*em* del verso sottostante. Dunque leggiamo definitivamente

quaedam '*em* nudum', inquit, 'reduc *puellum*:
em hic in roseis latet papillis'.

Resta a dir due parole di quel *puellum* che mise gli scrupoli al Giri. Egli, veramente, non ne adduce la ragione; ma io penso che avesse difficoltà di ammettere tale vocabolo in Catullo. Io per contro son d'avviso che, siccome il vocabolo fu più volte usato da Varrone, e prima di lui lo adoperarono Ennio e Lucilio (1), oltrechè s'incontra in Lucrezio (IV, 1252), non deve far meraviglia che si trovasse eziandio in Catullo; come non reca meraviglia che Nonio, il quale ha di proposito fatto a meno degli esempi di Catullo (2), sebbene questi gli potesse fornire anche una buona copia di *ἅπαξ εἰρημένα*, non abbia citato il nostro poeta in compagnia di Ennio, Lucilio, Lucrezio e Varrone.

Il carme LXVII

Non (ita Caecilio placeam, cui tradita nunc sum)
culpa mea est, quamquam dicitur esse mea, 10
nec peccatum a me quisquam pote dicere quicquam:
† verum istius populi ianua qui te facit †,
qui, quacumque aliquid reperitur non bene factum,
ad me omnes clamant: ianua, culpa tua est.

Con queste parole incomincia la *ianua* a rispondere a colui — poco monta che sia il poeta o altra persona — che, passan-

---

volte, come sarebbe in questo passo di Catullo, cfr. Plaut., *Pseud.*, 890 sgg.: *Trin.*, 185. In *Poen.*, si ha sei volte di seguito (382 sg.) *em uoluptatem tibi!* | *em mel, em cor, em labellum, em salutem, em sauium!* Vedi, del resto, sugli usi di questa particella, la dottissima nota del Brix a Plaut., *Trin.*[3], 3.

(1) Cfr. Non., 158 M. = 232 sg. Linds.

(2) Cfr. W. Lindsay nella *Praef.* alla sua ed. di Nonio (Lips., 1903), p. XIV.

dole davanti, dopo averla salutata, l'interroga perchè mai di lei dica la gente

in dominum veterem deseruisse fidem,

con il quale antico padrone — sia detto fra parentesi —, cioè il vecchio *Balbus,* cui la ianua, finchè fu vivo, aveva servito *benigne,* non ha per nulla a che fare il *dominus novus, Caecilius,* nè per parentela (1) nè per altra relazione che sia espressa dal poeta. Ora, sebbene il verso 12 sia stato tramandato in malo modo dai codd. (2), è agevole capire che cosa la porta volesse dire nella risposta al suo interrogante. " Non è mia colpa „, risponde essa, " — e così possa io essere sempre nelle grazie di Cecilio (che è il mio attuale padrone) —, non è mia colpa, per quanto si vociferi che sia mia; nè v'è chi mi possa far carico di aver peccato in alcun che; ma — e qui la porta, nella sua commozione, rivolge la parola a sè stessa — è cotesta gente, o porta, che ti perseguita, che, dovunque si scopra una cosa non ben fatta, grida in coro: è colpa tua, o porta! „

Ammesso questo senso — e non vedo chi possa ragionevolmente rifiutarlo —, ecco come, a mio parere, si dovrebbe

---

(1) È un solenne errore ritenere che il cognome *Balbus* appartenesse alla gens *Caecilia,* mentre è provata la sua appartenenza ad altre gentes, *Acilia, Antonia, Cornelia, Naevia, Thoria,* nel periodo repubblicano. Cfr. la *Table of " Cognomina „ on Roman Republican Coins with the Names of the " Gentes „ to which they belong,* nel vol. III di *Coins of the Roman Republic in the Brithish Museum* by H. A. Grueber, London, 1910, p. 60. — Delle numerosissime iscrizioni portanti il *nomen Caecilius,* anche nel solo vol. V, parte I, del CIL, a cui appartengono le iscrizioni di Verona, dove Catullo pone questo dialogo, non una gli aggiunge il *cognomen Balbus.* A Verona appare proprio delle genti *Annia, Cornelia* e *Cusonia*: nelle iscriz. di Brescia ve n'è una sola (n. 4692), in cui si legge quel cognome senza il nome della *gens.* Cfr., del resto, in Dessau *Inscriptiones latinae selectae,* vol. III, pars I, l'indice dei *Nomina virorum et mulierum,* ove non trovi un solo *Balbus* che porti il nome della *gens Caecilia*; inoltre Pauli-Wissowa, *Real. Enc.,* III, alla voce *Caecilius,* dove su 124 *Caecilii* c'è solo quel problematico *Caecilius Balbus* cui fu falsamente attribuito nel medio evo uno scritto *de nugis philosophorum* (col. 1196 sg.).

(2) In luogo di *istius,* lezione di *O* e *G* e prima lez. di *R* ed *M,* la maggior parte dei codd. secondari, come si soglion chiamare, ha *isti,* pochissimi *istis.* Cfr. la mia monogr. *Il codice Bresciano di Catullo* negli *Atti* di questa Reale Accademia, vol. LI, a. 1916, p. 248 = p. 36 dell'estratto.

sanare il v. 12, sul quale v'è addirittura un mondo di congetture che io mi prendo ben guardia di citare. Badiamo subito al *qui* del v. 13, il quale introduce una seconda proposizione relativa che si coordina alla precedente introdotta pure da *qui*; perciò si deve, anzi tutto, ammettere che i due *qui* si riferiscano allo stesso nome della proposizione principale, la quale ha principio con *verum*. Ora quale è questo nome? Non può essere altro che *populus*. E allora è ovvio che non corre quell'*istius populi* (1); laddove il senso richiede *verum iste est populus*, che costituisce esattamente la prima parte del pentametro (2). E veniamo tosto alla parola finale *facit*. Qui sta un altro guasto. E il guasto fu prodotto da una duplice causa. In primo luogo, considerando che non di rado i codd. Catulliani ci presentano d'accordo versi mutili in fine (3), io penso che il verso terminasse originariamente con la parola *agitat*, e che l'intero verso fosse

verum istest populus, ianua, qui te agitat (4).

Ma l'*at* finale, nel ms. da cui o direttamente o indirettamente derivano gli attuali codd. Catulliani, dovette, chi sa per quali cagioni, essere tralasciato, come furono, del resto, saltate parole intere; onde, in luogo di *agitat*, si finì per iscriver solo *agit*. Scritto *agit*, il verso non correva più; e allora è verosi-

---

(1) La ragione, direi psicologica, di questa corruzione del testo può forse trovarsi nel supporre che il copista abbia creduto dopo *verum* sottinteso *peccatum* come sostantivo, e perciò abbia corretto *istest populus* in *istius populi*. Più semplicemente puossi pensare che, scambiato *istest* per *istius*, abbia poi letto *populi*; tanto più se questa parola era nel cod. rappresentata da un *compendium scripturae* che perciò poteva dar luogo più facilmente ad equivoco.

(2) Non è molto T. G. Tucker (*Catullus. Notes and conjectures* in *The Class. Quart.*, v. IV, a. 1910, p. 6), modificando una congettura del Postgate (cfr. il *Corpus poett. latt.* di Londra) *uerum, is mos populi*, e sostenendo " assuredly right „ il *quippe facit* del Munro in luogo di *qui te facit*, leggeva " verum *ita ius* populi, ianua *quippe* facit „, spiegando così la prima parte: " 'so goes the verdict of the people', which *ius dicit* in the case „.

(3) Vedi poco sopra una mia nota al riguardo.

(4) Per *agitare* nel signif. di *increpare, insectari*, e sim., vedi i numerosi esempi del *Thesaur. linguae lat.*, I, col. 1331 sg. al voc. *agito*, 2.

mile che, con la sovrapposizione di una seconda lezione, si
facit
scrivesse nel mss. *agit,* senza pensar più che tanto al senso: ed ecco *qui te agit*[*at*] diventare *qui te facit,* perchè *te agit,* all'orecchio del semidotto copista, guastava il verso più che non *te facit.*

Badiamo che io suppongo un *agitat* ; ma, poichè il secondo *qui* (v. 13) si unisce ad un verbo di num. plurale (*clamant*), è anche supponibile che non già *agitat,* ma *agitant* fosse la parola originale; e perciò si leggesse nell'archetipo *populus... qui... agitant..... qui clamant.* Ci sarebbero così, non uno, ma due esempi di concordanza *ad sententiam* con *populus,* cioè *populus... qui... agitant..... qui clamant.* Nessuno, che abbia presenti i numerosi casi analoghi di concordanza che presenta la latinità (1), può farsi meraviglia di ciò; come non può fargli specie il cambiamento di numero, se si legga, come propongo, col primo *qui* un verbo al singolare, e col secondo, specialmente per influsso di *omnes,* il verbo al plurale (2).

---

(1) Vedili in Kühner-Stegmann, *Ausführl. Gramm.* cit., II², parte 1ª, p. 22 sgg. Qui è sufficiente ricordare Sall., *Iug.*, 73, 3 " *plebes litteris... cognitis volenti animo... acceperant* „; Liv., I, 41, 1 *clamor inde concursusque populi mirantium quid rei esset*; inoltre Catull., LXIV, 256 sgg.

(2) Cfr. analoghi fatti in Kühner-Stegmann, l. c., p. 25 sg. Qui basti citare il Virgiliano (*Aen.*, II, 31 sg.):

pars stupet innuptae donum exitiale Minervae
et molem mirantur equi,

e il Sallustiano (*Cat.*, 7, 4) *iuventus... militiam discebat, magisque in decoris armis quam in scortis... lubidinem habebant.*

Di sfuggita aggiungerò che, se non mi paresse — ed è naturale — più verosimile la mia congettura, adotterei per disperazione la lezione del Friedrich (cfr. il suo *Kommentar*, p. 432) che, con lieve ritocco, seguì, in sostanza, una vecchia lezione accolta dal Vahlen nella sesta ed. del Haupt da lui curata (Lipsiae, 1904):

uerum isti populo ianua quicque facit

(il Vahlen preferì *istis populis*). Se non che, pur approvando *isti populo* = " in den Augen jener Leute „, non potrei accettare come schiettamente Catulliano *quicque* = *omnia.* Io conservo il *qui te* dei codd. a dispetto di tutti gli emendatori del passo di cui ci occupiamo.

***

Ho già detto che Cecilio, il padrone della *ianua* nel momento in cui questa parla, non ha nessun rapporto col vecchio Balbo, il primo padrone della *ianua*, morto il quale (*porrecto sene* v. 6), la *ianua facta est marita*, col che si viene a dire che la casa venne ad essere abitata da una coppia maritale, la quale aveva suscitato in Brescia (v. 31 sgg.) un clamoroso scandalo, in quanto che il *pater* del *vir*, sapendo che al figlio

languidior tenera *pendebat* sicula beta

mentre egli aveva

nervosius illud
quod posset zonam solvere virgineam,

violò *gnati cubile* e *prior attigit virginem*. Si leggano attentamente i vv. 19-28, e si vedrà che è assurdo riferire *prior* a *vir* nel v. 20

non illam vir prior attigerit,

ma che lo si deve collegare con *attigerit*, per cui si ha il senso: " non sarebbe stato il marito il primo a toccarla ",

sed pater illius gnati violasse cubile
dicitur et miseram conscelerasse domum etc.

Solo interpretando, come già aveva fatto, fra altri, il Riese (1), nel senso su riferito il *prior*, si evita quel vespaio di questioni a cui diede luogo il credere che Catullo attribuisse due mariti a quella donna, e che il *ménage à trois* appartenesse al tempo in cui la donna viveva col *vir prior*. E allora chi sarebbe il secondo marito, cioè il marito vivente nel momento di questo dialogo? Indovinala grillo, direbbe il poeta, se potesse rispondere a tale domanda; come riderebbe alle spalle di coloro che hanno fatto del vecchio Balbo lo sverginatore della *virgo* sposata dal figlio impotente (2), e, peggio ancora, dal figlio Ce-

(1) Nella ed. cit.

(2) Fra costoro è niente meno che Hugo Magnus, il quale in *Philol.*, vol. LXVI, 1907, scrive che fu Balbo, lo " Schwiegerpapa ", a sciogliere

cilio (1), proprio da quel Cecilio, al quale la *ianua* si augura di restar sempre nelle grazie (*ita Caecilio placeam, cui tradita nunc sum*, v. 9). Bella maniera di conservarsi la benevolenza del *dominus novus*, quella di mettere in piazza lo scandalo della sua casa, l'incesto di sua moglie con lo suocero, e di esporre alle risate del pubblico la disgrazia di quella *sicula* che gli pende *languidior tenera beta*! È proprio vero che la smania di dir cose nuove conduce a conchiusioni che fanno a pugni con ogni verosimiglianza. Ma chi vuol divertirsi a leggere le cose più svariate ed amene a proposito di questo carme, veda la memoria di Federico Carlo Wick (2), che fece una critica acutissima delle principali opinioni propugnate da filologi di insigne valore, come lo Schwabe, il Riese, il Munro, l'Ellis, il Kroll, il Cahen, il Magnus, il Friedrich, e il nostro Giri, col quale mi duole veramente, in questa complicatissima questione, di non trovarmi punto d'accordo. Per parte mia, mi contento qui di metter in sodo alcuni risultati a cui son venuto rileggendo, senza prevenzioni e senza secondi fini, il carme Catulliano, riservandomi di compiere, in un altro studio, la disamina di poche altre questioni sul testo.

1° Non vi fu, come s'è già notato, alcun rapporto fra Balbo e Cecilio, nè di parentela nè d'altro, salvo la proprietà della casa che, dopo la morte di Balbo, passò, al termine di un certo intervallo di tempo, in proprietà a Cecilio (v. 9).

2° Nell'intervallo fra la morte di Balbo e il passaggio di Cecilio nella casa del vecchio, abbiamo la dimora in essa della svergognata coppia venuta da Brescia (v. 31 sgg.).

" den jungfräulichen Gürtel „ in una sua visita a Brescia (dove abitava " das junge Paar „ prima della morte del vecchio) per compassione " der armen jungen „ (pag. 299). Oh il buon vecchio! il caro vecchio!

(1) Il Magnus stesso fa di Cecilio il " Sohn des alten Balbus „. A tale enormità non era venuto Aless. Guarino (cfr. op. cit., p. xci), del quale il Magnus ripete parecchie cose senza citarlo; chè il Guarino distingue il vecchio Balbo dal *patre sponsi* da cui la *virgo* fu *vitiata*. Vedi su ciò, perchè non mai citato, Carlo Giambelli, *Catullo, LXVII. Brescia e Verona, il Gagliardi ed il Maffei*, in *Riv. di filol. e d'istr. class.*, v. XXV, a. 1897, p. 250 sgg.

(2) *Il carme LXVII di Catullo*, nel vol. II (Nuova Serie) degli *Atti della R. Accademia Arch. Lett. Bell. Arti* di Napoli, 1910.

3° Gli scandali dell'incesto, degli amori adulteri della donna con un Postumio ed un Cornelio, si riferiscono al tempo in cui la coppia dimorava a Brescia, cioè prima della sua venuta a Verona (vv. 31-44).

4° La relazione adultera della donna col *longus homo* (v. 47) appartiene al periodo della dimora in Verona. La *ianua,* per altro, ne parla come di cosa del passato (*addebat quendam, quem dicere nolo* | *nomine,* v. 45 sg.) ; ma non vuol dire il nome della persona, perchè non possa *tollere rubra supercilia* (v. 46).

5° Se la *ianua* non palesa il nome del *longus homo,* ma ha spifferato le prodezze della donna, ciò può significare che non aveva più nulla a temere nè di lei, nè del marito, nè dello suocero, i quali, se ancora dimoravano in Verona, abitavano certo in altra casa, nè erano in grado di commettere alcun che contro la *ianua*, la quale dava tanta pubblicità alle loro brutture.

6° Nell'antica casa di Balbo la donna era entrata, non più *virgo,* insieme col suo *vir*, e non già con un secondo *vir*, al quale Catullo non fa alcun cenno, siccome già s'è affermato.

7° Non v'è contraddizione fra la circostanza che la *ianua* non può *populum auscultare* (v. 39), il che significa " andare in giro a sentire i discorsi della gente „, e le dichiarazioni che fa nei vv. 10-14, ove appunto si lagna di quello che il *populus* va dicendo a suo carico. La *ianua,* avendo *auriculam* (v. 44), può udire, non solamente ciò che si discorre in casa (v. 41 sgg.), ma anche le cose che dicono i transitanti per la strada. Questi sentivano buccinare di scandali commessi da quella donna: ora era naturale che, così quando essa vi abitava come quando non v'era più, passando davanti alla casa, facessero poco benigni commenti, attaccando magari qualche moccolo alla povera *ianua* per aver lasciato entrare in quel già tanto onorato domicilio, per profanarlo, i due sposi scandalosi venuti da Brescia, e per aver lasciato che lo scandalo si continuasse nella casa stessa di Verona per via della tresca col *longus homo.*

8° Chi interroga la *ianua* non è, come già s'è accennato, necessariamente il poeta; è, per altro, un veronese che, o ha solo vaghe notizie (cfr. v. 29 sg.) intorno ai personaggi che avevano in altri tempi abitato quella casa, o finge di averle tali per far parlare la *ianua.* Egli, ad ogni modo, ha raccolto

la voce che la *ianua*, mentre aveva servito *benigne* Balbo (v. 3) e promessagli fedeltà con voto solenne, dopo la morte di lui, quando essa *ianua* diventò *marita* (v. 6), sarebbe venuta meno al voto fatto (*ferunt... voto servisse maligne,* v. 5 (1)) e avrebbe rotto fede all'antico padrone (*feraris | in dominum veterem deseruisse fidem,* v. 8). Ma siccome si tratta di dicerie, le quali non han che fare col presente, così l'interrogante le rivolge prima la parola con un cortese saluto ed un cortese augurio, per poi invitare la *ianua* a spiegare il mutamento di condotta attribuitole dal volgo.

9° Che le dicerie della gente concernano fatti passati, e che perciò non riguardino le persone attuali di quella casa, è dimostrato da quel *ferunt... voto servisse*, laddove ci aspetteremmo *voto servire* (2), se gli scandali fossero ancora di attualità. Nè sembra essere senza qualche importanza l'osservazione che la *ianua* non avrebbe parlato con tanta condiscendenza e con tanta libertà, se fossero in causa persone che allora erano domiciliate nella sua casa; come, d'altra banda, l'interrogante non avrebbe commesso l'imprudenza d'invitarla a mettere in piazza i panni sporchi de' suoi presenti padroni.

10° Perciò l'interrogante, se non era — o se fingeva di non essere — perfettamente informato sul conto degli antichi inquilini della casa, doveva invece conoscere che allora vi dimorava una ben diversa famiglia; per il che, se a riguardo di essa, aveva udito dir bene, come della precedente aveva udito

---

(1) *maligne*, e non *maligno*, si deve leggere. Oltre all'autorità dei codd. *Oh* e *Br.*, ognun vede la rispondenza tra le due espressioni *Balbo... servisse benigne* e *voto servisse maligne*; tra la condotta della *ianua*, vivente Balbo, e la condotta *mutata* (v. 7) di essa, morto il vecchio (*porrecto ... sene* v. 6).

(2) Si noti che *voto servire maligne* e *fidem deserere* non si equivalgono perfettamente nell'uso dei tempi. Si può sempre dire di uno *fidem deseruisse*, anche quando effettivamente ha smesso di operare male e contro la fede data; egli ha pur sempre mancato alla sua parola: ma se, come è, *voto servire maligne* vale " agire malamente contro il voto fatto „, risulta evidente che, adoperando il perfetto, si denota solo la mala azione passata, onde *ferunt ianuam voto servisse maligne* non può significar altro se non " dicono che abbia agito malamente ecc. „; si scriverebbe invece *ferunt ianuam voto servire maligne*, per esprimere il concetto " la gente dice che si comporta malamente ecc. „.

dir male, e se sapeva che allora nella casa risiedeva un uomo con la sposa e un *parens* (verosimilmente *parens* della sposa) in perfetta e onorata armonia fra loro, poteva benissimo incominciare la sua apostrofe alla *ianua* con le parole

O dulci iocunda viro, iocunda parenti.

Nulla nel carme catulliano v'è, che possa infirmare questa mia supposizione concernente l'animo dell'interrogante, il quale non viene a intrattenere la porta così a vanvera, tanto per chiacchierare; ma le si presenta e le dirizza la parola con un proposito prestabilito, e senza ignorare chi fosse la porta (1) e quali informazioni volesse avere da lei. Non bisogna dimenticare che qui il viandante, fermandosi a discorrere con la *ianua*, si fa quasi il portavoce della gente, la quale doveva sussurrare press'a poco (sempre secondo la immaginazione del poeta): " sapete, quella *ianua* di via tale, di casa tale, dove abita il tal dei tali, col tale e con la tale, ne ha fatte delle grosse!... ", e via dicendo. E così, nel verso citato, con cui principia il carme, noi non abbiamo punto degli epiteti d'ornamento come parecchi supposero, bensì una situazione di fatto. Che se si volesse pensare a cotali epiteti, non altro, a mio credere, qui si potrebbe significare all'infuori del seguente concetto: " o porta, tu fatta per essere la delizia di un marito amato (perchè in te vede la difesa del suo amore), la delizia di un padre (perchè affida a te la tutela delle figliole contro le insidie degli innamorati), come va che, dopo aver per tanto tempo operato bene, un bel giorno cambiasti rotta, sì che la gente va ripetendo che ecc. ecc.? " — Ma, ripeto, non c'è punto bisogno di regalare a Catullo tali epiteti d'ornamento!

---

(1) Basta riflettere ai versi 3 sgg.

ianua, quam dicunt Balbo servisse benigne,
olim, cum sedes ipse senex tenuit etc.,

per vedere che quanto io sostengo non è ipotesi campata in aria.

Nuovo saggio di versione poetica

V. (1)

Viviamo. Lesbia mia, viviamo e amiamo,
e a tutto il chiasso degli arcigni vecchi
diamo il valor d'un semplice quattrino.
Tramontare e tornar possono i soli;
5 ma quando il breve dì per noi tramonta,
dobbiam dormir tutta una notte eterna.
Oh! dammi mille baci, e poscia cento,
e poi mill'altri, e nuovamente cento,
poscia altri mille ancora, poscia cento,
10 poi, fatte che ne avrem molte migliaia,
le rimescolerem, per non saperle,
o perchè niun maligno invidiar possa,
tanto sapendo numero di baci.

---

(1) Testo latino:

V.

Vivamus, mea Lesbia, atque amemus,
rumoresque senum severiorum
omnis unius aestimemus assis.
Soles occidere et redire possunt;
5 nobis cum semel occidit brevis lux,
nox est perpetua una dormienda.
Da mi basia mille, deinde centum,
dein mille altera, dein secunda centum,
deinde usque altera mille, deinde centum,
10 dein, cum milia multa fecerimus,
conturbabimus illa, ne sciamus,
aut ne quis malus invidere possit,
cum tantum sciat esse basiorum.

VII. (1)

Tu chiedi quanti baciamenti tuoi,
Lesbia, la brama mia possan saziare.
Quanto d'arena Libica in Cirene,
di silfio ricca, numero si stende
tra l'infocato oracolo di Giove 5
e il sacro avello dell'antico Batto;
o quante stelle in silenziosa notte
i furtivi dell'uom vedono amori;
con tanti baci ti convien baciare
di Catullo a saziar la pazza brama, 10
nè contare li possano i curiosi
nè affascinare una maligna lingua.

VIII. (2)

Miser Catullo, smetti le sciocchezze,
e quello che perì ritien perduto.

---

(1) Testo latino:

VII.

Quaeris quot mihi basiationes
tuae, Lesbia, sint satis superque.
Quam magnus numerus Libyssae harenae
lasarpiciferis iacet Cyrenis,
oraclum Iovis inter aestuosi 5
et Batti veteris sacrum sepulcrum;
aut quam sidera multa, cum tacet nox,
furtivos hominum vident amores;
tam te basia multa basiare
vesano satis et super Catullo est, 10
quae nec pernumerare curiosi
possint nec mala fascinare lingua.

(2) Testo latino:

VIII.

Miser Catulle, desinas ineptire,
et quod vides perisse perditum ducas.

Fulsero un dì per te candidi i soli,
quando a sè ti solea trar la fanciulla
5 che amavi quanto non fia amata alcuna.
Là si facevan quelle cose liete
che tu volevi e lei non rifiutava.
Fulsero in ver per te candidi i soli!
Or più non vuol: tu pur, folle, ricusa;
10 lascia che fugga, e tu non viver triste,
ma fermamente tollera e sta saldo!
Fanciulla, addio! Catullo omai sta saldo,
nè cercherà nè pregherà te schiva:
ma a te dorrà non esser più pregata.
15 Malvagia, guai! qual ti rimane vita!
chi a te più andrà? chi ancor ti vedrà bella?
or chi amerai? chi chiameratti sua?
chi bacerai? chi morderai nei labbri?
Ma tu, Catullo, resta fermo e saldo.

Fulsere quondam candidi tibi soles,
cum ventitabas quo puella ducebat
5 amata nobis quantum amabitur nulla.
Ibi illa multa tum iocosa fiebant,
quae tu volebas nec puella nolebat.
Fulsere vere candidi tibi soles.
Nunc iam illa non volt: tu quoque, impotens, noli,
10 nec quae fugit sectare, nec miser vive,
sed obstinata mente perfer, obdura.
Vale, puella. Iam Catullus obdurat,
nec te requiret nec rogabit invitam:
at tu dolebis, cum rogaberis nulla.
15 Scelesta, vae te! quae tibi manet vita!
quis nunc te adibit? cui videberis bella?
quem nunc amabis? cuius esse diceris?
quem basiabis? cui labella mordebis?
At tu, Catulle, destinatus obdura.

LXXXV. (1)

Odio ed amo. Il perchè forse richiedi.
Nol so; ma è vero, il sento, e mi torturo.

Torino, 20 marzo 1919.

---

(1) Testo latino:

LXXXV.

Odi et amo. Quare id faciam, fortasse requiris.
Nescio, sed fieri sentio et excrucior.

Studi sull'accento greco e latino

Nota II del Prof. MASSIMO LENCHANTIN DE GUBERNATIS

II.

La prosodia media.

Ai toni acuto, grave e circonflesso (1) viene aggiunta da alcuni grammatici antichi la *προσῳδία μέση*, la cui esistenza è attestata da due fonti importanti, Aristotele e Varrone.

Aristotele nella Poetica (2) afferma che la differenziazione dei suoni, oltre che per altre cause, avviene per l'accento acuto, grave e medio (*ὀξύτητι, βαρύτητι καὶ τῷ μέσῳ*). Non tutti gli studiosi moderni si sono però accontentati di cotesta interpretazione; e vi è ancora chi crede (3) che *μέσος* non significasse già il tono intermedio, ma quello composto dall'acuto e dal grave, cioè il circonflesso, senza tenere conto che carattere proprio della 'prosodia media' era di essere semplice, formata cioè da un solo tono. Inoltre chi obbiettasse che, nel passo ci-

(1) Per evitare incertezze, anche in questo lavoro, adopero i termini 'accento', 'accentato', 'inaccentato' per indicare l'accento di intensità o dinamico, e i termini 'tono', 'tonico', 'atono' per indicare l'accento musicale, melodico o di altezza. Cfr. in proposito Lenchantin *Studi sull'accento greco e latino* I negli *Atti* di questa Reale Accad., LIV p. 459.

(2) *Poet.* 20. 1456 b 33 *ταῦτα* (i suoni)... *διαφέρει... δασύτητι καὶ ψιλότητι καὶ μήκει καὶ βραχύτητι, ἔτι δὲ ὀξύτητι καὶ βαρύτητι καὶ τῷ μέσῳ.* Con questo passo si collega quello di *Rhet.* III 1. 1403 b 27 *πῶς αὐτῇ* (della voce) *δεῖ χρῆσθαι πρὸς ἕκαστον πάθος, οἷον πότε μεγάλῃ καὶ πότε μικρᾷ καὶ μέσῃ, καὶ πῶς τοῖς τόνοις, οἷον ὀξείᾳ καὶ βαρείᾳ καὶ μέσῃ καὶ ῥυθμοῖς τίσι πρὸς ἕκαστα.*

(3) Cfr. p. e. Vendryes *Traité d'accentuation grecque* p. 44.

tato e nell'altro della Retorica pure relativo all'accento, il filosofo non accenna al circonflesso e in conseguenza l'identificazione di *μέσος* con il circonflesso medesimo si impone, non essendo ammissibile che esso potesse essere dimenticato, verrebbe a a proposito l'osservazione del peripatetico Atenodoro, riportata da Varrone presso Sergio (1), che il circonflesso non è altro che acuto e grave su una medesima sillaba. Aristotele quindi poteva tacerne l'esistenza, non costituendo esso, come gli altri due, un elemento fondamentale dei suoni sul quale dovesse volgere speciale attenzione.

Più esplicito sulla esistenza della *μέση* è Varrone (2), che fa sua la teoria che Tirannione Amiseno, grammatico notissimo per la singolare purezza ed eleganza della pronuncia, aveva esposto in un trattato che aveva mandato in solluchero Attico e destato un vivo interesse in Cicerone (3).

Anteriormente a Tirannione — lo apprendiamo ancora da Varrone (4) — avevano sostenuta l'esistenza della *μέση* Teofrasto, Glauco di Samo, Ermocrate di Iaso e il peripatetico Atenodoro; ma di essa invano se ne cerca indizio in Erodiano (5) e negli altri scrittori di prosodia che svolgono, non senza frequenti e gravi errori, gli insegnamenti comunemente accettati e quasi tradizionali.

Trattando della *μέση*, Varrone (6) fra l'altro dice che, tra la *prosodia gravis* e l'*acuta, est μέση latine media quia limes est per quem duae supra dictae ultro citroque commeant.* Ma cotesto tono medio non è percepibile ad ognuno; capita per esso quello che avviene in musica, ove non tutti sono in grado di sentire

(1) *De acc. GL* IV p. 529, 4 K. I frammenti di Varrone, relativi all'accento, oltre che dallo Schoell *De accentu linguae latinae veterum grammaticorum testimonia* in *Act. soc. phil. Lips.* VI p. 79 sgg. sono raccolti dal Funaioli *GRF* I p. 301 sgg.

(2) L. c. p. 529, 10 K = *GRF* p. 301, 8.

(3) *Ad Att.* XII 6, 2.

(4) L. c. p. 530, 13 = *GRF* p. 302, 46.

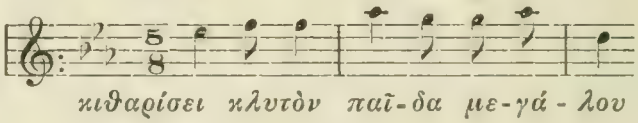
(5) I frammenti della estesa opera di Erodiano furono, come è noto, pubblicati con pazienti e meritorie fatiche da A. Lentz *Herodiani technici reliquiae.*

(6) L. c. p. 531, 16 = *GRF* p. 303, 74.

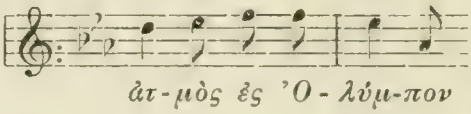
se chi suona la tibia o la lira cala o cresce (1). Ed è questo forse il motivo per il quale nelle scuole dei grammatici solo di rado si è concentrata l'attenzione su tale grado del tono latino che sfuggiva ai più, dato il progressivo imbarbarirsi ed alterarsi della pronuncia.

Che la mese non sia stata puramente una creazione dei grammatici intenti a moltiplicare la varietà degli accenti, è opinione del Wackernagel (2), seguìto dall'Ehrlich (3); di parere contrario è invece il Meillet (4).

L'Ehrlich pone mente al fatto che, nei frammenti di musica greca, la sillaba con l'accento grave è talora più alta e non mai più bassa delle sillabe atone della medesima parola, e che d'altra parte è spesso più bassa e non mai più alta della sillaba accentata della parola seguente. Gli esempi (5) confermano la verità dell'asserzione; si ha p. e. nel primo inno ad Apollo, battuta 68 sg.:



in cui la grave di *κλυτὸν* è portata sulla medesima nota della atona, mentre nel medesimo inno, battuta 50 sg., la grave è di una seconda più alta:



Ma si tratta di coincidenze fortuite; ci è dato infatti constatare in maniera esauriente che la musica in ciò era indipen-

---

(1) L. c. p. 529, 25 = *GRF* p. 301, 27 *minimeque mirum ut in hanc* (sc. *μέσην*) *multorum sensus non animadvertat, cum* ⟨*in*⟩ *illa quae in cithara aut tibia aliquanto uberior est, saepe totum non sentiat meatum.*

(2) *Beiträge zur Lehre vom griechischen Akzent* p. 16; *Das Zeugniss der delphischen Hymnen über den griechischen Accent* in *Rhein. Museum* LI (1896) p. 304 sg.

(3) *Untersuchungen über die Natur der griechischen Betonung* p. 250.

(4) *MSL* XX (1916) p. 166 sg.

(5) Cito dal Jan *Musici scriptores Graeci. Supplementum. Melodiarum reliquiae.*

dente dalle parole (1). In realtà una sillaba con l'acuto, sulla cui altezza relativamente alle sillabe atone non verte dubbio alcuno, poteva essere portata da una nota più bassa in confronto a quelle su cui erano cantate le atone, e la così detta legge del Crusius non può essere accolta per i canti commatici e tanto meno per quelli strofici. Gli esempi allegati nella ricerca cui mi riferisco costituiscono la migliore conferma di quanto assevero. Si aggiunga inoltre che le sillabe col grave trovavansi spesso su note egualmente alte a quelle delle atone; fatto questo che dimostra in modo luminoso che il musico non teneva conto della differenza di tono con cui esse sillabe erano pronunciate.

In conclusione la musica antica, se esaminata con il solo scopo di accertare i fatti, non offre alcun appiglio ad ammettere l'esistenza di un tono medio tra l'acuto ed il grave.

La trasformazione subìta da una sillaba finale acuta nel diventare grave nel contesto del discorso è stata spesso oggetto di studio, e molti fra i dotti moderni più autorevoli, quali il Hermann, il Corssen, il Westphal, pure ammettendo che la sillaba in questione discendesse di tono, hanno concluso che essa non poteva ridursi al grado dell'atona. Nel combattere tale concezione il Wackernagel (2) osserva per prima cosa che le fonti grammaticali adoperano i medesimi termini per indicare l'acuto disceso al grave e la sillaba propriamente atona. Bisogna tuttavia tenere presente che si tratta di grammatici come Apollonio e Erodiano che sono forse da annoverare tra le persone che non avevano udito tanto fino da distinguere le sfumature tonali, tra le persone che Varrone confrontava argutamente con coloro che erano incapaci di sentire se un suonatore di lira o di tibia calava o cresceva. Sicchè non vorremo dare eccessiva importanza a quelle osservazioni dalle quali si inferirebbe che per Erodiano sillaba grave e sillaba atona erano tutt'una. Nelle sue note sul testo omerico egli ad es. ripudia l'accentuazione *ὅτε δή* (*A* 493) per sostenere quella *ὅτε*

(1) Cfr. Lenchantin *Studi sull'accento greco e latino.* III *Accentus mater musices?* in corso di stampa.

(2) Op. cit. p. 5.

δή, allegando che, esistendo un indefinito *ὁτέ*, l'espressione *ὁτεδή* è amfibologica, il che solo si spiega ammettendo che, per la pronuncia, *ὁτὲ δή* equivalesse ad *ὁτε δή*, e cioè che la finale grave di *ὁτὲ*... non si differenziasse da quella atona di *ὁτε*. Analogamente egli (1) non scorge differenza per l'accentuazione tra *ἐν δὲ γόνυ* ed *ἔν δὲ γόνυ* (*Ψ* 731) e di *φαμὲν*... in *O* 735 (*ἠέ τινας φαμὲν εἶναι*) egli dice *τὰς δύο συλλαβὰς βαρυτονητέον* (2). Riguardo alla questione se in *Π* 697 si debba leggere *φύγα δὲ μνώοντο* o *φύγαδε μνώοντο*, egli afferma che per il tono non vi è differenza alcuna; sotto questo rispetto *δε* può passare tanto come forma sintattica per *δὲ* quanto come sillaba finale di un proparossitono: *ἀλλ' οὖν γε ὡς ἂν ἔχῃ, οὐκ ἐναντιοῦται τὸ τοῦ τόνου· ἤτοι γὰρ δύο τόνοι ἔσονται φύγα δὲ, ὡς Οὔλυμπον δὲ, ἢ εἷς, ὡς ἄγραδε* (3). In altre parole in *Οὔλυμπον δὲ* sonvi due toni; in *ἄγραδε* uno solo; ma la differenza nella pronuncia non si sente: il che vuol dire che *δὲ* col grave corrisponde a puntino a *-δε* finale atona di un vocabolo. Non bisogna tuttavia dimenticare che tutti gli esempi portati si aggirano su parolette che nel discorso non assumevano che poco o pochissimo rilievo, passando quasi inosservate tra le modulazioni e le cadenze del periodo; cosa questa che per le così dette proclitiche ci viene confermata da Erodiano medesimo, il quale, in più luoghi, nega esista una differenza tra una preposizione *ἐν παραθέσει* e una preposizione *ἐν συνθέσει*, tra *ἐπὶ μείλια* ed *ἐπιμείλια*, tra *ὑπὸ κινήσαντος* ed *ὑποδμώς*, tra *ἐπὶ οὖρον* ed *ἐπιβούκολος* (4).

A me sembra non debba disconoscersi l'importanza del fatto che l'accento grave era notato sulla finale dei vocaboli ed omesso sulle altre sillabe che non avessero l'accento principale. Vero è che secondo un sistema di accentuazione che non trovò nè larga nè lunga applicazione, tutte le sillabe atone avrebbero dovuto essere segnate dal grave; cosa questa che ci è confermata dai papiri (5). Tuttavia se cotesto uso non si man-

---

(1) II 123, 30.

(2) II 98, 10.

(3) II 103, 19.

(4) II 64, 1; 46, 26; 86, 34; 48, 35.

(5) Nel papiro di Bacchilide, che è, salvo errore, il più antico segnato da accenti, una parola ossitona non porta l'acuto sulla sillaba finale, ma

tenne perchè troppo complicato e per timore di deteriorare la carta (1), non si intenderebbe il motivo per cui fu serbato unicamente per le sillabe finali scese dal tono acuto a quello grave nel contesto del discorso, a meno di supporre che si sentisse la necessità di tenere distinte le sillabe stesse da quelle atone.

L'accento grave, a quanto si deduce da antiche testimonianze (2), si distingueva dall'acuto, oltre che per l'abbassamento della voce, per il fatto di colpire tutte le sillabe che non avevano l'acuto, e cioè di essere sillabico al contrario del tono acuto che è principale (*κύριος*).

Ma il grave che teneva il posto dell'acuto nel contesto, manteneva esso pure il carattere differenziale dell'acuto, quello di essere *κύριος*: in una parola come *συλλαβικὸς*... la finale *-κὸς* nel corpo del discorso, comechè segnata dal grave, assumeva un rilievo diverso dalle altre sillabe livellate ad atone, le quali, secondo il sistema di cui sopra, potevano esse pure essere segnate dal grave *σὺλλὰβὶ-* (3). La trasformazione di *-κός* in *-κὸς*

---

il grave sulla sillaba o sulle sillabe precedenti (*πάντι, θάῃτον*); una parola perispomena talora è trattata come una ossitona, tal altra ha il circonflesso (*βλῆχρας, πεδοιχνεῖν*); una properispomena, oltre che col circonflesso sulla penultima, è notata dal grave sulle sillabe precedenti (*τελεὺτὰθεῖσα*). Cfr. Blass *Bacchylidis carmina*[3] p. IX; Taccone *Bacchilide* p. XXX sg.

(1) Lo dice Erodiano I 10, 12 ... *ὡς ὁμολογουμένας τὰς τοιαύτας βαρείας ἐῶμεν, διὰ τὸ μὴ καταστίζειν τὰ βιβλία.*

(2) Porfirio, scoliasta di Dionisio Trace p. 139, 13 Hilgard, affermava appunto che il grave era detto dagli antichi *συλλαβικὸς τόνος* per il fatto che *ἐπὶ πάσης συλλαβῆς ἐτίθετο τῆς μὴ ἐχούσης τὴν ὀξεῖαν.* E un altro scoliasta p. 117, 33 Hilgard diceva: *ἡ ... βαρεῖα οὐκ ἔστι κύριος τόνος λέξεως, ἀλλὰ συλλαβῆς, ἡ δὲ ὀξεῖα κυριός ἐστι τόνος.*

(3) È un fatto accertato dai papiri, ove troviamo parole accentate come *ἐπὲσσεύοντο, ἀφνειος, ἐσθλον, πὲζος, ἀπο, μὴλὸβὸσκα, αφνειὸς, ολοαῖσὶ, ἀνα[λ]ύεν* (cfr. in proposito Blass *Ueber die Aussprache des Griechischen*[3] p. 129 sgg. n. 477; Ehrlich op. cit. p. 250 n. 1). Gli esempi allegati sono sufficienti a dimostrare che i segni di accentuazione, di cui è sporadicamente traccia nei papiri, si ispiravano a criteri pratici i quali non trovavano la loro ragione di essere in un sistema fisso e definito, ma piuttosto nella necessità di ottenere una buona pronuncia dagli stranieri — si tratta di papiri egiziani — i quali trovavano difficoltà a riprodurre le lievi sfumature dell'accento greco. Secondo i difetti notati nel discente, il maestro forse segnava o faceva segnare i toni gravi o quelli acuti o i circonflessi

è semplicemente dovuta alla posizione della parola nella frase, ma sarebbe bastato che essa si fosse incontrata in una interpunzione anche leggera o fosse seguìta da una enclitica, perchè l'accento riprendesse la sua forza; sicchè è d'uopo convenire che, anche nel corpo del periodo, il vocabolo non perdeva completamente la sua speciale conformazione che gli conferiva l'unione delle sillabe raggruppate sotto un tono principale disceso sì di altezza, ma potenzialmente in grado di restituirsi allo stato di prima, non appena il vocabolo stesso venisse a trovarsi isolato o in una posizione determinata. Quindi non è infondata ipotesi l'ammettere che l'uso di notare il grave finale si è conservato appunto per l'importanza che tale tono continuava a mantenere nella coscienza del parlante a differenza delle sillabe propriamente atone. E non è meraviglia che, in un sistema grammaticale più accurato e preciso, si tenesse conto del grado intermedio del tono acuto disceso a grave nel corpo della frase con la conseguente creazione della ' prosodia media '.

Dionigi di Alicarnasso, nel passo spesso esaminato (1) ove si propone dimostrare che la melodia musicale esige che i toni delle parole siano subordinati al canto e non viceversa, cita da Euripide le parole *σῖγα, σῖγα, λευκὸν...*, asseverando che esse erano cantate su un'unica nota, nonostante che ciascuna delle tre parole avesse accentuazione grave ed acuta: *ἐν γὰρ δὴ τούτοις τὸ " σῖγα σῖγα λευκὸν „ ἐφ' ἑνὸς φθόγγου μελῳδεῖται, καίτοι τῶν τριῶν λέξεων ἑκάστη βαρείας τε τάσεις ἔχει καὶ ὀξείας*. Per sillabe acute evidentemente Dionigi, come bene osserva l'Ehrlich (2), intende *σῖ-, σῖ-, -κὸν*, per sillabe gravi *-γα, -γα, λευ-*: quindi per lui la sillaba finale di *λευκὸν*, sebbene col grave, si distingueva dalle altre sillabe propriamente atone. Anche in questa testimonianza abbiamo adunque un non spregevole argomento per ritenere che il tono grave sulle sillabe finali nel contesto, quantunque non distinto con un segno particolare, non corrispondesse ad assoluta mancanza di tono, che

o anche tutti i toni del vocabolo. Della accentuazione nei papiri latini ho trattato nel mio articolo *La pronuncia del latino ad Ossirinco nel secolo V* in *Riv. di filol.* XLIII p. 448 sgg.

(1) *De verb. comp.* 11 p. 42, 4 Us. Rad.

(2) Op. cit. p. 252.

è il carattere del grave propriamente detto, ma stesse per altezza tra l'acuto e il grave, coincidendo perciò con quella che Varrone chiama ' prosodia media '.

Evidentemente cotesto tono di media altezza entrava nella composizione del circonflesso che è formato, a quanto risulta dalle fonti (1), da un tono acuto e da un grave succedentisi sulla medesima sillaba lunga. Infatti se tono grave equivale in realtà a mancanza di tono, il circonflesso, essendo costituito di un acuto e di un grave (= *o*), sarebbe nè più nè meno che un tono acuto. Le definizioni dei grammatici attestano invece che il circonflesso è innalzamento di voce seguìto da una discesa al tono grave; ora questa discesa al tono grave è una delle caratteristiche della ' mese ' o ' prosodia media ' che, al dire di Varrone, *limes est per quem duae supra dictae* (la *prosodia gravis* e quella *acuta*) *ultro citroque commeant* (2). Quindi la vera natura del circonflesso è solo concepibile supponendo l'esistenza della ' mese '.

A dare maggiore rilievo alla differenza essenziale che il tono sull'ultima sillaba della parola nel contesto aveva in confronto al grave delle sillabe atone, giova un altro ordine di considerazioni.

Nel corso del III secolo di Cristo nel mondo classico il senso della quantità va gradualmente estinguendosi e, insieme con cotesta modificazione, un' altra anche se ne effettua di eguale importanza: il tono da melodico che era, diventa accento di intensità, onde la sillaba accentata non risulta più di tono più alto in confronto alle atone, ma è pronunciata con una emissione di fiato più forte a guisa di quanto avviene nella nostra lingua. Nel cambiare di natura l'accento non muta però di sede e le sillabe, da acute o gravi che erano nell'età classica, si trasformano in forti e deboli. In relazione a cotesta trasformazione capitalissima, anche la metrica viene assoggettata a modificazioni della più alta importanza: la poesia da metrica diventa ritmica e ritmiche invece di metriche diventano le clausole nella prosa. Non si ha dunque più la successione ad intervalli determinati di suoni acuti e gravi, ma il ritorno regolare di sillabe forti o deboli. L'accento di intensità o dinamico è per le sil-

(1) Kühner-Blass *Ausführliche Grammatik der griech. Sprache* I p. 313.
(2) L. c. p. 531, 16K. = *GRF* p. 303, 74.

labe quello che l'ictus era per l'insieme delle sillabe brevi e lunghe che formano il piede. Avendo l'accento intenso assunto il medesimo carattere che aveva l'ictus per le sillabe brevi o lunghe del piede, non poteva coesistere all'ictus stesso senza fondersi con esso; e la coincidenza di accenti ed ictus costituisce per l'appunto il carattere distintivo più peculiare della versificazione ritmica e delle clausole ritmiche rispetto alla versificazione metrica e alle clausole metriche.

Quello che più importa per noi è che l'accento di intensità mantiene la sede del tono melodico, e questa ovvia constatazione è feconda di risultati importanti per lo scopo cui miriamo; poichè dal fatto che una sillaba finale col grave nel contesto del discorso venga considerata nella versificazione ritmica o nella clausola ritmica come sillaba propriamente accentata a guisa di quelle che portavano il tono acuto, risulta evidente che la sillaba stessa si distingueva anche nel tempo classico dalle altre sillabe atone.

Nelle clausole ritmiche della prosa greca, che furono oggetto di studi profondi di W. Meyer, studi che, insieme con quelli dell'Havet relativi alle clausole in Simmaco, eccellono per serietà di metodo, coscienziosità ed acume, troviamo clausole come queste (1):

τὰ παρ' ἐκείνου ⸝ ~ ~ ⸝ ~
ἐστὶ τῷ Γουβάζῃ ⸝ ~ ~ ⸝ ~
σαυτὸν ἐπιλέγεις ⸝ ~ ~ ⸝ ~
μὲν καὶ παράλογον ⸝ ~ ~ ⸝ ~ ~
νεκροὺς ἀφελόμενος ⸝ ~ ~ ⸝ ~ ~
καὶ φαεινότερον ⸝ ~ ~ ⸝ ~ ~
μικρὸν ὑπεξίστατο ⸝ ~ ~ ⸝ ~ ~
φασὶ τὴν καρδίαν ⸝ ~ ~ ⸝ ~
οὐδὲν ἐπενόουν ⸝ ~ ~ ⸝ ~ (2)

(1) Cfr. W. Meyer *Gesammelte Abhandlungen zur mittellateinischen Rythmik* II p. 206 sg.

(2) Con • segno l'accento grammaticale col quale si inizia la clausola ritmica.

Nei prosatori ritmici greci, dai quali abbiamo tolto gli esempi sopra citati, si trova osservata con notevole costanza quella è che detta la legge di Meyer, che si può formulare nel seguente modo: " Le sillabe accentate costituenti clausola debbono essere separate almeno da due sillabe non accentate „ (1).

Dall'esame delle clausole in cui tale legge è osservata, oltre che ad ammettere che l'accento grave su sillaba finale nel contesto corrispondeva a quella che Varrone diceva prosodia media, si è indotti a supporre l'esistenza di un tono secondario nelle parole polisillabe:

πᾶρρησιάζεται	´ ~ ~ ´ ~ ~
ἐργασαμένην	´ ~ ~ ´ ~
στενοχωροῦνται	´ ~ ~ ´ ~
ἀλλοτριωτάτους	´ ~ ~ ´ ~
παρακολουθήσαντας	´ ~ ~ ´ ~ ~
Κωνσταντινούπολιν	´ ~ ~ ´ ~ ~

Cotesto accento secondario, sebbene meno intenso di quello principale, presuppone l'esistenza nella medesima sede in tempo classico di un tono secondario meno alto di quello principale, ma a sua volta più alto di quello delle sillabe atone. E tale tono secondario può verisimilmente identificarsi con la mese o prosodia media.

Un fatto analogo si è prodotto anche in latino, ove, poco prestandosi il verso dattilico, per la sua struttura di piedi di tre sillabe, ad essere adattato alla poesia ritmica, l'imitazione si svolse in modo speciale sul genere trocaico e giambico. Come è noto, il ritmo dei travestimenti ritmici dei versi classici, è, in relazione alla cadenza propria del linguaggio, 'binario' e cioè si riproduce ogni due sillabe che si alternano in forti e deboli; sicchè nelle parole polisillabe è dato osservare che, accanto all'accento principale, è venuto sviluppandosi un accento secondario a due posti di distanza, sia verso la fine che verso il principio delle parole stesse.

---

(1) Cfr. W. Meyer op. cit. II pp. 54, 206 e specialmente 212 sgg.

Àbundántia pèccatórum sólet frátres còntorbáre.
Àpparébit rèpentína díes mágna Dóminì.
O Fúlco práesul óptimè.
O cúnctis àmantíssimè.
Praecélso èxpectábilì — his Àrbogásto cómitì.
Auspíciùs qui díligò salútem (dico) plùrimàm.
Cunctárum úrbium èxcellentíssima.
Stábat máter dòlorósa (1).

S. Ilario, vescovo di Poitiers († 336), in queste strofe, composte di distici che corrispondono a un tetrametro trocaico catalettico, accentua nel seguente modo:

Hóstis fállax saèculórum
et dírae mórtis ártifèx
iám consíliis tóto in órbe
vìperínis cónsitìs,
níhil ád salútem praestáre
speí humánae exístimàt

Gáudet áris, gáudet témplis,
gáudet sánie víctimaè
gáudet fálsis, gáudet stúpris,
gáudet bélli sánguinè,
gáudet cáeli còndítórem
ìgnorári a géntibùs (2).

Non altrimenti avviene, per quanto concerne l'accento secondario, in clausole del tipo seguente: *díritem pùrpurátum, cúlmina pràecédat, ténebris còntinétur, hóstibus triùmpháret, números clàusulárum, cúrrere nùmeróse, régibus àntistántem* (3).

---

(1) Sulla verseggiatura ritmica latina cfr. Christ *Metrik der Griechen und Römer*[2] p. 373 sgg.; Stampini *La poesia romana e la metrica* in *Studi di letteratura e filologia latina* p. 36 sgg.; Ronca *Metrica e ritmica latina nel Medio Evo* passim; Ramorino *La pronunzia popolare dei versi quantitativi latini nei bassi tempi ed origine della verseggiatura ritmica* in *Mem. Real. Acc. delle Sc. Torino* XLIII (1893) p. 59 sgg., da cui ho tolto gli esempi citati; Rasi nelle ricerche su Magno Felice Ennodio (*Rend. R. Ist. Lomb.* ser. II XXXV (1902) pp. 335 sgg.; XXXVII (1904) p. 957 sgg.; *Boll. Soc. Pav. st. patria* II (1902) p. 87 sgg.; IV (1904) p. 154 sgg.); D'Ovidio *Sull'origine dei versi italiani* in *Versificazione italiana e arte poetica medievale* p. 138 sgg. Non debbono naturalmente esser passate sotto silenzio le ricerche di W. Meyer ora raccolte nelle *Abhandlungen* già lodate.

(2) Gamurrini *S. Hilarii tractatus de mysteriis et hymni. Hymn. in Satan.* v. 7 sgg.

(3) Cfr. Clark *The cursus in mediaeval and vulgar Latin* p. 11 sgg.

L'esistenza dell'accento secondario, sviluppatosi dalla prosodia media, è attestata pure dalle forme romanze come 'pèllegrino', 'tòllerare', 'scèllerato', 'sèppellire', ove il raddoppiamento della consonante nella sillaba iniziale è dovuto all'accento secondario (1), che non ha che vedere con l'intensità iniziale preistorica cui, secondo l'opinione prevalente tra i glottologi, dovrebbero essere riferiti i fenomeni di apofonia e sincope che ricorrono nella lingua latina. Anche l'esempio di 'Fiorentino' accanto a 'Firenze', dimostra che sulla iniziale di *Flòrentínus*, staccato per l'intervallo di una sillaba dall'accento principale, doveva esservi un accento secondario che mancava invece nell'iniziale di *Florentia* immediatamente prima della sillaba accentata (2).

Concludendo, le testimonianze dei grammatici (3); il fatto che il tono acuto sceso a grave nelle ossitone, che si trovavano nel corpo della frase, veniva segnato, a differenza di quanto si praticava per le sillabe atone; la constatazione che il tono finale grave non cessava di essere principale (*κύριος*), nonostante fosse sceso di altezza; il passo molto significativo di Dionigi di Alicarnasso; la particolare natura del circonflesso, costituito nella prima parte da un innalzamento di voce e nella seconda da un abbassamento progressivo che non può identificarsi col tono grave propriamente detto; le clausole ritmiche greche, nelle quali il tono grave dell'età classica è trattato come un vero e proprio accento di intensità nè più nè meno del tono acuto;

(1) Meyer-Lübke *Italienische Grammatik* p. 154.

(2) Lindsay-Nohl *Die lateinische Sprache* p. 183 sg.

(3) Importante, a quanto penso, è il passo seguente di Marziano Capella p. 68, 15 Eyss. *sciendum etiam uni vocabulo accidere omnes tres accentus posse ut est 'Argilêtum'*. Evidentemente il grammatico considera con l'acuto *Ár-*, con il circonflesso *-lê-*, con il grave *-gi-* e *-tum*, e quindi pare abbia coscienza dell'esistenza di un accento acuto secondario *Ár-* che, senza raggiungere l'altezza del principale (che essendo un circonflesso è costituito per la prima parte di un acuto), si distingue dal grave propriamente detto. Lo Schoell (op. cit. p. 46 sg.), a proposito di tale passo, accenna alla possibilità che la fonte di Marziano Capella sia Varrone, il che crescerebbe di gran lunga valore alla testimonianza, soggiungendo: " vix dubitavimus quin ... acutam ... cum circumflexo in eodem verbo coniunctam non aliam esse statuamus ac mediam acutam plerumque potius quam gravem ".

lo sviluppo di un accento secondario che presuppone esso pure un tono secondario nelle clausole ritmiche e nella poesia ritmica, ed infine particolari riflessi romanzi: tutto ciò cospira a convincerci che la 'mese' o 'prosodia media' o 'tono medio', che dir si voglia, non è una astrazione dei grammatici, ma un fenomeno che ha profonda radice nella realtà dei fatti, sebbene ignorato o disconosciuto dai trattatisti antichi preoccupati di rendere semplici le loro dottrine per farle accessibili alle menti giovanili, o incapaci di studiare direttamente quanto facevano oggetto di ricerca, o fedeli e pedissequi espositori delle teorie tradizionali che andavano per la maggiore.

Una obbiezione mi si potrebbe muovere per la parte delle argomentazioni tratte dalla poesia o prosa ritmiche: non sarebbe per avventura quell'accento secondario una innovazione svoltasi parallelamente al decadimento del senso prosodico e alla trasformazione del tono melodico in accento di intensità? L'obbiezione non è certo priva di peso; ma ad essa contraddice la considerazione che tutto induce a ritenere che, nella lenta evoluzione subìta dalla accentuazione, si abbia avuta l'alterazione di un sistema preesistente e non l'innesto di elementi nuovi, la cui origine e natura non troverebbero spiegazione che in ipotesi prive di ogni documentazione o nella supposizione di influenze esterne non determinabili.

E valga il vero. Il tono greco e latino conteneva in sè il germe per il processo che si sarebbe compiuto con la sua trasformazione in accento intenso (1). Infatti in lingue come quelle

(1) In realtà non si può dare intensità senza variazione di suono, nè variazione di suono senza intensità. A questo proposito il Sievers (Paul *Grundriss der germ. Phil.* I p. 284) scrive: " Es sei hier ausdrücklich hervorgehoben dass es weder Sprachen ohne Stärkeunterschiede noch Sprachen ohne Tonhöheunterschiede gibt, sondern nur die einen in diesen, die andern in jenen stärker ausgeprägt sind und daher auch in der Theorie zuerst Berücksichtigung gefunden haben „. Cfr. anche Brugmann *Grundriss der vergleichenden Grammatik der indogermanischen Sprachen* I² p. 59; Stolz *Latein. Grammatik*⁴ p. 159. Per il greco e il latino la questione essenziale consiste nel determinare se l'accento fosse nell'età classica prevalentemente melodico o prevalentemente dinamico. Abbiamo visto i motivi perentori che spingono i glottologi e filologi più valenti a pronunciarsi per la prima ipotesi (cfr. Lenchantin *Studi sull'accento greco e latino* I negli *Atti* di questa

classiche, costituite dall'alternarsi di piedi brevi e lunghi raggruppati sotto un tono culminante per acutezza, tale tono prendeva un rilievo simile a una percussione, segnante l'insieme delle sillabe componenti le singole parole, per cui l'unità delle sillabe di un vocabolo poteva essere concepita distinta ed in opposizione alle altre sillabe formanti gli altri vocaboli. Tale percussione, simile a quella della battuta musicale concepita come un insieme di note, doveva essere caratterizzata a guisa di questa da una leggera intensità che si attenuava nel verso o nella clausola metrica, ove l'ictus prendeva il sopravvento riunendo in piedi determinati la serie delle sillabe di durata ineguale. Smarrito il senso prosodico, trasformatosi il tono in accento intenso, l'accento intenso stesso e l'ictus non potevano coesistere se non coincidendo; ed è appunto quello che avvenne nella poesia ritmica e nelle clausole ritmiche. Se adunque è certo che l'accento intenso principale non è che l'antico tono che ha cambiato carattere, è più che logico ammettere che di un analogo processo sia effetto l'accento secondario, della cui esistenza fanno fede i documenti sopra studiati, nel senso che esso pure sia la trasformazione del tono secondario e cioè della ' mese ' o ' prosodia media ' di Varrone.

Torino, 1° marzo 1919.

Accad., LIV p. 459). La concomitanza dei due fenomeni di acutezza di suono e di intensità ci spiega le trasformazioni avvenute nel corso della storia nei riguardi della accentuazione delle lingue, a seconda che ciascuno degli elementi in parola, predominando, oscurasse l'altro.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 6 Aprile 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Scusa l'assenza il Socio Somigliana.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente ha il dolore di annunziare alla Classe la perdita fatta nella persona del Socio Romeo Fusari e ne ricorda le elette qualità e gli alti meriti scientifici. Dice della sua vita esemplare, delle sue modeste origini e delle difficoltà superate e vinte per forza di volontà e di lavoro assiduo, per cui seppe raggiungere eminente posizione scientifica e mostrarsene degno. Fu zelantissimo insegnante nella scuola e nel laboratorio, resse con riconosciuta autorità per quattro anni la carica di Rettore del nostro Ateneo, e del Comitato di Preparazione fu membro operosissimo durante la lunga guerra, dimostrandosi benemerito cittadino e caldo patriotta. Il male insidioso e atroce che lo trasse immaturamente alla tomba non spezzò la forte fibra del suo carattere buono e austero, e finchè ebbe vita il suo pen-

siero fu per la famiglia diletta, per la Patria e per la Scienza. Soggiunge che si farà interprete presso la famiglia delle condoglianze della Classe, e che inviterà il Socio Senatore Foà a commemorare il compianto collega. La Classe dimostra di associarsi alle parole del Presidente.

Il Socio Sacco presenta una Nota del prof. A. Roccati col titolo: *Ricerche lito-mineralogiche sopra alcuni pozzi profondi della pianura padana*; IV. *Pozzo nella città di Alessandria.*

Il Socio Majorana la sua Nota: *Nuove ipotesi cosmogoniche e nuovo fenomeno gravitazionale.*

Le due Note saranno pubblicate negli *Atti.*

LETTURE

Ricerche lito-mineralogiche sopra alcuni pozzi profondi della pianura padana.

IV. Pozzo nella città di Alessandria.

Nota di ALESSANDRO ROCCATI

In una precedente Nota pubblicai, nel 1912 (1), le osservazioni lito-mineralogiche da me fatte sopra i materiali incontrati nella trivellazione di un pozzo in prossimità della città di Alessandria, trivellazione fatta per cura del Municipio di quella città, onde risolvere il grave problema della alimentazione idrica della popolazione del comune.

La trivellazione, eseguita, tra gli anni 1895 e 1898, dalla Ditta Bonariva di Bologna, fu spinta fino alla notevole profondità di oltre 200 metri, ma con esito negativo. Infatti, dopo avere verso i 7 metri incontrata la falda acquea che alimenta solitamente i pozzi della città, si spinse la livellazione fino alla quota indicata, non incontrando che verso i 100 metri una falda, la quale dapprima diede qualche speranza di proficua utilizzazione, a cui purtroppo non corrispose la realtà (2).

Il problema della alimentazione idrica della città di Alessandria, attingendo acque profonde dal sottosuolo, restò allora sospeso per essere ripreso nel 1911-13 mediante pozzi scavati

(1) Alessandro Roccati, *Ricerche lito-mineralogiche sopra alcuni pozzi profondi della pianura padana. I. Pozzo di Alessandria,* " Atti R. Acc. Sc. di Torino „, vol. XLVII, 1912.

(2) Federico Sacco, *Il pozzo trivellato di Alessandria*, Torino, Gerbone, 1898.

dallo Stirling di Milano nella regione Aulara, a circa 3 km. in direzione S-SO della città e da queste nuove trivellazioni si ebbe invero risultato discreto (1).

Però nel 1915 l'Amministrazione civica della città ritenne opportuno di ritornare all'idea prima e cioè di attingere l'acqua direttamente nel sottosuolo della città stessa. Furono all'uopo trivellati nel giardino pubblico sito innanzi alla stazione ferroviaria sei pozzi, la cui costruzione fu affidata nuovamente alla Ditta Stirling di Milano, sortendo buon esito.

Tali pozzi furono spinti sino alla profondità media di circa 55 metri ed altri anzi si ha intendimento di costruirne in seguito (2), stante il favorevole risultato avuto. Infatti, oltrepassata tra i 9 e 24 metri la solita zona freatica, furono in seguito incontrate falde acquee, in posizione tale da escludere assolutamente i pericoli di inquinamento, alla profondità di 26-34 metri e, meglio ancora, tra 40-54 metri. Il livello piezometrico di questa falda inferiore, che è quella utilizzata come acqua potabile nella città, raggiunge i 6 metri sotto il piano di campagna e fornisce a seconda dei pozzi da 5 a 9 litri al secondo, la temperatura essendo di 13°75 (3).

Il materiale incontrato nella trivellazione fu dal Dottore G. Marocco, Ufficiale sanitario del Comune, inviato in parte al Museo Geo-Mineralogico del R. Politecnico di Torino ed è appunto il materiale del pozzo segnato n° 2 (spinto alla profondità di m. 54,50) che forma oggetto del presente studio, rappresentando esso la serie più completa, con non meno di 96 campioni.

Nello studio del materiale ho seguìto le norme e criteri che già mi furono di base nei precedenti simili lavori (4).

(1) Federico Sacco, *La pianura di Alessandria*, " Annali R. Acc. Agricoltura di Torino ", vol. LIX, 1916.

(2) Federico Sacco, *La pianura di Alessandria*, loc. cit.

(3) Per dati circa la composizione dell'acqua, le sue proprietà fisiche, ecc. si vegga Sacco, *La pianura di Alessandria*.

(4) Alessandro Roccati, *Pozzo di Alessandria*, loc. cit.

***

Metri 2-4.

Argilla di color bruno chiaro tendente al giallognolo, contenente sostanza umica e distintamente calcarea.

Trattasi però evidentemente di materiale rimaneggiato, poichè dopo prolungata levigazione si ottiene da esso un debole residuo nel quale, oltre a granuli di *quarzo*, si osservano piccoli frammenti di laterizi fortemente fluitati.

Metri 4-6.

Argilla analoga alla precedente, ma meno distintamente calcarea; sono ancora presenti i frammenti di laterizi.

Metri 6-8.

Argilla di color grigio-giallognolo chiaro, smettica, untuosa al tatto.

Si spappola facilmente nell'acqua leggermente acidulata ed è sensibilmente più calcarifera che ai livelli precedenti; il residuo che si ottiene con la levigazione è affatto trascurabile comprendendo esso soltanto pochi granuli di *quarzo*; sono però presenti nella massa abbondanti *calcarelli* (1).

Metri 8-13.

Materiale alluvionale fortemente fluitato con **ciottoli, ghiaie** e **sabbia**, quest'ultima rappresentando all'incirca $^1/_{10}$

(1) La natura dei *calcarelli*, i quali vedremo ritrovarsi a quasi tutti i livelli del pozzo in esame, corrisponde bene a quella delle analoghe concrezioni indicate nei lavori precedenti (Roccati, *Ricerche lito-mineralogiche, ecc. Pozzo di Alessandria*, loc. cit.). Ciò sia per forma e dimensioni che per composizione chimica, essendo essi argillosi ed essenzialmente costituiti da carbonato di calcio, il carbonato di magnesio non superando che di rado le proporzioni del 3 %.

della massa totale; al materiale è commista poca sostanza argillosa, molto debolmente calcarea.

I ciottoli, le cui dimensioni oscillano fra 5-7 e 10-15 cm. nel diametro maggiore, sono rappresentati prevalentemente da roccie verdi: *serpentino* compatto a tipo alpino; *s. con bronzite*; *s. con vene di crisotilo*; *prasinite*; *eufotide* a piccoli elementi con tipo più o meno saussuritizzato; *lherzolite*; *anfiboloschisto ad attinoto e epidoto*; *microanfibolite* pure ad attinoto e epidoto; *epidosite* afanitica.

Subordinate affatto sono le roccie di tinta chiara, con *quarzo* ialino e latteo a tipo filoniano; *quarziti*, varie, fra cui una varietà a tipo metamorfico, quale si osserva nelle formazioni triasiche alpine, costituita cioè da granuli di quarzo con altri di feldspato insieme cementati da materiale siliceo e micaceo a tipo di sericite; *appenninite*; *granito* bianco a scarsa mica nera, roccia che ricorda perfettamente quella esistente nel gruppo dell'Argentera nelle Alpi Marittime; *gneiss a muscovite* e *g. a due miche*.

Le ghiaiette, le quali costituiscono la parte prevalente del materiale, hanno dimensioni oscillanti fra quelle di un canapuccio e di un pisello e corrispondono essenzialmente a roccie verdi, donde la tinta spiccatamente scura del materiale stesso.

Le roccie osservate sono, oltre a quelle indicate per la parte ciottolosa e sempre con assoluta prevalenza del *serpentino*: *serpentinoschisto* e *s. fibroso* a tipo di crisotilo; *prasinite*, molto abbondante; *anfibolite granatifera*, con due tipi, di cui uno, più chiaro, ad attinoto, l'altro ad orneblenda; *eufotide* a grana minuta; *lherzolite*; *microdiorite*, del tipo comune nelle formazioni gneissiche delle Alpi Marittime.

Le roccie a tinta chiara sono rappresentate da: abbondante *quarzo* (ialino, latteo, rossastro, roseo, violacescente, verde); *quarzite micacea*; *q.* compatta di color verdastro; *q.* a sericite; *micaschisto* con glaucofane e granato; *talcoschisto* con attinoto ed altro con epidoto; *arenaria metamorfica* e *anagenite* a grana media e minuta, tipi comuni nelle formazioni permo-triasiche alpine; *granito* bianco a biotite.

Sembrano mancare totalmente le *roccie calcaree*.

La sabbia, i cui elementi hanno diametro medio di 1-1 $^1/_2$ mm., è a composizione mineralogica complessa e si rivela derivata

da regioni ove sia abbondanza di roccie verdi. Nell'insieme il rapporto fra minerali colorati e non colorati è all'incirca di 2:1, donde la tinta scura del materiale esaminato in massa; le proporzioni del quarzo vanno però sensibilmente aumentando verso il basso del livello, per cui ai 13 m. sembra quasi prevalere sopra il serpentino.

I due componenti predominanti sono il *serpentino* con parecchie varietà: normale a tipo alpino, giallo (comune), fibroso, con bronzite oppure in scaglie derivate da serpentinoschisto; e il *quarzo* (ialino, latteo, roseo, rossastro, violaceo).

Seguono: *feldspati*, fra cui piccoli cristalli di *albite*, incolori, limpidi, senza alcuna traccia di corrosione o fluitazione e la cui presenza già ho avuto occasione di indicare in un precedente lavoro (1). È probabile che siano stati inizialmente inclusi in qualche roccia calcarea e che siano stati messi in libertà semplicemente per la scomparsa della roccia includente.

Miche: muscovite, presentante il frequente color aureo del minerale nelle sabbie; frustuli riferibili a *sericite*; *biotite*, quest'ultima subordinata alla muscovite; *clorite* o in scaglie derivate da cloritoschisto, oppure, non infrequentemente, in bellissime lamine, a contorno pseudoesagonale, di *ripidolite*, del diametro anche fin di $^1/_2$ cm., con color verde smeraldo e lucentezza perlacea.

Anfiboli varî: *Attinoto*, in fibre anche della lunghezza di $^1/_2$ cm. oppure, comune, con un tipo in piccoli prismi di sfaldatura di color verde chiaro tendente al verde smeraldo, non di rado perfettamente trasparenti; tale varietà di attinoto si riscontra si può dire a tutti i livelli del pozzo, entrando anche nel debole residuo sabbioso che si ha levigando il materiale delle zone argillose. *Orneblenda*, in frammenti rotolati o con abito prismatico di sfaldatura più o meno distinto; *glaucofane* a tinta azzurra carica; *tremolite* in delicate fibre bianche o incolore con lucentezza perlacea.

Pirosseno: Molto subordinato, con *bronzite* e *smaragdite*, fra cui frammenti aderenti a feldspato ed indicanti una probabile

(1) Alessandro Roccati, *Ricerche lito-mineralogiche, ecc. Pozzo di Alessandria*, loc. cit.

provenienza da eufotide; esistono pure piccoli frammenti di sfaldature di *diopside*, con colore verde-chiaro.

Granato, abbondante, con varietà di color roseo, perfettamente trasparente, in granuli fortemente fluitati; un'altra, meno comune, è di color rosso-cupo con accenno a forma } 110 {.

Epidoto, in frammenti e scaglie derivati da epidosite, oppure in granuli, di color verde-giallognolo, trasparenti.

Rutilo, in frammenti di prisma con color rosso-cupo e lucentezza subadamantina; *zircone*, incoloro, in piccoli cristalli perfettamente conservati e costituiti da prismi allungati con terminazioni ottaedriche; *tormalina*, incolora, pure in piccoli cristalli perfetti aventi terminazioni emimorfiche, oppure nera, in frammenti irregolari.

I minerali metalliferi sono rappresentati da *ematite micacea*; *pirite* granulare; *ilmenite*, pure granulare, ma specialmente da *magnetite* in grani o piccoli cristalli } 111 {, alcuni distintamente polari. I grani e piccoli cristalli o sono liberi, oppure aderenti al serpentino, alla clorite, più di rado al quarzo.

I *carbonati* (fra cui *calcare dolomitico* grigio a tipo di Trias alpino e frammenti di sfaldatura di *calcite*) esistono, per quanto poco abbondanti, nella parte sabbiosa del materiale, specialmente nelle zone superiori del livello; alla profondità di 13 m. sembrano mancare totalmente.

Oltre ai minerali isolati ora descritti, esistono pure nella sabbia piccoli frammenti di roccie, corrispondenti nell'insieme a quelle indicate per le ghiaie ed i ciottoli, così: *quarzite* verde; *prasinite*; *epidosite*; *eufotide* minuta; *anfibolite*; *talcoschisto*; *micaschisto* metamorfico; *schisto a sericite*; *serpentinoschisto*; *gneiss* a muscovite e a due miche; *schisto argilloso* nero, a tipo di ardesia.

Mancano i *fossili*, ma è notevole la presenza delle pallottoline metalliche, magnetiche, analoghe a quelle che già ebbi ad indicare nel materiale d'altri pozzi profondi della pianura padana (1).

---

(1) Alessandro Roccati, *Ricerche lito-mineralogiche, ecc. Pozzo di Alessandria*, loc. cit. *Pozzo di Saluggia*, " Atti R. Acc. Sc. Torino „, LI, 1916.

Metri 14-16.

Sabbia grossolana (con diametro medio dei granuli 2-3 mm.), commista a **ghiaie** e **ghiaiette**, il tutto inquinato da abbondante sostanza argillosa, non calcarea. L'esemplare contiene inoltre alcuni grossi ciottoli di *quarzo* ed uno di *serpentinoschisto*, profondamente ferrettizzato e ricco in magnetite.

Il materiale in esame corrisponde per natura lito-mineralogica a quello del livello precedente, sempre con prevalenza delle roccie verdi (*serpentino, prasinite, anfibolite, epidosite,* ecc.) e dei minerali colorati: *serpentino, granato, anfibolo,* ecc. ed abbondante *magnetite.*

Roccie di nuova comparsa sono: *Argilloschisto metamorfico* verde, a tipo " Pietra della Roia „ (1); *anagenite* con ciottolini di quarzo roseo; *arenaria*, del tipo comune nelle formazioni mioceniche delle langhe.

Mancano le *roccie calcaree*; non vi sono *fossili.*

Metri 16-18.

Ciottoli, con medie dimensioni corrispondenti a quelle di un uovo di gallina e rappresentati dalle seguenti roccie: *Serpentino* comune, con abbondante magnetite, ed altro con lamine di bronzite; *serpentinoschisto*; *arenaria silicea*; *anagenite, quarzo* compatto, bianco-latteo; *appenninite.*

Metri 18-20.

Zona di **ciottoli** con **ghiaie**, **ghiaiette** e **sabbia**, ricordante quindi il materiale del livello m. 8-13, materiale con il quale si ha pure corrispondenza nella natura lito-mineralogica, con completa mancanza dei carbonati.

Va rilevato però il fatto che mentre nella parte ciottolosa-ghiaiosa dominano le *roccie verdi* e specialmente il *serpentino*,

(1) Alessandro Roccati, *Sopra alcuni schisti della Valle Roia* (Alpi Marittime), " Boll. Soc. Geol. It. „, vol. XXVIII, 1909.

nella sabbia si ha invece prevalenza degli elementi chiari, con abbondante *quarzo*, che da solo forma non meno del 60 % della sabbia stessa.

Metri 20-22.

Ciottoli, con diametro compreso fra 5 e 10 cm., delle solite *roccie serpentinose* e *quarzitiche*, con nuovamente presente l'*argilloschisto metamorfico* a tipo " Pietra della Roia ".

Verso i m. 21,50 comincia a comparire la sabbia, che da sola costituisce poi il livello inferiore.

Metri 22-24,50.

Sabbia, omogenea, con media dimensione dei granuli 1-1 $^1/_2$ mm., commista a **ghiaiette** (diametro 1 a 3 cm.), il tutto inquinato da alquanta sostanza argillosa non calcarea.

Liberato dalla parte argillosa il materiale presenta tinta scura, dovuta all'abbondanza del *serpentino* e delle *roccie verdi* nella parte ghiaiosa e dei minerali colorati nella sabbia.

La natura lito-mineralogica continua quella dei livelli superiori, con la solita mancanza dei carbonati fra le ghiaie, mentre granuli (però non comuni) di *calcare dolomitico*, grigio, compatto esistono nella sabbia.

Da menzionare a questo livello son specialmente: 1° l'abbondanza straordinaria della *magnetite* con i caratteri precedentemente indicati, e la frequenza delle ampie lamine di *ripidolite*; 2° la comparsa in frammenti nelle ghiaie di *pasta felsitica* grigia; la ulteriore comparsa delle sferoline metalliche, magnetiche.

Il materiale contiene frustuli e frammenti di *lignite* a tipo piceo.

Metri 24,50-26.

Argilla, gialla, untuosa al tatto, smettica, ricca in frustuli micacei e che si spappola facilmente nell'acqua.

Trattata con HCl dà sensibile effervescenza, e dalla soluzione cloridrica precipita, oltre alla calce, discreta quantità di magnesia.

Dopo prolungata levigazione si libera un debole residuo

sabbioso rappresentato da *quarzo* e *serpentino*, con subordinatamente lamine di *mica* (*biotite* e *muscovite*), di *clorite* (*ripidolite*), di *anfibolo* (*attinoto e tremolite*), *granato* roseo e *magnetite*; notata pure la presenza di alcuni grani *calcarei* e di frustuli di *lignite*.

Inglobate nell'argilla stanno poche ghiaie di *quarzo, serpentino* e *serpentinoschisto*.

Metri 26-27,50.

Ciottoli voluminosi, il cui diametro raggiunge i 15 cm.

Le roccie osservate sono: *serpentino* e *serpentinoschisto* più o meno profondamente ferrettizzati; *quarzo* a tipo filoniano; *granito a biotite*, fortemente caolinizzato; *eufotide*; *arenaria silicea*.

Notevole a questo livello la prima comparsa di *roccie calcaree* a costituire ciottoli; trattasi di *calcare dolomitico*, finamente granuloso, cristallino, di color grigio-scuro corrispondente bene a quello delle formazioni mesozoiche alpine. Curioso il fatto che tutti i ciottoli presentano un'aureola esterna, più o meno estesa, nella quale la roccia appare decolorata e decalcificata.

Frammezzo ai ciottoli osservansi infine masse molto compatte di *argilla* grigia, fortemente calcareo-magnesiaca, inglobante ciottolini di quarzo.

Metri 27,50-32,50.

Continua la zona di **ciottoli**, a cui si aggiungono **ghiaie** e **ghiaiette** e alquanta **sabbia**, la quale ultima si fa però abbondante nelle parti inferiori del livello; tutto il materiale è fortemente inquinato da sostanza argillosa giallognola, solo molto debolmente calcarea.

La natura litologica del materiale roccioso continua analoga a quella dei livelli precedenti; sono ancora frequenti i ciottoli calcarei superficialmente decolorati o decalcificati. Da ricordare la profonda alterazione dei ciottoli di serpentino e di serpentinoschisto, in molti casi completamente ferrettizzati.

Nella sabbia dominano i minerali colorati e fra questi specialmente il *serpentino* con i soliti tipi (comune il giallo sub-

trasparente ed il fibroso a tipo di *crisotilo*); abbondante la *magnetite* e parimente abbondanti i granuli derivati da *roccie calcaree*.

Metri 32,5-34.

Sabbia con **ghiaia**, i due materiali, in proporzioni pressochè uguali, essendo inquinati da abbondante sostanza argillosa brunastra, distintamente calcarea.

La costituzione lito-mineralogica del materiale a questo livello corrisponde nell'insieme a quello dei precedenti, ma si nota una evidente inversione, poichè mentre prima predominavano le roccie verdi ed i minerali colorati, ora sono in prevalenza il *quarzo* ed i *carbonati*, che rappresentano più del 50 % del materiale.

Metri 34-35.

Argilla grigio-chiara, debolmente calcarifera; è grassa, plastica, untuosa al tatto e si spappola facilmente nell'acqua. Nella massa si osservano piccole concrezioni bianche dovute a *gesso*; del resto l'acqua adoperata per la levigazione del materiale dà distintamente la reazione dell'ac. solforico se trattata con cloruro di bario.

Con la levigazione prolungata si ottiene alquanto residuo di sabbia finissima, la quale, oltre a molti frustuli di *mica* bianca, comprende essenzialmente *quarzo*, con subordinatamente *serpentino* e pochi altri minerali: *attinoto, granato, rutilo, zircone* e *tormalina* incolora, scarsa *magnetite*.

Non sono rari i frustuli di *lignite* a tipo xiloide e frammentini della varietà picea, litantracitosa.

Metri 35-36.

Argilla analoga a quella del livello precedente, contenente nuovamente *gesso* e molto debolmente calcarea.

Vi sono contenuti abbondanti frustuli di *mica* e di *lignite* con *calcarelli*, per lo più a forma tubulare.

Il residuo sabbioso è molto scarso, ancora finissimo e costituito essenzialmente da *quarzo* con qualche granulo di *serpentino*, di *granato* roseo e la solita *ripidolite* lamellare. Nel

residuo ho pure notato la presenza di piccole concrezioni sferoidali di *marcassite*.

Metri 36-38.

Argilla grigio-giallognola, fortemente calcareo-magnesifera, specialmente verso la parte inferiore del livello, mentre nella parte superiore è piuttosto gessifera.

Il residuo sabbioso è affatto scarso con pochi grani di *quarzo* e di *serpentino*, oltre ad abbondantissimi frustuli micacei.

Fossili. — A questo livello cominciano a comparire fossili, rappresentati da frammenti molto rotolati di conchiglie di *Bivalvi* e *Gasteropodi*.

Metri 38-39.

Sabbia finissima di colore giallo-chiaro, agglutinata da abbondante sostanza argillosa giallognola, debolmente calcarifera, e che non rappresenta meno di metà dell'intero materiale. La parte argillosa contiene abbondantissimi frustuli di *mica*, altri di *lignite* e numerosi, minuti *calcarelli*.

Mentre la sostanza argillosa non dà che effervescenza fugace, effervescenza invece molto forte e che dura a lungo si ha nel trattamento con HCl della sabbia, costituita essenzialmente da *quarzo* e da *carbonati*, essendo molto ridotti di quantità e qualità gli altri minerali presenti: *serpentino* (comune, nobile, scaglioso, fibroso); *mica* (*muscovite*); *clorite*, con la solita varietà in splendide lamine pseudoesagonali di *ripidolite*; *granato* roseo; *attinoto* in fibre e frammenti di sfaldatura; altro *anfibolo* fibroso, incoloro; *feldspati*, con i piccoli, limpidi cristalli di *albite* già precedentemente menzionati; *diaspro* rosso; *epidoto* verde-chiaro; *zircone* nei soliti cristallini incolori; *magnetite*, ridotta però di molto in confronto agli altri livelli sabbiosi.

I carbonati sono rappresentati da calcari dolomitici ed argillosi; infatti nel trattamento con HCl il liquido si intorbida e da esso precipita abbondantemente la magnesia.

Fossili. — Analogamente a quanto fu detto per il livello precedente, si osservano nel materiale frammenti di conchiglie (*Bivalvi* e *Gasteropodi*) e *Foraminiferi*, fra cui *Lingulina* e *Cristellaria*.

Metri 39-42.

Argilla gialla, fortemente calcarea, che si potrebbe quindi considerare come vera *marna*, con abbondanti *calcarelli* e concrezioni di *gesso*.

Mediante levigazione si separa poca sabbia finissima costituita essenzialmente da *quarzo* e da *carbonati* con scarsissimo *serpentino*.

Verso la parte inferiore del livello però aumentano le proporzioni della parte sabbiosa, fino a raggiungere circa i $^2/_3$ del materiale complessivo.

La sabbia si presenta agglutinata dalla sostanza argillosa ed ha composizione mineralogica corrispondente a quella osservata al livello precedente, con prevalenza cioè del *quarzo* e dei *carbonati*, mentre scarsi molto sono il *serpentino* e gli altri minerali colorati e quasi mancante la *magnetite*. Tale fatto è evidentemente conseguenza della piccola quantità del serpentino ed altre roccie verdi; infatti vi sono commiste alla sabbia alquante ghiaiette, ma sono essenzialmente di *quarzo, calcare, calceschisto, granito bianco,* mentre in tutto il materiale esaminato al livello non ho riscontrato che un ciottolino di *serpentino* ed un altro di *prasinite*.

I *calcari* rappresentati nella sabbia sono varî per colore (bianco, grigio, nerastro, a tipo di calceschisto) e lo devono essere pure per composizione chimica; infatti nel trattamento con HCl si ha separazione di sostanza argillosa e dalla soluzione cloridrica precipita abbondante magnesia.

Fossili. — Sonvi frammenti fluitali e corrosi di conchiglie marine (*Bivalvi* e *Gasteropodi*) oltre a *Foraminiferi* e placche di *Balanidi*.

Metri 43-46.

Sabbia con alquanta **ghiaietta**, il tutto inquinato da sostanza argillosa nerastra per sostanza carboniosa e fortemente calcareo-magnesifera. Sono contenuti abbondantissimi *calcarelli* e minuti frustuli di *mica* argentea con altri, pure abbondanti, di *lignite*.

La composizione lito-mineralogica del materiale corrisponde a quella del livello precedente, quindi con assoluta prevalenza del *quarzo* e dei *calcari*, sia nella parte sabbiosa che in quella ghiaiosa.

Verso la base del livello aumenta la quantità di sostanza argillosa, passandosi a vera zona di argilla.

Metri 46-47.

Argilla marnosa di color grigio-chiaro, agglutinante ghiaiette e sabbia con abbondanti *calcarelli*.

La natura del materiale sabbioso corrisponde a quello del livello precedente e per non meno di 90 % la sabbia è costituita da *quarzo* e *carbonati*; nella parte ghiaiosa pure dominando ancora sempre le roccie quarzose e calcaree, vi è grande varietà di tipi, fra i quali ho potuto determinare: *Diaspro* rosso e bruno; *anagenite* con tipi macromeri e micromeri, oltre a frammenti di *quarzo* roseo-violaceo derivato evidentemente dal disfacimento dell'anagenite stessa; *granito bianco*; *gneiss a muscovite*; *g. a biotite*; *g. a biotite e clorite*; *g. a due miche*; *schisto micaceo* con *glaucofane*; *anfibolite granatifera*; *eufotide*; *serpentino*, con i diversi tipi: comune, nobile, fibroso, schistoso; *arenaria*, fra cui un tipo contenente nella massa ciottolini di serpentino; *cloritoschisto*; *talcoschisto con attinoto*; *argilloschisto* a tipo di ardesia.

Fossili. — Oltre a frustuli di *lignite* esistono fossili abbastanza copiosi con *Foraminiferi* (*Cristellaria, Nodosaria*, ecc.).

Metri 47-54.

Sabbia, con **ghiaie** e **ghiaiette**, più o meno fortemente inquinata da sostanza argillosa grigia, fortemente calcarea nella parte superiore della zona, diminuendo però la quantità del calcare verso il basso.

La natura lito-mineralogica si mantiene corrispondente a quella precedentemente indicata, con abbondanti frustuli di *mica*, *calcarelli* e frammentini di *lignite* a tipo piceo-litantracitoso.

Fossili. — Abbondanti i fossili con *Helicidi* e avanzi di *Mactre, Natiche, Foraminiferi* (*Cristellaria*).

Metri 54-55,50.

Argilla grigio-azzurrognola chiara non fortemente calcarea; untuosa, smettica, si spappola facilmente nell'acqua.

Contiene pochi *calcarelli* e con la levigazione si isola piccolissima quantità di sabbia, essenzialmente rappresentata da *quarzo* con poche lamine di *muscovite* e *clorite* e rari grani di *serpentino, attinoto, granato* roseo, *tormalina* nera, *zircone* incoloro.

Fossili. — Frequenti i frammenti informi di conchiglie di *Bivalvi* e *Foraminiferi* (*Cristellaria, Nodosaria*, ecc.).

***

L'esame del materiale del pozzo del giardino pubblico della città di Alessandria porta a conclusioni analoghe a quelle che già espressi dopo lo studio del precedente pozzo scavato nel territorio del comune (1).

Si constata cioè che il materiale è, si può dire, dal principio alla fine della trivellazione, di uguale provenienza (essenzialmente dalle Alpi Marittime e dal Gruppo di Voltri), poichè sono sempre gli stessi elementi rocciosi e minerali che si ripetono ai differenti livelli.

Che se si osservano proporzioni variabili fra i differenti materiali, avendosi così verso il basso della trivellazione aumento delle roccie quarzose e calcaree, ciò è dovuto probabilmente al prevalere di uno dei corsi fluviali che con il loro materiale alluvionale riempirono, durante il Pliocene superiore e gran parte del Quaternario, l'ampia, profonda depressione lacustre, la quale occupò già quella che è ora la pianura di Alessandria (2).

Torino, R. Politecnico, marzo 1919.

---

(1) Alessandro Roccati, *Ricerche lito-mineralogiche, ecc. Il pozzo di Alessandria*, loc. cit.

(2) Federico Sacco, *La pianura di Alessandria*, loc. cit.

Nuove ipotesi cosmogoniche e nuovo fenomeno gravitazionale

Nota preliminare del Socio naz. resid. QUIRINO MAJORANA

La contrazione progressiva della massa solare fu, come è noto, invocata da Helmholtz, per spiegare l'origine del calore del nostro maggiore astro. È inoltre risaputo che tale ipotesi non concederebbe al sole un'età superiore ai 50 milioni di anni; e questa cifra è insufficiente ai geologi e ai naturalisti per spiegare la struttura delle roccie e l'evoluzione delle specie. Si è cercato, è vero, di fare entrare in giuoco i fenomeni radioattivi: questi permetterebbero, se effettivamente si manifestano in misura notevole nella massa solare, di estendere i limiti del calore in essa disponibile e ceduto allo esterno in ogni istante. Ma ritengo che questa ipotesi non sia fondata sopra alcun fatto osservato, ed, in ogni modo, offre l'incognita della durata dei corpi radiattivi, che certamente non è indefinita.

Queste considerazioni mi hanno spinto a formulare le ipotesi, di cui brevemente ora dirò e che più ampiamente svolgerò in altre Note.

***

Suppongasi che l'azione gravitazionale provenga da un *flusso di energia*, sprigionantesi continuamente dalla materia ponderabile. Tale ipotesi deve logicamente portare all'altra che la materia vada, in un tempo più o meno lungo, trasformandosi; ma questo tempo sarebbe molto grande, non solo rispetto ai ristrettissimi limiti delle nostre osservazioni dirette, ma anche rispetto a quelli incogniti, della vita del nostro sistema planetario e degli astri tutti in genere.

Questo *flusso gravitazionale* darebbe luogo alle forze attrattive che, in prima approssimazione, ci vengono rappresentate dalla legge di Newton.

Ma l'ipotesi, che ora io faccio, si completa, ammettendo che la materia non sia del tutto trasparente al detto flusso, e di questo, una parte verrebbe assorbita; donde la generazione spontanea di calore, quando masse materiali sono in presenza.

L'ipotesi porta poi alla immediata conseguenza che, supponendo in genere gli astri in una specie di fase di regime, quelli di massa maggiore sarebbero i più caldi, dovendo essi raggiungere temperatura superiore, per irradiare il maggior calore, che in ogni istante in essi si libera.

Tutto ciò non costituisce però che delle ipotesi; e la attendibilità di queste potrà risultare, o meno, da una accurata discussione e dalla considerazione di elementi che in parte possono ora sfuggirmi. Ritornerò peraltro sull'argomento in seguito.

***

Ma sin d'ora voglio accennare ad un tentativo di controllo sperimentale, di qualcuna delle idee suesposte, che mi ha fornito un risultato nuovo ed imprevisto, quantunque esso non sia in contrasto deciso con le idee stesse.

Ho proceduto alla ricerca della influenza eventuale di un mezzo materiale sul peso della materia. Tale ricerca ha forse dei punti di contatto con altre eseguite, con esito negativo, da varii fisici anni addietro, sulla cosidetta *azione di schermo* della materia sulla forza newtoniana. Ma ne differisce principalmente per avere io studiato le *variazioni di peso* alla bilancia comune, e non le variazioni dell'attrazione di due masse, con un apparecchio simile a quello del Cavendish. Kilogrammi 100 circa di mercurio vengono, nell'attuale esperienza, disposti simmetricamente intorno ad 1 kg. circa di piombo, attaccato al giogo di una sensibile bilancia. Il mercurio si può rimuovere a volontà; e per confronto fra le successive pesate, ho potuto constatare che *il peso della massa di piombo apparisce accresciuto per la presenza del mercurio di circa* $\frac{1}{30.000.000}$ *del suo valore.* Ritengo

che l'esperienza sia condotta evitando tutte le possibili cause perturbatrici e di errore, come in seguito farò vedere.

Questo accrescimento di peso potrebbe spiegarsi ammettendo che *le linee di forza del campo gravitazionale della nostra terra si addensino o si infittiscano, se incontrano una massa materiale,* ciò beninteso prescindendo dalla perturbazione diretta, per la vecchia azione newtoniana, delle stesse linee di forza dovuta alla presenza di quella massa materiale. Quest'ultima azione, come farò vedere, è notevolmente più piccola e non può mascherare il nuovo fatto da me ora constatato.

Se, come sinora ho ragione di ritenere, questo risultato risponde perfettamente al vero, è ovvia la sua estrema importanza, specie ai fini dello studio delle perturbazioni nel moto dei corpi celesti.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 13 Aprile 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Direttore della Classe, Pizzi, De Sanctis, Baudi di Vesme, Patetta, Prato, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci Brondi, Vidari e Pacchioni.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del giorno 30 marzo u. s.

Il Direttore della Classe S. E. Boselli presenta alla Classe, a nome dell'autore, il libro del Conte Ascanio Michele Sforza, *Esplorazioni e Prigionia in Libia* (Milano, Treves, 1919), con le seguenti parole:

" Lo Sforza sul principio del 1911 ebbe incarico dal Governo e dal Banco di Roma di recarsi in Libia per studiare le ricchezze di quel paese, le risorse minerarie e quanto potesse giovare alla espansione italiana.

" Egli vide Tripoli sotto la dominazione turca e Tripoli ritrae con rapidi e vivi rilievi, dai suoi nobili ai suoi pescatori, dai suoi ordinamenti ai suoi giornali, intrattenendosi sulla Colonia Italiana e aggirandosi fra gli Arabi dei quali nota il sentimento religioso esaltato, ma non intollerante.

" S'inoltrò poscia lo Sforza nell'interno, dove le sue ricerche ebbero a lottare contro le Autorità e i sospetti dei Turchi. Egli riuscì tratto tratto a vincere gl'impedimenti e, tra Orfella e Socna, in terreno che nessun geologo aveva mai percorso, discoprì qualità di fossili che la scienza non conosceva. Questo viaggio nell'interno della Libia, tra la scienza e il dramma, tra le osservazioni utili e gli aneddoti geniali, tra le descrizioni e i ricordi, è assai interessante: quelle contrade ci appaiono nei varii loro aspetti dal deserto all'oasi, dalle bellezze femminili ai lavori della terra e coi loro costumi peregrini, coll'ospitalità cordiale e anche coi diversi calendari che dovranno finalmente unificarsi se l'invito della scienza sarà accolto dalla Conferenza di Parigi.

" Lo Sforza percorse Homs rievocando le memorie antiche e salutò Misurata con quelle speranze che si erano mirabilmente adempiute mercè l'opera italiana rinnovatrice, opera che abbiam fede si ripiglierà vigorosamente dopo tante insidie e tante perfidie straniere che la spezzarono e la sconvolsero.

" In seguito alla nostra dichiarazione di guerra alla Turchia, cominciavano a Socna il 4 ottobre 1911 i quattordici mesi della dura prigionia dello Sforza sotto il rigore turco. Luoghi, fatti e dolori dànno alla narrazione anima e voce: essa rammenta i lunghi, faticosi, soffocanti viaggi, i trattamenti crudeli, le luride prigioni (orribili sopratutto quelle di Jeffren) e il prigioniero spregiato come schiavo e chiuso in uno stesso buco cogli assassini e coi ladri, mentre sulla bocca del popolo era la minaccia della morte che nella guerra santa è permessa contro i nemici.

" Di contro alla barbarie turca stette salda, nobile e ardita la resistenza del prigioniero italiano.

" Lo scrivere dello Sforza è limpido e schietto, come è proprio della spontaneità toscana. Piace il racconto del viaggio e giovano le notizie e le osservazioni scientifiche ed economiche.

" Tardi questo libro venne in luce, perchè l'autore, dopo l'acerba prigionia, ebbe a rimettersi in salute e poi dal 1916 appartenne all'Esercito combattente. Ora il libro uscì in bella veste tipografica e con illustrazioni attraenti. Successivamente lo Sforza pubblicherà i suoi studi mineralogici.

" Chiudendo le sue parole il Socio Boselli dice che il libro dello Sforza richiama il pensiero ai giorni migliori dell'impresa

libica, allorchè, come a dire con festa, si ridestò il fervore intraprendente della nostra gioventù, e sentì come un nuovo lievito il valore italiano.

" Dopo la sventura di Adua, una infausta politica aveva oscurata la fede nei generosi ardimenti e a troppa gente pareva che l'Italia risorta dovesse accovacciarsi presso il proprio focolare, mentre il genio della civiltà sprona e sollecita i popoli più civilmente avanzati a nuove prove di energia morale, di attività economica e di azione trasformatrice in quelle contrade per le quali deve cominciare un'êra novella di vero e fecondo progresso. L'impresa libica ravvivò in Italia quel senso eroico senza il quale i popoli declinano e declinano specialmente le democrazie, ond'è che nella più grande fra esse rifulse il pensiero di Emerson, si levò il grido di Roosevelt e Wilson proclamò la guerra a sostegno di un nuovo ordine d'idee.

" L'impresa libica, pertinacemente contrastata anche da infidi alleati e da gelosi vicini, deve conseguire risultamenti propizi per l'Italia e per la civiltà. Quell'impresa va riguardata come l'auspicio, il preludio e si potrebbe dire come un rinnovato assaggio delle meravigliose virtù che diedero gloria e vittoria al nostro Esercito nella guerra dell'Italia e della civiltà.

" Se l'Italia non avesse innalzata in Libia la sua bandiera, oggi sventolerebbe colà la bandiera di altri Stati fattisi arbitri di quelle regioni e di quel mare. Oggi l'Italia dall'Eritrea, colonia della quale il Paese nostro non ancora sa estimare il sommo pregio; dalla Libia fatta nostra col sangue dei prodi e colle opere rinnovatrici; da Rodi dov'è tanta Italia nella storia, nell'arte e nelle benefiche e instauratrici opere odierne; l'Italia può, al pari di qualsiasi altra nazione, mirando dall'Africa all'Asia, affermarsi, con sicuro vanto, promotrice e ordinatrice efficace di civile progresso.

" Scrisse Vincenzo Gioberti, quando nel " Primato „ vaticinava la nuova Italia, che essa doveva ripigliare " per vie legittime, le spedizioni e gli acquisti coloniali nelle varie parti del globo; giacchè l'uso delle Colonie, sommamente civile e cristiano, è, nonchè utile, necessario ad un perfetto vivere comune, e il solo modo pacifico con cui si possa propagare la civiltà, spianando la via alle conquiste spirituali della fede e alla riunione successiva dell'umana stirpe „.

" Giova ricordare il pensiero di coloro che del Risorgimento Italiano iniziarono il periodo risolutivo e additarono luminosamente le vie e gli intenti „.

La Classe ringrazia vivamente l'egregio autore per il graditissimo dono.

Relativamente alla lettera del Segretario perpetuo della Académie des Inscriptions et Belles Lettres diretta al nostro Presidente circa un disegno d'intesa scientifica e di collaborazione internazionale delle Accademie per le ricerche d'archeologia, di filologia e di storia, il Presidente invita il Socio De Sanctis a leggere la relazione della Commissione, composta di esso Socio De Sanctis e dei Soci Brondi e Stampini, ed espressamente nominata per riferire intorno a quella proposta. E il Socio De Sanctis, avvertendo che il Socio Brondi, avendo dovuto recarsi a Roma per ragioni d'ufficio, non potè partecipare ai lavori della Commissione, legge quanto segue:

" Con lettera del 24 marzo 1919 il segretario perpetuo dell'Accademia delle iscrizioni e belle lettere di Parigi ha comunicato al presidente dell'Accademia delle scienze di Torino il progetto d'una unione accademica interalleata per le ricerche d'archeologia, di filologia e .di storia.

" Questo progetto mira a iniziare accordi nel campo di tali discipline corrispondenti a quelli che nel campo delle scienze sperimentali furono presi nella conferenza scientifica interalleata di Londra dell'ottobre e in quella di Parigi del novembre 1918. Soltanto mentre le due conferenze citate nominarono un comitato esecutivo e presero alcune deliberazioni di massima intorno all'organizzazione scientifica interalleata, qui siamo invece ai primi inizî della procedura e vien chiesto soltanto di eleggere due delegati per rappresentare la nostra Accademia in un primo comitato provvisorio interalleato che dovrebbe riunirsi a Parigi nella seconda settimana di maggio, per mezzo del quale le classi interessate dei corpi accademici dell'Inghilterra, del Belgio, degli Stati Uniti d'America, della Francia e dell'Italia dovrebbero prendere accordi analoghi a quelli presi nelle riunioni di Londra e di Parigi sopra accennate.

" Gli estensori della proposta preliminare si dichiarano alieni da ogni spirito d'imperialismo scientifico e desiderosi d'iniziare per mezzo del comitato un'opera utile, logica, semplice, equa, atta a raccogliere i suffragi dei dotti di tutti i paesi alleati e associati e ulteriormente di quelli dei paesi neutrali.

" La Commissione nominata dalla Classe per l'esame della proposta si è presentata due quesiti:

" 1° La nostra Classe è essa competente a rispondere di propria autorità all'invito dell'Accademia delle iscrizioni e belle lettere?

" 2° L'invito è tale da essere accolto?

" Quanto al primo quesito, è chiaro che la Classe è competente nel giudizio di merito intorno a ogni organizzazione internazionale che si riferisca alle ricerche storiche, filologiche e archeologiche, precisamente come l'altra Classe ha dato di propria autorità un giudizio di merito intorno alle proposte delle due già dette conferenze interalleate sulla organizzazione scientifica. È anche chiaro però che quando dalla teoria si scenda alla pratica, cioè all'invio di delegati a una riunione internazionale ed eventualmente allo stanziamento di fondi per tale invio, conviene che le nostre proposte sieno presentate all'assemblea delle Classi unite e convalidate con la sua approvazione.

" Quanto al secondo quesito, la Commissione è d'avviso che la nostra Accademia non possa e non debba tirarsi addietro nell'opera di riordinamento del lavoro scientifico internazionale per rispetto alle scienze archeologiche, filologiche e storiche, tanto più che essa non è vincolata da alcun precedente impegno, non avendo fatto parte della associazione internazionale delle Accademie. L'invito d'altro canto è meritevole per sè stesso di ogni considerazione, partito da un'Accademia così antica ed autorevole come quella delle Iscrizioni e belle lettere. Sebbene si sarebbe forse potuto da alcuni desiderare che nella stessa iniziativa di quell'Accademia fosse stata meglio fin da ora superata la mentalità di guerra, sia invitando a partecipare al comitato provvisorio le Accademie dei paesi neutrali, sia fin da ora accennando ad ulteriori possibili allargamenti della unione che viene proposta, per la considerazione che la precedente riunione scientifica interalleata di ottobre, tenuta in tempo di guerra, doveva necessariamente porsi limiti e scopi

assai più ristretti di quel che non sia lecito ora: tuttavia l'eventuale desiderio delle unioni più larghe e compiute non deve farci astenere dal partecipare a quelle sia pure meno larghe e compiute che ora s'iniziano: tanto più in quanto la nostra stessa adesione potrebbe servire come propulsivo a un indirizzo più liberale, sia pure non in tutto attuabile oggi, il quale non escludesse nessun consesso di studiosi che lavorino seriamente al progresso delle discipline cui si riferisce la proposta.

" E però noi vi proponiamo: di aderire in massima alla proposta d'intesa interaccademica fatta dall'Accademia delle iscrizioni e belle lettere senza pregiudizio della possibilità di ulteriore ampliamento di essa; di nominare due delegati con ampio e libero mandato alla riunione che si terrà a Parigi nella seconda settimana di maggio, con la riserva, ben inteso, che qualsiasi deliberazione presa da quel comitato provvisorio non ci vincolerà se non dopo la nostra approvazione e ratifica; di chiedere infine alle Classi riunite che convalidino le nostre deliberazioni stanziando a favore della delegazione quella piccola somma che il consiglio d'amministrazione dell'Accademia crederà di proporre.

" Riguardo a quest'ultimo punto noi sappiamo che l'Accademia non ha mai indennizzato quei suoi soci che l'hanno rappresentata a feste o a commemorazioni o anche a congressi storici o scientifici. È un principio di saggia economia e nello stesso tempo d'austera dignità da cui non proporremmo certo di allontanarci. Qui però si tratta d'altra cosa. Qui ciò che proponiamo è l'invio di due soci scelti col criterio della speciale competenza e delle speciali attitudini non per partecipare a feste e neanche per fare od ascoltare comunicazioni scientifiche, ma per prendere parte a un lavoro d'organizzazione scientifica da cui i supremi interessi della scienza e della patria ci obbligano a non essere assenti. E però lo stanziamento d'una piccola somma all'uopo, nei limiti che il bilancio permette, più che consigliabile, ci pare doveroso.

" Ettore Stampini
" Gaetano De Sanctis, *relatore* ".

Aperta la discussione, il Direttore della Classe S. E. Boselli plaude ai concetti espressi nella relazione e si congratula par-

ticolarmente per l'accenno fatto ad ulteriori possibili allargamenti dell'intesa scientifica. Messa in votazione, la relazione è approvata alla unanimità. Si procede poscia alla votazione, mediante schede segrete, per la scelta dei due Soci che dovranno rappresentare l'Accademia alla riunione preparatoria a Parigi nella seconda settimana del mese di maggio p. v. Fatto lo scrutinio, risultano designati dalla Classe i Soci De Sanctis e Stampini.

Raccoltasi quindi la Classe in seduta privata, procede alla nomina della Commissione per il premio Gautieri di Storia (triennio 1916-1918), da conferirsi nel corrente anno, e riescono eletti i Soci Patetta, S. E. Boselli, De Sanctis e Baudi di Vesme.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSI UNITE

Adunanza del 27 Aprile 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci S. E. Boselli, Segre e Vidari.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza delle Classi unite del giorno 8 dicembre 1918.

Il Presidente dà facoltà di parlare al Socio D'Ovidio che propone di inviare a S. E. Orlando, Presidente del Consiglio dei Ministri, il seguente telegramma:

" La Reale Accademia delle Scienze di Torino esprime al " Presidente del Consiglio dei Ministri ed a tutto il Governo " d'Italia il suo vivissimo plauso per la loro nobile energica

" affermazione innanzi alla Conferenza di Parigi, in difesa dei
" supremi diritti nazionali fondati sulla storia e rivendicati col
" sangue degli eroici soldati italiani ".

La proposta del Socio D'Ovidio è approvata all'unanimità.

Si procede alla votazione per la nomina del Presidente e del Vicepresidente dell'Accademia, essendo terminato il triennio a compiere il quale erano stati eletti i Soci Naccari e Ruffini rispettivamente in sostituzione dei defunti Presidente Camerano e Vicepresidente Chironi. I votanti sono 23, essendo il Socio Pacchioni entrato nell'aula a votazione finita. Risultano eletti all'unanimità, salvo l'approvazione Sovrana, a Presidente il Socio Naccari e a Vicepresidente il Socio Ruffini.

Il Presidente Naccari e il Vicepresidente Ruffini rivolgono all'Accademia parole di vivo ringraziamento cui i Soci rispondono con unànimi applausi.

Il Presidente invita l'Accademico Tesoriere Einaudi a dar lettura del Rendiconto finanziario dell'esercizio 1918. All'unanimità sono approvati il Bilancio consuntivo del 1918, il Conto della gestione finanziaria dei fondi destinati ai Premi per l'esercizio 1918, e il Bilancio preventivo per il 1919. Ed il Presidente rivolge, a nome dell'Accademia, calde parole di encomio al benemerito Tesoriere per la sua accuratissima e limpidissima relazione.

A proposito delle spese di stampa il Socio Guidi propone che si facciano indagini dirette ad assodare se non sia possibile trovare fuori di Torino una tipografia che dia modo all'Accademia di ridurre alquanto le ingenti spese che la stampa degli *Atti* ora richiede. I Soci Stampini, Peano ed Einaudi rispondono al Socio Guidi, rilevando la quasi insuperabile difficoltà di trovare fuori di Torino una tipografia che sia adatta ai lavori dell'Accademia e che possa concedere facilitazioni di prezzi, mentre, d'altra parte, la lontananza della tipografia darebbe luogo a gravi inconvenienti e a non lievi spese di posta.

Ad ogni modo l'Accademico Tesoriere Einaudi s'impegna di eseguire le indagini desiderate dal Socio Guidi.

Il Presidente invita il Socio De Sanctis a leggere la relazione della Commissione, composta di lui e dei Soci Stampini e Brondi e nominata dalla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, circa il disegno d'intesa scientifica e di collaborazione internazionale delle Accademie per le ricerche d'archeologia, di filologia e di storia, comunicato alla nostra Accademia dalla Académie des Inscriptions et Belles Lettres e accompagnato dall'invito di nominare due delegati con ampio e libero mandato alla riunione che si terrà in Parigi nella seconda settimana di maggio.

Terminata la lettura della relazione, alle cui conclusioni si associa il Socio Brondi, che non aveva potuto essere presente all'adunanza della Commissione essendo stato lontano da Torino per pubblico ufficio, il Presidente avverte che, date le condizioni del Bilancio, non fu possibile al Consiglio d'Amministrazione stanziare per l'invio a Parigi d'una rappresentanza dell'Accademia se non la somma strettamente necessaria per la spesa dei biglietti di andata e di ritorno e per un solo delegato. Il Socio De Sanctis dichiara che accetta ugualmente il mandato di rappresentare l'Accademia, rinunciando all'indennizzo delle spese di viaggio. Se non che, in seguito ad osservazioni dell'Accademico Tesoriere Einaudi, si conviene che rimanga stanziata quella somma, e che il Tesoriere presenti nella prossima adunanza delle Classi unite un particolareggiato ordine del giorno diretto ad ottenere che sia aumentata la dotazione dell'Accademia già ridotta da quella primitiva entità che per se stessa sarebbe impari alle necessità presenti.

Avendo il Socio Stampini rinunciato al mandato, a lui pure commesso, di rappresentare l'Accademia alla riunione di Parigi, il Presidente invita la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche a votare per la scelta di un altro suo delegato. Votano

i 10 Soci presenti, e risulta designato il Socio Brondi. Il Socio Brondi accetta e ringrazia.

Nel desiderio che tutta l'Accademia sia anche informata di quanto fu deliberato dalla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali circa lo *Studio delle Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica*, il Presidente invita il Socio Majorana a leggere la Relazione della Commissione espressamente nominata dalla Classe a tale scopo. L'Accademia esprime il suo gradimento per l'importante Relazione.

Gli Accademici Segretari

Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Aprile 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Senatore D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Segre e Ponzio.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente dà notizie delle condoglianze pervenute all'Accademia per la morte del Socio Fusari; comunica che il Senatore Foà ha accettato l'incarico di commemorare il compianto Collega e lo ringrazia anche a nome della Classe.

Il Socio Mattirolo ricorda l'altra dolorosa perdita fatta dall'Accademia colla morte del Socio corrispondente Prof. Saverio Belli, ed accennando ai meriti dell'amico e collega esprime il desiderio di commemorarlo brevemente in una prossima adunanza. Il Presidente osserva che il Socio Mattirolo ha certamente prevenuto l'espressione del desiderio della Classe e lo ringrazia di quanto vorrà dire in onore della memoria del valente Botanico.

Raccoltasi in seguito la Classe in seduta privata procede alla votazione per la nomina di due Soci rappresentanti della Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia. Riescono riconfermati i Soci Jadanza e Salvadori.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSI UNITE

Adunanza del 4 Maggio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Salvadori, Segre, Jadanza, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

Assistono all'adunanza i Soci corrispondenti della Classe di Scienze fisiche Daniele Rosa, G. B. De Toni e Luigi Palazzo.

Il Presidente, data lettura d'un telegramma della vedova, della figlia e del genero del compianto Socio Presidente Senatore Lorenzo Camerano, che non possono essere presenti alla commemorazione del loro caro scomparso, invita il Socio corrispondente Daniele Rosa a leggere il suo discorso commemorativo dell'opera scientifica dell'insigne zoologo. Il discorso del Socio Rosa è vivamente applaudito, ed il Presidente lo ringrazia a nome dell'Accademia per la lucida, esauriente, efficace commemorazione.

Uscito il pubblico, si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza delle Classi unite del 27 aprile 1919.

È all'ordine del giorno una proposta dell'Accademico Tesoriere per aumento della dotazione governativa dell'Accademia. Perciò il Presidente dà facoltà di parlare all'Accademico Tesoriere Einaudi.

A nome del Consiglio di Amministrazione, l'Accademico Tesoriere espone quanto segue:

" La Reale Accademia delle Scienze di Torino fin dalla sua fondazione con R. Viglietto del 5 agosto 1783 ottenne l'assegno dell'annua dotazione di lire piemontesi 12.000, equivalenti a lire italiane 14.400 nette da tributo. L'assegno fu confermato nella medesima cifra di lire 14.400 col R. Brevetto del 21 agosto 1815. Aumentata in seguito a lire 18.700 la dotazione, la quale tuttora figura nel bilancio del Ministero della Pubblica Istruzione per tal cifra, ebbe a subire nel 1894 la generale falcidia del 10 % che la ridusse a 16.830, scemata ulteriormente, a partire dal 1916, sulla base di percentuali variabili, per modo che l'assegno per il 1919 resta fissato in lire 15.764,62. Ma trattasi di cifra lorda, la quale, depurata dall'imposta di ricchezza mobile e dai centesimi di guerra, residuasi nell'incasso netto per l'Accademia di L. 14.341,44 all'anno. Nè l'Accademia può fare assegnamento su sussidi straordinari di Stato e di Enti minori; uno solo di 1000 lire avendo ottenuto nel 1917 quand'era ministro della Pubblica Istruzione il sen. Francesco Ruffini.

" Dopo 136 anni dalla sua fondazione, l'Accademia delle Scienze è ridotta dunque a ricevere dall'erario un assegno *nominalmente* di poco inferiore a quello di cui essa fin dai suoi cominciamenti era stata dotata. La quasi uguaglianza nominale significa però, come è ben noto, una gravissima falcidia sostanziale. Le 14.400 lire dell'anno 1783 equivarrebbero oggi, quanto a potenza d'acquisto di beni e di servigi ed anche astrazion fatta da quella parte degli aumenti di prezzo derivanti dalla guerra la quale può reputarsi eccezionale, ad almeno 50.000 lire; sicchè si può affermare che in verità la dotazione governativa si è *sostanzialmente* ridotta ad un terzo di quella iniziale.

" Fino a qualche tempo addietro l'Accademia ha potuto far fronte all'incremento continuo delle sue spese grazie all'uti-

lizzazione economica del palazzo accademico ed ai frutti dei risparmi compiuti nel primo secolo di sua esistenza, quando ben minori di quelle attuali erano le spese di carta e stampa. Ma a mano a mano che queste crebbero, essa dovette cominciare ad impegnare completamente il suo bilancio; e poi via via a ridurre il decoro delle sue pubblicazioni ed il numero delle pagine consentite per la inserzione di Note a soci ed estranei. Finalmente, fu sospesa la pubblicazione dei volumi di *Memorie*, ossia degli studi più importanti e più originali compiuti od incoraggiati da essa. Oggi gli aumenti diuturni dei prezzi della carta e della lavorazione minacciano altresì di limitare troppo il numero delle pagine che ogni anno si potranno pubblicare degli *Atti*, che sono la testimonianza ancora viva della nostra attività scientifica.

" Qui non si insiste sugli avvedimenti a cui l'Amministrazione dell'Accademia dovette ricorrere per provvedere alle ristrettezze del bilancio, come la sospensione quasi assoluta dell'acquisto di libri e la limitazione a poche camere del riscaldamento dei locali accademici, esclusi affatto i saloni principali. Ma non si può tacere che l'Accademia nostra, chiamata or fa un mese dall'*Académie des inscriptions et belles lettres* dell'Istituto di Francia a partecipare con due suoi delegati ufficiali a riunioni solenni per la riorganizzazione del lavoro scientifico interalleato, a mala pena potè impostare in bilancio per uno solo di essi il rimborso del puro costo del viaggio per ferrovia, senza alcun assegno di diaria; e tale appostazione fece soltanto mossa dalla ferma fiducia che il Governo avrebbe preso in considerazione attenta le cose che qui si espongono ".

Per queste ragioni, l'Accademico Tesoriere propone che l'Accademia voglia approvare il seguente ordine del giorno:

" La Reale Accademia delle Scienze di Torino, nella sua adunanza a Classi unite del 4 maggio 1919, udita la esposizione dell'Accademico Tesoriere,

" — considerata la somma e crescente importanza della pubblicazione dei volumi delle *Memorie* e degli *Atti*, divenuti, in tanto moltiplicarsi di pubblicazioni d'occasione od aventi relazione con problemi applicati, mezzo per talune discipline quasi esclusivo

e desideratissimo di portare a conoscenza del mondo scientifico i risultati degli studi di carattere più severamente teorico compiuti non soltanto nella regione piemontese;

" — considerato che, nonostante siasi tenuta ferma, con sacrifici su tutti gli altri capitoli di spese, la somma destinata alla stampa, l'incremento straordinario del costo della carta e delle tariffe di lavorazione, che non è destinato a cessare, ha costretto il Consiglio di Amministrazione a decretare la sospensione della stampa delle *Memorie* e ad imporre vincoli rigidissimi all'accettazione di Note per gli *Atti*;

" — considerata l'urgenza di riprendere, sia pure in misura ridotta, l'attività scientifica sua, riaffermantesi essenzialmente nella possibilità fornita agli studiosi, soci ed estranei, di portare a notizia degli scienziati singoli e delle altre Accademie ed Istituti, con cui essa tiene commercio intellettuale, i risultati delle proprie indagini e scoperte;

" — considerata la necessità di non rimanere, il che sarebbe persino contrario al decoro della patria, estranea ai convegni internazionali destinati a riorganizzare il lavoro scientifico nel dopo guerra;

" — presa nota che l'attuale assegno netto residuasi a cifra monetaria inferiore a quella stessa che la munificenza del Sovrano fondatore aveale assegnato nel 1783 ed è in sostanza incapace di fronteggiare un terzo soltanto di quelle spese di stampa a cui largamente si provvedeva con la dotazione originaria;

" fa caldissimi voti affinchè il Governo voglia non soltanto ripristinare la cifra della dotazione in quella *normale* di bilancio di lire 18.700, ma aumentarla in guisa da renderla meno disuguale, in valore intrinseco, da quella originaria e più consona agli scopi scientifici, sempre vivi ed importantissimi, a cui è ufficio dell'Accademia di attendere costantemente „.

Il Presidente pone in votazione quest'ordine del giorno, il quale risulta approvato all'unanimità.

LETTURE

L'opera scientifica di Lorenzo Camerano

Nota del Socio corrisp. DANIELE ROSA

Nella sua adunanza del 24 giugno 1877, questa R. Accademia approvava per la stampa nei suoi *Atti* (vol. XII) una breve comunicazione sopra " Il polimorfismo della femmina dell'*Hydrophylus piceus* ". Era il primo lavoro di uno studente in Scienze naturali della nostra Università, il signor Lorenzo Camerano.

Il 21 maggio 1917 usciva nel " Bollettino dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università di Torino " (N. 723) la seconda parte delle " Ricerche intorno alle sottospecie della *Capra sibirica* Mayer " dello stesso Camerano, oramai Presidente di questa R. Accademia e Senatore del Regno.

Fu questa l'ultima sua pubblicazione; sei mesi dopo egli ci lasciava.

Una prima idea di quanto il Camerano abbia dato alla scienza in quei quarant'anni già la possiamo avere dal qui unito elenco delle sue pubblicazioni, compilato con diligenza ed amore da Vincenzo Armando.

Chi dia uno sguardo d'insieme a quest'elenco è subito colpito dal grande numero dei lavori, e la sua meraviglia cresce quando, esaminando più dappresso, egli si accorge dell'estensione di parecchi di essi, tantochè a un certo momento quasi gli si affaccia il dubbio che alla mole dell'opera non abbia potuto essere adeguato il valore intrinseco di essa.

Ma chi conosce il contenuto di queste pubblicazioni sa che il dubbio è vano. Della mole dell'opera non mi meraviglio io che per tanti anni ho avuto il mio tavolo di studio a due passi

da quello del CAMERANO, continuamente ammirando nel mio vicino una tenacia nel lavoro che nemmeno tentavo di emulare.

Colpisce anche nella produzione scientifica del CAMERANO la grande varietà degli argomenti trattati; subito si scorge come egli non fosse uno specialista, ma bensì uno zoologo nel miglior senso della parola. I suoi studii riguardano sopratutto, fra i vertebrati, i mammiferi, i rettili, gli anfibi; fra gli invertebrati, gli insetti ed i gordiacei; ma non mancano lavori il cui materiale gli fu offerto da svariati altri gruppi.

E come sono varii i gruppi studiati, varia pure è l'indole degli studi compiti su di essi. Troviamo lavori di sistematica e lavori di anatomia grossa e minuta, di embriologia e di fisiologia, di biogeografia e di etologia, e presso a lavori che rappresentano diretti contributi alla soluzione di alti problemi biologici, altri ne troviamo che interessano semplicemente l'entomologia agraria, e, in generale, la zoologia applicata. Nè sono da dimenticare le ricerche sulla storia della zoologia italiana, le opere didattiche e gli scritti d'indole popolare.

Certo tutta questa varietà dapprima ci sorprende; vedremo tuttavia come sotto ad essa si nasconda un'unità fondamentale molto notevole.

Ma, prima di esaminare più dappresso questi lavori, sarà conveniente che io dia qualche cenno biografico sul loro autore. Mi restringerò quasi esclusivamente a quanto riguarda la sua vita scientifica.

Lorenzo CAMERANO era nato nel 1856 (9 aprile) a Biella; sua madre, Angiolina Bagnasacco, era biellese, ma il padre (Angelo), come già dice il nome stesso di Camerano, era oriundo del Monferrato. I successivi trasferimenti del padre (che era funzionario di Prefettura) a sedi sempre maggiori fecero sì che il figlio ricevesse gli insegnamenti primarii e medii a Brescia, a Bologna ed infine a Torino. Qui, nel R. Liceo Gioberti, gli toccò la fortuna di avere a professore di Storia naturale il paleontologo Luigi Bellardi, i cui insegnamenti dovettero certo avere su di lui quello stesso benefico influsso che ebbero su di me (nel R. Liceo Cavour) gli insegnamenti di Tommaso Salvadori.

Il CAMERANO era ancora studente liceale quando Michele Lessona gli aprì le porte del R. Museo Zoologico. Come ciò av-

venisse ci narra egli stesso in una pagina che merita di essere qui riportata (*).

" Sono oramai trascorsi più di vent'anni dal giorno in cui io vidi per la prima volta Michele Lessona. Io frequentavo allora il terzo corso del Liceo Gioberti di Torino e nello stesso tempo ero inscritto alla scuola di pittura di Antonio Fontanesi alla Accademia Albertina. Lo studio del disegno e della pittura occupava tutto il tempo che la scuola del Liceo mi lasciava libero; ma già fin d'allora era fermo in me il proponimento di dedicarmi allo studio delle Scienze naturali.

" Un giorno, ricordo la data precisa, fu il 14 febbraio 1874, Camillo e Mario figli del Lessona e miei compagni di scuola mi domandarono se avrei voluto fare qualche disegno di animali di cui il padre loro aveva bisogno per le dimostrazioni in iscuola. Risposi accettando e, finita la lezione, mi condussero al Museo di Zoologia, che in quel tempo si trovava nel palazzo dell'Accademia delle Scienze. Una piccola scala buia ed incomoda conduceva allo studio del Direttore.

" Michele Lessona mi accolse come sapeva accogliere i giovani e l'impressione che egli produsse in me fu profonda. In quel giorno stesso cominciai a disegnare dei giganteschi Cefalopodi per la scuola; da quel giorno io non abbandonai più il Lessona e la partenza di Antonio Fontanesi pel Giappone, avvenuta poco tempo dopo, fece sì che io lasciassi intieramente la pittura per dare tutto il mio tempo allo studio delle Scienze naturali „.

Allato del Lessona il Camerano trovò al Museo Zoologico Tommaso Salvadori e Vittore Ghiliani, e l'amore all'Entomologia lo legò più specialmente a quest'ultimo, alla cui memoria egli dedicò poi " con affetto di discepolo riconoscente „ il suo volume " Gli Insetti „. In tutta l'opera scientifica del Camerano si sente l'indirizzo di questi suoi due maestri, di Michele Lessona, geniale propugnatore delle teorie evoluzionistiche, in un tempo in cui su di esse ferveva ancora appassionatissima la lotta, e di Vittore Ghiliani, valentissimo cultore della sistematica, ma di quella sistematica più ampia la quale non disgiunge lo studio

(*) " Boll. Mus. Zool. Anat. comp. Torino „, vol. IX (1894), N. 188, p. 2.

delle specie da quello del loro modo di vita e, in generale, dei loro rapporti coll'ambiente.

Ecco dunque il nostro CAMERANO in quel Museo (trasportato poco dopo nei nuovi locali del Palazzo Carignano), in cui si doveva svolgere poi tutta la sua carriera scientifica. L'anno stesso della sua laurea (1878) egli vi ebbe la nomina ad Assistente in sostituzione del Ghiliani morto nel frattempo e si installò nello studio di questo suo maestro; a dir vero, non era che una ben modesta cameretta, ma il CAMERANO se ne accontentò per tutta la vita.

Egli era appena laureato da tre o quattro mesi e naturalmente non ancora provvisto di libera docenza o di altro titolo simile, che già teneva all'Università un corso intorno agli insetti, corso che, come egli stesso ci dice, egli ebbe " la soddisfazione di veder frequentato non solo da studenti, ma eziandio da una parte di pubblico non appartenente alla categoria degli studenti ", il che lo incoraggiò a tenere nell'anno successivo un altro corso, che fu pure molto apprezzato, sull'anatomia degli insetti.

Ottenuto poi (nel 1880) il titolo di Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze, potè svolgere corsi i quali avessero i cosidetti " effetti legali ", e subito ne iniziò uno sull'Embriologia comparata; questo corso fu frequentatissimo ed egli continuò a tenerlo per più anni, precisamente sino al 1894.

Dopo undici anni di assistentato (durante i quali egli insegnò pure Storia naturale nel R. Liceo Massimo d'Azeglio) il CAMERANO ebbe, in seguito a concorso, la cattedra di Zoologia e di Anatomia e Fisiologia comparate nella R. Università di Cagliari, ma non la tenne che per un paio di mesi perchè subito fu richiamato a Torino ad occuparvi la cattedra di Anatomia e Fisiologia comparate, che fin allora era stata tenuta per incarico dal prof. Michele Lessona; venuto poi questi a morte nel 1896, al CAMERANO venne affidata per incarico anche la cattedra di Zoologia.

Poco avventurosa dunque la carriera. Molto più interessante l'uomo.

Chi ha conosciuto il Prof. CAMERANO solo nel suo ultimo ventennio di vita con quella sua gioconda serenità che quasi non lasciava supporre che egli fosse uomo così energico ed ope-

roso, difficilmente si sarebbe raffigurato il Camerano giovane. Magro, giallognolo, mal sofferente delle convenzioni nei modi e nel vestire, egli si segnalava per una combattività che qualche momento non rendeva tanto comoda la sua vicinanza; ma tuttavia egli attraeva a sè pel suo carattere aperto e leale, per la sua intelligenza, per la sua varia coltura e sopratutto per quella sua operosità che faceva di lui come un vortice che rapiva nel suo turbinìo quanti gli stavano attorno.

Sopratutto in quei primi anni la sua produzione scientifica fu straordinaria, fors'anche un poco irrequieta ed eccessiva, il che non toglie che appunto da quei tempi datino alcuni dei suoi lavori più originali, lavori tuttavia cui un po' più di calma avrebbe permesso di dare maggiore finitezza ed armonia.

Carattere comune a parecchi dei lavori scritti dal Camerano in quel suo primo periodo fu di essere in buona parte veramente prodotti del *field-work*, dello studio degli animali nella libera natura. Fruttifero campo di ricerche, sopratutto entomologiche, gli furono dapprima i dintorni stessi di Torino: il Musiné, la Collina, i boschi del Sangone, e sopratutto quella stessa regione Vanchiglia (ora scomparsa) di cui tante volte aveva prima ritratti gli alberi e i cascinali sotto la guida di Antonio Fontanesi.

Nuovo campo gli offrirono poi quelle Alpi che egli ha tanto amato. Sopratutto gli alti laghetti del Biellese e dell'Ossola per molti anni (fra l' -83 ed il -93) gli rivelarono cose interessantissime circa la neotenia ed il polimorfismo degli anfibi, ma tutto il mondo alpino a lui che sapeva vedere fu largo di ammaestramenti su questioni biologiche generali, sopratutto su quella della multiforme varietà della specie in rapporto coll'ambiente.

Anche il mare lo attrasse, ma per breve tempo. Nel 1888, essendo tuttora assistente, egli, con due suoi colleghi parimente assistenti al Museo, aveva fondato nel tranquillo seno di Rapallo un Laboratorio privato di zoologia marina, che per più anni rese ottimi servizi. Egli stesso non lo potè frequentare che poco; tuttavia vi condusse le sue ricerche sperimentali sulla forza muscolare assoluta dei crostacei decapodi e vi fece alcune interessanti osservazioni, fra cui quelle che gli permisero di stabilire in che cosa consistesse il dimorfismo sessuale dei comuni ricci

di mare, nei quali i pescatori sapevano a occhio distinguere il maschio dalla femmina, mentre agli zoologi non era mai riuscito di rendersi conto di tale distinzione.

Più tardi le cresciute occupazioni fecero sì che i lavori del Camerano fossero tutti di quelli che si potevano eseguire interamente fra le pareti del Museo, ed anche la varietà degli argomenti trattati, che prima era stata grandissima, divenne minore, sebbene anche in questo secondo periodo egli coi suoi lavori sulla sistematica (ed anche sulla craniologia) dei mammiferi e colle sue osservazioni somatometriche abbia ancora di molto allargato il campo delle sue ricerche.

Questo secondo periodo si può press'a poco far incominciare dal 1894, da quando cioè all'insegnamento dell'Anatomia comparata, da lui avuto quattro anni prima, si venne ad aggiungere quello della Zoologia colla direzione del relativo Museo.

Quale sia stata questa sua opera di Direttore del Museo non ha bisogno di essere qui rilevato. È ben riconosciuto che ad essa si deve in grandissima parte se il Museo Zoologico di Torino ha potuto, con ben scarsi mezzi, ottenere una così onorevole posizione fra i grandi musei zoologici di Europa.

Anche l'opera dell'insegnante fu diligentissima. Le sue lezioni erano chiare ed ordinate e, come si può vedere dalle successive edizioni de' suoi Sunti, fino all'ultimo egli ebbe cura che esse tenessero sempre conto dei progressi della scienza, che fossero interamente *up to date*.

Come Direttore di laboratorio la sua opera era alquanto differente dalla consueta. Egli non dava speciali indirizzi, nè era partigiano dell'incubazione artificiale delle nullità. Dava le istruzioni necessarie, forniva i mezzi, ma poi lasciava a tutti una libertà grandissima. Essenzialmente il suo secreto era questo: scegliere con occhio sicuro le persone di cui si circondava, dare a tutti un magnifico esempio di lavoro e poi fare del suo laboratorio un ambiente simpatico.

E tale esso era veramente. I locali certo erano divenuti già al mio tempo non poco affumicati e molto ristretti, davvero vi si stava un po' troppo pigiati, ma là non accadeva che un lavoratore diffidasse del vicino e nascondesse nel suo cassetto i proprii appunti; l'uno seguiva con simpatia i lavori dell'altro, si discutevano insieme metodi e risultati e tutti ci si sentiva

come in famiglia. E a dare tale sentimento grandemente contribuiva la persona del Direttore, che non si rinchiudeva in appartamenti riservati, ma lavorava esso stesso in vista di tutti e spesso veniva ad intrattenersi con noi con quella sua semplicità non disgiunta da arguzia, che rendeva così desiderata la sua compagnia.

Ma questa tranquilla vita di scienziato non fu tutta la vita pubblica del nostro Camerano e lo si comprende. L'insegnamento, le cure del Museo e del Laboratorio, la ricerca scientifica, tutto ciò insieme, non valeva ancora a saziare interamente il suo intenso bisogno di azione; altre fatiche egli doveva a quelle non sostituire, ma aggiungere.

Egli dunque non si sottrasse alle molteplici cariche, onorifiche ma pur spesso gravose, che per la sua attività, per la sua intelligenza, per il suo straordinario senso pratico gli si vollero affidate. Così egli fu Presidente del Circolo Filologico di Torino, Presidente del Club Alpino Italiano, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Rettore del nostro Ateneo, Presidente di questa R. Accademia e Senatore del Regno. E queste cariche, e più altre che io qui trascuro, egli accolse col sentimento di potervi fare opera buona. Nè s'ingannava: per tutti questi uffici noi possiamo dire di lui quelle semplici parole: *Parem sese praebuit.*

E una vita così utile fu troncata, a soli sessantun anni, da un morbo di cui nessuno in quel corpo robustissimo avrebbe sospettato la latenza. Verso la metà di luglio del 1917, solo sentendosi un poco stanco, egli era andato colla famiglia a cercar riposo sulla ridente spiaggia di Antignano; presto il male si dichiarò e subito i medici giudicarono disperato il caso. Ritornato a Torino, sembrò riaversi, tantochè avendolo io visitato al fine di settembre, tratto in inganno dal suo aspetto e dalla sua serenità, mi partii da Torino portando con me la ferma fiducia che egli fosse ancora per trionfare del male... Ed egli mi aveva parlato per l'ultima volta! Il 22 novembre egli era morto.

Lo avevano circondato di ammirevoli cure la sua eletta consorte Luigia (figlia di Michele Lessona) e la sua amatissima figliuola Angiolina; ma a lui che tanto aveva pure amato l'Italia è mancato il conforto di vederla, come l'hanno veduta i nostri occhi, emergere vincitrice dalla durissima lotta colla quale essa doveva insegnare al mondo quale posto le spettasse fra le genti.

***

Passerò ora in rapida rivista le principali pubblicazioni zoologiche del Camerano, riservandomi di dare in ultimo uno sguardo complessivo a questa sua opera e di rilevarne il significato.

Il Camerano iniziò la sua vita scientifica con osservazioni sugli insetti, al cui studio era stato iniziato dal Ghiliani, e sui rettili ed anfibi, dei quali allora il Lessona si stava occupando, ed a tali osservazioni egli attese per parecchi anni, pur intercalandovi qua e là qualche lavoro su altro argomento; ma quegli studi d'argomento entomologico od erpetologico gli diedero modo di portare interessanti contributi anche ad elevate questioni già allora molto dibattute, specialmente a quelle relative alla scelta sessuale ed al polimorfismo.

Fra i lavori entomologici attraggono dapprima la nostra attenzione i due bei volumi " Gli Insetti „ ed " Anatomia degli insetti „, che, sebbene usciti rispettivamente nel 1879 e 1882, hanno costituito fin quasi a ieri l'unica introduzione scientifica allo studio dell'Entomologia che si avesse da noi.

Vengono poi parecchi scritti, più specialmente faunistici e sistematici, riguardanti in massima parte i coleotteri (particolarmente notevoli quelli sui generi *Chlaenius* e *Geniates*), che presto procurarono all'A. bella fama fra gli entomologi italiani. A lavori di tal genere egli ritornò occasionalmente più tardi (1894) col suo lavoro sui *Geniates* raccolti dal Dr. Borelli nel Sud-America, e ancora una volta nel 1910, quando volle egli stesso riferire sui coleotteri riportati dalla Spedizione di S. A. R. il Duca degli Abruzzi all'Uganda ed al Ruvenzori.

Vuole anche essere ricordata qui una serie di lavori di Entomologia agraria, pubblicati quasi tutti negli " Annali della R. Accademia di Agricoltura di Torino „ (sopratutto fra il 1878 ed il 1885). Essi riguardano insetti nocivi di diversi ordini, e per le molte osservazioni originali d'indole etologica (o biologica che dir si voglia) riescono interessanti non solo dal punto di vista pratico ma anche da quello teorico.

A questi scritti di Entomologia agraria possiamo rannodare, come aventi anche interesse pratico, la Nota sull'azione

del freddo sugli insetti, quella sulla variazione della fauna entomologica dei dintorni di Torino, e quella, più teorica, sopra " l'equilibrio dei viventi mediante la reciproca distruzione ", nei quali scritti (come in altri minori) egli, per ciò che riguarda la questione degli insetti (ed anche degli uccelli), in rapporto coll'agricoltura, si mostrò subito fautore di concetti che ancora oggi ci appaiono modernissimi.

Anche alla morfologia (sopratutto esterna) degli insetti egli portò alcuni interessanti contributi, fra cui quello sui peli-ventose de' tarsi dei coleotteri, argomento allora nuovo, che venne poi più ampiamente sfruttato da autori posteriori.

Qui ommetto parecchie Note minori e vengo senz'altro a quei lavori del Camerano cui gli insetti fornirono il materiale, ma che trattano questioni le quali di molto esorbitano dal semplice studio dell'Entomologia. Questi lavori sono giovanili. Essi consistono in tre Note, pubblicate fra il 1877 ed il 1880, e nel bel volume (pubblicato nel 1880) intitolato " La scelta sessuale ed i caratteri sessuali secondarii dei Coleotteri " (128 pagine e 12 tavole di figure originali).

Questo lavoro (che costituiva la sua tesi per l'Aggregazione) è basato in parte sull'esame di una ricca serie di insetti di collezione, ma in parte anche su osservazioni fatte in natura, e contiene una quantità di dati nuovi ed interessanti e di conclusioni parziali molto degne di nota. Da queste sue ricerche il Camerano fu condotto, almeno per ciò che riguarda i coleotteri, ad abbandonare le vedute darwiniane allora così largamente accettate, secondo le quali le differenze secondarie fra i due sessi sono sopratutto spiegate mediante una selezione delle forme più attraenti o più adatte dei maschi, che avrebbe dovuto essere operata direttamente dalle femmine, oppure che risulterebbe dalla lotta fra i maschi stessi. Secondo il Camerano bisogna dapprima distinguere, fra le differenze sessuali secondarie, quelle che possono dipendere da quella selezione delle variazioni fluttuanti sulla quale poggia tutto quanto il Darwinismo e quelle che sono un diretto portato della diversità di sesso, che dipendono, potremmo dire, dallo speciale metabolismo dell'uno o dell'altro sesso. Nella produzione di queste ultime non interferisce alcuna selezione; quanto alla selezione che interferisce invece colla produzione delle prime essa non sarebbe una selezione ses-

suale nel senso di Darwin, ma piuttosto una forma speciale di selezione naturale per cui si conservano e, accumulandosi da una generazione all'altra, si accrescono le strutture sessuali secondarie che riescono più adatte ai loro uffici.

In questo lavoro ci sono pure interessanti discussioni sul dimorfismo e polimorfismo di uno dei sessi, del quale fenomeno ci è notissimo esempio quello dato dalle due forme di maschi nei ditiscidi, esempio cui il Camerano stesso già nella prima delle sue pubblicazioni un altro ne aveva aggiunto, che era passato inosservato benchè esso ci sia offerto dalle femmine del comune *Hydrophilus piceus*.

Il volume qui esaminato riguarda essenzialmente i coleotteri, ma esso ha certamente contribuito, almeno in Italia, a scalzare tutta quanta la teoria darwiniana della selezione sessuale.

A guisa di Appendice possono anche essere ricordati qui alcuni scritti d'indole generale pubblicati dal Camerano nello stesso periodo di tempo che quelli dianzi esaminati. Essi sono costituiti dalla Nota (del 1883) intitolata " Ricerche intorno alle aberrazioni di forma negli animali ed al loro diventare caratteri specifici „ (in cui l'A. anticipa ed appoggia con osservazioni proprie le stesse idee che furono sostenute poi, undici anni dopo, in un ben noto volume, dal Bateson), e poi dalla Memoria (del 1884) intitolata " Ricerche intorno alla distribuzione dei colori nel regno animale „.

Si tratta per quest'ultima d'un lavoro affatto giovanile, poichè essa è, un po' ridotta, la stessa Memoria che, col titolo " I colori degli animali „, già nel 1880 era stata approvata per la stampa dalla R. Accademia dei Lincei, dalla quale poi non venne pubblicata, certo pel costo delle 12 magnifiche tavole a colori che allora la accompagnavano. Ricordo che il Camerano, spintovi anche dal suo squisito senso di colorista, vi aveva lavorato con grande passione. A mio parere questo lavoro merita di essere studiato anche oggidì, tanto per i numerosi dati di fatto che vi sono raccolti, quanto per le generalizzazioni che, anche se in parte premature, sono pur sempre suggestive. A tale argomento, sopratutto per ciò che riguarda i colori degli animali artici ed alpini, si riferisce pure un'interessante polemica sostenuta allora dal Camerano sul " Nature „ (1884).

Contemporaneamente ai lavori sugli insetti il Camerano aveva, come s'è detto, iniziato una serie di lavori sui rettili ed anfibi, ed anche in questa troviamo lavori che interessano sopratutto gli specialisti ed altri che hanno una molto più ampia portata.

I rettili e gli anfibi attrassero il Camerano molto più a lungo che non gli insetti, poichè di questi ultimi egli cessò di occuparsi (salvo a ritornarvi con qualche scritto occasionale) già nel 1885, mentre dei primi, sopratutto degli anfibi, egli seguitò ad occuparsi sino al 1896; vi ritornò anzi, con tre lavori, fra il 1900 ed il 1904. Ma di questi ultimi dirò più tardi, perchè essi rientrano più propriamente nel gruppo speciale dei lavori sopra la somatometria. Non è da meravigliare che questa bella serie di ricerche abbia dato al Camerano un posto segnalato fra gli erpetologi; è sopratutto per essa che egli ebbe l'onore di essere iscritto fra i pochissimi *foreign members* della Società Zoologica di Londra.

I lavori d'indole strettamente erpetologica sono parecchi e riguardano forme nostrane ed esotiche; nuove specie vi sono descritte e taluni di essi sono specialmente dedicati allo studio della distribuzione geografica dei rettili ed anfibi della regione paleartica.

Sopratutto ci colpisce qui la serie di Monografie (pubblicate nelle Memorie di questa R. Accademia fra il 1883 ed il 1891) che col loro complesso costituiscono una completa Erpetologia italiana di 420 pagine con 10 tavole di figure originali. È un'opera fondamentale, basata sulla conoscenza diretta di tutte le specie, delle quali l'A. ebbe cura di esaminare minutamente un grandissimo numero di esemplari delle più svariate località, in modo da potersi rendere conto di tutta l'ampiezza di variazione che esse possono presentare.

Venendo poi a quei lavori erpetologici che si sollevano al disopra della stretta sistematica, devo dapprima ricordare un gruppo di Note (risalenti ai primi tempi dell'attività scientifica del Camerano) le quali riguardano i caratteri sessuali secondarii di taluni rettili e di diversi anfibi, tanto anuri che urodeli, e che trattano anche dei rapporti fra tali caratteri e la scelta sessuale; esse sono sopratutto interessanti per le molte notizie biologiche che contengono, frutto di molte osservazioni fatte in natura negli stessi dintorni di Torino.

Tuttavia è di gran lunga più importante la serie di ricerche sullo sviluppo e sulle metamorfosi degli anfibi in relazione coll'ambiente e sopratutto coll'ambiente alpino.

Questa serie incomincia nel 1883 colle " Ricerche sulla vita branchiale degli Anfibi ", inserite nelle Memorie di quest'Accademia, e si prosegue con parecchie comunicazioni minori pubblicate fra quell'anno ed il 1893 negli " Atti " dell'Accademia stessa e nel " Bollettino dei Musei di Zoologia, ecc., di Torino ".

È un vero peccato che i risultati di questi lavori non siano stati riuniti a formare un tutto organico da cui risultasse meglio il valore del contributo che essi hanno portato alla conoscenza dei fenomeni, pur già molto studiati da altri autori, che ne formano l'oggetto. Per me questi lavori, fatti di ricerche anatomiche e di osservazioni biologiche ripetute per più anni, sopratutto sui laghetti d'alta montagna, sono molto notevoli, anche per talune idee generali che vi sono esposte.

Sarebbe troppo lungo esaminare partitamente il contenuto di questi lavori; mi limiterò a dire che i fenomeni che in essi vengono più specialmente studiati sono anzitutto l'azione che esercita sull'organismo dell'anfibio l'eventuale prolungarsi della vita larvale dovuto allo svernamento dei girini che non han potuto, pel sopravvenire del freddo, compiere tutto il loro sviluppo, poi il fenomeno della neotenia, cioè del conservarsi nell'adulto di talune strutture larvali (qui sopratutto le branchie), e la parte che nella determinazione di questo fenomeno spetta all'azione diretta dell'ambiente, oppure alla selezione naturale delle variazioni fluttuanti od anche ad un'intima tendenza al dimorfismo, poi ancora le cause dell'albinismo dei girini ed infine l'azione che nel modificare i caratteri e la velocità di sviluppo dei girini è esercitata dalle condizioni ambientali, nutrimento, calore, luce, ecc.; sopratutto interessante l'azione dell'acqua corrente, alla quale il girino reagisce in modo adatto con un maggior sviluppo degli organi locomotori, cioè della coda e della membrana caudale.

Come già dissi, sono anche notevoli in questo gruppo di scritti talune idee generali. Il Camerano fu tra i primissimi a sostenere che gli anfibi perennibranchiati (*Proteus*, ecc.) non sono affatto forme primitive ma devono già derivare da forme schiettamente terragnole, ed è stato certo il primo a notare

che la neotenia è un fenomeno molto più diffuso che non si credesse allora, che, per es., si devono interpretare come neoteniche le femmine larviformi di certi insetti e che in generale si possono considerare come neoteniche le femmine rispetto ai maschi.

Infine è ancora qui il luogo di ricordare due altri lavori del Camerano sugli anfibi, cioè le " Ricerche „ e le " Nuove ricerche „ anatomo-fisiologiche sui salamandridi normalmente apneumoni (pubblicate rispettivamente nel 1894 e nel 1896), colle quali egli estese a taluni salamandridi italiani (*Spelerpes fuscus* e *Salamandrina perspicillata*) una strana scoperta fatta poco prima dal Wilder su forme americane, che cioè quei salamandridi, pur essendo terragnoli, mentre mancano naturalmente di branchie, mancano anche di polmoni o non ne hanno che traccie incapaci di funzione.

Al minuto esame morfologico il Camerano unì in queste sue ricerche accurati esperimenti i quali gli permisero di stabilire che nei detti salamandridi alla mancanza di uno speciale apparato respiratorio sopperisce non tanto la respirazione cutanea, come aveva creduto il Wilder, quanto quella effettuata dalla mucosa boccale.

Quasi a guisa di intermezzo posso ora dire di alcune ricerche su diversi invertebrati, le quali, per la loro indole puramente fisiologica, formano gruppo da sè e sono quasi contemporanee (1891-94) a quelle dianzi ricordate.

Si tratta di ricerche sperimentali sulla forza assoluta dei muscoli. Esse furono eseguite parte a Rapallo, parte a Torino su crostacei decapodi (marini, d'acqua dolce e terragnoli), su insetti (coleotteri) ed anche su taluni vermi (gordii).

Queste ricerche si collegano sopratutto a quelle precedenti del Plateau sui crostacei e molluschi, ma il Camerano con ingegnose innovazioni nella tecnica e tenendo ben conto dello stato fisiologico degli individui saggiati riuscì ad eliminare molteplici cause d'errore e a determinare con notevole approssimazione (salvo forse pei Gordii) la forza muscolare assoluta, cioè il rapporto fra il lavoro prestato e la sezione muscolare. Qui sono pure da ricordare le osservazioni intorno ai movimenti respiratorii degli insetti, da lui fatte nello stesso periodo. In

tutte queste ricerche il Camerano mostrò di sapere egregiamente trattare anche la fisiologia.

Chiusa questa parentesi fisiologica noi ci troviamo ancora davanti tre gruppi di lavori di ricerca, di due dei quali sono argomento rispettivamente i gordiacei ed i mammiferi, mentre il terzo è costituito dai lavori sulla somatometria.

I gordiacei sono curiosi vermi filiformi che adulti vivono liberi nelle acque dolci mentre da giovani sono parassiti, specialmente di insetti. Una lunga schiera di zoologi se ne è occupata, sopratutto nella speranza di scoprire le loro affinità, che tuttavia seguitano a rimanerci oscurissime. Precisamente su questi gordiacei (sui quali già altri aveva nel laboratorio zoologico di Torino pubblicato qualche breve Nota) il Camerano ha scritto numerosi lavori.

Di questi uno è la grossa Memoria (con 9 tavole di figure originali) intitolata " Ricerche intorno all'anatomia ed all'istologia dei Gordii „ (1888), la quale costituisce una completa monografia sulla morfologia di questi animali. In queste ricerche, che sono fra le prime eseguite col metodo, allora nuovo, delle sezioni in serie, l'A. ha molto aggiunto alle conoscenze anatomiche ed istologiche che si avevano in questo campo, specialmente per ciò che riguarda la complicatissima struttura dell'integumento, ed ha corretto non pochi nè lievi errori di autori che di poco lo avevano preceduto.

Naturalmente pel Camerano queste ricerche non dovevano essere fine a se stesse; con esse egli voleva contribuire a sciogliere l'enigma delle affinità dei gordiacei, e certo egli vi ha contribuito combattendo, credo con ragione, le idee del Vejdowský, il quale voleva ravvicinare questi animali agli anellidi, e rilevando invece le loro relazioni, purtroppo tuttavia lontanissime, coi nematodi.

L'anno successivo (1889) il Camerano trattò anche la questione dal lato embriologico ed espose il risultato delle sue ricerche nella Memoria sopra " I primi momenti dell'evoluzione dei Gordii „. È un buon lavoro, condotto colla migliore tecnica di cui si disponesse a quei tempi, nel quale tuttavia egli in qualche punto si è forse lasciato un po' guidare dai reperti di Van Beneden sull'embriologia dei nematodi, per cui alcuni dati

che gli sembrarono confermare l'idea di una stretta affinità fra nematodi e gordiacei hanno dovuto, per opera di ricerche posteriori, subire qualche modificazione.

In un'altra Memoria intitolata " Ricerche intorno al parassitismo ed al polimorfismo dei Gordii „ (1887), cui si collegano altri scritti minori, il Camerano ci comunica i risultati di sue interessanti osservazioni sulla biologia dei gordii e sui fenomeni di polimorfismo (anche per neotenia) che essi ci possono presentare, sopratutto in rapporto col loro parassitismo giovanile. (Qui anche qualche caso di parassitismo nell'uomo).

Ma il più poderoso contributo portato dal Camerano alla conoscenza dei gordii è quello che si riferisce alla loro sistematica. Egli incominciò a descrivere le specie italiane, poi man mano le esotiche, e presto si acquistò la fama di essere il migliore conoscitore del gruppo, e da ogni parte del mondo i Musei gli inviarono, perchè egli li studiasse, i gordiacei che esistevano nelle loro collezioni o che ad essi venivano successivamente mandati dagli esploratori.

Su tutto questo materiale il Camerano scrisse (fra il 1886 ed il 1915) un'infinità di Note che poi coordinò in due grandi Memorie, " Monografia dei Gordii „ e " Revisione dei Gordii „ (pubblicate rispettivamente nel 1897 e nel 1915). Appare da quest'ultima Memoria che il Camerano ha descritto oltre a 50 nuove specie di gordii su poco più di 110 che ci sono note; ma cose simili le fanno tutti i buoni specialisti della sistematica; importante è invece nell'opera la valutazione dei caratteri il lavoro di revisione e di coordinazione, e la nuova classificazione introdotta ed omai da tutti accettata; appaiono anche molto convincenti le conclusioni cui egli giunge riguardo alle relazioni genetiche fra i quattro generi da lui ammessi e riguardo alla relativa antichità di ciascuno di essi. In complesso l'opera del Camerano sui gordii è e rimarrà fondamentale.

In appendice ai lavori sui gordii posso qui ancora accennare alle " Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti „ (1889), che si collegano colle analoghe osservazioni da lui fatte sui gordiacei, ed anche, sebbene un po' artificiosamente, ad alcuni scritti, con descrizione di nuove specie, sugli Onicofori, gruppo anch'esso di affinità incertissime con ambigui caratteri d'artropodo e di verme.

Ho lasciato per ultimi, fra i lavori di ricerca originale, quelli sui mammiferi e quelli sulla somatometria, perchè essi sono in gran parte fra loro collegati.

I mammiferi furono pel CAMERANO oggetto preferito di studio negli ultimi dieci anni, ma già se n'era occupato molto prima: datano anzi fin dal 1882, dal tempo stesso in cui tanti altri argomenti intensamente lo occupavano, le " Ricerche sull'anatomia di un feto di *Otaria jubata* ", cui egli dedicò una Memoria di 50 pagine con 5 tavole.

Esisteva già da parecchio tempo nelle collezioni in alcool del Museo di Torino un feto quasi a termine di questa foca antartica. Il CAMERANO pensò subito che sarebbe stato molto importante conoscere quale fosse la struttura dell'otaria in quello stadio, e, poichè le larghe conoscenze che egli aveva in anatomia glie lo permettevano, egli si accinse allo studio di quell'esemplare illustrandone tutti gli apparati. I risultati di questo studio ed il loro paragone coi dati che erano stati forniti dal Murie sulla struttura dell'adulto e con quelli che si avevano su forme affini misero in luce molte notevoli differenze di cui il CAMERANO discusse il significato, mostrando come da esse sia sempre meglio confermata la derivazione dei pinnipedi dai carnivori.

Un'altra fortunata occasione, presentatasi una quindicina d'anni più tardi, permise al CAMERANO di portare anche un interessante contributo alla conoscenza dell'anatomia dei cetacei.

Una balenottera, arenatasi sulle spiaggie liguri, era stata assegnata dal Ministero della pubblica istruzione al Museo di Torino. Ricordo che lo scarnamento sul sito, il trasporto e la definitiva preparazione costituirono un'impresa abbastanza ardua e ricca di peripezie, ma il CAMERANO fu ben compensato delle sue fatiche, perchè non solo potè dare interessanti ragguagli sulle ossa pelviche (le quali troppo spesso nella preparazione dei grandi cetacei vanno smarrite), ma ebbe inoltre la soddisfazione di rinvenire nella mano di quell'esemplare (che pure era lungo 19 metri) quel minuscolo rudimento di dito medio (perduto fra le carni) che era stato scoperto pochi anni prima, ma solo nell'embrione, dal Kükenthal, reperto interessante per la derivazione della mano della balena da una tipica estremità pentadattila, e splendido esempio di un organo rudimentale di

cui non sia possibile negare l'assoluta inutilità (Cfr.: " Ricerche intorno alla struttura della mano e delle ossa pelviche della *Balaenoptera musculus* ", 1897).

V'è ancora una Memoria del CAMERANO " Intorno alle specie europee del gen. *Talpa* ", che data già dal 1885, ma tutti gli altri suoi lavori sui mammiferi formano un gruppo che incomincia solo dal 1901 ed acquistano un carattere speciale per la larga applicazione che in essi è fatta di quel metodo somatometrico cui nel frattempo egli aveva dedicato così gran parte della sua attività.

In due lavori di questo gruppo (1903 e 1906), egli riprese in esame quella difficilissima questione delle talpe europee su cui già aveva scritto quella Memoria del 1885, ed applicando il metodo somatometrico giunse a conclusioni diverse dalle sue precedenti, a stabilire cioè che veramente bisogna tenere distinte tre specie, cioè la *Talpa europaea,* la *T. coeca* ed anche la *T. romana* poco prima descritta come n. sp. dal Thomas. (Qui anche la Nota sopra un raro pipistrello, il *Nyctinomus lasiotis*).

In un'altra Memoria, pure irta di cifre somatometiche, egli illustrò le Renne delle isole Spitzberghe, sulle quali i mammalogi molto desideravano avere più esatte notizie. I materiali per questo studio provenivano in gran parte dalle caccie fatte in quelle isole dal nostro attuale Sovrano, allora Principe ereditario.

Varii scritti pubblicò anche su rare forme di mammiferi esistenti nel R. Museo zoologico di Torino: così scrisse (negli Atti della nostra Accademia) sulle Zebre (1902), su quella specie estinta di Quagga che pure è rappresentata nel nostro Museo (1908) e sulle rarissime Okapia (1911), di cui egli era riuscito ad assicurare al Museo stesso due esemplari.

Riferì anche (nel 1903) su alcuni materiali riportati dalla Spedizione polare di S. A. R. il Duca degli Abruzzi, facendo interessanti osservazioni su cranii di orso marino, di foche, di trichechi e del delfino bianco. Più tardi la Spedizione dello stesso Principe all'Uganda ed al Ruvenzori gli fornì pure materiale per interessanti osservazioni su taluni mammiferi (dei generi *Cercopithecus, Colobus, Felis, Buffelus e Quagga*), osservazioni che egli pubblicò nelle " Relazioni scientifiche " della Spedizione stessa (Hoepli 1909), nelle quali " Relazioni " sono pure illustrate le raccolte, molto più notevoli, riguardanti altri

gruppi di animali. (Ricordo che tale studio fu compiuto in massima parte dal personale del Museo di Torino e, pei coleotteri, dallo stesso CAMERANO).

Tuttavia l'opera veramente capitale del CAMERANO sui mammiferi è costituita dalle sue ricerche sui camosci e sugli stambecchi. I risultati di queste sono esposti in cinque Memorie di quest'Accademia (in tutto 406 pagine e 36 tavole) ed in molti scritti minori per mole ma non per importanza, nei quali lavori sono presi in esame non solo i camosci e stambecchi delle Alpi, ma anche gli speciali camosci dell'Abruzzo, dei Pirenei, della Spagna e del Caucaso e gli stambecchi dell'Asia (*Capra sibirica* e affini).

È un'opera che difficilmente altri potrà emulare, non fosse altro che per l'estrema difficoltà di avere a disposizione un così ricco materiale come quello che egli per la sua attività, per le sue vaste (ed anche altissime) relazioni potè assicurare alle nostre raccolte od almeno ricevere in esame. Certo egli fece bene a raccogliere così ampii dati su queste forme, delle quali talune sono sotto la minaccia di una prossima estinzione.

Non posso qui analizzare minutamente questi lavori. Dirò solo che il CAMERANO colle sue innumerevoli pazientissime misure (coordinate ed interpretate secondo i metodi della somatometria), coll'assennata valutazione dei caratteri desunti dalla colorazione, dalle corna, dalle particolarità del cranio, col sceverare nei limiti del possibile i caratteri essenziali da quelli polimorfici (dipendenti dal sesso, dall'età, dall'ambiente, ecc.), è riuscito a portare molta luce su questo difficile argomento e ad instradare per una più sicura via le ulteriori ricerche, anche per ciò che riguarda forme più o meno distanti da quelle da lui studiate. Egli stesso già aveva iniziate analoghe ricerche sui mufloni, ma queste furono tosto troncate dalla morte.

E qui mi si permetta ancora di rilevare l'importanza che assume la craniologia in questi ultimi lavori del CAMERANO sui mammiferi. Molti dati craniologici si trovano già in quelli fra tali lavori che tuttavia hanno indole più specialmente sistematica, ma alle particolarita craniane dei camosci e degli stambecchi il CAMERANO ha anche dedicato scritti speciali, in parecchi dei quali le applicazioni alla sistematica incominciano a passare in seconda linea, mentre altri suoi lavori degli ultimi tempi

contengono i risultati di ricerche craniologiche (sopratutto sulla regione facciale) che si riferiscono in generale a tutti gli artiodattili e si estendono anche ai carnivori.

Del resto il Camerano non era nuovo a tale genere di studi, poichè già nel 1897 aveva scritto sulla sutura temporo-frontale dell'orango e dei miceti. Le ricerche craniologiche del Camerano sono state molto apprezzate dagli antropologi per la luce che esse gettano su analoghe questioni di cranologia umana.

Già ho detto che le pubblicazioni del Camerano sui mammiferi sono per la massima parte (cioè dal 1900 in poi) caratterizzate per la larga applicazione che vi è fatta della somatometria; questo è anche maggiormente vero per i tre ultimi lavori da lui pubblicati sui rettili ed anfibi, cioè per le due grosse Memorie sulla variazione del *Bufo vulgaris* (1900) e su quella dei *Bufo viridis*, *mauritanicus* e *regularis* (1904), come pure per le ricerche sulla variazione del *Phyllodactylus europaeus* (1904), lavori che, appunto per ciò, non ho considerato insieme cogli altri suoi lavori erpetologici, tanto più che la parte somatometrica di essi non è di sola applicazione, ma rappresenta ancora un contributo all'edificazione del metodo stesso.

E vediamo anche di questa " somatometria ".

La somatometria (il termine è di Andres, 1900) è una forma speciale, più ristretta nel suo campo e nel suo scopo, della " biometrica ", cioè dello studio quantitativo o statistico degli organismi.

Campo speciale della somatometria del Camerano è l'esatta registrazione delle differenze che si osservano fra i varii individui di una specie per ciò che riguarda i rapporti di grandezza fra le varie parti (oltre a quelle, s'intende, che riguardano la statura complessiva). Scopo immediato di tali ricerche è il riconoscere quale sia, almeno per ciò che riguarda i rapporti di dimensione, il campo di variazione della specie studiata, in modo da poterla più esattamente definire e da poter riconoscere, malgrado le molteplici oscillazioni, quale sia la sua vera essenza. Questa nozione ci deve anche servire di base per ricercare le cause delle variazioni osservate od almeno i loro rapporti colle speciali condizioni biologiche.

Il Camerano considera ancora un'altra applicazione di quelle

misurazioni: esse, ripetute a convenienti intervalli di tempo, dovrebbero permetterci di decidere se la specie, malgrado le sue oscillazioni, si mantenga costante oppure se essa si sposti in qualche direzione in modo da offrirci un fenomeno di evoluzione filogenetica. Non nascondo che quest'ultima applicazione mi lascia dubbioso, vista l'enorme lunghezza dei periodi durante i quali noi sappiamo che le specie rimangono immutate.

Sebbene gli scritti somatometrici del Camerano incomincino solo dal 1900, non è da credere che egli si fosse messo in tale ordine di ricerche per seguire l'indirizzo della scuola biometrica anglo-americana. Realmente in tutti i suoi lavori anteriori sulla sistematica egli si era sempre preoccupato di esaminare un numero grandissimo di individui e di dare di essi esattissime misure.

Fu appunto volendo fare un accurato studio della variazione quantitativa del rospo comune (*Bufo vulgaris*) che egli venne per la prima volta indotto ad impiegare il metodo che forma la base di tutta la sua somatometria, quello cioè di scegliere per ciascuna specie o gruppo una data dimensione del corpo (p. es. la lunghezza totale) e di riferire a tale unità di misura le dimensioni delle varie parti. Il metodo era già stato adoperato poco prima dall'Andres, per studiare i caratteri sessuali secondari della tinca, ma il Camerano, per considerazioni pratiche, divise la lunghezza-base in 360^{mi} anzichè in 1000^{mi} o millisomi come aveva fatto l'Andres. Egli chiamò coefficiente somatico individuale " il numero pel quale è d'uopo moltiplicare la lunghezza assoluta delle varie parti di un individuo per renderne le lunghezze stesse comparabili con quelle di altri individui di dimensioni diverse calcolate nello stesso modo ". Diede anche tabelle in cui questo coefficiente era già calcolato in modo che la conversione delle misure dirette in 360^{mi} somatici si potesse fare rapidamente.

Ad una prima comunicazione su questo argomento (1900) il Camerano altre due ne fece seguire (anch'esse negli Atti di quest'Accademia), nelle quali elaborò ulteriormente il suo metodo introducendovi il calcolo degli indici di variabilità, di variazione, di frequenza, di deviazione, di isolamento, di mancanza, di correlazione e di dissimmetria.

Ad evitare equivoci, che di fatto si sono prodotti, è oppor-

tuno ricordare che codesti suoi indici non esprimono sempre la stessa cosa che altri indici di simil nome del metodo statistico e che in generale il metodo del Camerano non è destinato a sostituire il metodo statistico classico. Egli stesso ce lo fa osservare, dichiarando anche che " se si vuol fare uno studio statistico della variazione negli animali non c'è modo di uscire dal metodo statistico propriamente detto, dal calcolo delle probabilità, dalla fondamentale teoria dei grandi numeri e via discorrendo ".

Credo però che molto a ragione il Camerano si sia associato a quanti già avevano rilevato come fossero eccessive le speranze che da molti si erano nutrite (sopratutto in America) circa i risultati che potevano dare i metodi biometrici, a quanti già avevano notato come dovesse essere illusoria la precisione ottenuta sottoponendo a tutte le finezze del calcolo fenomeni così complessi come quelli che ci sono offerti dagli esseri viventi. Il Camerano ebbe certo ragione di insistere sulla necessità di tenere in miglior considerazione il lato biologico della questione e di stabilire bene sotto quali condizioni esterne ed interne ci si presentassero le variazioni da sottoporsi al calcolo.

Certo non è illecito pensare che anche questa somatometria del Camerano, per quanto essa ci offra realmente un metodo semplice e pratico per raggiungere lo scopo che essa si propone, sia un po' eccessiva e che un risultato sufficiente si possa ottenere con un minor lusso di misure e di calcoli. A ridurre la fatica nei limiti del necessario hanno già, del resto, pensato i molti che in Italia hanno con buon successo applicato il suo metodo. Per me una dimostrazione chiara dell'utilità di simili ricerche è già data del fatto che sopratutto per esse il Camerano è stato, come vedremo, poco alla volta condotto a modificare profondamente le idee darwinistiche e lamarckiane che prima aveva accolte riguardo alle specie ed alla parte che nell'evoluzione di esse (non semplicemente nella loro variazione) spetta alle differenti condizioni dell'ambiente ed alla selezione delle variazioni fluttuanti.

Queste le principali opere zoologiche del Camerano. Non farò che accennare alle tante necrologie di zoologi italiani e stranieri che egli scrisse, fra le quali bellissima quella di Michele

Lessona (1894), ed ai varii discorsi, conferenze e scritti popolari, che certo meriterebbero di essere riuniti e ripubblicati; solo rileverò ancora la lunga serie di scritti che egli dedicò (fra il 1901 ed il 1910) alla storia della zoologia italiana, fra i quali mi piace ricordare particolarmente quello nel quale egli rivendicò all'abate Giuseppe Olivi la paternità dello studio matematico delle forme animali e quelli ancora in cui egli dimostrò come al Museo zoologico di Torino Franco Bonelli avesse sempre tenuto vive le idee evoluzionistiche.

Ho così terminato questa lunga rivista, la quale in molti avrà prodotto un senso di stanchezza; ma forse questo stesso senso potrà valere a farci meglio intendere di quanta mole sia stata l'opera che il Camerano ha compiuto nel campo della Zoologia.

*
* *

Ho promesso di dare in ultimo un giudizio complessivo. Forse è una promessa che non mi si chiedeva ed io stesso in questo momento mi domando se ho la qualità per giudicare l'opera di chi mi fu non solo compagno ma anche maestro. Alquanto mi assicura il pensiero che dell'opera del Camerano io ho una sufficiente conoscenza, anche perchè in gran parte io l'ho vista edificare sotto i miei occhi. Che se da un lato si potrà pensare che io sia portato ad accrescerne il valore pel fatto che essa in buona parte si riferisca ad argomenti che a me pure sembrano specialmente degni di studio, dall'altro lato si vorrà pur tenere presente che la stretta domestichezza che io ho avuta coll'uomo ha forse potuto produrre in me l'effetto opposto: *Major e longinquo reverentia.*

Intanto un giudizio ci trova già unanimi: il Camerano, lavorando in campi fra loro distantissimi delle discipline zoologiche (intese queste nel più ampio senso), ha da solo compiuto un'opera che farebbe onore ad una mezza dozzina di zoologi; dico di buoni, di eccellenti zoologi.

Una domanda ho sentito muovere da alcuno: se quest'opera abbia un alto significato, se essa sia anche opera geniale. Che pel Camerano si sia fatta una tale domanda, la quale non si fa per tanti altri zoologi, è già un grande elogio. Ebbene, se

è vero che, sopratutto nelle cose scientifiche, il genio sia una lunga pazienza, questo genere di pazienza il Camerano non lo poteva avere. Non egli era uomo da imporsi il sublime tormento di perseguire per mesi ed anni il barlume d'un'idea fino a vederla trasformarsi in una chiara luce. Se egli fosse stato un tal uomo, non sarebbe stato l'uomo pratico e fattivo che noi abbiamo conosciuto. Ma la sua opera ebbe tuttavia un alto significato, perchè il Camerano davanti ai fatti non perdette mai di vista i problemi generali alla cui soluzione essi potevano e dovevano contribuire: anche la sua più stretta sistematica, per questo intendimento che la vivificava, ci si presenta, direi quasi, come uno stolone che esso stesso striscia a terra ma continuamente lancia verso il sole gruppi di verdi foglie e di fiori.

Nocque al Camerano appunto la fama che egli si era acquistata come sistematico, perchè c'è stato un lungo periodo, e per taluno esso non è ancora chiuso, in cui la sistematica era tenuta come uno studio inferiore. E ancora fra i diversi rami di questo studio era stabilita una curiosa gerarchia: la sistematica delle forme marine, meglio se pelagiche oppure abissali, era ancora abbastanza scientifica: molto meno lo era (salvo che si trattasse di esseri microscopici) quella delle forme limniche e terragnole. Ed il Camerano si era occupato proprio di queste ultime e si era anche abbassato alla sistematica delle lucertole e dei ranocchi e persino degli insetti, anzi, che dico? addirittura dei coleotteri!

Ma anche la sistematica è solo scientifica o no, secondo che è fatta bene od è fatta male, e quella del Camerano era ottima ed ispirata, come già dichiarò Battista Grassi, ai concetti più moderni.

La sistematica non è un facile studio. Certo essa non presenta, salvo per le forme inferiori, speciali difficoltà tecniche e purtroppo ci sono di quelli che misurano il valore d'un uomo di scienza dalla difficoltà materiale delle ricerche compiute, ma per essere fatta come la faceva il Camerano essa richiede uno spirito d'osservazione, una sagacia, un senso critico che non molti posseggono.

Il Camerano faceva volentieri della sistematica perchè ne sapeva tutta l'importanza. Sapeva, e non si stancava di ripetere, che per qualsiasi indagine biologica è essenziale determinar

bene quali siano le forme che si stanno investigando; e non ignorava che la rigorosa determinazione delle specie e dei loro rapporti di affinità è la salda base della paleontologia e della biogeografia, due scienze importantissime sia per se stesse, sia per i preziosi dati che esse forniscono alla geologia (dati che, per ciò che riguarda la biogeografia, si riferiscono alle passate connessioni fra le terre e fra i mari ed alla relativa epoca di emersione delle terre stesse), sia ancora perchè esse ci offrono criterii di prim'ordine per giudicare di una teoria dell'evoluzione.

Ma il Camerano faceva anche volentieri della sistematica perchè sapeva che, ben lungi dal costituire un ramo inferiore della biologia, essa ha per sè stessa un'importanza grandissima, a patto, ciò è ovvio, che essa sia intesa in senso largo, includendovi quanto riguarda le relazioni di parentela fra gli organismi, lo studio della loro variazione e dei rapporti di questa colle varie modalità dell'ambiente. È precisamente una sistematica così elevata quella che raccoglie in sè la massima parte dei lavori del Camerano.

Un problema fra gli altri fu sopratutto tenuto presente dal Camerano, un problema che per la teoria dell'evoluzione ha fondamentale importanza, il problema della specie. Egli voleva sapere se fosse nel vero il concetto che aveva dominato nei primi tempi del moderno evoluzionismo, che cioè le variazioni che ci presentano gli organismi significhino realmente dei passaggi da una specie all'altra, o se piuttosto non esistano in natura delle unità specifiche distinte, di cui quelle variazioni non rappresenterebbero che delle oscillazioni pendolari. Alla soluzione di questo problema contribuiscono tutti i lavori che il Camerano ci ha dati sulla sistematica propriamente detta colle loro precise descrizioni delle specie e delle loro variazioni, quelli sui caratteri sessuali secondarii, sulla neotenia, e, in generale, sul polimorfismo, e quelli ancora sulla biogeografia e sopratutto sulla somatometria. E da queste ricerche il Camerano fu gradatamente condotto ad abbandonare il primo concetto che, come quasi tutti gli evoluzionisti, egli aveva dapprima accolto e ad accostarsi al secondo, a quello della realtà della specie. Il decidere poi nei casi particolari fino a che punto le specie naturali corrispondano alle specie sistematiche, rimane còmpito separato ed anche a questo il Camerano ha lavorato assiduamente.

Da quanto ho detto appare che l'opera zoologica del Camerano se fu multiforme fu pure fondamentalmente unitaria e che essa ebbe un significato che non da tutti fu inteso. È tuttavia giusto riconoscere che di questo incompleto apprezzamento il Camerano deve un po' incolpare sè stesso, perchè egli non ha mai coordinato in speciali lavori i risultati più interessanti cui passo a passo egli era giunto; così è, per esempio, che le sue ultime idee riguardo al problema della specie sono sparse qua e là sopratutto nei suoi lavori sulla somatometria ed in quelli speciali sugli stambecchi e sui camosci, lavori che difficilmente chi si occupa di questioni generali pensa a consultare.

Risulta anche da quanto ho detto come sia stata molto ingiusta l'accusa che venne mossa al Camerano, di non aver seguito il movimento della scienza, di essersi cristallizzato nelle formole del primitivo darwinismo. Faccio qui espressamente questa dichiarazione, perchè una simile accusa gli venne pubblicamente rivolta in un importante congresso, nei cui Atti essa si trova stampata.

Parlo della quinta riunione della " Società Italiana per il Progresso delle Scienze ", tenutasi nell'ottobre del 1911 in Roma.

Il Camerano aveva avuto l'alto onore di essere designato dal Comitato per tenere il discorso sopra " Gli Studi zoologici in Italia nel primo cinquantennio di vita nazionale ". Terminato che egli ebbe di parlare, insorsero il prof. Cuboni ed il Senatore Luciani ed ebbero pel Camerano delle parole (che il Ficalbi chiamò poi " alquanto solenni ") di riprovazione, perchè egli si era associato ad un giudizio, un po' severo, di Angelo Mosso sul neovitalismo e ancora perchè, parlando dei progressi delle teorie evolutive in Italia, egli non aveva accennato al neolamarckismo ed al naegelismo, mostrando di non conoscere o di non apprezzare queste nuove forme di quelle teorie.

Il Senatore Luciani disse fra altro: " Le idee esposte dal Camerano mi fanno dubitare che gli zoologi che si dedicano esclusivamente alla sistematica..... non siano capaci di tentare i più elevati problemi della filosofia naturale, nè di discernere, tra le ipotesi emesse, la più adatta a renderci conto della legge dell'evoluzione ". E disse ancora: " Se quel che ci ha esposto il Camerano fosse stato letto 25 anni or sono il Cuboni ed io avremmo applaudito, ma oggi non possiamo far eco alle sue

idee, senza far torto ai più giovani naturalisti del nostro paese, che non hanno dormito in quest'ultimo quarto di secolo, ma hanno in vario modo contribuito al progresso degli studi, cercando di mettersi a livello della critica scientifica internazionale „.

Il Camerano si limitò a rispondere, con molta tranquillità, che in quanto al neovitalismo egli comprendeva benissimo come si potessero avere su di esso diverse opinioni e che, pel resto, egli non si era affatto proposto il còmpito di fare la storia degli ultimi progressi delle teorie evolutive. Ma alla memoria del nostro compianto Collega io devo una più energica parola di difesa e di protesta e credo che l'illustre Senatore Luciani, del quale, del resto, io divido completamente le idee riguardo all'evoluzione, sarà lieto di poter modificare il suo giudizio.

Per ciò che è del neovitalismo posso limitarmi anch'io a dire che su di esso è pur sempre lecito avere diverse opinioni. In realtà il Camerano sempre temeva un ritorno reazionario contro la libertà del pensiero, contro la fede senza limiti nella ricerca scientifica, ed era istintivamente avverso al neovitalismo, perchè ben sapeva quale merce di contrabbando navighi troppo spesso sotto la protezione di questa bandiera. Tuttavia egli non fu mai uno stretto meccanicista e certe idee troppo semplicistiche sui fenomeni biologici non lo trovarono mai favorevole.

Ma l'accusa di non aver seguito il progresso delle teorie non si spiega che con una scarsa conoscenza delle opere e delle idee del Camerano, perchè, come abbiamo visto, egli, riguardo al modo d'intendere la specie, aveva finito per giungere a concetti che significano l'abbandono quasi assoluto dell'evoluzionismo darwiniano e lamarckiano. Ciò si rivela sopratutto chiaramente dalle prime pagine della sua Memoria sulla variazione dei *Bufo viridis, mauritanicus* e *regularis* pubblicata già nel 1904, e però anteriore di sette anni a quel congresso di Roma.

Consta a me personalmente che in ultimo egli si era disposto ad andare molto più in là e ad accettare teorie basate precisamente su quel naegelismo che anche al Luciani sembra superare le altre teorie dell'evoluzione. Del resto un primo accenno, abbastanza significativo, in questo senso noi già lo troviamo nelle sue " Osservazioni intorno alla *Rupicapra R. parva* Cabrera „ pubblicate nel 1916.

In tale pubblicazione, dopo di aver esposto (per combatterle

poi) le ipotesi del Cabrera intorno alla derivazione delle varie specie di camosci iberici, egli dice: " l'ipotesi del Cabrera sopramenzionata è in rapporto col concetto *monogenetico*, dirò così classico, dell'origine delle specie, che oggi è accolto da molti. A questo concetto se ne può contrapporre un altro, il *poligenetico,* come ha dimostrato D. Rosa ".

Il chiamare classico od ortodosso un concetto cui se ne contrapponga un altro non significa per solito molta approvazione; ad ogni modo è già molto notevole che egli metta qui il secondo concetto almeno alla pari col primo, perchè il Camerano intendeva perfettamente che per chi stia, come stava lui, sul terreno dell'evoluzione l'accettare il concetto poligenetico implica necessariamente l'accettare quella cosidetta " evoluzione per cause interne ", già sostenuta da Naegeli e da Kölliker, che egli stesso aveva anteriormente respinta come significante una risurrezione dell'antico " *nisus formativus* ".

Che se poi qualcuno mi chiedesse come mai egli si sia accostato così tardi a concetti che già il Luciani aveva accolto tanti anni prima, la risposta sarebbe facile. Il Camerano non aveva accolto questo naegelismo, come non l'aveva accolto, si può dire, nessuno zoologo. Gli zoologi avevano fatto loro il giudizio che di esso aveva dato Augusto Weismann: " Il naegelismo ha il massimo torto che mai possa avere una teoria; esso non spiega i fenomeni ". Ciò è interamente vero; per i principali fenomeni che gli zoologi avevano continuamente sott'occhio, sopratutto per quello capitale, affatto caratteristico dei viventi, del loro mirabile adattamento alle condizioni, spesso particolarissime, dell'ambiente, il naegelismo non aveva alcuna spiegazione da sostituire alla spiegazione lamarckiana o darwiniana.

Queste cose probabilmente ignorava il Luciani. Fisiologo, ma non sistematico, egli si era accontentato della genialità dell'idea fondamentale. Queste cose non ignorava il nostro Camerano, il quale dunque solo potè avvicinarsi al naegelismo quando si rese persuaso che era possibile introdurre in esso modificazioni tali per cui fosse tolto quel suo disaccordo coi fatti che pareva insanabile.

No: il Camerano non aveva dormito! Egli aveva vegliato e camminato. Il suo cammino era stato, come si conviene, misurato e cauto. Egli non si era lasciato trascinare senza con-

trasto dalla corrente delle nuove idee, pur di mostrarsi ad ogni costo moderno; piuttosto egli aveva sempre tenuto presenti alla sua mente i problemi fondamentali ed alle nuove soluzioni solo si era accostato quando questo nuovo orientamento gli era stato dettato dai fatti stessi che egli aveva potuto constatare, ond'è che le sue ultime opinioni circa l'una o l'altra delle teorie dell'evoluzione acquistano per noi un valore affatto singolare.

Io ho finito. Credo che il mio esame sia stato coscienzioso ed obbiettivo, e credo che da esso emerga ben chiara la conclusione che realmente l'opera zoologica del Camerano è tale che noi ne possiamo andare orgogliosi.

Ringrazio l'Accademia di avermi dato modo di assolvere, se pur in piccola parte, il debito che io ho verso il Camerano, perchè veramente a Lui, per l'esempio di operosità che egli mi ha dato, per le tante cose che ho imparato standogli a fianco, io sento di dovere una grande riconoscenza.

BIBLIOGRAFIA

Le iniziali **A**. **B**. $\mathbf{M}_2$ indicano rispettivamente:

A. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino.*

B. *Bollettino dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università di Torino.*

$\mathbf{M}_2$ *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino,* Serie seconda.

Avvertasi che di quasi tutti i lavori inseriti in pubblicazioni accademiche fu eseguita una tiratura a parte.

1. Polimorfismo nella femmina dell'*Hydrophilus piceus* Linn. (24 giugno 1877) — **A**. XII, 730-738, 1 tav.
2. Considerazioni sul genere *Lacerta* Linn., e descrizione di due nuove specie (13 nov. 1877) — **A**. XIII, 79-96, 3 tav.
3. Dei caratteri sessuali secondari della *Testudo hibera*, Pallas (18 novembre 1877) — **A**. XIII, 97-102, 1 tav.
4. Osservazioni sulla struttura delle elitre di alcuni Coleotteri (2 dicembre 1877)
   (in *Resoconti d. adunanze d. Soc. entomol. ital.* Firenze, 1877.
5. Del bombice del salice nel contorno di Torino (29 dic. 1877)
   (in *Annali Accad. d'agricolt.*, XX, 229-238, 1 tav. Torino, 1878.
6. Biblioteca della zoologia e anatomia comparata in Italia. Rivista bibliografica bimestr. per L. Camerano e Mario Lessona. A. I[-III]. Torino, Ermanno Loescher, 1878-1880. 3 vol. 8°.
7. Intorno all'anatomia della *Nasiterna pusio* Sclater (27 genn. 1878) — **A**. XIII, 301-308, 1 tav.
8. Di alcune variazioni avvenute nella fauna entomologica del contorno di Torino (2 febbr. 1878)
   (in *Annali d. R. Accad. d'agricoltura,* XXI, 3-6. Torino, 1879.
9. Descrizione di una nuova specie del genere *Podarcis*, Wagl. (24 marzo 1878) — **A**. XIII, 538-541.
10. Osservazioni intorno agli anfibi anuri del Marocco (24 marzo 1878) — **A**. XIII, 542-558.
11. Intorno a due longicorni trovati per la prima volta in Piemonte (28 apr. 1878)
    (in *Resoc. d. adun. d. Soc. entom. ital.* 1878, 14-15. Firenze, 1878.

12. Note intorno ai caratteri sessuali secondari di alcuni coleotteri (26 maggio 1878) — **A**. XIII, 751-764.
13. Descrizione di un nuovo genere e di una nuova specie di *Ortottero* piemontese esistente nel Regio Museo zoologico di Torino (23 giugno 1878) — **A**. XIII, 1190-1192.
14. Descrizione di una nuova specie del genere *Chlaenius* Bonelli (17 novembre 1878) — **A**. XIV, 145-147.
15. Descrizione di alcuni insetti mostruosi delle raccolte entomologiche del Regio Museo zoologico di Torino (17 nov. 1878) — **A**. XIV, 148-154.
16. [Osservazioni intorno alle specie italiane del genere *Oryctes* Illig.] (24 nov. 1878)
    (in *Resoconti d. adunanze d. Soc. entomologica ital.* 1878, 21-24. Firenze, 1878.
17. Sopra un caso dubbioso di parassitismo (24 nov. 1878)
    (in *Resoc. delle adunanze d. Soc. entomologica ital.* 1878, 24-25. Firenze, 1878.
18. Osservazioni intorno al *Phyllodactylus Doriae* Lataste (1° dic. 1878) — **A**. XIV, 219-223.
19. Studi intorno alle specie del Genere *Geniates* Kirby esistenti nel R. Museo zoologico di Torino (29 dic. 1878) — **A**. XIV, 229-274.
20. Studi sul genere *Discoglossus* Otth. (9 febbraio 1879) — **A**. XIV, 435-451, 1 tav.
21. Di alcune specie di anfibii anuri esistenti nelle collezioni del R. Museo zoologico di Torino (11 maggio 1879) — **A**. XIV, 866-898.
22. Osservazioni intorno ai caratteri sessuali secondari dell'*Anguis fragilis* Linn. (15 giugno 1879) — **A**. XIV, 1141-1147.
23. Ricerche intorno alla struttura dei peli-ventose dei tarsi dei coleotteri (15 giugno 1879) — **A**. XIV, 1148-1164, 2 tav.
24. Arnie e favi
    (in *Enciclopedia delle arti e industrie,* I, 642-662. Torino, 1878.
25. [Nota intorno alle emigrazioni della *Coccinella septempunctata* Linn.] (21 dic. 1879)
    (in *Resoconti d. adun. d. Soc. ital. di entomologia,* 1879, 23-25.
26. Gli insetti. Introduzione allo studio dell'entomologia. Torino e Roma, Ermanno Loescher editore, 1879, 8° (VIII-344 pp.).
27. Osservazioni intorno allo *Stenobothrus sibiricus* (Linn.) (11 genn. 1880) — **A**. XV, 381-384.
28. Dell'equilibrio dei viventi mercè la reciproca distruzione (25 gennaio 1880) — **A**. XV, 393-414, 4 tav.
29. Nota intorno allo scheletro del *Bombinator igneus* (Laur.) (8 febbraio 1880) — **A**. XV, 445-450.

30. Note intorno allo sviluppo della *Forficula auricularia* (Linn.) (23 febbraio 1880)
(in *Bullettino d. Soc. entomol. ital.*, XII, 46-50. Firenze, 1880.
31. Ricerche intorno alle solcature delle elitre dei Ditiscidi come carattere sessuale secondario (21 marzo 1880) — **A.** XV, 531-539.
32. Note intorno ai *Ditiscini* del Piemonte (aprile 1880)
(in *Bullettino d. Soc. entomol. ital.*, XII, 116-122. Firenze, 1880.
33. Note sur les animaux qui répandent une odeur musquée (1° mag. 1880)
(in *Le Naturaliste,* IIe année, n. 27, pp. 209-210. Paris, 1880.
34. Della scelta sessuale negli anfibi anuri (9 maggio 1880) — **A.** XV, 683-702.
35. Nota sopra un caso di colorazione naturale delle trachee di un insetto (9 maggio 1880) — **A.** XV, 703-706.
36. Nota intorno alla colorazione naturale delle ossa di una specie di anfibio anuro (20 giugno 1880) — **A.** XV, 789-794.
37. Descrizione di un Coleottero mostruoso (22 giugno 1880)
(in *Bullettino d. Soc. entomol. ital.*, XII, 231. Firenze, 1880.
38. Il Darwinismo e la scienza popolare
(in *Capitan Fracassa*, 22 giugno 1880. Roma.
39. Del *Sinoxylon Muricatum* (Fabr.) in Piemonte (13 luglio 1880)
(in *Annali d. R. Accad. d'agricoltura*, XXIII, 83-96, 1 tav. Torino, 1881.
40. Il Museo di Domodossola
(in *Gazzetta piemontese.* Torino, 27 sett. 1880.
41. Il Darwinismo e il professore Canestrini
(in *Capitan Fracassa.* Roma, 3 ottobre 1880.
42. Dell'indole odierna degli studi zoologici. Parole nel suo accoglimento nella facoltà di scienze matematiche, fisiche e naturali della R. Università di Torino addì 20 nov. 1880. Torino, Ermanno Loescher, 1880, 8° (14 pp.
43. Osservazioni intorno ad un individuo mostruoso di *Hyla viridis,* Laur. (5 dic. 1880) — **A.** XVI, 53-87.
44. Ricerche intorno alla struttura delle appendici dermiche delle zampe del *Trichopticus armipes,* Bellardi (19 dic. 1880) — **A.** XVI, 99-102, 1 tav.
45. Mostruosità in una *Triphaena fimbria* Linn. (26 dic. 1880)
(in *Resoconti d. adunanze d. Soc. entomol. ital.*, 1880, 9-10. Firenze, 1880.
46. Nota intorno alla *Gracilia timida* Ménét. in Piemonte (26 dic. 1880)
(in *Resoconti Soc. entom. ital.*, 1880, 10-11. Firenze, 1880.
47. La scelta sessuale ed i caratteri sessuali secondari nei coleotteri. Torino, tipografia Fodratti, 1880. 8° (IV-128 pp., 12 tav., 2 csn.

48. Della scelta sessuale degli anfibi urodeli (30 genn. 1881) — **A**. XVI, 214-225.
49. Dell'azione del freddo sugli insetti (2 febbr. 1881)
(in *Annali d. R. Accad. d'agricol.*, XXIV, 25-40. Torino, 1881.
50. G. Giacomo Galletti (in *Gazzetta piemontese.* Torino, 21 marzo 1881.
51. Ueber die italienischen Euproctus-Arten (11 aprile 1881)
(in *Zoologischer Anzeiger,* 1881, p. 183. Leipzig.
52. Recherches sur les variations de la *Rana esculenta* et du *Bufo viridis* dans le Bassin de la Méditerranée (16 avril 1881)
(in *Association française pour l'avancement des sciences.* Compte rendu de la 10e session, Alger 1881, 680-692. Paris, 1882.
53. Dell'allevamento dello struzzo in Algeria ed in Italia (5 luglio 1881)
(in *Annali d. R. Accademia d'agricoltura,* XXIV, 255-272. Torino, 1882.
54. Ein Beitrag zur Anatomie des Loxodon africanus (12 sett. 1881)
(in *Zoologischer Anzeiger*, 1881, p. 481. Leipzig.
55. [Ancora del *Sinoxylon muricatum* Fab. in Piemonte] (26 dic. 1881)
(in *Resoconti d. adunanze d. Soc. entomologica ital.*, 1882, 27-29. Firenze, 1882.
56. Di alcuni mezzi atti a preservare le piante dagli insetti nocivi (31 dicembre 1881)
(in *Annali Accad. Agricolt. di Torino,* XXV, 35-50. Torino, 1883.
57. Ricerche intorno all'anatomia di un feto di *Otaria jubata*, Forster (12 marzo 1882) — **M**$_2$, XXXV^1, 1-47.
Sunto in *Archives ital. de biologie,* II, 285-291. Turin, 1882.
58. Di un caso di polimelia in un *triton taeniatus* (Schneid.) (26 marzo 1882)
(in *Atti d. Soc. ital. di scienze naturali,* XXV, 113-116. Milano, 1882.
59. Anatomia degli insetti. Con 57 figure intercalate nel testo e nove tavole doppie in fotolitografia. Torino, Ermanno Loescher, 1882. 8° (VIII + 252 pp., 9 tav.).
60. Della *Cnethocampa pinivora* Treischke in Italia (8 maggio 1882)
(in *Annali d. R. Accad. d'agricol.*, XXV, 229-233. Torino, 1883.
61. Monografia degli Anfibi anuri italiani (11 giugno 1882) — **M**$_2$ XXXV^1, 187-284.
62. Note intorno alla *Ephestia interpunctella* Hb. ed intorno al calore secco come mezzo per distruggere gli insetti nocevoli (5 dic. 1882)
(in *Annali d. R. Accademia d'agricoltura,* XXV, 281-292. Torino, 1883.
63. Il delitto fra gli animali
(in *Le Serate torinesi,* I, 19-21, 25-27. Torino, 30 dic. 1882; 6 genn. 1883.

64. Ricerche intorno alla distribuzione geografica degli Anfibi anuri in Europa (28 genn. 1883) — **A**. XVIII, 274-286, 1 tav.
65. Un'esposizione di mariti
(in *Le Serate torinesi*, I, 75-76. Torino, 17 febbr. 1883.
66. Decapitazioni
(in *Le Serate torinesi*, I, 92-93. Torino, 3 marzo 1883.
67. Ricerche intorno alle aberrazioni di forma negli animali ed al loro diventare caratteri specifici (1° apr. 1883) — **A**. XVIII, 459-478, 1 tav.
68. L'amicizia negli animali
(in *Le Serate torinesi*, I, 137-139. Torino, 14 aprile 1883.
69. Di necessità virtù
(in *Le Serate torinesi*, I, 177-178. Torino, 19 maggio 1883.
70. Ricerche intorno alla vita branchiale degli Anfibi (24 giugno 1883) — **M**$_2$, XXXV^1, 404-466.
Sunto in *Zoologischer Anzeiger*, VI, 685-687. Leipzig, 1883
ed in *Archives ital. de biologie*, V, 29-36. Turin, 1884
ed in *Journal R. Microscopical Soc.*, Ser. III, vol. IV, 710. London, 1884
ed in *Naturforscher*, XVII, 273-74. Berlin, 1884.
71. Intorno alla neotenia ed allo sviluppo degli Anfibi (2 dic. 1883) — **A**. XIX, 84-93.
Sunto in *Archives ital. de biologie*, V, 27-28. Turin, 1884.
72. Note intorno ad una specie di *Chionaspis* nociva all'*Evonymus japonicus* (3 gennaio 1884)
(in *Annali Accad. Agricoltura*, XXVI, 251-260. Torino, 1884.
73. Di una nuova specie di struzzo testè importata a Torino e dell'opportunità del suo allevamento nella baia d'Assab (3 genn. 1884)
(in *Annali Accad. Agricoltura*, XXVI, 261-266. Torino, 1884.
74. Note intorno agli Idrofilini italiani
(in *Bullettino d. Società entomol. ital.*, XVI, 88-91. Firenze, 1884.
75. Monografia degli idrofilini italiani (27 gennaio 1884) — **A**. XIX, 270-287, 1 tav.
76. Ricerche intorno alla distribuzione dei colori nel regno animale (23 marzo 1884) — **M**$_2$, XXXVI^1, 329-360, 2 tav.
Sunto in *Zoologischer Anzeiger*, VII, 341-343. Leipzig, 1884 (23 juni);
in *Journal of the R. Microscopical Soc.*, Ser. II, vol. V, 37-38. London, 1885.
77. Monografia degli anfibi urodeli italiani (15 giugno 1884)—**M**$_2$, XXXVI^1, 405-486, 2 tav.
78. Amphibiorum Italiae enumeratio systematica (17 giugno 1884)
(in *Proceedings of the Zoological Soc. of London*, 1884, 421-425.
79. Osservazioni intorno agli animali del contorno di Torino durante l'inverno 1883-84 (20 giugno 1884)
(in *Annali Accad. Agricoltura*, XXVII, 61-66. Torino, 1885.

80. Il congresso ornitologico di Vienna e la questione degli uccelli e degli insetti in rapporto coll'agricoltura (7 luglio 1884)
(in *Annali d. R. Accademia d'agricoltura,* XXVII, 97-113. Torino, 1885.

81. Osservazioni intorno alla *Cochylis ambiguella* Hubn. e alla *Tortrix pilleriana* Staud. e Wocke (7 luglio 1884)
(in *Annali d. R. Accad. d'agricoltura,* XXVII, 115-123. Torino, 1885.

82. Note intorno ad una specie di *Lophyrus* nociva all'*Abies excelsa* (7 luglio 1884)
(in *Annali d. R. Accademia d'agricoltura,* XXVII, 125-129. Torino, 1885.

83. Ueber die Amphibien-Fauna Italiens (15 sett. 1884)
(in *Zoologischer Anzeiger,* VII, 497-499. Leipzig, 1884.

84. Nuove osservazioni intorno alla neotenia ed allo sviluppo degli anfibi (13 nov. 1884) — **A.** XX, 243-254.

85. Osservazioni intorno a due specie di *Eccoptogaster* nocive agli olmi (26 dic. 1884)
(in *Annali Accad. Agricoltura,* XXVII, 297-304. Torino, 1885.

86. Amori anomali negli anfibi
(in *Archivio di psichiatria,* V, 300-310. Torino, 1884.

87. Ricerche intorno alle specie italiane del genere *Talpa* Linn. (8 marzo 1885) — **M**$_2$, XXXVII^1, 427-449, 2 tav.

88. Ueber die Talpa europaea Linn. und die Talpa caeca Savi (24 marzo 1885)
(in *Zoologischer Anzeiger,* VIII, pp. 295-296. Leipzig, 1885.

89. Ricerche intorno alla distribuzione geografica degli anfibi urodeli in Europa (12 aprile 1885) — **A.** XX, 791-797.

90. Gli insetti in rapporto all'agricoltura (maggio 1885)
(in *L'Economia rurale,* XXVIII, 351-355. Torino, 1885.

91. The Colours of Arctic and Alpine Animals (28 maggio 1885)
(in *The Nature,* XXXII, 77. London, 1885.

92. Monografia dei Sauri italiani (31 maggio 1885) — **M**$_2$, XXXVII^1, 491-591, 2 tav.
Comunicaz. preventiva in *Zoologischer Anzeiger,* VIII, 417-419. Leipzig, 1885.

93. Fauna Ossolana. *Anfibj*
(in *Cronaca della fondazione Galletti,* 1885. Domodossola, 1885. (38 pp.

94. Osservazioni intorno alla neotenia negli insetti
(in *Bullettino d. Soc. entomol. ital.,* XVII, 89-94. Firenze, 1885.

95. Di una apparizione della *Vanessa cardui* nel 1883 nei pressi di Torino
(in *Bullettino d. Soc. entomol. ital.*, XVII, 95. Firenze, 1885.

96. Compendio della fauna italiana. Descrizione elementare degli animali più importanti illustrata da 575 incisioni la più parte originali. Torino, G. B. Paravia e Comp., 1885. 8° (VIII-312 pp.
In collaboraz. con Mario Lessona.

97. Ueber die Bestehenbleiben des Larvenzustandes bei den Amphibien (in *Naturforscher*, n. 29. Berlin, 1885.

98. Corso di storia naturale ad uso degli Istituti tecnici, compilato secondo i nuovi programmi del 21 giugno 1885. Milano, fratelli Treves, editori, 1886. 3 vol. 8°, fig.
In collaboraz. con Mario Lessona.

99. Nota intorno ai sacchi vocali dei maschi delle *Ranae fuscae* d'Italia (29 marzo 1886)
(in *Zoologischer Anzeiger*, IX, 195-196. Leipzig, 1886.

100. Dell'esistenza della *Talpa europaea* Linn. in Sicilia, osservazioni (15 apr. 1886) — **B**. I, n. 4 (2 pp.

101. Della *Lacerta Taurica* Pallas. in Italia (17 aprile 1886) — **B**. I, n. 7 (2 pp.

102. Osservazioni intorno alle *Ranae fuscae* italiane (18 apr. 1886).
(in *Atti d. R. Istituto Veneto*, Serie VI, t. IV, 833-848. Venezia, 1886.

103. La questione delle *Rane rosse* d'Italia e la critica scientifica (20 apr. 1886) — **B**. I, n. 8 (4 pp.

104. Intorno alla scoperta del *Pelobates Fuscus* in Italia (24 maggio 1886) — **B**. I, n. 9 (4 pp.

105. Elenco delle specie di coleotteri trovate in Piemonte di Vittore Ghiliani. Opera postuma pubblicata per cura del dottor Lorenzo Camerano (30 giugno 1886)
(in *Annali d. R. Accad. d'Agric. di Torino*, XXIX, 195-381. Torino, 1887.

106. Descrizione di una *Lacerta viridis* (Laur.) melanica (1° luglio 1886) — **B**. I, n. 11 (2 pp.

107. Ricerche intorno alle specie italiane del genere *Gordius* (28 novembre 1886) — **A**. XXII, 145-175, 1 tav.
Riassunto (26 febbr. 1887) in — **B**. II, n. 20 (4 pp.

108. Osservazioni sui caratteri diagnostici dei *Gordius* e sopra alcune specie di *Gordius* d'Europa (23 apr. 1887) — **B**. II, n. 24 (10 pp.
Sunto in *Archives ital. de biologie*, IX, 59. Turin, 1887.

109. Nota intorno alla struttura della cuticula del *Gordius tricuspidatus* (L. Duf.) (24 apr. 1887) — **B**. II, n. 25 (4 pp. 1 tav.

110. La *Rana Latastii* Boulang. nel Veneto (26 apr. 1887) — **B.** II, n. 26 (2 pp.

111. Recherches sur l'anatomie et l'histologie des Gordiens. Note préliminaire
(in *Archives ital. de biologie*, IX, 243-248. Turin, 1887.

112. Ricerche intorno al parassitismo ed al polimorfismo dei gordii (19 giugno 1887) — **M**$_2$, XXXVIII[1], 395-413.

113. Del *Gordius tricuspidatus* (L. Dufour) in Italia (12 agosto 1887) — — **B.** II, n. 28 (2 pp.

114. Dello sviluppo degli *Anfibi anuri* sulle Alpi (12 nov. 1887) — **B.** II, n. 30 (10 pp.

115. Nuove osservazioni intorno ai caratteri diagnostici dei *Gordius* (21 nov. 1887)
(in *Zoologischer Anzeiger*, X, p. 602. Leipzig, 1887.

116. La zoologia da Aristotele a Darwin. Discorso letto nella distribuzione degli attestati ai Licei e Ginnasi di Torino nell'anno 1887. Torino, coi tipi di Guadagnini e Candellero, 1887. 8° (2 csn. 24 pp.

117. Il museo locale biellese. Cenni sulle raccolte di storia naturale. Torino, coi tipi di Guadagnini e Candellero, 1887. 8° (1 c. 22 pp.
In collaborazione con G. M. Prario.

118. Descrizione di un girino anomalo di *Rana esculenta* Linneo (18 febbraio 1888) — **B.** III, n. 36 (2 pp.

119. Ricerche sopra i *Gordii* d'Europa e descrizione di due nuove specie (6 aprile 1888) — **B.** III, n. 42 (10 pp., 1 tav.

120. Descrizione di una nuova specie del genere *Gordius* raccolta in Birmania dal sig. Leonardo Fea (2 maggio 1888)
(in *Annali del Museo civico di storia naturale,* Serie II, vol. VI, 168-170. Genova, 1888.

121. La scoperta del dott. C. Lepori della natura delle così dette ghiandole del collo del *Phyllodactylus europaeus* (14 maggio 1888) — **B.** III, n. 45 (4 pp.

122. Monografia degli ofidi italiani (1° luglio 1888, 22 marzo 1891) — **M**$_2$, XXXIX[1], 195-243, 2 tav.; XLI[1], 403-481, 2 tav.
Riass. (14 nov. 1888; 24 marzo 1891) — **B.** III, n. 49 (2 pp.; VI, n. 98 (2 pp.

123. Di un nuovo caso di parassitismo di *Gordius* adulto nell'uomo
(in *Giornale d. R. Accad. di medicina,* XXXVI, 264-269. Torino, 1888.
In collaborazione con G. B. Cerruti.

124. Ricerche intorno alla anatomia ed istologia dei *Gordii*. [Torino], 1888, Ermanno Loescher, editore. 4° (1 c. 64 pp., 9 tav.
Nota prelim. (8 marzo 1888) in **B.** III, n. 38 (6 pp.).
Riassunto in *Archives ital. de biologie*, IX, 59, 243-248. Turin, 1888.

125. Sull'integumento dei Gordius (28 gennaio 1889) — **B**. IV, n. 54 (4 pp.

126. Il laboratorio privato di zoologia marina a Rapallo (7 marzo 1889) — **B**. IV, n. 53.

In collaborazione con M. G. Peracca e D. Rosa.
Traduz. in *Nature*, XL, 302-303. London, 1889.

127. Ulteriori osservazioni intorno alla *Neotenia* negli Anfibi (26 marzo 1889) — **B**. IV, n. 56 (4 pp.

128. I primi momenti della evoluzione dei gordii (7 aprile 1889) — **M**$_2$, XL^1, 1-19, 2 tav.

Nota preliminare (10 aprile 1889) — **B**. IV, n. 61 (2 pp.

129. Osservazioni intorno alla struttura dell'integumento di alcuni Nematelminti (23 giugno 1889) — **A**. XXIV, 757-776, 1 tav.

130. Di alcuni *Girini albini* e delle cause dell'albinismo (2 luglio 1889) — **B**. IV, n. 64 (4 pp.

131. Note zoologiche (5 luglio 1889; 30 giugno 1891; 21 luglio 1896) — **B**. IV, n. 65 (4 pp.; VI, n. 106 (4 pp.; XI, n. 251 (4 pp.

132. Nuove osservazioni intorno ai *Gordii italiani* (10 luglio 1889; 3 luglio 1890) — **B**. IV, n. 66 (4 pp.; V, n. 83 (2 pp.

133. Prolusione al corso di zoologia e di anatomia comparata nella R. Università di Cagliari letta il 26 novembre 1889. Cagliari, tipografia del Commercio, 1889. 8° (26 pp.

134. Abissale fauna, pp. 14-17; — Acclimamento, 82-87; — Acquario, 174; — Adattamento, 246-247; — Addomesticamento, 258-259; — Agassiz Luigi Giovanni Rodolfo, 371-373; — Antartica fauna, 745-747; — Antilocapra, 750-751; — Artropodi, 996-997; — Atavismo, 1081-1082

(in *Enciclopedia italiana*, Sesta edizione, Supplemento, I, Torino, 1889.

135. Relazione sopra una memoria del prof. Federico Sacco intitolata: *I molluschi dei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria;* parti VII-VIII, XI, XIII (9 febbr., 16 nov. 1890; 3 genn. 1892; 5 marzo 1893) — **A**. XXV, 372-373; XXVI, 166-167; XXVII, 289; XXVIII, 427.

136. Intorno ad una specie di *Gordius* (*G. aeneus* Villot) raccolta dal sig. G. B. Anselmo in Venezuela e intorno alle specie di questo genere fino ad ora descritte dell'America meridionale (6 sett. 1890)

(in *Annali del Museo civico di storia naturale*, Serie II, vol. X, 123-127. Genova, 1890-91.

137. Viaggio di Leonardo Fea in Birmania e regioni vicine. XXVII, *Gordii* (6 sett. 1890)

(in *Annali del Museo civico di storia naturale*, Serie II, vol. X, 128-131. Genova, 1890-91.

138. Osservazioni intorno al dimorfismo sessuale degli *Echinodermi* (10 novembre 1890) — **B.** V, n. 91 (4 pp.

139. Ricerche intorno allo sviluppo ed alle cause del polimorfismo dei girini degli Anfibi anuri (16 nov. 1890) — **A.** XXVI, 72-83.
Traduzione in *Archives ital. de biologie*, XV, 165-177. Turin, 1891.

140. Relazione intorno alla memoria del sig. Filippo Cantamessa intitolata: *Il Mastodonte di Cinaglio d'Asti e il Mastodon* (Tetralophodon) *arvernensis* (14 dic. 1890) — **A.** XXVI, 244-245.

141. Note ad un corso annuale di anatomia e fisiologia comparate con figure intercalate nel testo e con indici alfabetico e sistematico. Torino, Libreria F. Casanova, 1890. 8°, fig. (718 pp.). *Autolitografia.*
Seconda edizione. Torino, Lit. Salussolia, 1904. 8°, fig. (1 c. 416 pp.).
Terza edizione. Torino, Lit. Salussolia, 1908. 8°, fig. (1 c. 376 pp.).
Quarta edizione. Torino, Lit. Salussolia, 1917. 8° (358 pp.

142. Relazione sulla memoria dei dottori F. S. Monticelli e G. Crety intitolata: *Ricerche intorno alla sottofamiglia Solenophorinae* (11 gennaio 1891) — **A.** XXVI, 413-414.

143. Relazione intorno alla domanda di incoraggiamenti ed aiuti presentata alla R. Accademia d'Agricoltura dalla Direzione del Museo nazionale di bacologia e di sericoltura di Torino (1° marzo 1891) (in *Annali Accad. Agricoltura*, XXXIV, 23-25. Torino, 1892.

144. Osservazioni intorno alle larve di *Hesperophanes cinereus* Willers dannose ai legnami da costruzione (5 apr. 1891)
(in *Annali d. R. Accademia d'agricoltura*, XXXIV, 27-34. Torino, 1892.

145. Cenno storico intorno alle collezioni della R. Accademia d'agricoltura di Torino e relazione sul loro stato presente (21 giugno 1891) (in *Annali Accad. Agricoltura*, XXXIV, 41-59. Torino, 1892.

146. L'*Exocoetus furcatus* Mitch. (*E. procne* De-Filippi e Verany) a Rapallo (28 sett. 1891) — **B.** VI, n. 109 (6 pp.

147. Ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli dei crostacei decapodi (22 nov. 1891) — **M_2**, XLII[1], 319-358.
Riassunto (30 nov. 1891) — **B.** VI, n. 111 (4 pp.
Sunto con qualche aggiunta in *Archives ital. de biol.*, XVII, 212-231. Turin, 1892.

148. Il conte Alessandro Pericle Ninni (4 febbr. 1892) — **B.** VII, n. 113 (12 pp.

149. Ricerche intorno al parassitismo ed allo sviluppo del *Gordius pustulosus* Baird (27 marzo 1892) — **A.** XXVII, 598-607, 1 tav.
Sunto in **B**, VII, n. 124 (6 pp.

150. Relaz. intorno alla memoria del dott. Fr. Sav. Monticelli intitolata: *Studi sui Trematodi endoparassiti — Monostomum cymbium* Diesing.

— *Contribuzione allo studio dei Monostomidi* (1° maggio 1892) — **A**. XXVII, 827.

151. Relazione intorno alla memoria del prof. C. F. Parona intitolata: *Revisione della Fauna liasica di Gozzano in Piemonte* (29 maggio 1892) — **A**. XXVII, 929.

152. Nota intorno al modo di preparare i grossi pezzi miologici (15 giugno 1892) — **B**. VII, n. 126 (4 pp.

153. Relazione intorno alla memoria del dott. E. Giglio-Tos intitolata: *Ditteri del Messico* (19 giugno 1892; 22 genn., 17 dic. 1893; 2 dic. 1894) — **A**. XXVII, 1070; XXVIII, 304; XXIX, 126; XXX, 112.

154. Descrizione di una nuova specie del genere *Gordius* di Palmeira (Paranà) raccolta dal dott. G. Franco Grillo (27 giugno 1892) (in *Annali del Museo civico di storia nat.*, Serie II, vol. X, 965-966, Genova, 1890-91.

155. Descrizione di una nuova specie del genere *Gordius* raccolta nell'isola di Engano dal dott. Elio Modigliani (27 giugno 1892) (in *Annali del Museo civico di storia naturale*, Serie II, vol. XII, 539-541. Genova, 1892.

156. Ginnastica salutare (in *L'eco dell'industria*. Biella, 7 luglio 1892.

157. Ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli degli insetti. Muscoli flessori delle mandibole dei coleotteri (20 nov. 1892) — **M**$_2$, XLIII^1, 229-260.

Nota preventiva (24 nov. 1892) — **B**. VII, n. 134 (4 pp.
Riassunto in *Archiv. ital. de biologie*, XIX, 149-171. Turin, 1893.

158. Nuove ricerche intorno allo sviluppo ed alle cause del polimorfismo dei girini degli anfibi anuri. — II. Azione della luce (4 dicembre 1892) — **A**. XXVIII, 134-148.

159. Anatomia comparata. Casa editr. Francesco Vallardi, Milano (1892). 16° (IV + 240 pp., 1 c.).

160. Ricerche intorno alla forza assoluta dei muscoli degli Invertebrati. I. Muscoli dei Gordii (8 genn. 1893) — **A**. XXVIII, 221-233.

Nota preventiva (16 genn. 1893) — **B**. VIII, n. 139 (2 pp.
Traduz in *Archives ital. de biologie*, XIX, 1-12. Turin, 1893.

161. Dell'azione dell'acqua corrente e della luce sullo sviluppo degli *Anfibi anuri* (20 genn. 1893) — **B**. VIII, n. 140 (12 pp.

Note di biologia alpina.

162. Osservazioni intorno ai movimenti ed ai muscoli respiratorî del torace dei Coleotteri (23 aprile 1893) — **A**. XXVIII, 590-595.

Traduz. in *Archives ital. de biologie*, XIX, 304-309. Turin, 1893.

163. Descrizione di nuove specie di *Gordius* di Madagascar (20 maggio 1893) — **B**. VIII, n. 148 (2 pp.

164. Viaggio del dr. E. Festa in Palestina, nel Libano e nelle regioni vicine. Osservazioni sui girini degli *Anfibi anuri* (26 ott. 1893) — **B**. VIII, n. 162 (6 pp.

165. Sur quelques Gordiens nouveaux ou peu connus (14 nov. 1893).
(in *Bulletin de la Société zoolog. de France*, XVIII, 213-216. Paris, 1893).

166. Ricerche anatomo-fisiologiche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni (13 mag. 1894) — **A**. XXIX, 705-724; **B**. IX, n. 178 (8 pp.
Sunto in *Anatomischer Anzeiger*, IX, pp. 676-78. Jena, 1894
ed in *Archives italiennes de biologie*, XXI, 387-395. Turin, 1894.

167. Viaggio del dottor Alfredo Borelli nella Repubblica Argentina e nel Paraguay. *Gordii* (14 giugno 1894) — **B**. IX, n. 175 (6 pp.

168. Sopra due specie di *Gordius* raccolte in Sumatra dal dottor Elio Modigliani (19 giugno 1894)
(in *Annali del Museo civico di storia naturale*, Serie II, vol. XIV, 410-412. Genova, 1894.

169. Viaggio del dott. Alfredo Borelli nella Repubblica Argentina e nel Paraguay. III. Descrizione di nuove specie del genere *Geniates* Kirby (12 luglio 1894) — **B**. IX, n. 179 (4 pp.

170. Michele Lessona. Notizie biografiche e bibliografiche (30 ott. 1894) — **B**. IX, n. 188 (72 pp., 1 ritr.

171. Michele Lessona (16 nov. 1894)
(in *Annuario d. R. Università d. studi* 1894-95, 181-191. Torino, 1895.

172. Francesco Gasco. Cenni biografici (19 nov. 1894) — **B**. IX, n. 189 (8 pp.).

173. Relazione intorno alla memoria intitolata: *I Coccodrilli del Monte Bolca*, del dott. Federico Sacco (29 nov. 1894) — **A**. XXX, 113.

174. Note ad un corso annuale di zoologia. Torino, Libr. F. Casanova, 1894. 8°, fig. (528 pp. *Autolitografia*.
Seconda edizione. Torino, Libr. F. Casanova ed. 1900. 8°, fig. (486 pp., 1 c.).
Terza edizione. Torino, Litogr. Salussolia, 1905. 8° fig. (384 pp.
Quarta edizione. Torino, Litogr. Salussolia, 1914. 8° fig. (372 pp.

175. Développement exagéré des incisives chez une marmotte (28 febbraio 1895)
(in *Bulletin de la Soc. zoolog. de France*, XX, 55-56. Paris, 1895.

176. Description d'une nouvelle espèce de Gordien de la Chine (8 avril 1895)
(in *Bulletin de la Soc. zoolog.* de France, XX, 99-100. Paris, 1895.

177. Gordiens nouveaux ou peu connus du Musée d'histoire naturelle de Leyde (avril 1895)
(in *Notes from the Leyden Museum*, XVII, Leyde, 1895 (14 pp.

178. Relazione intorno alla memoria del dottor Daniele Rosa intitolata: *Contributo allo studio dei* " Terricoli neotropicali „ (5 maggio 1895) — **A**. XXX, 561-562.

179. Description d'une nouvelle espèce de *gordius* du Chili (3 giugno 1895) (in *Actes de la Soc. scientifique du Chili*, V, 8-9, Santiago, 1895.

180. Relazione intorno alla memoria del dott. G. De-Alessandri intitolata: *Contribuzione allo studio dei Pesci Terziarii del Piemonte e della Liguria* (23 giugno 1895) — **A**. XXX, 886-887.

181. Osservazioni intorno al disegno di riforma bibliografica di Herbert Haviland Field (31 luglio 1895) — **B**. X, n. 212 (6 pp.

182. Michele Lessona. Commemorazione (17 nov. 1895). (in *Annali Accad. Agricoltura*, XXXVIII, 23-35. Torino, 1896.

183. La vita scientifica di Michele Lessona. Commemorazione letta il dì 17 nov. 1895 — $\mathbf{M}_2$, XLV[1], 331-388.

184. Descrizione di una nuova specie di Gordio del Basso Beni (Bolivia) raccolta dal prof. L. Balzan (genn. 1896) (in *Annali del Museo civico di storia naturale*, Serie II, XVI, 9-10. Genova, 1896.

185. Onicofori raccolti nel Darien dal dott. E. Festa (15 genn. 1896) — **B**. XI, n. 223 (2 pp.

186. Gordiens nouveaux ou peu connus du Musée zoologique de l'Académie impériale des sciences de St.-Pétersbourg (7 février 1896) (in *Annuaire du Musée zoologique de l'Acad. imp. des sciences*, 1896, 117-125. St.-Pétersbourg, 1896.

187. Nuove ricerche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni e intorno alla respirazione negli Anfibî Urodeli (23 febbr. 1896) — **A**. XXXI, 512-526.

Riassunto in **B**. XI, n. 237 (10 pp.
ed in *Anatomischer Anzeiger*, XII, 114-119. Jena, 1896
ed in *Archives ital. de biologie*, XXV, 219-228. Turin, 1896.

188. Relazione intorno alla memoria del dott. Daniele Rosa intitolata: *I Linfociti degli Oligocheti. Ricerche istologiche* (22 marzo 1896) — **A**. XXXI, 584.

189. Relazione intorno alla memoria del dott. Ermanno Giglio-Tos intitolata: *Sulle cellule del sangue della Lampreda* (26 apr. 1896) — **A**. XXXI, 731.

190. Relazione intorno alla memoria del dott. Ermanno Giglio-Tos intitolata: *La struttura e l'evoluzione dei corpuscoli rossi del sangue nei vertebrati* (13 dic. 1896) — **A**. XXXII, 237-239.

191. Ricerche intorno alla struttura della mano e delle ossa pelviche nella *Balaenoptera musculus* (10 gennaio 1897) — **A**. XXXII, 311-319, 1 tav.

Riassunto in *Archives ital. de biologie*, XXVII, 196-201. Turin, 1897.

192. Rudimenti del dito medio nella mano di un individuo adulto di *Balaenoptera musculus* (10 febbr. 1897)
(in *Anatomischer Anzeiger,* XIII, 180-181. Jena, 1897.
193. Sul *Peripatus quitensis* Schmarda (21 febbr. 1897) — **A**. XXXII, 395-398.
194. Materiali per lo studio della sutura temporo-frontale nell'*Orango* e nei *Miceti* (12 maggio 1897) — **B**. XII, n. 291 (4 pp.
195. Viaggio del Dr. Enrico Festa nella Repubblica dell'Ecuador e regioni vicine. *Gordii* (15 maggio 1897) — **B**. XII, n. 293 (2 pp.
196. Viaggio del dott. Alfredo Borelli nel Chaco boliviano e nella Repubblica Argentina. *Gordii* (25 maggio 1897) — **B**. XII, n. 294 (4 pp.
197. Nuova specie di *Peripatus* raccolta dal professor Balzan in Bolivia (11 giugno 1897)
(in *Annali del Museo civico di storia naturale,* 2ª Serie, volume XVIII, 12-15. Genova, 1897.
198. Monografia dei Gordii (13 giugno 1897) — **M**$_2$, XLVII[1], 339-419, 3 tab., 3 tav.
199. Nuova classificazione dei Gordii (5 luglio 1897)
(in *Zoologischer Anzeiger*, XX, pp. 225-229. Leipzig, 1897.
200. La zoologia allo schiudersi del secolo XX. Discorso letto il 16 novembre 1897 in occasione della solenne apertura degli studi nella R. Università di Torino
(in *Annuario d. R. Univer. di Torino*, 1897-98, pp. 9-44. Torino 1898.
(in *Bollettino del Naturalista*, XVIII. Siena, 1898.
201. Nuova specie di *Peripatus* dell'Ecuador (16 gennaio 1898) — **A**. XXXIII, 308-310.
202. Relazione intorno alla memoria del dott. Ermanno Giglio-Tos intitolata: *I trombociti degli Ittiopsidi e dei Sauropsidi* (27 febbraio 1898) — **A**. XXXIII, 505-506.
203. Gordiens du Mexique (8 marzo 1898)
(in *Bulletin de la Soc. zoologique de France,* XXIII, 73-76. Paris, 1898.
204. Sulla striatura trasversale dei muscoli delle mandibole negli Onicofori (17 apr. 1898) — **A**. XXXIII, 589-593.
205. Viaggio del dottor Enrico Festa nella Repubblica dell'Ecuador e regioni vicine. *Onicofori* (6 maggio 1898) — **B**. XIII, n. 316 (4 pp.
206. Passeggiate zoologiche
(in *Il Biellese*, 215-219. Milano, 1898.
207. Gordii della Malesia e del Messico (26 marzo 1899) — **A**. XXXIV, 460-469, 1 tav.

208. Lazzaro Spallanzani e Carlo Darwin (apr. 1899)
(in: *Nel primo centenario della morte di Lazzaro Spallanzani* [Reggio Emilia, tip. Artigianelli, 1899]. 8° (4 pp.

209. Norme principali per la prima preparazione, l'imballaggio ed il trasporto delle collezioni di animali. Torino, tip. Gerbone [1899]. 8° (8 pp.).

210. Lo studio quantitativo degli organismi ed il coefficiente somatico (14 genn. 1900) — **A**. XXXV, 327-346 e **B**. XV, n. 375 (18 pp., e *Archives ital. de biologie*, XXXIII, 157-176. Turin, 1900.

211. Relazione della Commissione pel concorso di una medaglia d'oro di grande modello del valore di L. 500 a quella manifestazione scientifica o pratica che dall'ultima Esposizione del 1884 all'Esposizione del 1898 di Torino abbia più efficacemente contribuito al progresso dell'agricoltura in Italia (14 genn. 1900).
(in *Annali Accad. Agricoltura*, XLIII, 3-8. Torino, 1901.

212. Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di variabilità, di variazione, di frequenza, di deviazione e di isolamento (25 marzo 1900) — **A**. XXXV, 650-666; **B**. XVI, n. 405 (14 pp.; ed in *Archives ital. de biologie*, XXXIV, 1-16. Turin, 1900.

213. Alfonso Milne Edwards. Brevi parole di commemorazione (8 aprile 1900) — **A**. XXXV, 691-693.

214. Osservazioni intorno al modo di dividere la *lunghezza-base* nel calcolo del coefficiente somatico (18 maggio 1900) — **B**. XV, n. 373 (8 pp.

215. Ricerche intorno alla variazione del " bufo vulgaris „ Laur. (17 giugno 1900) — **M**$_2$, L^1, 81-153, 2 tav.

216. Michele Edmondo barone di Selys Longchamps. Brevi parole di commemorazione (13 genn. 1901) — **A**. XXXVI, 327-334.

217. Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di mancanza, di correlazione e di asimmetria (24 marzo 1901) — **A**. XXXVI, 639-644; **B**. XVI, n. 406 (6 pp.

218. Ricerche intorno alle renne delle isole Spitzberghe (12 maggio 1901) **M**$_2$, LI^1, 159-240, 3 tav.

219. La lunghezza base nel metodo somatometrico in zoologia (21 luglio 1901) — **B**. XVI, n. 394 (20 pp.; ed in *Archives ital. de biologie*, XXXVI, 213-236. Turin, 1901.

220. Flaminio Baudi di Selve. Cenni biografici e bibliografici (29 luglio 1901) — **B**. XVI, n. 396 (6 pp.

221. La Fauna delle Alpi (agosto 1901)
(in *La Lettura*, I, pp. 696-704. Milano, 1901.

222. *Gordii* raccolti dalla spedizione " Skeat „ nella Penisola Malese 1899-1900 (8 nov. 1901) — **B**. XVI, n. 408 (2 pp.

223. *Gordii* raccolti dal dottor Filippo Silvestri nella Repubblica Argentina e nel Paraguay (25 nov. 1901) — **B**. XVI, n. 410 (2 pp.
224. Viaggio del dottor A. Borelli nel Matto Grosso e nel Paraguay. *Gordii* (25 nov. 1901) — **B**. XVI, n. 411 (2 pp.
225. *Gordii* di Madagascar e delle isole Sandwich (25 nov. 1901) — **B**. XVI, n. 412 (2 pp.
226. Studio quantitativo statistico degli organismi (17 dic. 1901; 10 gennaio 1902) — **B**. XVI, n. 413 (6 pp.; XVII, n. 417 (40 pp.
227. Flaminio Baudi di Selve. Notizie biografiche (22 dic. 1901)
(in *Annali Accad. Agricoltura*, XLIV, 165-172. Torino, 1902.
È ristampa, con breve aggiunta, del lavoro citato al n. 220.
228. Nuova specie di *Chordodes* del Sudan (9 genn. 1902) — **B**. XVII, n. 416 (4 pp.
229. Relazione intorno alla memoria del prof. Daniele Rosa, intitolata: *Il cloragogo tipico degli Oligocheti* (9 marzo 1902) — **A**. XXXVII, 331-332.
230. Contributo alla storia delle teorie Lamarckiane in Italia. Il corso di zoologia di Franco Andrea Bonelli (27 apr. 1902) — **A**. XXXVII, 455-464.
231. Materiali per lo studio delle zebre (15 giugno 1902) — **A**. XXXVII, 612-624, 1 tav.
232. Descrizione di una nuova specie di *Chordodes* del Congo (19 giugno 1902) — **B**. XVII, n. 426 (2 pp.
233. Gordiens nouveaux ou peu connus du Musée zoologique de l'Académie Impériale des sciences de St-Pétersbourg (25 sett. 1902)
(in *Annuaire du Musée zoolog. de l'Acad. des Sciences*, VIII, 22-29. St.-Pétersbourg, 1903.
234. Ricerche somatometriche in Zoologia (26 nov. 1902) — **B**. XVII, n. 431 (18 pp.
235. Tabelle per la riduzione delle misure assolute in misure espresse in 360esimi somatici (17 febbr. 1903) — **B**. XVIII, n. 436 (50 pp.
236. *Gordii* di Ceylan (9 marzo 1903) — **B**. XVIII, n. 438 (2 pp.
Traduz. inglese in *Spolia Zeylanica*, I, 34-35. Colombo, 1903.
237. Nuove specie di *Gordii* del Basso Siam (17 marzo 1903) — **B**. XVIII, n. 437 (4 pp.
238. I manoscritti di Franco Andrea Bonelli. Contributo alla storia delle teorie Lamarckiane in Italia in sul principio del secolo XIX (aprile 1903)
(in *Atti del Congresso intern. di scienze storiche*, XII, 203-209. Roma, 1904.
239. Ricerche intorno alla *talpa romana* Orfield [Oldfield] Thomas e ad altre forme di talpe europee (14 giugno 1903) — **M**$_2$, LIV^1, 81-128, 1 tav.

240. La biologia nel secolo XIX
(in *Il secolo XIX*, fasc. 95. Milano, 1903 (50 pp.

241. Di alcuni resti di Renna trovati nell'Isola del Principe Rodolfo
(in: *Osservazioni scientifiche eseguite durante la spedizione polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia, Duca degli Abruzzi*, 1899-900, pp. 523-546. Milano, U. Hoepli, 1903.

242. Di alcuni resti di " *Pusa foetida* Fabr. „ trovati a capo Fligely
(in: *Osservazioni scient. eseg. durante la spediz. polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia*, pp. 547-553. Milano, 1903.

243. Osservazioni intorno ad alcuni crani di " *Odobaenus Rosmarus* Malmg. „ e di " *Odobaenus Obesus* (Illig), Allen. „
(in: *Osservazioni scient. eseguite durante la spediz. polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia*, pp. 555-563. Milano, 1903.

244. Osservazioni intorno ad alcuni crani di " *Thalassarctos maritimus* (Linn.)
(in: *Osservazioni scientif. eseguite durante la spedizione polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia*, pp. 565-579. Milano, 1903.

245. Osservazioni intorno ad una femmina di " *Delphinapterus Leucas* Pall. „ e ad un suo feto
(in: *Osservazioni scientif. eseguite durante la spedizione polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia*, pp. 581-596. Milano, 1903.

246. Osservazioni intorno al " Gadus saida Lepechin „ della Baia di Teplitz
(in: *Osservazioni scientif. eseguite durante la spedizione polare di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia*, pp. 609-620. Milano, 1903.

247. Ricerche intorno alla variazione del *Bufo viridis* Laur., del *Bufo mauritanicus* Schlegel e del *Bufo regularis* Reuss (28 febbr. 1904) — **M**$_2$, LIV^1, 183-280.

248. Osservazioni intorno all'applicazione del metodo somatometrico (4 marzo 1904) — **B**. XIX, n. 461 (4 pp.

249. Nuova specie di Gordio dell'Alta Birmania (3 giugno 1904) — **B**. XIX, n. 468 (4 pp.

250. Nuova specie di *Chordodes* del Guatemala (7 giugno 1904)
(in *Annali del Museo civico di storia naturale*, Serie III, vol. I, 93-94. Genova, 1904.

251. Osservazioni intorno al *Chordodes Skorikovi* Camer. (14 giugno 1904) — **B**. XIX, n. 469 (4 pp.

252. Della identità specifica del *Parachordodes Wolterstorffii* e del *Parachordodes Pleskei* (18 giugno 1904) — **B**. XIX, n. 470 (4 pp.

253. Ricerche intorno alla variazione del *Phyllodactylus Europaeus* Gené (21 luglio 1904) — **B**. XIX, n. 471 (28 pp.

254. I Gordi (novembre 1904)
(in " *Varietas* „ Rivista mensile, a. I, pp. 305-307. Milano, Sonzogno, 1904.

255. Sguardo sulla fauna delle Valli di Lanzo
(in *Le Valli di Lanzo*, 465-474. Torino, Paravia, 1904.

256. Antonio Vallisneri e i moderni concetti intorno ai viventi (22 gennaio 1905) — **M**$_2$, LV^1, 69-112.

257. L'Abate Giuseppe Olivi e la " Somatometria „ moderna (11 febbraio 1905) — **B**. XX, n. 484 (6 pp.

258. Materiali per la storia della zoologia in Italia nella prima metà del secolo XIX (11 marzo 1905; 9 maggio, 17 ott. 1906; 18 apr., 15 luglio, 27 nov. 1908; 5 apr., 10 maggio 1909) — **B**. XX, n. 486 (40 pp.; XXI, n. 526 (10 pp., n. 535 (16 pp., n. 536 (6 pp.; XXIII, n. 579 (8 pp., n. 586 (12 pp., n. 591 (48 pp.; XXIV, n. 601 (16 pp., n. 606 (8 pp.

259. Francesco Cetti ed i suoi principii di filosofia naturale (31 marzo 1905) — **B**. XX, n. 488 (6 pp.

260. Gordii [dell'isola d'Elba]. Rendiconto della quinta assemblea dell'Unione zoologica italiana in Portoferraio (19 aprile 1905)
(in *Monitore zoologico ital.*, a. XVI, 250. Firenze, 1905.

261. Accademia Reale delle Scienze di Torino. Relazione per l'aggiudicazione del premio Morelli, anno 1905 [25 giugno 1905]. Bergamo, stabil. tipo-litogr. fratelli Bolis, 1905. 8° (6 csn.

262. Relazione intorno alla memoria del dottor Luigi Cognetti De Martiis intitolata: *Gli Oligocheti della regione neotropicale* (25 giugno; 17 dic. 1905) — **A**. XL, 1130; XLI, 200.

263. Osservazioni intorno ai *Chordodes Festae* Camer. (25 luglio 1905) — **B**. XX, n. 504 (2 pp.

264. Gordii dei Pirenei (25 luglio 1905) — **B**. XX, n. 505 (2 pp.

265. Contributo alla conoscenza del *Nyctinomus taeniotis* (Raf.) in Italia (23 nov. 1905) — **B**. XX, n. 515 (8 pp.

266. Giulio Bazetta. Cenni biografici (9 febbr. 1906) — **B**. XXI, n. 522 (4 pp.

267. Ricerche intorno allo stambecco delle Alpi (11 marzo; 13 maggio 1906) — **M**$_2$, LVI^1, 283-358, 5 tav.; LVII^1, 1-70, 2 tav.

268. Victor Fatio. Brevi parole di commemorazione (29 aprile 1906) — **A**. XLI, 690-700.

269. Relazione intorno alla memoria del dottor Giuseppe Nobili, intitolata: *Ricerche sui Crostacei della Polinesia. Decapodi, Stomatopodi, Isopodi e Anisopodi* (13 maggio 1906) — **A**. XLI, 914-915.

270. Relazione intorno alla memoria del dott. Cesare Artom, intitolata: *La variazione dell'* " *Artemia salina* „ (Linn.) *di Cagliari sotto l'influsso della salsedine* (27 maggio 1906) — **A**. XLI, 971-972.

271. Osservazioni intorno alla *Talpa caeca* Savi (22 giugno 1906) — **B**. XXI, n. 530 (8 pp., 2 tab.

272. *Felis Pardus* Ruwenzorii, subsp. n. (nota preventiva) (27 dic. 1906) — **B**. XXI, n. 545 (6 pp.

Spedizione al Ruwenzori di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia.

273. Spedizione al Ruwenzori di S. A. R. Luigi Amedeo di Savoia duca degli Abruzzi. Nuove specie di Coleotteri (Diagnosi preventive) (9 luglio 1907) — **B**. XXII, n. 562 (8 pp.

274. Pietro Pavesi. Cenni biografici (25 ottobre 1907) **B**. XXII, n. 575 (16 pp.

275. Relazione sull'andamento generale dell'Università di Torino nell'anno scolastico 1906-1907; 1907-908; 1908-909
(in *Annuario d. R. Università di Torino*, 1907-1908, 1-4; 1908-1909, 1-4; 1909-1910, pp. 3-6. Torino, 1908-910.

276. Il Quagga del Museo zoologico di Torino (23 febbraio 1908) — **A**. XLIII, 562-565, 1 tav.

277. Gordii d'Irlanda (9 aprile 1908) — **B**. XXIII, n. 578 (2 pp.

278. Nota sul *Chordodes Hawkeri* Camer. (29 apr. 1908) — **B**. XXIII, n. 580 (2 pp.

279. Gordiens du Musée Indien (luglio 1908)
(in *Records of the Indian Museum*, II, 113-117. Calcutta, 1908.

280. La fauna delle nostre Alpi. Lettura fatta al VII Convegno nazionale dell'*Unione Zoologica italiana* a Bormio il 1° settembre 1908 (13 ott. 1908) — **B**. XXIII, n. 590 (18 pp.
(ed in *Monitore zoologico ital.*, XX, 33-49. Firenze, 1909
(ed in *Conferenze e prolusioni*, II, 153-161. Roma, 1909.

281. Sur les gordiens recueillis par le capitaine F. H. Stewart dans le Tibet
(in *Records of the Indian Museum*, II, 315-316. Calcutta, 1908.

282. Giuseppe Nobili. Cenni biografici (23 dic. 1908) — **B**. XXIII, n. 595 (6 pp., 1 ritr.

283. Ricerche intorno al *Colobus occidentalis* Rochebr. e ad altre specie affini (maggio 1909).
(in Savoia (L. A. di), *Il Ruwenzori*, Parte scientifica, vol. I, 1-66, 5 tav. Milano, 1909.

284. Osservazioni intorno al *Cercopithecus ascanias* Aud. subsp. *Schmidti* Matsch. (maggio 1909)
(in Savoia (L. A. di), *Il Ruwenzori*, Parte scientifica, I, 67-73. Milano, 1909.

285. Osservazioni intorno al *Felis pardus* subsp. *Ruwenzorii* Camer. (maggio 1909)
(in Savoia (L. A. di), *Il Ruwenzori*, Parte scientifica, I, 89-110, 4 tav. Milano, 1909.

286. Osservazioni intorno al *Buffelus caffer* subspec. *Radcliffei* Oldf. Thomas (maggio 1909)
(in Savoia (L. A. di), *Il Ruwenzori*, Parte scientifica, vol. I, 139-144, 1 tav. Milano, 1909.

287. Osservazioni intorno all' *Equus quagga* subspec. *Granti* Winton (maggio 1909)
(in Savoia (L. A. di), *Il Ruwenzori*, Parte scientifica, I, 145-154, 3 tav. Milano, 1909.

288. Di alcuni coleotteri dell'Uganda e del Ruwenzori (maggio 1909)
(in Savoia (L. A. di), *Il Ruwenzori*, Parte scientifica, I, 221-253. Milano, 1909.

289. Relazione intorno alla memoria del dottor Edoardo Zavattari intitolata: *Ricerche morfologiche intorno ai muscoli ioidei dei Sauri in rapporto con i muscoli ioidei degli altri Vertebrati* (23 maggio, 19 dic. 1909) — **A**. XLIV, 802-803; XLV, 139-140.

290. Franco Andrea Bonelli ed i suoi concetti evoluzionistici (1812-1830) (21 nov. 1909) — **M**$_2$, LX^1, 409-476.

291. Relazione intorno al XVI premio Bressa (13 febbraio 1910) — **A**. XLV, 327-331.

292. Relazione intorno alla memoria del dott. L. Cognetti De Martiis intitolata: *Ricerche sulla distruzione normale dei prodotti sessuali maschili* (19 giugno 1910) — **A**. XLV, 769-770.

293. Per una storia dei Zoologi italiani. Parole di apertura dell'VIII Convegno dell'Unione Zoologica Italiana, Napoli, 12 settembre 1910 (15 ott. 1910) — **B**. XXV, n. 626 (6 pp.
(ed in *Monitore zoologico ital.*, XXI, 252-256. Firenze, 1911
(ed in *Bollettino d. Società di naturalisti*, XXIV, Suppl., 29-34. Napoli, 1911.
L'estr. ha il titolo: *Onoranze e festeggiamenti nel 1º centenario della morte di Filippo Cavolini* .....

294. Commemorazioni (12 sett. 1910)
(in *Monitore zoologico ital.*, XXI, 257-260. Firenze, 1911
di Antonio Dohrn, Salvatore Lo Bianco, E. Giglioli, ecc.

295. Commemorazione dell'antico Presidente prof. Enrico H. Giglioli e del commissario dott. Salvatore Lo Bianco
(in *Annali dell'industria. Atti della Commiss. consultiva per la pesca. Sessione del novembre 1910*, pp. 3-5. Roma, 1914.

296. Ai soci del Club Alpino italiano (dic. 1910)
(in *Rivista del Club Alpino ital.*, XXIX, 369. Torino, 1910.

297. Materiali per la storia della Zoologia in Italia. Filippo Cavolini e i suoi concetti di filosofia naturale (31 dic. 1910) — **B**. XXV, n. 632 (12 pp.

298. Gordiidae
(in *Wissenschaftliche Ergebnisse der Schwedischen zoologischen*

Expedition nach dem Kilimandjaro, dem Meru ... 1905-1906, pp. 27-28. Stockholm, 1910.

299. Osservazioni sullo stambecco del Baltoro nei Monti del Karakoram e su quello del Lahul (5 febbraio 1911) — **A**. XLVI, 263-276, 1 tav.

300. Le " Ocapia „ del Museo zoologico di Torino (5 febbraio 1911) — **A**. XLVI, 276-279, 1 tav.

301. Modificazioni ai ruoli organici delle Segreterie delle Università e degli Istituti Universitari [Relazione al Senato: 22 giugno 1911, 27 marzo 1912]
(in *Senato del Regno*, Leg. XXIII, *Atti interni*, vol. VIII, n. 604 A, C. Roma, 1913.

302. L'*Hyrax syriacus* Schreb. del Libano (7 sett. 1911) — **B**. XXVI, n. 642 (4 pp.

303. Relazione presidenziale sull'andamento dell'anno sociale 1910-11 (8 sett. 1911)
(in *Rivista del Club alpino ital.*, XXX, 278-283. Torino, 1911.

304. [Commemorazione di Antonio Grober letta in Alagna il 10 settembre 1911]
(in *Rivista Valsesiana*, VI, 188-192. Varallo, 1911.

305. Gli studi zoologici in Italia nel primo cinquantennio di vita nazionale (ott. 1911)
(in *Atti d. Società ital. per il progresso delle scienze*, V^a^ riunione, Roma, ottobre 1911, 463-495. Roma, 1912.

306. Gordiens [recueillis pendant la " Nederl. Nieuw-Guinea Expeditie „] (20 nov. 1911)
(in *Nova Guinea*, V, 541-542. Leide, 1914.

307. Praeda itineris a L. F. de Beaufort in Archipelago Indico facti annis 1909-1910. *Gordiens*
(in *Bijdragen tot de dierkunde uitg. door het k. zoologisch Genootschap ... te Amsterdam*, 1911 (2 cc.

308. Nuove specie di *Chordodes* del Congo (27 genn. 1912) — **B**. XXVII, n. 645 (2 pp.

309. Osservazioni intorno al *Chordodes Hawkeri* Camer. (27 genn. 1912) — **B**. XXVII, n. 646 (2 pp.

310. Relazione sul XVII premio Bressa (28 genn. 1912) — **A**. XLVII, 368-382.

311. Osservazioni intorno alle ossa wormiane della fontanella " fronto-naso-maxillo-lacrimale „ e intorno all'osso " lacrimale „ nel camoscio (26 maggio 1912) — **A**. XLVII, 897-903, 1 tav.

312. Osservazioni intorno alla *Capra Ibex Graicus* Matschie (12 luglio 1912) — **B**. XXVII, n. 656 (4 pp.

313. Gordiens du Musée Indien. Nouvelle série (luglio 1912)
(in *Records of the Indian Museum*, VII, parte III, pp. 215-216. Calcutta, 1912.

314. Relazione sull'andamento del Club Alpino Italiano nell'anno 1911-12 (29 sett. 1912).
(in *Rivista del Club alpino ital.*, XXXI, 312-320. Torino, 1912.

315. Conversione in legge del Regio decreto 9 gennaio 1913, n. 11, col quale venne vietata la caccia al camoscio (*Rupicapra ornata*) nei comuni di Civitella Alfedena e Opi (Aquila) e di Settefrati (Caserta) e nelle località circostanti [Relazione 17 marzo 1913]
(in *Senato del Regno, Leg. XXIII, Atti interni*, vol. XI, n. 968 A. Roma, 1913.

316. Ricerche intorno ai camosci. Camoscio delle Alpi (30 marzo 1913; 8 febbr., 13 dic. 1914) — **M**$_2$, LXIV^1, n. 4 (82 pp., 9 tav.), n. 14 (88 pp., 9 tav.); LXV^1, n. 12 (82 pp., 11 tav.).

317. Discorso commemorativo del Presidente [per il cinquantenario del Club Alpino] (7 sett. 1913)
(in *Rivista del Club alp. ital.*, XXXII, 264-271. Torino, 1913.
Riprodotto con aggiunta di figure e col titolo:
Il primo cinquantenario del Club Alpino Italiano
(in *Nuova Antologia*, CLXVII, 397-420. Roma, 1913.

318. Relazione sull'andamento del Club Alpino Italiano nell'anno sociale 1912-13 (7 sett. 1913)
(in *Rivista del Club alpino ital.*, XXXII, 306-312. Torino, 1913.

319. Osservazioni intorno al lacrimale e al nasale bipartiti nel Camoscio (22 marzo 1914) — **A**. XLIX, 700-704, 1 tav.

320. Alberto Günther (26 apr. 1914) — **A**. XLIX, 825-833.

321. Le riunioni delle coccinelle (20 maggio 1914)
(in *Zeitschrift für wissensch. Insektenbiologie*, X, 187-189. Berlin, 1914.

322. Osservazioni intorno alla mucosa palatina del Camoscio delle Alpi (24 maggio 1914) — **A**. XLIX, 1118-1123, 1 tav.

323. Relazione sull'andamento del Club Alpino Italiano nell'anno sociale 1913-14 (13 sett. 1914)
(in *Rivista del Club alpino ital.*, XXXIII, 350-360. Torino, 1914.

324. Nota su due Gordii dell'Eritrea (6 marzo 1915).
(in *Bollettino del laboratorio di zoologia generale e agraria d. R. Scuola sup. di Agricoltura di Portici*, IX, pp. 335-336. Portici, 1914-1915.

325. Revisione dei gordii (7 marzo 1915) — **M**$_2$, LXVI, n. 1 (66 pp.

326. Relazione intorno alla memoria del dott. Giuseppe Colosi, dal titolo: *Osservazioni anatomo-istologiche sulla " Runcina calaritana ", n. sp.* (25 apr. 1915) — **A**. L, 969-970.

327. Contributo allo studio dei Wormiani palato-palatini e dei Wormiani medio-palatini di Calori nei mammiferi (30 sett. 1915) — **B**. XXX, n. 706 (8 pp., 4 tav.

328. Relazione sull'andamento del Club Alpino Italiano nell'anno sociale 1914-15 (19 dic. 1915)
(in *Rivista d. Club. alpino ital.*, XXXIV, 376-384. Torino, 1915.

329. Osservazioni intorno alla bipartizione del lacrimale nei mammiferi ungulati artiodattili (23 dic. 1915) — **B**. XXX, n. 707 (8 pp., 4 tav.

330. I caratteri del cranio, della colorazione e delle corna nella distinzione dei camosci in ispecie e sottospecie
(in *Rivista di antropologia*, XX, n. v (14 pp.). Roma, 1915-1916.

331. Della posizione dei " fori palatini „ nella partizione del genere " *Capra* „ Linn. (20 febbr. 1916) — **A**. LI, 562-571, 1 tav.

332. Materiali per lo studio della partizione del nasale nei mammiferi Ungulati artiodattili e nei Carnivori (23 febbr. 1916) — **B**. XXXI, n. 709 (4 pp., 3 tav.

333. Ricerche intorno all' " os supramaxillare accessorium „ di Vrolik, alla partizione dell'intermascellare, e sulle ossificazioni che si trovano nella fontanella maxillo-nasale dei mammiferi Ungulati artiodattili e in alcuni Carnivori (1° maggio 1916) — **B**. XXXI, n. 710 (16 pp., 7 tav.

334. Osservazioni intorno alla *Rupicapra rupicapra parva,* Cabrera (22 maggio 1916) — **B**. XXXI, n. 712 (4 pp.

335. Osservazioni intorno ad alcuni resti di Stambecco delle Alpi Retiche (17 dic. 1916) — **A**. LII, 266-274.

336. La forma delle nodosità delle corna e il sistema di colorazione nei sottogeneri " *Euibex* „ ed " *Eucapra* „ Camer. (17 dic. 1916) — **A**. LII, 281-286.

337. Relazione presidenziale sull'andamento del Club Alpino Italiano nell'anno sociale 1915-16 (17 dic. 1916)
(in *Rivista d. Club alpino ital.*, XXXVI, 28-39. Torino, 1917.

338. Il turismo scolastico e la coscienza nazionale (febbr. 1917)
(in *La Sorgente*, I, 17-18. Milano, 1917.

339. Contributo allo studio degli Stambecchi Iberici (21 aprile 1917) — **B**. XXXII, n. 720 (30 pp., 2 tav.

340. Ricerche intorno alle sottospecie della *Capra sibirica* Meyer (28 apr., 21 maggio 1917) — **B**. XXXII, n. 722-723 (42-20 pp., 2 tav.

341. Gordiens recueillis pendant les expéditions à la Nouvelle Guinée méridionale conduites par Mr H. A. Lorentz, ecc.
(in *Nova Guinea*, VII. Leide, 19...

Bovero (A.). Per uno scomparso di ieri: Lorenzo Camerano. San Paolo, 1918. 12° (10 pp.
Estratto dal giornale: *Il Piccolo,* 19 genn. 1918.

De-Toni (G. B.). In memoria del socio nazionale prof. sen. Lorenzo Camerano. Venezia, Premiate officine Carlo Ferrari, 1918. 8° (1 c., 6 pp.
Estr. d. *Atti d. R. Istit. Veneto.*

Giglio-Tos (Ermanno). Lorenzo Camerano. Cenni biografici e bibliografici.
(in *Bollett. dei Musei di Zool. ed Anat. comparata*; XXXIII, n. 725.
A parte: Torino, Vincenzo Bona, 1918. 8° (14 pp., 1 ritr.

Masino (Felice). Lorenzo Camerano.
(in *Giornale di farmacia, di chimica e di scienze affini,* novembre 1917.
A parte: Torino, tipogr. Enrico Schioppo, 1918. 8° (4 csn.

Parona (C. F.). Prof. Senatore Lorenzo Camerano, Presidente del Club Alpino Italiano.
(in *Rivista del Club Alpino Ital.*; XXXVII, pp. 1-10, Torino, 1918.

— Prof. Lorenzo Camerano, Senatore del Regno.
(in *Bollettino del Comitato glaciologico ital.*, n. 3, pp. 11-13. Roma, 1919.

Parona (Corrado). Lorenzo Camerano.
(in *Monitore zoolog. ital.*; XXVIII, 153-155. Firenze, 1917.

Gli Accademici Segretari

Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 4 Maggio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Baudi di Vesme, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del 3 aprile u. s.

Il Vicepresidente Ruffini fa dono all'Accademia del suo recente volume *Sionismo e Società delle Nazioni* (Bologna, Zanichelli). La Classe lo ringrazia vivamente.

Il Socio Einaudi presenta il vol. XXIX (anno 1918) della rivista da lui diretta *La Riforma Sociale*, e insieme anche il volume di Riccardo Bachi *L'Italia economica nel 1917* (anno IX) *Le ripercussioni della guerra mondiale ed italiana sull'economia nazionale.* La Classe porge calde azioni di grazie per i cospicui doni.

Il Socio De Sanctis presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una prima *Nota* del Prof. Aldo Ferrabino *La battaglia di Sellasia.*

Il Socio Vidari presenta pure, perchè sia pubblicata negli *Atti*, una prima *Nota* del Prof. Rinaldo Nazzari dal titolo *Il dato come principio di certezza.*

Il Socio Cian presenta una *Nota* del Dott. Luigi Negri intitolata *Un preteso Antimachiavello francese della Rinascita. Stefano La Boëtie e Nicolò Machiavelli*, che sarà pubblicata negli *Atti*.

La Classe si raccoglie in seguito in seduta privata e conforme all'art. 14 dello Statuto accademico procede, mediante votazione a schede segrete, alla elezione del Direttore e del Segretario della Classe. Riescono rieletti ad unanimità di voti i Soci S. E. Boselli a Direttore e Prof. comm. Ettore Stampini a Segretario della Classe.

LETTURE

Il "dato" come principio di certezza

(Discussione gnoseologica)

Nota I del Dott. RINALDO NAZZARI

1.

Vi sono contrasti nella vita e contraddizioni nel sapere. È questa un'esperienza umana originaria e universale, che, a traverso le innumerevoli istanze particolari e variabili, appare costituire il punto di partenza e la ragion d'essere, insieme, di ogni riflessione sulla vita e di ogni teoria rivolta a soddisfare la curiosità del conoscere. Un tale giudizio, finchè sia limitato a un'affermazione generica che non implichi *ancora* nessun apprezzamento ulteriore sulle cause di quei contrasti e sull'intima natura di quelle contraddizioni, e, infine, sul significato di entrambi, non può dar luogo a discussione. Esso costituirebbe una certezza ineccepibile, una *verità* (nel senso ordinario della parola) esprimente un accordo della coscienza universale.

Infatti, se l'uomo fosse vissuto sempre in quella specie di Eden beato, di cui la leggenda biblica ci dà la descrizione simbolica, non avrebbe egli mai fatto esperienza del contrasto e, quindi, del dolore, che si esplica nella lotta per resistere e dominare le avverse forze naturali e umane; non avrebbe vagheggiato un ideale affascinante da contrapporre a una realtà mortificante, ma condotto uniforme vita beata, non agitata dal desiderio, in una serena imperturbabilità, come gli dei d'Epicuro. Del pari, se ogni fatto o rapporto rappresentasse nella coscienza una cognizione immediatamente perspicua e trasparente (quasi immagini di oggetti riflesse in uno specchio piano), non adombrata mai dal dubbio o invalidata dalla contraddizione, il pensiero non avrebbe avuto motivo di chiedersi alcun *perchè*, e di

ordire quel vasto complicatissimo tessuto di idee obbiettive chiamato *scienza*, ma sarebbe rimasto pago di sè con sè stesso, nel suo spontaneo e sicuro sapere.

Ma, questa supposizione della perfetta sapienza e beatitudine, connaturate con l'esistenza umana, mal s'accorda con quel sentimento universale dei contrasti nella azione e nella cognizione, e si rivela, ad una più attenta riflessione, incompatibile con gli stessi concetti della felicità e della scienza foggiati dallo spirito umano quali fini ideali da conseguire soltanto — anche se conseguibili — attraverso lo sforzo diuturno, coi martelli del dolore e del dubbio sull'aspra cote del senso e della materia. Onde la coscienza dei contrasti e delle contraddizioni nella pratica e nella teoria dell'esperienza umana culmina nel giudizio esplicativo con cui il filosofo sentenzia che la vita stessa è *fatta* di contrasti, e la scienza *intessuta* col filo nascosto della contraddizione empirica e intellettuale.

Questo secondo giudizio che s'innesta sul primo, contiene pure un apprezzamento sul *valore* della vita e sull'*essenza* del conoscere. Esso suppone una vasta elaborazione dei dati dell'esperienza, e l'uso di principii o criteri di valutazione, alla cui stregua determinare il significato di quelle contraddizioni e di quei contrasti.

Ma la contraddizione, da cui rampollano la scienza e la vita nella loro inscindibile unità, ha termine in un concetto ideale di queste, in cui si risolva annullandosi in una sintesi armonica; o, invece, la contraddizione, pur via via composta e risorgente di *collo in collo*, persiste e si afferma definitivamente come l'inevitabile risultato di ogni ricerca dell'ultimo vero e di ogni sforzo verso il bene supremo? Due soluzioni opposte: fiducia nel possesso e nella conquista del vero assoluto — dogmatismo gnoseologico, come suol dirsi impropriamente, — o mezza fiducia nell'opera della ragione, che, pur capace di attingere larga messe di verità relative, è destinata infine ad avvolgersi in paralogismi ed antinomie insolubili, oltre le quali è, non solo vano, ma assurdo interrogare, perchè esse stesse sono l'ultima risposta, e quindi l'ultimo vero. Tutte le forme di criticismo prekantiano, kantiano e postkantiano, pur in mezzo a profonde divergenze, convergono in questa posizione gnoseologica fondamentale, sia che l'assumano nel significato univoco, pratico e teoretico (come

è nelle concezioni del Bayle e del Renouvier), sia che arbitrariamente dividano scienza e vita pratica in due territori d'esperienza soggetti a legislazioni disparate, anzi opposte, com'è nella classica soluzione kantiana.

Chi afferma, dunque, che la contraddizione è l'intima ragione dell'esistenza, almeno nell'esperienza umana, esprime un giudizio problematico, perchè include teorie diverse del sapere e, quindi, della vita, in apparenza ugualmente possibili; include interpretazioni e significati che trascendono di gran lunga il semplice asserto dell'esserci della contraddizione; insomma, non che risolvere un gran problema, ne fa germinare altri, che di quello sono la condizione, prospettandoli in uno sfondo più vasto. Si aggiunga, poi, che se quel giudizio può sembrare *a priori* ammissibile per quel che riguarda la vita in senso fisio-psichico, una volta riferito al termine *scienza*, va ad urtare contro un'obiezione formidabile che sembra invalidarne addirittura la possibilità logica. Non è, forse, il principio di non contraddizione inderogabilmente necessario per la possibilità stessa del conoscere, già nella forma della più semplice affermazione giudicativa? Un sapere che rinunzi a questa condizione e che accolga in sè, comunque, la contraddizione, non potrebbe essere neanche un sapere apparente, erroneo, bensì la negazione di se stesso. E, allora, non la contraddizione, ma la non contraddizione dovrebbe, se si dovesse necessariamente scegliere, costituire l'essenza del conoscere. L'ufficio positivo della contraddizione nell'elaborazione delle cognizioni potrà essere importante, fin che si vuole, come mezzo indispensabile al prodursi della verità, ma, conseguita questa, è destinato a sparire come l'impalcatura appena sorto l'edificio.

Alla stregua di quest'interpretazione, ogni filosofia, la quale mettesse capo all'affermazione di antinomie insolubili per la ragione, come termine del processo conoscitivo, e quindi come ultima verità conseguibile, sarebbe già condannata *a priori*, come assurda, risolvendosi l'antinomia in un dualismo contraddittorio, irriducibile di principî. Ma un fautore di quella filosofia potrebbe, a questo punto, sollevare con pieno diritto una questione pregiudiziale, dalla cui risposta soltanto dipenda la giustificazione o la condanna delle antinomie. Domanderebbe: il principio di non contraddizione ha veramente un valore assolutamente incon-

dizionato, o, invece, la validità della sua applicazione *dipende* dall'esistenza inconsapevole di altri termini impliciti in esso? Non suppone esso, forse, il principio d'identità, e questo non potrebbe, a sua volta, implicare altri rapporti, dalla cui determinazione soltanto acquisti significato e valore?

Come si vede, il problema del conoscere, che pareva formulato nella sua più semplice espressione, si complica invece, allargandosi in nuovi termini ai quali viene demandata indirettamente la sua soluzione; e il dubbio, che dapprima pareva appena sfiorare il principio di non contraddizione, ecco ora proiettarsi persino su quello di identità, e insistere tormentoso, finchè non sia dato allo spirito di riposare nella certezza d'un principio assolutamente incondizionato. Esiste un tale principio, e sotto quale forma può esistere?

Che esista non può essere dubbio: una risposta negativa alla domanda riesce inevitabilmente, per naturale processo dialettico, all'affermazione implicita dell'esistenza di un criterio della certezza, come è facile scoprire nella filosofia scettica.

> Nihil sciri quisquis putat, id quoque
> Nescit an sciri possit quo se nihil scire fatetur
> (*De rer. nat.*, IV, 470).

2.

Chi interrogasse la coscienza volgare, con abili cautele ermeneutiche, intorno al principio della certezza, raccoglierebbe invariabilmente la stessa risposta: di assolutamente certo non v'ha che le *cose* e i *fatti*. Chi, poi, rivolgesse la stessa domanda a' cultori di particolari discipline scientifiche, apprenderebbe da essi che, oltre i fatti, noi possiamo conoscere sicuramente molti rapporti tra i fatti. E, infine, se l'indagatore si volgesse a consultare la coscienza filosofica in quel grande archivio della speculazione teorica che è la storia della filosofia, vi rileverebbe non poche autorevoli conferme di quella risposta: da Epicuro a Bacone, al Comte, fino al Mach e all'Avenarius, tra i contemporanei. E poichè le cose si risolvono sempre in un complesso di qualità sensibili esistenti, con certi caratteri di stabilità e durata, e i sensibili, a loro volta, sembrano consistere in un ap-

prendimento *immediato*, *hic et nunc*, non ulteriormente risolvibile, secondo quei filosofi; il principio della certezza dovrebbe poggiare sui fatti, come su base incrollabile, sfidante ogni dubbio critico.

Ma, se i fatti son dati al soggetto percipiente, questi non si limita al loro apprendimento singolo, ma tende ad oltrepassarli con interpretazioni, giudizi e apprezzamenti che alterano la natura genuina del fatto, e talvolta la svisano con interpolazioni surrettizie di elementi illusori, inesistenti; onde le cause dell'errore. E causa principale di esso, affermano costoro, si è che il pensiero non conosce *tutti* i fatti. Se li conoscesse, non solo cadrebbe la possibilità dell'errore, ma avrebbe termine *ipso facto* il costante lavorìo del pensiero nella ricerca della verità.

I fatti, allora, non costituiscono soltanto il principio della certezza, ma il vero oggetto del sapere; il quale si converte, così, col fatto (naturalmente, non in senso Vichiano). Scopo ultimo della scienza sarebbe appunto quello di scrivere la *biografia dell'esistenza, dictante mundo*. Questo è il vero sapere, il sapere positivo, si conclamava trionfalmente da filosofi e scienziati fino a pochi anni or sono, e si attarda ancora a ripetere qualche solitario campione superstite di quel tramontato indirizzo filosofico. Nè parrebbe desiderarsi in una filosofia minore esigenza e maggiore solidità, di quella che fondi la propria giustificazione sul consenso del metodo scientifico e della coscienza volgare! Poco importa se il fatto nella mente volgare sia qualcosa di grossolanamente sensibile, ciò che si vede e si tocca; mentre per il sapere scientifico si presenta all'analisi come una fitta rete di rapporti; poco importa, quando il sostrato di questi è pur sempre costituito da fatti elementari. Invero, chi si crede in possesso di un simile criterio di certezza, anche se egli sia compreso della difficoltà di sceverare i puri *dati di fatto* nell'intricato groviglio dell'esperienza complessiva, mescolata con tanti rapporti affettivi e apprezzativi, che ne intorbidano la chiarezza, deve provare un senso di tranquilla fiducia in se stesso, come colui che ha trovato il punto d'orientazione nel vasto labirinto del mondo, e non conosce gli smarrimenti del pensiero nel dubbio ansioso della ricerca. E se, per avventura, qualche idealista mostri di riporre pari fiducia in altri principi, egli deve considerarlo col compatimento proprio di chi vede la

realtà *faccia a faccia*, verso l'illuso che scambia con la realtà le elucubrazioni della fantasia, come l'*acchiappanuvole dei sogni d'un visionario!*

Ma, purtroppo, quella tranquilla fiducia non valse ancora in luogo di ragione a rintuzzare le pretese degli indirizzi gnoseologici contrastanti, che si affermano oggi con rinnovato vigore: onde sorge spontanea la domanda come mai un criterio apparentemente così solido, quello del fatto, possa essere, nonchè sostituito con altri, soltanto revocato in dubbio. Perciò, malgrado le proteste di una comoda pigrizia mentale, doveva rendersi necessaria un'indagine ulteriore sul significato del *dato* o del fatto, e quindi sul suo valore criteriologico.

3.

Che cosa è un fatto? A una simile domanda rivolta alla coscienza volgare non ci sarebbe da aspettarsi che una risposta di meraviglia per la domanda stessa; tanto le appare semplice, primitiva questa nozione, perciò non ulteriormente esplicabile, al pari di un assioma. Interrogando, poi, la coscienza dotta se ne potrebbero ricavare risposte generiche come queste: il fatto è *ciò che esiste nel tempo e nello spazio*; esso è una *qualità sensibile* o un complesso di qualità. Esaminiamo per un istante la prima definizione.

Secondo questa, il fatto si distinguerebbe dall'*essere* indeterminato, astratto, in ciò, che significa un essere nel tempo e nello spazio. Mentre l'essere astratto può riferirsi anche agli enti ideali, il fatto ha, invece, esistenza *reale*. Per le scienze della natura, p. e., il fatto ultimo irriducibile sarebbe costituito da particelle elementari che si muovono nello spazio in funzione del tempo. Quale che sia la natura di queste particelle e la loro possibilità gnoseologica, rimane, intanto, qui stabilito che il criterio del fatto, cioè del reale esistente, va ricercato nel tempo e nello spazio. Ma, che sono il tempo e lo spazio? La psicologia (1) ne ricerca la genesi (anche se non sia vana pretesa esercitare

(1) Vedi il mio articolo sul tempo, in *Luce e Ombra*, fasc. III e IV, 1919.

qui il metodo genetico) in complicazioni di sensazioni elementari, più o meno qualitativamente omogenee, la gnoseologia li considera come categorie, come forme *a priori* della sensibilità, oppure (Wundt) sintesi di elementi costanti e uniformi dell'esperienza interna ed esterna. Comunque sia, è giocoforza riconoscere che tempo e spazio non sono fatti, o nozioni intuitive che possano in qualche modo pretendere all'evidenza conoscitiva, ma costituiscono problemi difficili di psicologia e di metafisica. (Poco importa, per ora, stabilire *in che senso* quest'ultima sia possibile).

Esaminiamo la seconda definizione, che, cioè, il fatto consista nelle qualità sensibili. Anzitutto, non occorre essere versati nella filosofia per sapere che non tutte le qualità sensibili dei fenomeni hanno anche esistenza obbiettiva; vi sono allucinazioni, illusioni (perfino illusioni necessarie, universali, come p. e., la pseudo-visione della parte di spazio corrispondente al punto cieco della retina), insomma errori dei sensi, i quali diffidano il soggetto dall'attribuire incondizionatamente valore obbiettivo al contenuto rappresentativo della sensibilità. C'è di più: le scienze della natura ci insegnano, in rapporto alla visione cromatica, che là dove noi percepiamo un colore, come se fosse una superficie aderente all'oggetto, non esistono in realtà che particelle vibranti nell'etere cosmico con rapidità vertiginosa e con dato ritmo e ampiezza d'onda, non essendo il colore altro che un'impressione subiettiva, variabile da individuo a individuo in dipendenza della conformazione degli organi di senso e di altre condizioni psicologiche.

Ma, si dirà, vi sono qualità sensibili che hanno valore obiettivo, reale; ed è appunto a queste che vogliamo riferirci: le qualità prime, come furono chiamate dal Locke in poi. Veramente, una simile distinzione appare di assai dubbia consistenza dopo la critica del Berkeley; nè vale appellarsi alle conseguenze ultraidealistiche della tesi del filosofo Irlandese, spargendo il ridicolo su la sua negazione della realtà del mondo esterno: tutto ciò non dispensa affatto dal rispondere confutando con ragioni quella critica!

Perciò, nemmeno le qualità prime forniscono un semplice dato sensibile avente validità obiettiva, richiamandosi esse necessariamente a concetti che, sia per l'origine psicologica che pel valore gnoseologico, si presentano irti di problemi. Infatti,

anche se fosse dimostrata valida la distinzione tra qualità prime, inerenti all'oggetto, e seconde, risolubili nel soggetto, si aprirebbe pur sempre la formidabile quistione de' rapporti tra l'obiettivo e il subiettivo, dove questo secondo non può essere degradato ad epifenomeno, perchè esso pretende all'esistenza con pari diritto di quello onde si fanno valere alcune qualità sensibili. Comunque, ecco revocato in dubbio il criterio della certezza come fondato esclusivamente su differenze di valore obbiettivo del contenuto della rappresentazione.

Infine, non ci si accorge che, ponendo il criterio della certezza nel *dato* (fatto o qualità sensibile), non che risolvere il problema, lo si suppone già risolto, con una soluzione che è una vuota tautologia, perchè il dato, una volta assunto come tale, include già l'interpretazione dell'esistenza obbiettiva come suo attributo; la quale è, invece, il termine in questione, la x da risolvere mediante il principio della certezza. Dire che il principio della certezza sta nel dato, in ciò che esiste veramente, è lo stesso che ripetere: il principio della certezza è la certezza.

Non vale, dunque, l'appello disperato ai fatti, alle verità positive per salvare la filosofia da pericolose illusioni metafisiche, perchè essa metafisica è già contenuta nella più semplice affermazione esistenziale, come un nemico che s'annidi in casa mentre lo cerchiamo fuori. E se anche fosse possibile di ridurre il sapere a un grande *bureau d'enregistrement*, e bandire così la metafisica dalla filosofia, quella riapparirebbe necessariamente nella scienza, come già si palesa inconsapevolmente nel pensiero volgare; e non v'ha peggior metafisica di quella che ignora se stessa!

Ogni nozione, anche le così dette verità di fatto, implica un rapporto, una connessione di termini, dai quali non è possibile astrarre senza annullare, non solo il significato, ma l'esistenza dell'obbietto; specie quando si riduca quest'ultimo a un *residuo irrazionale*, cioè ad un assurdo gnoseologico. Considerare il fatto o il dato come un residuo irrazionale è lo stesso che *interpretarlo*, e interpretarlo precisamente come un *concetto limite*. Ora, interpretare significa rendere comprensibile, cioè *razionale* l'oggetto; e un concetto limite, anche se la posizione del limite non contenesse in sè il germe della contraddizione, è pur sempre un concetto, cioè un rapporto di idee. Invertendo il ce-

lebre detto kantiano, si potrebbe affermare, con non minore diritto, che anche *il fatto è un ideale.*

La coscienza della difficoltà, anzi dell'impossibilità di assumere il fatto o il dato sensibile come un punto fisso terminale, nella considerazione della realtà obbiettiva, si manifesta in pensatori appartenenti ai più diversi indirizzi filosofici — per quanto in modo non sempre coerente alla rispettiva posizione gnoseologica — dal Maimon allo Hegel, al Caird, al Royce, al Poincaré, al Bradley e al nostro Martinetti (1). Perfino il Lotze, il quale, come assertore di una particolare forma di realismo gnoseologico, insiste tanto sulle differenze inalienabili fra il concetto e la cosa, nella quale sopravanzerebbe sempre un preteso residuo irreduttibile in categorie, al pari di una sostanza chimica insolubile; finisce poi col riconoscere che non esiste cognizione di un dato di fatto (Thatbestand) per sè solo (2).

4.

Un'altra espressione di quello che, dopo l'Ardigò, si potrebbe chiamare *positivismo gnoseologico* è l'empirio-critica del Mach e dell'Avenarius: i quali, in fondo, hanno rimesso a nuovo

(1) Il Royce ha dimostrato quali diversi significati possano esser attribuiti all'espressione comune: *fatto. Il Mondo e l'individuo*, trad. ital., p. 212. Il Bradley ravvisa nel fatto *bruto* uno " schema ideale di termini e di relazioni, che si costituisce separatamente nella totalità sentita (*Essays*, p. 314, Oxford, Clarendon, 1914); e chiama *superstition* l'appello all'esperienza come prova di esistenza reale. *Appearance a. Reality*, p. 206, Macmillan, 1908. Analoga è la posizione del fatto nel *Positivismo assoluto* del Weber, il quale rileva come il fatto *scientifico* introduca una quantità di elementi logici e razionali che finiscono con lo snaturare il fatto stesso. E, dopo aver deplorato l'invalso *feticismo dell'esperienza*, conclude anch'egli considerando il fatto scientifico come uno schema simbolico, la cui validità è costituita dalla sua *idealità* (pp. 175, 177, 260, 300, 317). Già, prima, il nostro Spaventa: " Il dato presuppone quello in cui è dato, e questo, non esso, si può dire il reale ". *Esperienza e Metafisica*, p. 193, Torino, 1888. Anche il Martinetti: " Il dato sensitivo è già il giudizio di una differenza, e perciò una sintesi, un atto formale ". *Introduz. alla Filosofia*, Torino, 1904.

Pel Caird, lo Spencer e il Poincaré, cfr. le citazioni del mio opuscolo *Massimi equivoci*, p. 9, Roma, 1911.

(2) *Mikrokosmus*, III, p. 552. Vedi anche II, 158, e il passo a p. 228, in cui si afferma che " conoscere i fatti è già molto ".

il vecchio sensismo alla Condillac, con maggior coerenza logica e adattamento scientifico. L'empirio-critica, com'è noto, intende per esperienza pura, quella fornita immediatamente dal dato subiettivo della sensazione, considerata come un *primo* gnoseologico, di cui tutte le altre forme logico-psicologiche (rappresentazioni, concetti, idee) sono elaborazioni ulteriori, attraverso le quali la verità deve ritrovare se stessa come genuina esperienza. Per l'empirio-critica non vi è elemento rappresentativo-obbiettivo che si contrapponga a quello subiettivo della sensazione (nè, conseguentemente, distinzione di qualità 1ª e 2ª), oltre la quale è vano indagare mitiche entità meccaniche o dinamiche (1).

Quest'indirizzo conoscitivo rappresenta un notevole progresso su le concezioni positivistiche ed evoluzionistiche, non meno che sul dualismo kantiano e neo-kantiano; ma poggia pur sempre sopra un equivoco gnoseologico, di cui non è difficile ravvisare i termini. Assumere la sensazione come un primo psicologico e, insieme, un ultimo gnoseologico, significa farne una posizione assoluta, al pari dei reali dell'Herbart e delle monadi Leibniziane, cioè un'entità metafisica.

Infatti, la sensazione, nell'atto in cui è posta obiettivamente, implica le forme del pensiero, almeno la categoria dell'essere. La sensazione, una volta affermata esistente, non è più il *quid obscurum*, postulato dalla psicologia, ma è trasformata in un oggetto del pensiero, soffuso di luce intellettuale, inseparabile dalla sua essenza. La statua del Condillac, nell'atto in cui afferma: sono tutta odor di rosa, è già qualcosa di più e di diverso: autocoscienza, pensiero, esistenza. Come senza luce non vi sarebbero affatto immagini visive, così senza pensiero non vi sarebbero sensazioni. Kant ha concluso che le sensazioni senza

---

(1) L'interpretazione del concetto come una *rappresentazione multiponibile* (Avenarius) rientra nella spiegazione data dal Berkeley dell'origine dei concetti astratti, in cui una rappresentazione concreta (*idea*) viene assunta a significare (*stand for*) tutte le altre particolari dello stesso genere. E lo stesso Berkeley aveva già ridotto la mente a una *congerie di percezioni*, benchè includa nel *percept*, oltre l'idea, una certa attività cogitativa. Infine, anche egli vuol depurare l'esperienza dalla Metafisica, e chiama le *forze attive* concetti sussidiarii (*regular constant methods of working*) aventi valore metodico, non esistenza reale. *Princ. of hum. Knowl.*, §§ 61 e 62.

i concetti sono cieche, ma poteva, forse, con più verità affermare che le sensazioni senza i concetti non sono nulla.

Il tentativo di restaurare l'esperienza pura nella forma genuina della sensazione è gnoseologicamente un'impresa disperata. Pretendere di sapere che cosa sia una sensazione pura senza il pensiero è, per usare l'immagine del James, come voler girare così rapidamente l'interruttore d'una lampada elettrica da vedere alla sua luce che cosa sia l'oscurità!

Anche il novello intuizionismo del Bergson e del Le Roy, pur così fecondo di geniali applicazioni logico-psicologiche, postula invano un dato immediato di esperienza pura, la cui realtà possa esser separata, se si vuol conseguire la vera conoscenza (l'intuitiva), dalle posteriori costruzioni aggiuntevi in dipendenza dell'azione pratica e del linguaggio. Invero, come sarà possibile rifarsi uno spirito libero, capace di vedere ingenuamente il dato com'è, se questo è già il prodotto di un'interpretazione, e se, per giunta, lo stesso Bergson avverte che nella più semplice percezione sono implicate, come elemento integrativo, immagini mnemoniche? E il Le Roy non ribadisce forse il concetto che *constatare* non è ricevere l'impronta fedele di ciò che è, ma interpretare, fare un sistema?

Se il criterio della certezza non può rinvenirsi sotto la forma del dato di fatto o del dato sensibile, comunque considerati, bisognerà cercarlo altrove. E poichè noi non abbiamo che due sorgenti del sapere, l'esperienza e la ragione, non rimane che cercare il principio in un concetto *a parte priori*.

La battaglia di Sellasia

I. — La mossa aggirante sul colle Euas.

Nota I di ALDO FERRABINO

Della battaglia di Sellasia abbiamo un racconto ampio in Polibio II 65-69 e due parziali in Plutarco *Cleomene* 28, *Filopemene* 6. Da questi racconti il DELBRÜCK *Gesch. d. Kriegskunst*[2] 239 sgg. e G. SOTIRIADIS " B. C. H. „ XXXIV (1910) 5-57 negano si possa desumere una ricostruzione accettabile della battaglia. Il contrario sostenne il KROMAYER due volte, *Antike Schlachtfelder* I 266 sgg. e " B. C. H. „ cit. 508 sgg. Il dibattito si è impegnato da ultimo sopra la topografia: giacché, se riuscisse provato che Polibio falsifica la descrizione di luoghi cosí vicini alla sua Megalopoli, egli potrebbe del pari aver falsificato avvenimenti di poco anteriori all'età sua. Noi però porremo la quistione su altre basi: sia perché la polemica tra il Kromayer e il Sotiriadis sembra esauriente; sia perché ci manca l'autopsia del terreno (1).

1. — Critica delle fonti.

Analizziamo pertanto le nostre fonti, col proposito di giudicarle in sé, prescindendo da ogni applicazione topografica.

Emerge abbastanza chiaro lo schieramento degli eserciti: distesi su due colli, l'Euas e l'Olimpo, fra cui scorreva il fiume

(1) È intervenuto, ma senza grande resultato, nel dibattito topografico anche il KAHRSTEDT " Hermes „ XLVIII (1913) p. 286 sgg. — Del SOTIRIADIS si veda anche " B. C. H. „ XXXV (1911) 87 sgg. 241 sg.

Enunte; e lungo il fiume passava, sembra, la strada di Sparta (1). Le truppe erano così distribuite (2):

	(riserva)	Achei	2000						
				Megalopoliti	fiume Enunte	... 1000	colle Olimpo	falange	10.000
Illiri	1600	Acarnani	1000	Achei.....		... 1000		mercenari	5.000
calcaspidi	3000	Epiroti	1000	cavalieri.....		... 1200			
	4600		4000	Alessandro:		... 3200		Antigono:	15.000
colle Euas	Perieci		[6000]	cavalieri.....		... [1000]		mercenari	5.000
	alleati		[1000]	mercenari....		... [1000]		falange	6.000
	Euclida:		[7000]	.....		... [2000]		Cleomene:	11.000

Ma un esame piú attento e piú minuto mette in rilievo che fra le nostre fonti parecchie sono le contradizioni.

Ne additò una prima il De Sanctis " Riv. di Filol. cl. „ XXXIII (1905) 155 sgg. " Polibio dice che Cleomene nelle sue " posizioni fortificate avrebbe potuto, volendo, schivare la bat- " taglia e che lui ed Antigono *di comune accordo* (ἐξ ὁμολόγου) " risolvettero di decider tosto sul campo le sorti della contesa. " In realtà il racconto della battaglia è in assoluta contradizione " con questa premessa..., perché, senza nessuna convenzione né " espressa né sottintesa, Antigono assale nelle sue posizioni

(1) Il Kromayer pone questa strada lungo la *Kelephina* (= Enunte) fra i due colli *Palaeogula* (= Euas) e *Melissi* (= Olimpo). Il Sotiriadis sostiene invece che la strada antica passava lungi dal fiume, nella gola *Kurmeki*, a ovest del Palaeogula. Per noi è inutile risolvere il quesito, giacché in entrambi i casi i due colli chiudevano il varco verso Sparta: il pendio del Melissi scende fin oltre il bivio (*Khan Sakellarios*) delle due strade ipotetiche, e le domina entrambe; il Palaeogula, poi, scende con declivio di 10° sulla strada Sotiriadis, con 8° su quella Kromayer (v. carta del Göppel), e quindi le difende entrambe.

(2) Per i Macedoni, v. Kromayer o. c. 232 sg.; per gli Spartani, Roloff *Probleme aus d. gr. Kriegsgeschichte* 80-81, 98. Le cifre tra [ ] sono induzioni.

" fortificate la sinistra di Cleomene, e riesce a farla sloggiare, " e sulla dritta Cleomene manda bensí contro Antigono, fuori " delle trincee, alcune truppe leggiere, ma non esce egli stesso " ad affrontare con la sua la falange macedonica se non quando " la rotta della sinistra non gli fa apparire altra via di scampo " che quella di aprirsi il varco col ferro tra i nemici ". La contradizione, dunque, è palese. Invano il Kromayer tenta eliminarla mediante l'osservazione che " accettar la battaglia " può significare la difensiva non meno che l'offensiva. Il passo II 70, 3, dopo aver posto chiara l'antitesi fra la difensiva e l'offensiva, attribuisce quest'ultima, non già quella prima, a Cleomene. Sicché dal II 66, 4 combinato col II 70, 3 risulta una manovra di *attacco*; laddove, fra quei due passi, il racconto narra una manovra di *resistenza*.

Vi è un'altra contradizione, che non fu scorta. In II 67, 1-68, 2 Polibio descrive l'assalto mosso dalla destra di Antigono contro la sinistra di Cleomene (affidata a Euclida) sopra il colle Euas. Gli Illiri muovono primi, onde fra essi e gli Achei, schierati piú indietro, si apre un intervallo, dove s'insinuano gli *εὔζωνοι* di Cleomene (1). Aspra quindi stava per divenire la posizione degli Illiri, assaliti e a tergo (*τῶν μισθοφόρων κατόπιν ἐπικειμένων*) e *dall'alto del colle* (*τῶν περὶ Εὐκλείδαν ἐξ ὑπερδεξίου κατὰ πρόσωπον αὐτοῖς ἐφεστώτων*). Questo racconto è chiaro; ma viene contradetto dallo stesso Polibio poco appresso: nel II 68, 3-10 è criticato Euclida perché, lungi dall'aver infestato *ἐξ ὑπερδεξίου κατὰ πρόσωπον* gli avversarii, sarebbe rimasto inerte sull'Euas *ἐπὶ τῶν ἀκρῶν*. Il contrasto, sebbene velato stilisticamente (2), è irrefutabile, al pari dell'altro che rilevò il De Sanctis.

---

(1) Quanto a II 67, 2 *τὰς σπείρας τῶν Ἀχαιῶν ἐρήμους ἐκ τῶν κατόπιν οὔσας*, cfr. Kromayer, o. c. 238 n. 1, 247 n. 1; contro Delbrück o. c.[1] I 210 e Roloff o. c. 112. L'interpretazione de' quali è contradetta dallo stesso Polibio II 66, 6 *τούτων κατόπιν ἦσαν δισχίλιοι τῶν Ἀχαιῶν*: l'una frase richiama l'altra. È dunque indubbio che *τῶν Ἀχαιῶν* è una glossa marginale penetrata nel testo fuori luogo (collocata invece di *ἐκ* sarebbe stata a suo posto). E invero il Büttner-Wobst dà il suo autorevole suffragio al Kromayer.

(2) Giacché II 67, 3 (*ὡς ἄν...*) ha tono ipotetico. Sia detto contro il Roloff o. c. 110.

Entrambi hanno conferma certissima da Plutarco.

Nel *Cleomene* 27-28 si trova un racconto che, al pari di Polibio II 66, 4 e 70, 3, ma a differenza del rimanente racconto polibiano, presuppone: *a)* la possibilità che Cleomene continuasse in una tattica difensiva (*φυγομαχῶν*); *b)* la certezza che Cleomene volle e iniziò l'attacco offensivo (*ἐπὶ τὸν Ἀντίγονον ἐχώρει*). Anzi, il *Cleomene* 27-28 accresce la contradizione. Giacché colloca l'assalto di Cleomene contro Antigono *prima* della disfatta di Euclida, mentre *dopo* lo colloca Polibio (1). Possiam dunque dire: risulta accertato il dissidio fra la asserzione, — polibiana, — che Cleomene fu costretto a condur fuori la falange; e l'asserzione, — polibiana e plutarchea, — che egli volle la battaglia.

Analoga conclusione permette il *Filopemene* 6. Quivi difatti è anzi tutto tolto quel velo ipotetico che rende ambiguo il passo II 67, 3 di Polibio. E inoltre è affermato che l'ordine di molestar gl'Illiri dal basso fu dato agli *εὔζωνοι* proprio da quell'Euclida che Polibio critica per inerzia. Ne diventa certo che non può conciliarsi la versione, — polibiana e plutarchea, — per cui Euclida attacca e sul fronte e alle spalle, con la versione, — polibiana, — che lo pretende inattivo fino all'ultimo.

Fra tali discrepanze è possibile cogliere un racconto organico della battaglia? Né il *Cleomene* 27-28 nè il *Filopemene* 6 possono ritenersi derivati da Polibio, ad onta della corrispondenza in taluni punti persin verbale (2). Contengono, infatti, particolari estranei a Polibio ma fededegni, che non sono da considerarsi (ha ragione il Kromayer) autoschediasmi: scaturiscono quindi dalla fonte più antica, dalla quale verisimilmente li dedusse, con minor copia di notizie, anche Polibio. Sicché ci troviamo dinanzi, non piú a racconti di storici posteriori, ma a *testimonianze antecedenti e meno indirette*, che occorre sceverare tra le manipolazioni di Polibio e di Plutarco. E il criterio per

(1) Troppo facilmente, come l'indagine sta per mostrarci, il Roloff o. c. 99-100 si sbarazza di questa testimonianza plutarchea.

(2) Cfr. *ἡ τύχη τὰ μέγιστα τῶν πραγμάτων*... Pol. II 70, 2, *Cleom.* 27; — *φοινικίς ἐξαρθῇ*... Pol. 66, 11, *Fil.* 6; — *τῶν Λακεδαιμονίων ἐξωθουμένων ὑπὸ τοῦ βάρους τῆς τῶν Μακεδόνων τάξεως* Pol. 69, 8, *Cleom.* 28.

sceverarle è questo: debbono appartenere alla medesima fonte originaria tutti i particolari, di fatto e di pensiero, che risultano fra sé coerenti.

Perfetta coerenza appare da prima in Polibio, non appena se ne scerpino quei luoghi dissonanti che hanno riscontro in Plutarco: il 66, 4; il 67, 1-68, 2; il 70, 1-3. Tutto il resto costituisce un ragionamento non interrotto: Antigono assale con la destra la sinistra di Cleomene (66, 10-11) e con la sinistra tiene a bada la destra (69, 3-5): Euclida commette gravissimo errore d'inerzia (68, 3-7), il quale determina la rotta di Euclida stesso, prima (68, 8-10); poi di Cleomene, giacché questi ne è " costretto „ (69, 6) a uscire dalle trincee e ad affrontare il *βάρος* della falange macedonica.

A questo racconto (che è addirittura una tesi) si avvicina, ma solo in parte, l'altro racconto (e l'altra tesi) che risulta da Polibio II 67 combinato col *Filopemene* 6. Il proposito offensivo è qui pure attributo al solo Antigono (*Fil.* 6, 1). Ma la causa della vittoria macedonica fu, non già l'inerzia di Euclida, sibbene l'ardire di Filopemene. Egli, che se ne stava con i Megalopolitani, appena vide gli *εὔζωνοι* spartani muoversi a molestia degl'Illiri su l'Euas, li attaccò di propria iniziativa; e, liberati con la felice audacia gl'Illiri alle spalle, li rese capaci di superare prima l'erta del colle, poi le truppe di Euclida.

Una terza causa della vittoria adduce il terzo racconto (che è, esso pure, una terza tesi). L'offensiva è di entrambi i re (*ἐξ ὁμολόγου*), ciascuno con la destra: Cleomene però è travolto alla destra, perché la sua sinistra ha ceduto, non già per l'errore di Euclida, né per l'ardire di Filopemene, bensí per il tradimento di Damotele; il quale, incaricato di constatare se gli Illiri aggirassero l'Euas, ingannò Cleomene. (Si combini il *Cleomene* 27-28 con Polibio 66, 4 e 70, 3).

Tutt'e tre i racconti, per quanto diversi, han parecchio di comune: l'offensiva alla destra di Antigono; il *βάρος* della falange macedone; il vigoroso assalto della falange spartana; infine, — ma sopratutto, — l'importanza decisiva dell'Euas. Di qui appar chiaro che ci troviamo dinanzi a una realtà le cui linee principali, deformate in tre distinti racconti, si riconoscono tuttavia assai bene. Per ricostruirla interamente non v'è altro metodo se non quello, riprovevole in altri casi, qui necessario e

legittimo, di avvicinare i tre racconti e di scoprirvi il fondo comune.

Ma prima bisogna dare a ciascun racconto il nome del suo autore presumibile. Il terzo fra essi reca in sé il nome di *Filarco*; va dunque riconnesso con la tradizione spartana favorevole a Cleomene. Il secondo, per il rilievo dato a Filopemene da Megalopoli, si palesa di origine *megalopolitana*: fonti di Megalopoli usa Polibio anche altrove (es. II 47, 11) e certo ne usava in quella *Vita di Filopemene*, da cui pure in qualche modo deriva il *Filopemene* plutarcheo. Da ultimo il primo racconto, non potendo essere né filarcheo né megalopolitano, si deve ricondurre a scaturigine *aratea*, tanto piú che esso ci richiama, come notò il Kromayer, al quartier generale di Antigono (1).

È da concludere pertanto che abbiamo notizie: *a)* da due fonti, — aratea, filarchea, — riguardo agli avvenimenti dell'Olimpo; *b)* da tre fonti, — aratea, filarchea, megalopolitana, — riguardo all'Euas e, per conseguenza, riguardo ai centri che s'impegnarono in parte sotto l'Euas.

2. — Gli avvenimenti su l'Euas.

Che avvenne intorno all'Euas? Quest'è il punto su cui siamo informati con più larghezza: giova chiarirlo per primo.

La fonte di Megalopoli pecca di evidente parzialità per Filopemene. La fonte aratea insiste a criticare quell'Euclida che Cleomene, fratello di lui e suo generale, è lungi dal censurare. La fonte filarchea non si mostra, essa medesima, sicura del tradimento di Damotele, che pure riferisce ne' particolari. Converrà dunque prescindere, in tutt'e tre le fonti, dalle *motivazioni* del disastro spartano all'Euas.

Meglio è ridurre il contrasto fra le tre motivazioni a contrasto fra due *dati di fatto*: — 1° Euclida si difese mentre

(1) Ha torto il Kromayer (e i suoi argomenti sono molto ipotetici) di ridurre al minimo il racconto della battaglia nelle *Memorie* di Arato. Il quale, è vero, non era stratego quell'anno; ma ufficiosamente stratego era sempre, *Cleom.* 14.

gl'Illiri lo assalivano (fonte megalopolitana); — 2° Euclida non si difese, sia che non potesse perché sorpreso dall'aggiramento nemico (Filarco), sia che non sapesse (Arato).

La discrepanza è ancor piú complessa. La fonte M(egalopolitana) colloca gl'Illiri vicini al centro: almeno, ciò risulta e dall'esser costoro molestati dagli euzoni del centro spartano e dall'esser difesi da Filopemene del centro macedone. Per contro la fonte F(ilarchea) parla senz'ambagi di un aggiramento e quindi colloca gl'Illiri e gli Acarnani alle spalle di Euclida, ossia ben lungi dai due centri. Sicché il dissidio può cosí riassumersi: — 1° Euclida si difese contro truppe illiriche e acarnane del centro destro macedonico; — 2° Euclida non si difese da truppe illiriche e acarnane dell'estrema destra macedonica.

Se non che basta enunciare quei due termini contradittorii per scorgervi le tracce di un possibile equivoco. Secondo la fonte A(ratea), la destra macedonica era costituita di due gruppi distinti: i calcaspidi stavano con gli Illiri *κατὰ σπείρας ἐναλλὰξ τεταγμένους*; gli Acarnani stavano con gli Epiroti. Da questa disposizione vien fatto d'indurre che gl'Illiri con i calcaspidi dovessero costituire l'estrema destra e tentare l'aggiramento; mentre gli Acarnani con gli Epiroti dovessero costituire il centro destro e salire l'Euas di fronte: tanto piú che proprio dietro a questi ultimi sta la riserva di 2000 Achei.

Ora, se la si esamina bene, la fonte F. è ambigua, ma non contradice a quell'induzione. Parla di Illiri e di Acarnani insieme, nota che gli uni e gli altri erano spariti alla vista di Cleomene; ma non afferma punto che l'aggiramento sia opera di entrambe le schiere: silenzio che non ammette deduzioni in alcun senso. La distinzione fra la manovra degli Illiri e quella degli Acarnani è invece negata recisamente dalla fonte M. (presso Polibio 67, 7 *τῶν Ἰλλυριῶν καὶ Μακεδόνων* [calcaspidi] *καὶ τῶν ἅμα τούτοις προβαινόντων*, cfr. 67, 1 *τὸ δὲ σύνθημα τοῖς Ἰλλυριοῖς ἀπεδόθη*); ma questa fonte si discredita da sé, quando colloca dietro gl'Illiri quegli Achei che erano invece dietro gli Acarnani (Pol. 67, 2; *Fil.* 6), e quando (*Fil.* 6) dice che gl'Illiri, *οἷς τὰ λήγοντα τῆς παρατάξεως συνεπέφρακτο*, confinavano con i Megalopolitani del centro.

Ciò posto, basta ripristinare nel racconto la obliterata distinzione fra Illiri e Acarnani per superare il contrasto di fatto

delle nostre testimonianze. Giacché cessa di essere contradittorio che: — 1° Euclida si difese contro gli Acarnani del centro destro macedonico; — 2° non si difese contro gli Illiri dell'estrema destra macedonica. Anzi le due affermazioni si integrano.

A rafforzare questa conclusione si osservi come essa spiega meglio l'incertezza delle tre fonti nel motivare la disfatta di Euclida. Dove Arato censura Euclida d'inerzia, è probabile si sovrapponga la notizia che Euclida vide salire gli Acarnani alla notizia che gl'Illiri giunsero intatti alla cima dell'Euas. Dove Filarco mormora l'accusa di tradimento, è probabile possegga questo indizio: Damotele rassicurò Cleomene (perché l'assalto frontale degli Acarnani non gli parve temibile); viceversa Euclida fu poi aggirato (dagli Illiri, la cui mossa occulta sfuggì a Damotele). Dove infine la fonte M. magnifica Filopemene, è possibile che all'esagerazione abbia contribuito il fondere il centro destro macedone (Acarnani) con l'estrema destra (Illiri), per cui Filopemene divenne il salvatore d'una metà dell'esercito di Antigono, non già di un minor reparto.

Né è difficile additare la genesi probabile della confusione fra Illiri e Acarnani. L'affinità di armatura (leggera) giovò certo a turbare i concetti. Di piú, i capi che Polibio ricorda per la destra di Antigono essendo due, l'uno macedonico, — Alessandro di Acmeto, — l'altro illirico, — Demetrio di Faro, — ed essendo il primo di essi designato pure pel comando del centro, par verisimile che l'illirico dirigesse specialmente la destra; sicché, Acarnani e Illiri sotto l'unico generale illirico potevano anche piú presto andar confusi.

Oramai l'episodio dell'Euas è divenuto chiaro: Euclida aveva l'ordine di mantenervisi difensivamente: e perciò tentava di ostacolare, non solo dall'alto, ma anche da tergo gli Acarnani durante la scalata: se non che, mentre gli Achei liberavano gli Acarnani alle spalle, gl'Illiri sorprendevano inopinatamente Euclida sulla vetta: indi la sua fuga.

Il Kromayer non rappresenta cosí gli avvenimenti sopra tutto perché (cfr. p. 234 n. 2) non ha voluto ammettere la contradizione fra Polibio (attacco palese) e Plutarco (attacco nascosto). Perciò non ha potuto né ben giustificare il silenzio polibiano circa le fortificazioni su l'Euas (p. 237 n. 3), né tenere

il dovuto conto dell'asserzione che Euclida molestò la salita degli Acarnani. Il risultato è che egli supera male le obiezioni del Delbrück su questo punto (1). Le quali sono, in sostanza, tre; e a tutt'e tre risponde la nostra ipotesi.

Primo. Polibio parla di un assalto frontale che Euclida e vede e ostacola; Filarco parla di un aggiramento sul tergo e di una sorpresa; non v'è acutezza di logico che concilii il contrasto. — Certo; ma Polibio (o meglio la fonte A.) parla degli Acarnani, mossisi frontalmente con gli Epiroti, dal centro destro macedonico; Filarco invece parla degli Illiri, mossisi dall'estrema destra macedonica, per giungere alle spalle di Euclida, lungo le pendici meridionali e occidentali dell'Euas, dove non esistevano fortificazioni, perché lí non era presumibile un attacco: sicché la manovra totale consta di due linee d'assalto, da nord a sud, e da sudovest a nordest.

Secondo. L'Euas era fortificato, onde è senza dubbio strano che codeste fortificazioni non entrino per nulla nella critica di Polibio ad Euclida. — Polibio, rispondiamo, o meglio la fonte A., guardando i fatti dal quartier generale di Antigono, confuse le due linee d'assalto, e attribuí alla lotta con gli Illiri un particolare proprio della lotta con gli Acarnani (l'esser stati scoperti), e alla lotta con gli Acarnani un particolare proprio della lotta con gli Illiri (la mancanza delle fortificazioni).

Terzo. Se Cleomene mandò Damotele a investigare sulla situazione di Euclida, perché aveva visto il movimento degli Acarnani e degli Illiri, come non fu piú vigile lo stesso Euclida, checché sia del tradimento di Damotele? — La fonte F., pur dando rilievo alla sorpresa degli Illiri, lascia intravvedere l'assalto degli Acarnani; onde si deduce che quei sull'Euas, veduti sparire sul pendio del colle Illiri e Acarnani, e poi veduti questi ultimi riapparire al sommo, li ritennero uniti agli Illiri, e si diedero pensiero sol più del fronte, trascurando il fianco sinistro e le spalle. Sicché l'apparente negligenza di Euclida si palesa effetto solo del fallace riassunto di Filarco.

---

(1) Per le stesse cause incorre nelle stesse mende anche il Roloff o. c. 91-2.

Insomma, contradizioni delle fonti e critiche dei moderni si risolvono e si superano con la nostra ipotesi, che distingue l'attacco illirico dall'acarnano (1).

---

(1) Le mie argomentazioni si applicano molto bene al colle Palaeogula, in cui il Kromayer riconosce l'Euas. Per ciò che riguarda l'obiezione del Sotiriadis circa il presunto Gorgylos, si veda la risposta del Kahrstedt o. c. 289. Il quale ha dato una risposta pure circa le rovine di mura con torri, che sarebbero esistite, secondo il Sotiriadis, nel III sec. a. C. e avrebbero dovuto dare al combattimento tutt'altro sviluppo; ma è risposta fiacca. Il Sotiriadis però non ha finora dato le prove della sua datazione.

Un preteso Anti-machiavello francese della Rinascita

Stefano La Boétie e Nicolò Machiavelli

Nota di LUIGI NEGRI

Nella ricostruzione storica del Rinascimento il risveglio letterario ed artistico, che di solito è considerato quale conseguenza più importante del rifiorire degli studi classici, non deve essere disgiunto dalla ricerca di manifestazioni non meno imperiture dello spirito greco-latino nel campo filosofico e sociale.

Come un sole che dapprima a stento si apre la via a traverso le nubi, poi si slancia radioso a mezzo il cielo per inondare il mondo di luce e di calore, il pensiero antico appare nel secolo XII colla contesa tra Sacerdozio ed Impero, matura nel XV per opera degli umanisti e trionfa nel XVI. Il cozzo fra le idee dominanti e la rinascente antichità fu violento, l'urto delle due tendenze segna una pagina macchiata di sangue, ma non per questo ingloriosa nella storia dell'Europa, come dimostrano tra l'altro la guerra dei contadini in Germania, i dodici articoli del manifesto di Metzler (1524) e la professione di fede di Zolicone (1525).

Accanto a questi fatti, si svolgeva parallelo un movimento teorico, e mentre in mezzo a tale risveglio divampava " l'ardore della controversia e della discussione, che non doveva nè restringersi nei limiti della coscienza religiosa, nè finire con i soli effetti estrinseci della riforma „ (1), si iniziava lo sviluppo di principî che dovevano trionfare in epoca a noi vicina. Se noi avemmo solo un'abbondante letteratura dottrinaria politica dal Machiavelli al Giannotti, dal Guicciardini al Paruta, da Ottavio

(1) G. Carducci, *Dello svolgimento della letteratura nazionale*, V, II.

Sammarco a Leonardo Salviati, a Bartolomeo Cavalcanti ed all'originale Gerolamo Savonarola, le discussioni teologiche fecero invece sorgere oltr'alpe, fin dagli inizî del secolo XVI, scuole di dotti i quali, facendosi paladini delle idee più contradittorie, lumeggiavano e mirabilmente definivano quei problemi di etica e di economia sociale, che erano destinati a trovare la loro soluzione due secoli più tardi.

Nella Francia, fra quelli che in quest'epoca propugnarono coi loro scritti, indipendentemente da qualsiasi fine scientifico, quel sentimento della dignità umana, che era frutto della nuova educazione delle menti, merita un posto ragguardevole Stefano La Boétie pel suo *Discorso sulla servitù volontaria*, o *Il contr'uno*, nel quale si trovano quelle idee che oggi indichiamo col nome di individualismo o soggettivismo, quella coscienza del valore proprio dell'uomo e della sua superiorità sulla natura, che caratterizza il pensatore del Rinascimento (1).

*
* *

Chi viaggiando per diporto a traverso la Guienna si conduca alla città di Sarlat (2), nel dipartimento della Dordogna, per ammirarne la cattedrale e l'antica Torre dei Mori, e si soffermi un istante dinanzi all'edificio che servì fino al 1790 di residenza episcopale, vi osserverà facilmente uno stemma gentilizio italiano: son quelle le armi di Niccolò Gaddi, ed il palazzo quello che egli fece in parte costruire da operai italiani. Il cardinale Gaddi, nato a Firenze, congiunto dei Medici, e del quale il Giovio narra esser egli stato uno degli ostaggi chiesti dagli imperiali, quando fecero prigioniero Clemente VII, era stato designato da Francesco I alla sede vescovile di Sarlat nel 1533.

Quello stemma ricorda assai più di una semplice data; esso richiama alla memoria l'epoca nella quale Sarlat, ove risiedeva

(1) G. Gentile, *Il concetto dell'uomo nel Rinascimento*, in " Giorn. stor. della lett. ital. ", LXVII, 1916, pp. 17-75.

(2) De Gourgues, *Dictionnaire topographique du département de la Dordogne*, Paris, Imprim. Nationale, MDCCCLXXIII, s. v. *Sarlat*; C. de Gérard, *Les Chroniques de Jean Tarde*, Paris, 1887.

una corte vescovile, era centro di studi e di cultura. Il Gaddi infatti, prelato dotto, amante delle arti e delle lettere classiche (alla Biblioteca Nazionale di Parigi si conservano parecchi manoscritti greci che gli appartennero), recandosi dall'Italia nella città perigordina, vi portò lo spirito umanistico della sua Toscana (1). Fu ventura che Stefano La Boétie, nato a Sarlat nel 1530, vi trascorresse la giovinezza sotto il vescovado del Cardinal Gaddi; che nella sua terra di Guienna, fin dal 1453 riunita alla corona di Francia, sentisse da vicino, in certa qual misura, il palpitare della vita italiana del Rinascimento; che nella sua città natale, la quale aveva sempre prestato omaggio diretto al re di Francia, giungesse l'eco del rimpianto che ancor risuonava a traverso la Toscana per gli antichi liberi comuni.

I suoi biografi francesi ne ricordano la giovinezza e gli studî all'Università di Orléans, ove professavano i giureconsulti più illustri. A noi si permetta richiamare alla memoria i maestri italiani che insegnavano allora in Francia, e tra questi specialmente il milanese Andrea Alciato, professore di diritto a Bourges nel 1518, ad Avignone nel 1528, e dal 1529 al 1532 nuovamente a Bourges, la prima scuola di giurisprudenza del mondo, a metà del secolo XVI: l'Alciato, che fin dal 1513 con un commento alle Istituzioni giustinianee aveva rinnovato lo studio della giurisprudenza, introducendovi il metodo filologico-umanistico, che fu per lui esegetico-comparativo (2), lodato in tutta Europa, studiato in tutte le università, ebbe ancora il merito di essere stato maestro di un altro insigne giurista francese, il Douaren, e di aver contribuito a diffondere in Francia le opere giuridiche e letterarie dell'Italia (3), opere che non furono ignote a La Boétie.

---

(1) In rapporto alla tesi del Barrère, e per quanto riguarda la corte vescovile di Sarlat, è interessante rilevare che, data la probabile parentela tra mons. Giovanni Gaddi, " Chierico di Camera apostolica „, al quale Antonio Blado dedicò le sue edizioni dei *Discorsi* (1531) e delle *Istorie* (1532), e il cardinale Niccolò, è lecito supporre che nella famiglia Gaddi le opere del Machiavelli fossero non solo conosciute, ma forse anche tenute in pregio.

(2) D. Bianchi, *L'opera letteraria e storica di Andrea Alciato*, p. 27, in " Arch. stor. lomb. „, XL, 1913, pp. 5-130.

(3) Cfr. F. Forti, *Libri due delle istituzioni civili accomodate all'uso del foro*, Firenze, 1883 (rist.), vol. I, *passim*.

Durante il suo soggiorno all'Università di Orléans, a quanto pare, Stefano avrebbe scritto il *Contr'uno*, i cui eloquenti accenti, osserva il Bonnefon (1), han traversato i secoli e son giunti fino a noi.

Questo trattato ha posto i critici di fronte ad un mistero, quale hanno a volte le esistenze tranquille, a guisa " delle acque calme, le quali racchiudono incommensurabili profondità ". E questo mistero tentò risolvere in modo assai curioso uno studioso d'oltr'alpe, alcuni anni or sono.

Il Barrère (2) sostenne che il *Contr'uno* è stato scritto per confutare il *Principe* del nostro Machiavelli, e ritenne dimostrata la sua tesi da un raffronto assai minuto che egli vien facendo tra i testi dei due scritti, nei quali scorge un perfetto antagonismo. Già all'inizio del *Principe* egli giudica poter contrapporre senz'altro i seguenti periodi di La Boétie: " E però non voglio, ora almeno, discutere quella questione tanto dibattuta, se cioè le altre forme di pubblici reggimenti siano migliori della monarchia... Ma tale questione riserviamola ad altro tempo, chè

---

(1) Dovendo spesso citare il Bonnefon, avvertiamo una volta tanto che ci riferiamo (Bonnefon-Montaigne) al primo volume dell'opera *Montaigne et ses amis*. Nouvelle éd., 2 vol. in-12°, Paris, 1898 (Ristampa di un precedente lavoro del B., *Montaigne, l'homme et l'œuvre*, 1893, coll'aggiunta di capitoli su La Boétie, Charron e la signorina De Gournay); e più specialm. (Bonnefon, *Œuvres*) alla bella Introduzione alle *Œuvres complètes d'* Estienne de la Boétie *publiées avec notice biographique, variantes, notes et index par* Paul Bonnefon, Bordeaux (G. Gounoillou) et Paris (J. Rouam), 1892, in-8°.

Avvertiamo pure che pei brani della *Servitù volontaria* che rechiamo in italiano, non ci serviamo della versione di P. Fanfani, Milano, Daelli, 1864, vol. XXXIX della *Biblioteca rara*.

Oltre la ed. cit. abbiamo presenti, specie per le note, le ediz. parigine degli *Essais* (1818, 1820, 1828), particolarmente poi quella del 1826 (1834) annotata da J. V. Leclerc.

(2) *Estienne de la Boëtie contre Nicolas Machiavel. Étude sur les mobiles qui ont déterminé Estienne de la Boétie à écrire Le Discours de la servitude volontaire*, par Joseph Barrère, avocat à la Cour d'appel de Bordeaux, Docteur en droit; Bordeaux, Mollat, 1908, pp. 98, in-16°. A questo scritto non accenna il Villari nella terza edizione (1914) del suo *Niccolò Machiavelli e i suoi tempi*. Il Tommasini ne parla assai ironicamente a p. 927 del vol. II *La vita e gli scritti di Nicolò Machiavelli* (1911), ove si domanda come mai l'interpretazione del Barrère sia sfuggita a tutti i contemporanei. Il " Giornale storico della letteratura italiana " non ne fece cenno.

richiederebbe di essere trattata particolarmente e da sola, ed ancor trascinerebbe seco tutte le altre discussioni di carattere politico „.

Il Barrère vede in queste parole un accenno ai *Discorsi* del Machiavelli, ed il proposito di confutarli in altro scritto.

Questa opinione denota una conoscenza per lo meno assai superficiale di quell'opera del Segretario fiorentino e disconosce tutta la tradizione classica sulla questione. Egli cita, è vero, Aristotele (1), ma più che a questi crediamo le sue parole siano da riferire ad Erodoto (2), Polibio (3) e Plutarco (4). Tale argomento, studiato infinite volte, non solo ha dato origine a speciali trattati, fra i quali ricordiamo quelli di Bartolomeo Cavalcanti *Sopra gli ottimi reggimenti delle Repubbliche antiche e moderne* (5), ma fu indubbiamente assai dibattuto fra le persone di una certa coltura, come prova *Il Cortegiano* di Baldesar Castiglione, che vi dedicò alcuni capitoli (6).

Tanto basti sull'inizio delle due operette. Veniamo ai " punti di contatto „ tra i due scritti, che permetterebbero di " stabilire un vero dialogo tra La Boétie e Machiavelli „ (7). Sorvoliamo sul parallelo suggerito dall'espressione *nostre souvenance* e le parole dello scrittore fiorentino " due esempi stati ne' dì della memoria nostra „ (8), perchè basta leggere l'intero periodo di La Boétie (9) per convincersi che nessun rapporto esso ha col *Principe*, nè, tanto meno, alcun " contatto significativo „. Il secondo argomento, il giudizio su Venezia, può parere di maggior peso. Le

---

(1) Op. cit., p. 25

(2) III, 80-84.

(3) VI, 3.

(4) *Praecepta gerendae reipublicae.* Pseudopl., *De vita et poesi Homeri*, LXXXII. Cfr. anche Platone, *Politicus*, CXXXI e sgg.

(5) Venezia, 1574. Rist. a Firenze s. a. nella coll. *Bellezze della letteratura italiana raccolte per cura di G. B. Niccolini e di Davide Bertolotti.*

(6) L. IV, xix-xxiv, della ed. annotata e ill. da V. Cian, Firenze, 1910.

(7) Op. cit., p. 37.

(8) *Il Principe*, c. VII.

(9) " Si ricerchino tutte le antiche storie, si osservino i fatti di cui noi abbiamo memoria, e si vedrà senz'altro quanto grande sia il numero di quelli che, avendo guadagnato, con mezzi illeciti, la fiducia dei principi, ed avendo usato della loro malvagità o abusato della dappocaggine di questi, furono da ultimo schiacciati da quegli stessi „, ecc.

opinioni del Machiavelli sulla politica veneta nel *Principe* (1) sono note: nel *Contr'uno* ricorre un caloroso elogio dei Veneziani, contro i " coups d'épingle „ (2) dello scrittore italiano.

A questo proposito, invadendo forse il campo dei critici francesi di La Boétie, i quali non sono riusciti finora, a meno che non si accetti l'opinione del Barrère, a spiegarsi il concetto del *Contr'uno*, ci sembra che per intendere quanto qui scrive il magistrato perigordino sulle libertà di Venezia, dobbiamo non tanto aver presenti le istituzioni oligarchiche di quella repubblica, come hanno fatto tutti i commentatori, i quali perciò non sono riusciti a comprendere il pensiero del loro scrittore, quanto stabilire un raffronto tra le individuali libertà di coscienza in Francia ed a Venezia. Nel secolo XVI in Francia, dove pur la materia religiosa era regolata dai Parlamenti, la professione di fede aveva servito di pretesto all'uccisione, ordinata o non ostacolata dalla Corte, di migliaia di persone, ad incendi frequenti in Provenza, ed aveva giustificato la più sfrenata licenza militare, alla quale erano state abbandonate intere regioni (3). A Venezia invece, lungi dall'essere avvenuti tali eccidî, la legislazione in materia religiosa (4), specie un concordato del 1551, ricordato da Paolo Sarpi (5), aveva garantito ad ogni singolo cittadino una libertà amplissima di coscienza; di fronte alle ingerenze delle Autorità ecclesiastiche, ogni veneziano, forte della

---

(1) C. III e XXI.

(2) Barrère, op. cit., p. 40.

(3) Fatti notissimi minutamente narrati già dal Sismondi nella sua *Histoire des Français.*

(4) E. Friedberg, *Trattato di diritto ecclesiastico* (trad. ital. di F. Ruffini), Torino, 1893, p. 99, ove nella bibliografia sull'argomento si ricordano il Sagredo e specialmente il Cecchetti, *La repubblica di Venezia e la corte di Roma nei rapporti della religione*, Venezia, 1874, 2 vol.

(5) *Discorso dell'origine, forma, leggi ed uso dell'Inquisizione nella città e dominio di Venetia, del* P. Paolo *dell'ordine de' Servi, Teologo della Seren. Repubblica*, 1638. Ristampata anche col seguente frontespizio: *Capitoli delle Ordinazioni della Serenissima Repubblica di Venezia spettanti all'officio d'Inquisizione fatte dall'anno 1551 fino all'anno 1608*; è poi riprodotto nel vol. II delle *Opere* del Sarpi, Venezia, Minetti, 1675-87. Ved. pp. 3, 8, 9, ecc., di questa ediz. Del concordato del 1551 il Cecchetti non fa parola; ne tratta invece il Forti, op. cit.

tutela del proprio governo, era incitato al mantenimento di queste libertà personali, e, come scrive La Boétie, " non avrebbe accettato tutte le altre felicità della terra per perdere la benchè minima parte della sua indipendenza ".

La data del 1551, cui accennammo, ci sembra importante e su di essa ritorneremo: non potrebbe infatti La Boétie aver conosciuto il concordato di quell'anno?

Un terzo argomento il Barrère lo trova nell'amicizia " sconosciuta quasi al Machiavelli " (1), in cui il genio politico erasi sviluppato a detrimento del cuore, e che ne parla come di cosa il cui nome solo ricorra nel dizionario; nella *Servitù volontaria* troviamo invece una riabilitazione dell'amicizia!

Il Barrère ha presente l'affetto il quale legò lo scrittore degli *Essais* a La Boétie, e che la morte sola potè spezzare, tanto che per più secoli il nome di quest'ultimo fu considerato come appendice di quello di Montaigne.

Il brano sull'amicizia che ricorre verso la fine del *Contr'uno* ed il capitolo XXVII dei *Saggi* ci ritraggono l'animo dei due amici, assai diversi l'uno dall'altro: Montaigne più giovane, più in preda alla fantasia, La Boétie più posato, più franco, più sincero; spesso egli indirizza versi all'amico esortandolo alla saggezza ed alla serietà: " Ciò che ti ha unito a me, o Montaigne, — gli scrive, — per sempre e contro qualsiasi avvenimento, è la forza della natura, è il più dolce allettamento di amore, la virtù ".

Questa è la realtà. Non dobbiamo tuttavia dimenticare che in un'epoca in cui le celebri amicizie dell'antichità erano un tantino di moda (2), la retorica doveva necessariamente avere la sua parte e nelle parole di Montaigne e in quelle di La Boétie, le quali risentono forse di Sallustio (3).

Dall'argomento dell'amicizia il Barrère passa naturalmente a trattare del tiranno di Siracusa Gerone, cui si accenna anche nei *Saggi* (4).

---

(1) Cfr. *Il Principe*, VI, XIX.

(2) M. E. Lowndes, *Michel de Montaigne. A biographical study.* Cambridge, 1898, p. 82.

(3) *Giug.*, c. XXXI.

(4) I, 42.

Il Segretario fiorentino non fa, secondo lo studioso francese, una ricostruzione felice della figura di Gerone, mentre La Boétie, quasi contrapponendoglisi, mette in rilievo i pregi del buon principe. Ora Machiavelli (1) parla di Gerone solo a proposito della milizia; che il magistrato perigordino, valendosi più liberamente della fonte senofontea, ne presenti una figura più completa, può darsi, ma in ciò non vediamo di che argomentare che nella *Servitù volontaria* si voglia criticare od anche solo adombrare il Gerone del Machiavelli. Non solo, ma cammin facendo, La Boétie, nel discorrere appunto dell'opuscolo di Senofonte, avrebbe *glissé* una frase a *sous-entendu*, augurando che " tutti i tiranni i quali mai furono se lo fossero posto innanzi agli occhi e se ne fossero serviti come di specchio „. Frase in cui il Barrère (2) ravvisa un'allusione all'augurata esclusione " dell'opera del Machiavelli da certa biblioteca regia di cui non crede dover parlare altrimenti „.

Non è forse inutile ricordare qui quanto nel Medio-Evo e nel Rinascimento sia comune il termine " specchio „, ad indicare le opere dottrinarie più svariate, dallo *Speculum majus* o *Speculum triplex* di Vincenzo di Beauvais (sec. XIII), allo *Specchio di vera penitenza* del Passavanti, dallo *Speculum humanae salvationis* di un anonimo benedettino del secolo XIII o XIV, fino allo *Speculum vitae humanae* di Rodrigo de Zamorra, stampato a Parigi nel 1473, od al *Mirrour of the worlde* impresso da Caxton nel 1481; non solo, ma anche scritti di carattere essenzialmente politico assumono questo nome, specie oltr'alpe; così, per avvicinarci ai tempi di La Boétie, *Miroir exemplaire* s'intitola una traduzione francese del 1599 del *De regimine principum* del nostro Egidio Colonna. E questo titolo ritroviamo ancora alla fine del secolo XVIII (3).

Con questo ecco giustificato l'uso della parola *specchio*, senza alcuna necessità di supporre un'allusione al *Principe*.

---

(1) *Principe*, XIII.

(2) Op. cit., p. 45. Su Caterina de' Medici e il *Principe* è da vedere Hanotaux, *Catherine de Médicis et la Saint-Barthélemy*, in *Études critiques sur le XVIe et le XVIIe siècle en France*, Paris, 1886.

(3) Ricordiamo solo *Lo specchio d'oro* di Wieland, Lipsia, 1772, in cui lo specchio è offerto dalle vicende della storia.

Giungiamo così al capitolo che riguarda la milizia: confessiamo che nella *Servitù* scopriamo reminiscenze classiche e, se non un ricordo di Tirteo, come vorrebbe il Bonnefon, certo di un verso di Omero, su un tema assai comune (1).

L'importanza e la diffusione della storia sacra ci dispensa dal ribattere l'argomento relativo al *Popolo d'Israele*, il cui esempio, anche tramontato da tempo il medio evo, era presente ad ogni umanista, assai più che non oggi a noi stessi.

Identica osservazione dovremmo fare riguardo al *Gran Turco*: vivo ancora nelle coscienze il ricordo delle crociate, forse come per noi quello della Rivoluzione francese, alla metà del secolo XVI accendeva ancora le fantasie in una visione del leggendario Oriente, assai lontana forse dalla realtà, la caduta di Costantinopoli, e la misera fine di Costantino XI Paleologo, come per tanto tempo tenne desta l'immaginazione popolare la fine del " grande Corso „; storia, se non vissuta, viva certo per la generazione del Machiavelli e di La Boétie, i quali vi fecero ricorso, con intenti diversi, non neghiamo.

Poche cose sull'argomento desunto dai " ludi „: trattasi certamente di una reminiscenza classica, colla quale si espone una etimologia già seguìta da Livio e da Dionigi d'Alicarnasso, comunissima in un'epoca in cui il *De Spectaculis* di Tertulliano doveva essere famigliare agli studiosi (2).

Nè più felice sembra il paragrafo intitolato a Giulio Cesare, che solo mette in luce i diversi intenti di La Boétie e di Machiavelli, e come la storia si possa piegare ad interpretazioni svariate.

Riguardo al " manto della religione „, ciò che scrive il Segretario fiorentino nel *Principe* (3) e più ancora nei *Discorsi* (4), richiamando sostanzialmente un concetto che ritroviamo nel Rousseau (5), concorda perfettamente, se non col pensiero di La Boétie citato dal Barrère (6), con quello ove egli dice che i tiranni " de-

---

(1) *Odissea*, XVII, 322.

(2) Etimologia questa, nota il Bonnefon, raccolta poi dal Vossio nel suo *Etymologicum linguae latinae*, ove si cita appunto Tertulliano.

(3) C. XVIII.

(4) I, XI, XV.

(5) *Contrat social*, II, 7; IV, 8.

(6) P. 57.

sideravano mettersi al riparo della religione e farsene scudo, e, se era loro possibile, ricorrevano come a sostegno della loro vita malvagia, ad un qualche briciolo di divinità „.

Dalle pagine dedicate al " Cospiratore „, tralasciando ogni rapporto tra il *Principe*, i *Discorsi* e le *Storie fiorentine*, trascegliamo un verso che, inconsapevolmente, Machiavelli avrebbe suscitato, come risposta alle sue argomentazioni sulla Fortuna:

jamais à bon vouloir ne défaut la fortune.

Esso non è una frecciata all'indirizzo del nostro scrittore (1), e ci sembra non lo si possa intendere se non nel completo quadro del pensiero che ispirò la *Servitù volontaria*.

Il *Contr'uno*, condotto com'è a fil di logica, si può riassumere in queste due tesi fondamentali: tutti gli uomini sono nati liberi ed uguali, e nessuno ha il diritto di confiscarne a proprio vantaggio la libertà, che è d'istituzione e d'origine naturale e divina; se gli uomini sono schiavi è per ignoranza della loro forza e dei loro diritti, è perchè lo vogliono; per riacquistare l'indipendenza loro basta la volontà, giacchè han dalla loro il numero e la forza. Questi principî irrefutabili di diritto naturale, i quali traggono origine dalla filosofia greca, hanno in proprio l'accento maschio, l'eloquenza passionata, i ricordi vivi alla mente dell'antichità repubblicana.

Con una ardita e nuova concezione circa le attività fondamentali della psiche umana, considerata in rapporto alla morale ed alla politica, Stefano La Boétie si oppose alla vecchia filosofia degli Arii, a quella italica, la quale distingue tali attività in conoscere, volere e potere; questa divisione costantemente seguìta dall'Alighieri, da Giordano Bruno, da Vico, da Romagnosi, i quali ultimi la pongono a base della scienza del diritto, non soddisfa lo scrittore francese: basta non volere la servitù per essere liberi, egli giustamente osserva, per modo che, precorrendo la scuola moderna, egli ci sembra seguire la distinzione adottata oggi dalla maggior parte degli psicologi in sentire, conoscere e volere. Ecco, a nostro avviso, perchè

jamais à bon vouloir ne défaut la fortune.

---

(1) Barrère, op. cit., p. 63. Cfr. *Il Principe*, XIX, XXV; *Discorsi*, II, 29.

Questa interpretazione ci sembra non diremo migliore, ma l'unica possibile, perchè deriva dal complesso dell'opera e non da alcune linee strappate dal contesto.

Nella " vigliaccheria „ il Barrère trova un " nouveau désaccord „, e disaccordo vi è indubbiamente, in un certo senso, nessuno lo vorrebbe negare.

Ne è possibile seguirlo minutamente nelle sue argomentazioni per scorgere nella *Servitù volontaria* una allusione alle note immagini del leone e della volpe, nel *Principe* del Machiavelli. Perchè voler credere alle notizie assai sospette che Montaigne ha dato sul suo amico e non voler credere a questo, quando dice di essersi ispirato ad un " conte „, ed il racconto vi è infatti in molteplici redazioni? (1). Troppo facilmente il Barrère dimentica che La Boétie è un umanista e non mediocre, come dimostrano i suoi versi latini.

Siamo giunti così all'ultimo raffronto riguardante l'uso del vocabolo " mantenere „.

La stessa erudizione del critico francese toglie peso all'argomento, e quasi vieta tenergli dietro in un cammino in cui troppo vi è da incespicare. Ma rimane ancora un punto da ribattere, per cui egli vedrebbe un'allusione diretta al *Principe*: l'uso della parola " formulaire „, che renderemmo in italiano con " frasario „. A noi non pare non abbia senso e sia inspiegabile: la si metta in correlazione con quanto La Boétie scrive poco dopo sui re di Francia (2), allusione diretta ai titoli da

---

(1) Senza risalire a fonti classiche, a dimostrare quanto fosse divulgata tale favola basta vederne le varie lezioni latine medioevali nel II vol. dei *Fabulistes latins depuis le siècle d'Auguste jusqu'à la fin du Moyen-âge*, par Léopold Hervieux (il t. 2° è intitolato a *Phèdre et ses anciens imitateurs directs et indirects*), 2e éd., Paris, 1894.

(2) " I nostri seminarono in Francia non so che, come dei rospi, dei gigli, l'ampolla, l'orifiamma, al che, per parte mia... non voglio non credere... avendo sempre avuto dei re sì buoni in pace... che sembra siano stati eletti da Dio onnipotente, prima che nascessero, per il reggimento e la conservazione di questo regno „. Il Pasquier, *Recherches de la France*, VIII, 21, esprimeva press'a poco le stesse idee circa gli elementi religiosi e soprannaturali delle leggende relative alle famiglie regnanti, e concludeva osservando che è " per compiacenza che si deve credere a questa specie di cose, che *il crederle è cortesia* „. Nel 1803 uno scrittore che vivamente

questi assunti; ma non basta, chè l'allusione, essendo espressa con parole rivolte a persona che aveva fatto parte del Parlamento di Bordeaux (1), si precisa ancora: La Boétie e Guglielmo de Lur conoscevano per pratica esperienza le contese, i dissidii, le questioni, le controversie che insorgevano tra la Corte ed i Parlamenti (2), volendo questi far valere il loro *droit de remontrance* e tentando la prima di renderlo presso che nullo, per mezzo delle *lettres de jussion* nelle quali si ricorreva alle scappatoie, alle sofisticherie, ai luoghi comuni, al " frasario „ consueto del protocollo di Corte. Ed è realmente strano che il Barrère abbia fatto del *Principe* un " *frasario* „ per smania di vedere nella *Servitù volontaria* la critica e la refutazione di una politica che nei contemporanei non destava affatto nè meraviglia, nè indignazione, non solo in Italia, ma nella Francia stessa, come è facile rilevare dalla prefazione ad una delle prime traduzioni francesi del *Principe* (3), nella quale leggesi: " Nostre autheur Machiavelle applique tout à la manière de gouverner de son temps et de son païs qui est quasi la nostre; car le vray but d'un autheur et d'un seigneur Politique c'est de conserver et augmenter ses estats „.

Queste parole, stampate col consenso di Carlo Estienne, più che una allusione od una satira, quale forse vi avrebbe scorto il Barrère, se ne avesse avuto conoscenza, alla presenza

sentì le miserie umane, e nel cui animo ogni dolore trovò sua eco, scriveva: " les rois, constamment victimes du fanatisme, en ont eux-mêmes été infectés. Guillaume-le-Bâtard s'ingéra de guérir les écrouelles avec le bout du doigt. Les rois de France furent bien aises de faire des miracles, comme les rois d'Angleterre, leurs vassaux, et ils touchèrent aussi les écrouelles „. Il confronto tra questo pensiero di Pigault-Lebrun, nel *Citateur*, e quello di La Boétie non è privo d'interesse.

(1) Guglielmo de Lur de Longa era stato predecessore di La Boétie in quel Parlamento.

(2) Sui Parlamenti in genere cfr. Bataillard, *Les mœurs judiciaires de la France du XVIe au XIXe siècle*, Paris, 1878. Su quello di Bordeaux v. Nicolaï, *Histoire de l'organisation judiciaire à Bordeaux et en Guyenne et du Barreau de Bordeaux du XIIIe au XIXe siècle*, Bordeaux, 1892.

(3) È la prefazione alla traduzione del *Principe*, fatta da Guglielmo Cappel e pubblicata a Parigi nel 1553 da Carlo Estienne. È ristampata nella III^a parte del lavoro di A. Gerber, *Nicolò Machiavelli. Die Handschriften. Ausgaben und Uebersetzungen seiner Werke in 16. und 17. Jahrh.*, Gotha, 1913.

del *Principe* in " una certa regia biblioteca ", ci sembrano rispecchiare un concetto materialistico della politica, condiviso anche da dotti.

***

Questi gli argomenti principali dal Barrère rincalzati costantemente dalla osservazione che il La Boétie vuol dimostrare il contrario del Machiavelli: non v'è dubbio, e quello che egli dice " conflit de doctrine ", rilevato già dal Fouillée (1), senza certo la pretesa di affermare una verità di rilievo, era inevitabile, essendo diverse la tesi del *Principe* e quella del *Contr'uno*.

Troppo poco al corrente della critica letteraria, tanto che non troviamo citato nel suo lavoro, accanto al Ginguené se non .... il Cantù, che egli chiama " excellent historien ", il Barrère, in seguito ad esame indubbiamente minuto dei due testi, ha creduto scorgere nelle idee, nelle immagini e nel modo di esprimerle, nel *Principe* e nella *Servitù volontaria*, una dipendenza di pensiero derivante sostanzialmente da condizioni storiche assai simili, da abito mentale per alcuni riguardi eguale, a motivo di un identico sostrato di dottrine e di studî, ampiamente illustrato, specie per quanto riguarda il Machiavelli (2).

Più interessante forse sarebbe rispondere ad una domanda circa l'origine della tesi del Barrère. Lungi da noi la pretesa di voler rintracciare la genesi letteraria del suo lavoro, ci sembra tuttavia poterne determinare il movente, direi psicologico: egli, se non andiamo errati, ha scritto il suo libro sotto l'influsso, per così dire, di una auto-suggestione. Indubbiamente al corrente della dottrina dell'intenzione segreta, che ebbe larga fortuna per quanto concerne il *Principe* del Machiavelli, egli, seguace della scuola cattolica che fa del Segretario fiorentino un mostro, la respinge, ed ammiratore com'è di La Boétie, la applica precisamente allo scrittore francese. Giunto a tal punto

---

(1) *Histoire de la philosophie*, Paris, 1875, pp. 220-21.

(2) G. Ellinger, *Die antiken Quellen der Staatslehre Machiavelli's*, in " Zeitschrift f. die gesamte Staatswissenschaft ", Tübingen, 1888, pp. 1-58. Il Delaruelle, in uno scritto che non abbiamo potuto vedere, ha messo in rilievo nel *Contr'uno* una costante imitazione dei classici antichi.

e convinto, per analogia, della intenzione segreta di Stefano La Boétie, era breve il passo a fare di questo un avversario del Machiavelli, data appunto la loro diversità d'intenti.

***

Abbiamo voluto soffermarci un po' a lungo su questa tesi di un La Boétie antimachiavellico, perchè, se, a primo aspetto, può sembrare attraente, anche allo studioso della letteratura nostra, essa, d'altra parte, è destituita di ogni fondamento.

Nelle pagine che precedono abbiamo voluto dimostrare come il Barrère non sia riuscito nel suo intento, intento irraggiungibile, chè non crediamo andar errati affermando senz'altro che una tesi simile, sostanzialmente errata, potrebbesi respingere *a priori*.

Il Barrère, e con lui fors'anche qualche altro critico francese, non ha tenuto nel debito conto il quadro dell'ambiente in cui visse Stefano La Boétie, la ricostruzione della vita intellettuale e politica della Francia nella seconda metà del secolo XVI. Le ipotesi più svariate, più strane anche, affacciate a risolvere una serie di incertezze, che s'aggirano attorno alla *Servitù volontaria*, ci sembra siano rese superflue da un esame di tale opera condotto tenendo presente la storia della Francia nei tempi in cui essa fu scritta. Vediamo alcune almeno di tali incertezze.

***

Anzitutto quando fu scritto il *Contr'uno*?

Il Montaigne è causa prima di questo dubbio: egli aveva intenzione di far posto nei suoi *Essais* all'opuscolo dell'amico, " ma sapendo, ei scrive, che quest'opera è già stata data in luce, e con cattivo scopo, da quelli che cercano di sconvolgere e di mutare lo stato dei nostri ordinamenti, senza avvisare se lo miglioreranno, i quali lo hanno frammisto ad altri scritti di lor farina, ho smesso l'idea di inserirlo qui ". Ed egli, in tutte le edizioni comparse lui vivente, assicura che La Boétie scrisse quel discorso in età di diciotto anni, cioè verso il 1548; nel-

l'esemplare dell'edizione del 1588 degli *Essais*, annotato e corretto di sua mano, e pubblicato nel 1595 dalla signorina de Gournay, la parola diciotto trovasi corretta in sedici.

Il Bonnefon non crede che tal correzione sia stata suggerita da prudenza, ma solo dal desiderio di attenuare l'impressione sgradevole che il vigore del linguaggio di La Boétie poteva avere sugli spiriti più posati. Il critico francese sembra dimenticare i fatti interni della Francia, l'uccisione di Enrico di Guisa prima (1588), poi quella di Enrico III (1589): la correzione del Montaigne deve porsi, è ovvio, dopo il 1588 e prima del settembre 1592; i fatti del 1588 e 1589 ci sembrano giustificare assai possibili timori del Montaigne, spirito indipendente fin che si vuole, ma, come ognun sa, molto prudente, alle volte tanto da dimenticare sè stesso nella vita pratica. Crediamo pertanto si possa ritenere che il Montaigne cercò di render più giovane l'amico per timore che il suo scritto fosse ritenuto fazioso ed antimonarchico.

Ad ogni modo è fuor di dubbio che la *Servitù volontaria*, se anche scritta in giovinezza, fu riveduta in età matura. Molti, ed è questa l'opinione del De Thou, han voluto scorgere nel *Contr'uno* una vendetta contro il Connestabile Anna di Montmorency, a motivo delle crudeltà da lui commesse in Bordeaux: se ciò fosse, osservano quelli che combattono questa tesi, come spiegare il non trovarsi nessun accenno a fatti contemporanei? Uno scritto polemico non ha valore se non in quanto colpisce chiaramente il suo oggetto; risponderemo solo che quelle allusioni che noi non sappiamo neppur indovinare, potevano invece riuscire assai evidenti ai contemporanei; nè ci soffermeremo a discutere le opinioni di quelli che han voluto scorgere accenni a Diana di Poitiers e ad Enrico II.

Il Bonnefon osserva ancora che vedere uno spunto polemico nel *Contr'uno* è stabilire tra gli atti e le parole di La Boétie una divergenza che non esiste; non solo, ma che, come critici precedenti avevano già avvertito, questo scritto manca di conclusione logica: esso avrebbe dovuto concludere al regicidio. Spaventato da tale terribile conseguenza, La Boétie non avrebbe tirato alcuna conclusione, chè questa sarebbe stata una formale smentita alla propria condotta, interamente consacrata a salvaguardare la giustizia e la pace. Ora qui entriamo in una vera

e propria logomachia: Mariana non approva forse il regicidio appunto per salvaguardare la giustizia e la pace?

Ci par soverchio ribattere questa osservazione ricordando che una certa riservatezza negli scritti è cosa di tutti i tempi: non ne mancano esempî da Dante a G. B. Vico, il quale ultimo, giudicando tutte le credenze alla stessa stregua, si affanna ad ogni istante ad escludere dal suo esame la religione romana; cento altri potremmo citare, i quali dimostrano colle loro opere quanto sia poco solida l'opinione seguìta dal Bonnefon.

Ad ogni modo, si accettino le date del 1546 o 1548, sorge un'altra difficoltà.

Il La Boétie accenna a Ronsard, a Baïf, a Du Bellay: il primo ebbe una certa fama in Francia solo dopo il 1550; verso il 1552 aveva ideato la *Franciade* e i primi quattro libri furono pubblicati nel 1572; Baïf nel 1548 non aveva se non sedici anni. La Boétie dunque non poteva esprimersi com'ei fa nel *Contr'uno* se non dopo la pubblicazione delle odi di Ronsard (1550 e 1552), dei *Vers lyriques* di Du Bellay (1550) e degli *Amori* di Baïf (1552), dopo cioè il 1552, quando egli avrebbe avuto ventidue anni. Questa data concorda con quanto osservammo sul concordato veneto del 1551 di cui parla il Sarpi.

Per poter prestar fede a tutti i costi al Montaigne, si risponde che l'amico suo scrisse il *Contr'uno* a sedici anni e lo rivide più tardi: ammesso pure che ciò sia, si avrebbe solo una prova che egli stesso dava un certo peso a quel suo scritto giovanile; se no, a che pro rivederlo? Ma dopo tutto, perchè prestar fede alla storiella dei sedici anni, cui ha dato corpo la troppa fiducia nel Montaigne? perchè non credere al De Thou? ritenere, cioè, che il movente di questo opuscolo siano proprio state le crudeltà del Montmorency, il che non implica, a parer nostro, nè che il libro sia stato scritto subito dopo, nè che vi si dovesse far cenno a fatti contemporanei? Si verrebbe così a riportare l'opera verso i ventidue anni: è più semplice, più naturale e gli avversari non hanno, lo abbiamo visto, solide ragioni da opporre. Perciò noi crediamo di poter ancora accettare, senz'altro, l'opinione del Dezeimeris (1), secondo il quale il Mon-

(1) *De la renaissance des lettres à Bordeaux au XVIe siècle*, Bordeaux, 1864, pag. 40.

taigne si sforzò di ringiovanire l'amico per constatare che la *Servitù* era opera di grande giovinezza, e così attenuare l'interpretazione esagerata di cui era passibile quest'opera, pubblicata, come fu, in mezzo alle diatribe rivoluzionarie.

Nè su miglior via ci sembrano le tesi più recenti di un *Discorso della servitù volontaria* rimaneggiato dal Montaigne dopo la San Bartolomeo, od anche solo ritoccato dallo scrittore degli *Essais* (1).

Il *Contr'uno* ci sembra debbasi porre nel novero di quelle opere politiche d'oltr'alpe (2), specialmente francesi, nelle quali vediamo trattati argomenti di massima importanza. Esso precorre molti di questi scritti, e ben male si sarebbe apposto

---

(1) H. Monod, *Montaigne après la Saint-Barthélemy*, in " Revue de Paris ", 1910, riprese una tesi già sostenuta dall'Armaingaud, in " Revue politique et parlementaire ", mars-avril 1906, e criticata dal Villey (" Revue d'histoire littéraire ", octobre 1906) e dallo Hauser nella " Revue critique ". Lo Strowski nel 1907 (" Revue philomatique ", février) aveva invece visto nella *Servitù volontaria* il ritratto di Carlo IX: a questa tesi si oppose due anni dopo il Bonnefon (" Revue politique et parlementaire ", janv. 1909), che non vi vuol vedere se non il tipo ideale del tiranno. La tesi del Barrère incontrò assai favore (cfr. " Revue d'histoire littéraire de la France ", 1908, vol. XV, p. 380; " Revue historique ", 1910, vol. CIV, p. 418). Più recentemente G. Coleridge ha dedicato uno studio a *Montaigne and La Boétie as friends and husbands*, nella " Fortnigthly Review ", n. s., 1911. In tanta disparità di giudizî preferiamo ancora seguire il De Thou.

(2) Allo scopo di meglio lumeggiare i tempi di cui ci occupiamo, è interessante uno sguardo ai principali scritti politici stranieri, i quali videro la luce nella seconda metà del secolo XVI. Ne vale la pena infatti, anche perchè, mentre in Italia discepoli di Bartolo discutevano ancora se l'imperatore fosse o no naturale signore del mondo, giuristi d'oltr'alpe affrontavano problemi ben più gravi.

Uberto Languet nelle sue *Vindiciae contra tyrannos sive de principis in populum populique in principem legitima potestate*, stampato nel 1579, sotto lo pseudonimo di Junius Brutus Celta, si faceva espositore di audaci teorie su l'inviolabilità di coscienza ed il diritto dei popoli contro i re; Hotman (1524–1590) nel suo *Franco-Gallia seu tractatus isagogicus de regimine regum Galliae*, libro che ebbe un'influenza simile a quella del *Contratto sociale* nel secolo XVIII, dimostrava la elettività della corona, sostenendo i diritti della nazione nel creare e deporre un re; e lo stesso ortodosso Giovanni Bodin, il solo che oggi si ricordi, nel suo trattato *Della Repubblica* (1574), pur refutando Platone, Tommaso Moro e le dottrine del nostro Machiavelli, e pur accordando la sua preferenza alla monarchia assoluta, contemplava

La Boétie proponendosi una critica, pedissequa addirittura, del *Principe*: la sua tesi poteva e doveva naturalmente trovar piuttosto uno svolgimento pensato, sincero ed essenzialmente logico, valendosi, come fu dimostrato pel Machiavelli, di quegli esempi forniti dall'antichità classica, anzichè nella discussione dello scritto del Segretario fiorentino. Quella libertà grande di

---

tuttavia un ideale di giustizia e di verità; Michele de L'Hospital nel suo *Traité de la réformation de la justice* propugnava la libertà di coscienza religiosa.

Nella Germania l'Althusen (1556-1617) nella sua *Politica methodice congesta* (1603), precorrendo le dottrine di Rousseau, ammetteva un patto sociale, espresso o tacito, tra popolo e sovrano, e la potestà nel primo contraente di giudicare il secondo per un diritto imprescrittibile ed inalienabile.

In Inghilterra lo scozzese Giorgio Buchanan nel suo *Dialogus de jure regni*, scritto nel 1569 e pubblicato dieci anni dopo, riconosceva lecita, per zelo di giustizia, l'uccisione del tiranno, tanto che il libro fu dichiarato sedizioso, e Giacomo VI di Scozia e i tre ordini di quel regno promulgarono " gravissimam legem, qua non tantum is liber seditionis damnatur, sed et omnibus ipsius lectio aut asservatio interdicitur „ (G. Buchanani, *Opera omnia*, curante Th. Ruddimanns, 2 vol. in-f°, Edimburgi, MDCCXV; per la legge ricordata, del 22 maggio 1584, Parlam., 8 Act. 134, v. p. xix dell'Introduzione).

Giovanni Poynet, vescovo inglese, rifugiato a Strasburgo, nella sua *Potestà politica* era giunto, fin dal 1558, alle stesse conclusioni del Buchanan.

Finalmente il gesuita Mariana nel *De rege et regis institutione* (1559) raccoglie e compendia tutte le dottrine che tendevano a far crollare l'autorità regia — ed in Francia avevan già dato origine alla congiura di Amboise — ed anch'egli approva il regicidio. Sebbene non si debba scordare che il Mariana ragiona del tiranno rivoltato contro la Chiesa, è pur forza riconoscere che egli all'autorità regia contrappone la sovranità popolare: il suo trattato fu condannato, oltre che da Aquaviva, generale dei Gesuiti, anche dalla Sorbona e dal Parlamento di Parigi; i tempi lo richiedevano, combattendosi in quegli anni l'ultima battaglia tra il potere laico e quello ecclesiastico, e tentando il confessionale una lotta suprema contro il trono, coll'affilare il pugnale di Giovanni Châtel, di Giacomo Clément, di Ravaillac e di tanti altri.

Oltre ai tre volumi del Mohl, *Die Geschichte und Literatur der Staatswissenschaften*, alla 4ª ed. dello Janet, *Histoire de la science politique dans ses rapports avec la morale*, ci riferiamo alle grandi opere del Lavisse et Rambaud, del Petit de Julleville, nonchè al III vol. della *Cambridge history of English Literature*. Per il Ponet o Poynet, cui la *Cambridge history* accenna appena, v. il vol. XLVI del *Dictionary of National Biography*.

pensiero, quell'arditezza di vedute in ogni manifestazione dello spirito, che animava gli scritti giuridico-politici del tempo, non era certo adatta ad un'opera simile. La *Servitù volontaria* trova suo posto tra gli scritti da noi ricordati, e per quanto cronologicamente li preceda, può ad essi venir paragonata per arditezza di idee.

***

Quanto siamo venuti fin qui esponendo vale, crediamo, a dimostrare, anche in opposizione ad alcuni critici francesi, che un esame della *Servitù volontaria*, fondato essenzialmente sul metodo d'indagine storica, può non dirò risolvere, ma far dileguare i misteri, le incertezze che vi si vogliono rinvenire.

Chè se poi nel *Contr'uno* volessimo scorgere l'opera di un precursore, non certo egli sarebbe per noi precursore della scuola anti-machiavellica; preferiamo ammirare la sua dottrina, che cerca nella sola fratellanza la prova, la condizione, il fondamento della libertà, e che ci proclama tutti liberi perchè siamo tutti compagni.

Questa dottrina così semplice, " ma in pari tempo sì elevata, — scrive il Blanc (1), — che oggi ancora, dopo tanti sforzi intellettuali e tante rivoluzioni, vien relegata nei sogni degli uomini dabbene, La Boétie la professava fin dal secolo XVI, con tutta l'autorità della virtù nel genio „. Dottrina per cui la Rivoluzione vide nella *Servitù volontaria* le idee direttive sue, tanto che alla fine del secolo XVIII si ebbero alcune ristampe del *Contr'uno*.

Ma non possiamo qui ricordare il Settecento senza associare il nome di Stefano La Boétie a quello di un nostro scrittore di quel tempo. Crediamo non errare affermando che il *Contr'uno* suggerì all'Alfieri l'idea della sua *Tirannide*; che l'Alfieri, odiatore di tirannide per " predisposizione psicologica „ (2), conoscesse la *Servitù volontaria* è fuor di dubbio: dalla sua au-

(1) *Histoire de la Révolution francaise*, vol. I, *Origines*.
(2) E. Bertana, *Vittorio Alfieri*, Torino, 1902, p. 282.

tobiografia (1) risulta che egli, nel 1768, di passaggio a Ginevra, aveva fatto acquisto di " un pieno baule di libri „, tra i quali vi era anche il Montaigne; al capo seguente, anzi, ci dice che " i sublimi *Saggi* del famigliarissimo Montaigne „ erano " divisi in dieci tometti „. Ora questi dieci tometti non sono altro che l'edizione del Coste del 1754 stampata a Parigi, colla falsa data di Londra, nel cui ultimo volume trovasi appunto ristampato il *Contr'uno*.

Posta questa documentazione, è facile convincersi, colla lettura della *Tirannide*, di quanto vi sia di comune col *Discorso* di Stefano La Boétie, in tal modo forse ispiratore di Vittorio Alfieri, non mai precursore del Gentillet.

---

(1) C. VII.

A titolo di curiosità rileviamo che in una lettera del 22 maggio 1798, della contessa d'Albany a Teresa Regoli Mocenni ed all'arciprete Luti, vi è un accenno a La Boétie. V. *Lettres inédites de la* Comtesse d'Albany *à ses amis de Sienne, mises en ordres et publiées par* L. G. Pélissier, Paris, 1904, t. 1er, p. 83.

Mentre la *Tirannide* è già stata raffrontata cogli scritti politici del Savonarola (A. Zardo, *La tirannide secondo il Savonarola e l'Alfieri*, in " La Rassegna Nazionale „, vol. 82°, Firenze, 1895), non ci risulta che sia mai stata paragonata colla *Servitù volontaria*.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Maggio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Senatore D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Segre, Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio D'Ovidio presenta l'opuscolo *De Cometa ann. 1664 et 1665; observationes mathematicae, Parigi 1665*, di Hieronymo Tarteron, dono all'Accademia del signor Avv. Carlo Arrigo. Il Presidente ringrazia.

Il Socio Mattirolo presenta una Nota della signorina Dott. A. Mondino col titolo *Ricerche anatomiche e morfologiche sulla var. " tuberosa „ Asch. dell' " Arrhenatherum elatius „ M. et K. nuovamente trovata in Piemonte.*

Il Socio Peano presenta una sua Nota *Risoluzione graduale delle equazioni numeriche.*

I due colleghi riassumono brevemente i due lavori, e la Classe li accoglie per la stampa negli *Atti.*

Accogliendo la proposta del Socio Somigliana, la Classe delibera che nella prossima adunanza si raccoglieranno le proposte di nomi per la nomina di un Socio corrispondente nella sezione di Chimica.

LETTURE

Ricerche anatomiche e morfologiche sulla var. "tuberosa„ Asch. dell'"Arrenatherum elatius„ M. K. nuovamente trovata in Piemonte

Nota della Dott. ALFONSINA MONDINO

Il Prof. Oreste Mattirolo nel suo recente lavoro sulle piante alimentari spontanee del Piemonte (*Phytoalimurgia Pedemontana*) (1), fra le varie specie dalle quali si potrebbero ricavare materiali eduli, ricorda la varietà bulbosa dell'*Arrhenaterum elatius* (recentemente rivelatasi abbondante anche in Piemonte), nel rizoma della quale si trova immagazzinato in abbondanza un idrato di carbonio, la " graminina „ affine all' " inulina „, la quale, cristallizzando in eleganti sferocristalli, dà con la idrolizzazione origine a levulosio.

Trattando di questa e di altre graminacee da lui comprese sotto il nome di " graminacee inuliniche „ (2), fa rilevare l'importanza degli idrati di carbonio che esse contengono, e che forse potrebbero con utile effetto sostituirsi all'amido nella alimentazione dei diabetici eliminatori di glucosio nelle urine.

Il Prof. Mattirolo in questa occasione ha voluto non solo accennare alle ricerche che, dietro suo consiglio, io avevo intrapprese nel suo Laboratorio per la mia tesi di Laurea; ma à voluto consigliarmi la pubblicazione di quella parte del mio lavoro che si riferisce più specialmente alla anatomia del caule tipico della specie, comparato con quello anormale della sua va-

(1) " Annali della R. Accad. d'Agricolt. di Torino „, vol. LXI, 1918.

(2) Vedasi in proposito quanto è stato esposto e proposto allo scopo di utilizzare la graminina dal prof. Mattirolo nel suo lavoro a pp. 24, 25, 26, 27.

rietà *bulbosa*, ritenendo che essa possa portare un contributo di una qualche importanza per la conoscenza anatomica di una specie finora studiata essenzialmente dal punto di vista pratico della sua utilità come ottima pianta foraggera, e dal punto di vista sistematico e chimico.

Ringraziando il Prof. Mattirolo per il giudizio espresso sul mio lavoro, ben volentieri pubblico quella parte delle osservazioni mie che si riferiscono alla anatomia del caule dei due *Arrhenatherum*, sperando che esse possano avere realmente quell'interesse che loro benevolmente fu accordato dal mio maestro.

Premetto che la varietà tuberosa dell'*Arrhenatherum elatius*, recentemente ritrovata in Piemonte, la prima volta descritta da Presl nell'anno 1820 (Presl K. B.) (1), vive un po' dappertutto nelle varie regioni d'Italia, ma più specialmente, per quanto risulta dagli studi del Fiori e del Parlatore, nei luoghi sterili e montuosi, nei prati e luoghi erbosi della regione padana submontana e montana nella Penisola, in Sicilia, in Sardegna ed in Corsica, e si distingue per delle tuberosità che si svolgono negli internodi della parte ipogea del caule rizomatoso.

L'*Arrhenatherum elatius*, il cui nome allude all'arista del fiore maschio, dal greco *ἄῤῥην* (maschio) e *ἀθήρ* (punta), è una graminacea comunissima, eretta, che sorpassa spesso il metro in altezza, raggiungendo talvolta i 120 o 150 centimetri.

In Francia è conosciuto l'*Arrhenatherum* sotto i nomi di *Fromental, Faux-froment, Faux-seigle, Arrhénathère-fausse-avoine*, e da noi volgarmente si indica coi nomi di *Perlaria, Saggina bianca, Saggina canajola, Vena maggiore*. In Piemonte questa pianta — come in generale anche la maggior parte delle nostre graminacee rizomatose, quali le specie del genere *Agrostis* (stolonifera, alba, rubra) ecc., dei generi *Triticum*, *Cynodon*, ecc.) — prendono il nome di *Liönse*. Però alla varietà munita di tubercoli vien dato un nome molto significativo, quello di *erba d'la couronëtta*, che ricorda l' " *avoine à chapelet* „ dei Francesi, e nello stesso tempo nel modo più chiaro ci rappresenta il carattere della varietà, poichè chi la vede non può pensare ad altro che alle perline di un rosario.

(1) Presl. K. B., *Cyperaceae et Gramineae siculae*, Pragae, Hartman, 1820.

L'apparato caulinare della varietà *bulbosa* dell'*Arrhenatherum,* nella parte epigea, assolutamente non si distingue da quello della specie, così che la descrizione che farò seguire potrà valere per la specie e la sua varietà: i caratteri differenziali si svolgono unicamente nella parte tuberizzata del rizoma, cioè negli internodii che si trovano immediatamente sopra al punto in cui si originano le radici, dove la varietà nostra presenta tuberosità internodiali in numero vario di tre, quattro, cinque, sei, sovrapposte le une alle altre e separate dai restringimenti nodali o diaframmatici. Queste nodosità, a guisa di perle di rosario, un po' irregolarmente conformate, si susseguono, dando così la spiegazione dello strano nome col quale furono indicate la prima volta dal Thuillier nella *Flora di Parigi* nel 1799, e dal Palisot de Beauvois nel 1812, e che proviene a sua volta da un nome adottato in tutti i dialetti delle regioni in cui la pianta si trova.

Del resto questo fatto dell'ingrossamento degli internodii basali del caule non interessa soltanto le graminacee, ma, si può dire, tutte le Monocotiledoni.

Nelle graminacee però questa tendenza si generalizza ed in molte di esse è facile osservare gli internodii più bassi del caule rigonfiati, ciò che ha fatto erroneamente credere agli antichi botanici che le radici di queste piante potessero diventare tuberose.

La *Phalaris coerulescens* Desf., la *Ph. nodosa* L., il *Phleum pratense* L., la *Poa annua* L., la *Dactylis glomerata* L., alcune specie di *Hordeum*, di *Triticum*, di *Poa*, di *Molinia,* ecc., ecc., lasciano vedere fatti consimili, mai però così caratteristici come nella varietà dell'*Arrhenatherum*, nella quale noi possiamo osservare tutti gli stadii di passaggio da internodii appena rigonfiati alla base, sino a quelli caratteristicamente nodosi. Del resto noi vediamo come ognuna di queste nodosità sia sormontata sempre da un internodio appena rigonfiato alla base.

Ad ogni restringimento noi vediamo scaglie guainanti o residui di esse, le quali portano all'ascella delle gemme che daranno nuovi rami rizomatosi ipogei, che a lor volta potranno rigonfiare gli internodii basali e riprodurre nuove coroncine.

Sezionando il caule normale dell'*Arrhenatherum* gli internodii appaiono vuoti nella loro parte assile; mentre essi si presentano completamente pieni nelle tuberosità.

Il diametro delle tuberosità può variare assai, da pochi millimetri ad un centimetro, e oltre. Generalmente i tubercoli inferiori e superiori sono molto più piccoli dei mediani: la tuberosità superiore si assottiglia nel caule; quella inferiore nelle radici avventizie.

Questi sono i caratteri che esternamente presentano le produzioni che ci interessano, e che studieremo mettendo a confronto la struttura del caule normale con la struttura delle tuberosità.

Avendo seguìto nelle coltivazioni, fatte all'Orto Botanico di Torino, lo sviluppo delle tuberosità dell'*Arrhenatherum* durante un intero periodo vegetativo, devo ricordare qui, come la grossezza e la parvenza di detti tubercoli siano differentissime secondo che si osservano nel periodo estivo, nell'autunno e nella primavera. Nelle prime due epoche, i tubercoli si presentano turgidi per quantità di materiali di riserva, manifestando cioè quei caratteri che abbiamo più sopra descritti. In primavera, quando l'*Arrhenatherum* mette fuori le foglie e la sua vegetazione sotterranea ha ripreso, estendendosi centrifugamente coi rizomi nuovi assai numerosi, si è colpiti dal fatto che le tuberosità, le quali si erano mantenute intatte nel periodo invernale, scompaiono. Le riserve destinate alla vegetazione sono, dai magazzini temporanei delle tuberosità, richiamate in circolo; esse passano a dar corpo ai nuovi membri, che provvedono prima allo sviluppo, poi al funzionamento e quindi, come atto definitivo, alla formazione di nuovi tubercoli quando sarà venuta la stagione del riposo invernale.

Chi segue il ciclo di sviluppo di queste formazioni può vedere come nella primavera esse comincino a subire l'influenza dell'ambiente umido, si rigonfino, e come, all'ascella delle foglioline, vengano fuori dei piccoli apici vegetativi sotto forma di nodini bianchi, i quali si svolgono, e dànno origine a nuovi rizomi più o meno sviluppati, più o meno ramificati, all'apice dei quali compaiono brillanti e turgide di materiale le tuberosità future.

È così che la varietà bulbosa dell'*Arrhenatherum* va lentamente, ma gradatamente, espandendosi dal suo punto d'origine e che essa si presenta in formazioni stipate, condensate, feltrate.

La formazione dei nuovi tubercoli avviene solo sul percorso dei rizomi che si mantengono nettamente sotterranei: poichè, in quei rizomi, i quali raggiungono il livello del terreno e quindi, in tali condizioni di stazione, risentono l'influenza della luce, diventano verdi assumendo la funzione assimilatrice; cosicchè rapidamente diminuiscono di volume e scompaiono.

I nuovi rizomi si originano sempre all'ascella delle scaglie di quelli vecchi, ramificandosi nei modi più disparati, come vediamo avvenire nella maggioranza di quelle piante graminacee o non, nelle quali si incontrano rizomi tuberosi o tubercoli speciali (1).

Il caule normale deve essere studiato in due condizioni: nella sua parte epigea ed in quella sotterranea, poichè nelle graminacee è noto come il caule presenta delle differenze di composizione a seconda che esso è destinato a rimanere in vita sotto la terra durante i periodi invernali o a perire invece dopo avvenuta la fecondazione e la maturazione dei semi.

Gli internodii epigei, dai quali si originano le foglie, sono quelli che prendono parte attiva al fenomeno della vegetazione, essi perciò risultano slanciati, vuoti, leggeri, eminentemente elastici, sostenuti, rafforzati da un sistema meccanico, composto da appositi cordoni di elementi inspessiti, in gran parte, da materiale cellulosico.

Ma gli internodii, invece, che devono durare in vita sotto terra e sostenere il peso della pianta, devono essere meglio adatti a questi loro scopi e perciò lignificano le pareti già inspessite dei loro elementi, rendendoli così più resistenti, più solidi, meno pieghevoli di quelli epigei, ai quali la costituzione cellulosica permette movimenti di piegatura, specialmente dovuti all'azione del vento.

Il sistema vascolare, tanto nel caule epigeo, quanto in quello rizomatoso, è costituito da fasci alcune volte disposti in cerchio, altre volte disordinatamente sparsi nel tessuto fondamentale. Nei cauli delle graminacee in genere i fasci esterni sono sempre

(1) Von Fritz Wille, *Anatomisch-physiologische Untersuchungen am Gramineenrhizom*, in " Beihefte zum Botanischen Centralblatt „, 1916. Verlag von C. Heinrich, Dresden.

più piccoli, meno sviluppati cioè alla periferia che nella parte centrale, dove invece si trovano quelli di maggiori dimensioni. I fasci esterni più piccoli sono tangenzialmente disposti; quelli centrali radialmente situati. Essi sono sempre accompagnati da una guaina sclerenchimatica più o meno sviluppata.

Il midollo nei cauli delle graminacee giovani è pieno, ma poi si rompe, e distruggendosi, lascia un cilindro assile vuoto.

Va notato che il numero dei fasci decresce in ogni internodio (a partire dalla base del colmo), poichè la maggior parte di essi si estingue, essendo destinata alle foglie.

I fasci sono del tipo collaterale. In essi, come è noto, la parte vasale, o *Hadroma*, è formata prevalentemente da vasi o trachee, provviste di inspessimenti anulati, spiralati, reticolati. La parte cribrosa risulta essenzialmente di cribri e di cellule annesse.

Le cellule epidermiche sono molto allungate nel senso longitudinale, hanno pareti silicizzate, e molte volte segregano materiali cerosi.

Gli stomi son disposti sopra linee longitudinali.

Interessanti sono i nodi (diaframmi) formati dal tessuto fondamentale, dopochè i vasi proprii del colmo e delle foglie si sono costituiti. Le parti superiori del diaframma composte di cellule parenchimatiche a pareti sottili, differiscono da quelle inferiori ad elementi corti, fortemente inspessiti, che costituiscono il rafforzamento della volta del diaframma. Sopra il diaframma e quindi immediatamente sopra il nodo, si trova quella parte del colmo destinata a provvedere all'accrescimento in lunghezza dell'internodio stesso. Questa parte meristematica, nel suo inizio, formata da elementi a pareti sottili, ricchi di materiali plastici, viene dapprima sostenuta dalla guaina delle foglie; più tardi, quando l'internodio ha raggiunto le definitive sue dimensioni, anche questi elementi si inspessiscono, di modo che i cauli da prima assai pieghevoli nei tratti immediatamente sopra il diaframma si induriscono, diventando più resistenti e quindi meno pieghevoli.

Tale è in generale il piano di costituzione delle graminacee aventi uno sviluppo analogo a quello dell'*Arrhenatherum*, nel quale (anche nella porzione ipogea) l'epidermide è formata da elementi allungati in senso longitudinale ma assai stretti tras-

versalmente, protetti da un rivestimento cuticolare continuo abbastanza sottile. Le pareti degli elementi in contatto con la cuticola sono fortemente inspessite e arcuate verso l'esterno, mentre sottili sono quelle laterali ed interne.

Gli stomi non presentano nulla di anormale.

Al disotto dell'epidermide si incontrano numerosi strati costituenti l'*ipoderma*, allungati e regolarmente e fortemente inspessiti. Ben visibili sono le zone di inspessimento attraversate da numerosi pori-canali. Questi strati rappresentano il sistema meccanico del caule. Saggiati coi reattivi della cellulosa, le cellule ipodermiche si colorano intensamente in bleu. In questi strati non si notano nell'*Arrhenatherum* caratteri speciali come in altre graminacee: essi non fanno che abbracciare in un anello continuo tutto il caule, formando così una specie di guaina meccanica di sostegno e di protezione. A poco a poco le pareti loro si assottigliano gradatamente, continuandosi col tessuto midollare.

I fasci attorniati da una guaina di cellule e di fibre inspessite, lignificate, si presentano non molto numerosi, nè lasciano vedere un ordinamento particolare. I vasi più grossi occupano le parti centrali, mentre i più piccoli si trovano alla periferia nel tessuto ipodermico. Sono i soliti fasci delle graminacee.

Porzione rizomatosa del caule. — La differenza più notevole fra il caule normale epigeo e la porzione perennante, vivente nel terreno, consiste nel fatto che gli elementi ipodermici di questa si lignificano perdendo l'elasticità e l'estensibilità dei tessuti ipodermici epigei, capaci di accrescimento. Di più il parenchima del midollo è molto più sviluppato, la sua cavità centrale tende a scomparire, e, se non è scomparsa del tutto, a ridursi notevolmente, mentre, in tale parenchima, si immagazzinano materiali di riserva.

Notevole è ancora la diversità di lunghezza degli internodii, i quali nei rizomi sono anche più rigidi, più duri e più grossi di quelli dei cauli normali.

Alle foglie epigee verdi si sostituiscono scaglie brune, protettive, all'ascella delle quali si formano quelle gemme per le quali il rizoma *si muove* nel terreno.

Va pure notata in questo tratto del caule la comparsa ai nodi di numerose radici avventizie, dalle quali i rizomi traggono il nutrimento e quindi la capacità di svilupparsi ulteriormente.

Tuberosità. — Le sezioni fatte a livello degli internodii tuberizzati dell'*Arrhenatherum* rivelano subito un ordinamento di tessuti assai differente da quello sopra ricordato del caule normale.

Prima di tutto colpisce il fatto che le tuberosità risultano formate da un complesso di tessuti continui e che manca in esse qualsiasi accenno ad una cavità centrale midollare.

Le tuberosità, separate, come ho detto, l'una dall'altra dai diaframmi nodali, mostrano questi diaframmi semplicemente costituiti. Il tessuto del diaframma è unicamente costituito da un tessuto parenchimatoso ad elementi assai inspessiti, fra i quali passano i fasci vascolari disposti in ordine sparso, precisamente come nei cauli normali.

Del tessuto meccanico a pareti inspessite, formato da materiale cellulosico nei cauli normali, e da materiale lignificato nei cauli rizomatosi, nelle tuberosità non vi è più traccia. Questa mancanza di qualsiasi elemento meccanico costituisce la nota più interessante.

Al disotto dell'epidermide non troviamo altro tessuto che quello parenchimatico fondamentale, ed è in questo tessuto, a grandi cellule poliedriche, allungato secondo l'asse longitudinale, che scorrono molteplici fasci vascolari, i quali in generale non presentano più quei due grossi elementi laterali punteggiati o areolati del caule normale. E poi nel tessuto delle tuberosità i fasci sono irregolarmente disposti in serie lineari, e per di più presentano invece di areolature grossi inspessimenti anulari.

Una particolarità caratteristica di questo parenchima si nota nei rapporti reciproci fra parenchima e vasi, poichè il parenchima che attornia i vasi è disposto in tante strie raggiate, cosicchè essi ci appaiono come stellati, attorniati cioè da tanti raggi di parenchima distinto dal rimanente ad elementi isodiametrici; disposizione che contrasta con la regolarità del tessuto dei culmi normali. L'epidermide delle tuberosità è assai semplicemente costituita, poichè gli elementi suoi non presentano

più gli inspessimenti esterni della membrana. Tutte le membrane sono uniformi nel loro sviluppo, la differenza più importante sta nel loro rivestimento cuticolare, il quale acquista, nella regione dei tubercoli, una importanza molto più notevole, che ci è rivelata sia colla semplice visione dei preparati, sia coll'impiego di reagenti adatti. Ciò dimostra che in questo caso la cuticola si sostituisce funzionalmente alla epidermide inspessita del caule normale non soltanto, ma anche al tessuto meccanico ipodermico.

Va notato però che alcune cellule sono ripiene di un materiale che trattato con soluzione *iodo-iodurata* si colora in giallo carico. Supponendolo tannino trattai con *cloruro-ferrico*, ma non ottenni risultato. Basandomi sul reattivo di *Millon* e sulla colorazione prodotta dall'acido nitrico, io credo che questo materiale consti di sostanze albuminose forse simili a quelle delle leguminose studiate dal prof. Baccarini (1). Quanto alla loro funzione è da ritenersi protettiva, considerata anche la loro posizione.

L'epidermide con la cuticola ingrossata assume il còmpito della difesa, mentre i tessuti meccanici scompaiono, perchè manca loro ogni ragione di funzionamento. Così i fasci vascolari si riducono di numero e semplificano la loro struttura, mentre invece il parenchima assume sviluppo maggiore in relazione alla funzione preponderante che gli viene affidata.

Si osserva in conclusione quell'orientamento di tessuti che troviamo caratteristico nei magazzini di riserva, sviluppo cioè di parenchima a detrimento di tutti gli altri tessuti. Come nelle patate, ad esempio, e in simili produzioni tuberose, così anche in queste alla cuticola impermeabile ai gas ed ai liquidi, la natura affida il còmpito della difesa dai nemici esterni.

La natura del materiale di riserva, sciolto nel liquido degli idroleuciti, fu per lungo tempo ignota ai naturalisti. Essi credettero che, nei vacuoli delle graminacee, non si trovasse altro che acqua, e che quindi le loro nodosità dovessero funzionare non altrimenti che come riserve di acqua, ciò che pareva di-

---

(1) Prof. Baccarini, *Contributo alla conoscenza dell'apparato albuminoso-tannico delle leguminose,* " Malpighia ", anno VI.

mostrato dal fatto che non vi avevano trovato traccie di amido, di zuccheri, di riserve cellulosiche. Hakel (1) e Schellemberg (2) non esitarono a vedere nelle tuberosità che ci interessano dei particolari adattamenti atti a raccogliere riserve di acqua, e quindi a servire, specialmente nei climi tropicali, per conservare questo prezioso alimento.

Fu soltanto più tardi che Johansson (3) nel 1888 trovò che in questi idroleutici sono contenute sostanze sciolte, che egli ritenne analoghe a composti inulinici.

Gli studi ulteriori portarono successivamente ad una più intima conoscenza della natura chimica di tali composti, intorno ai quali l'ultima parola non è detta ancora, sia per riguardo alla loro natura chimica, sia per rapporto alla loro importanza dietetica. Noi sappiamo infatti che molti sono gli idrati di carbonio che i chimici hanno isolato dalle graminacee, ai quali, sebbene abbiano importanti punti di contatto fra di loro e forse non siano da riguardarsi come le espressioni di un materiale unico, hanno dato nomi differenti.

Ricorderò i nomi della *Phleina* ($C_{90}H_{150}O_{75}$), della *Triticina* ($C_{36}H_{62}O_{31}$) e della *Graminina*.

La prima fu trovata nel *Phleum pratense* L., nella *Phalaris arundinacea* L., e vi fu studiata specialmente da Ekstrand e Johansson (4); la seconda Müller (5) e Reidemester (6) ci hanno fatto conoscere nel *Triticum repens*, ossia nella *gramigna*; la terza fu poi trovata nei generi *Phleum, Avena, Holcus, Dactylis, Festuca, Poa, Agrostis, Phalaris, Alopecurus, Calamagrostis* e studiata da molti chimici, fra i quali ricorderò Ekstrand, Mauzelius (7), Johannsen e Müller, e recentemente Harlay (8).

---

(1) *Ueber einige Eigentümlichkeiten der Gräser trockener Klimate,* " Verhandl. K. K. Zool. Bot. Gesellschaft „, Wien, Bd. 40, 1890, S. 125.

(2) *Untersuchungen über die Lage des Bestockungsknotens beim Getreide,* " Forschungen auf dem Gebiete der Landwirtschaft „, Frauenfeld, 1902.

(3) C. J., *Om gräsen qualvefria reservuärindsämnem, särskildt de inulinartade Kolhydraten.* " K. Svensk. Vet. Akad. Handlingar 23 „ (1888-89, Nr. 2).

(4) A. Ekstrand u. C. J. Johansson, " Ber. chem. Ges. „, Bd. XX, p. 3310 (1887).

(5) H. Müller, " Arch. Pharm. „ (3), Bd. II, p. 500 (1873).

(6) A. W. v. Reidemeister, " Just. Jahresber. „, 1880, Bd. I, p. 438.

(7) Ekstrand u. R. Mauzelius, " Chem.-Ztg. „, Bd. XIII, pp. 1302, 1337.

(8) Harlay, " Chem.-Ztg. „, 1901, p. 217.

La *Graminina* che Harlay ha studiato, traendola direttamente dalle nodosità della pianta che ci interessa, manifesta caratteri corrispondenti a quelli della *Phleina* e della *Triticina*. La *Graminina* però pare non venga attaccata nè dalla saliva nè dalla diastasi; essa è immagazzinata quale materiale di riserva nelle tuberosità dell'*Arrhenatherum*, dove si troverebbe nelle proporzioni del 75 % nelle tuberosità fresche; ivi è accompagnata, nella percentuale di 1,60, di uno zucchero riduttore.

La *Graminina*, nei materiali conservati in alcool, si incontra nel parenchima poliedrico delle tuberosità sotto forma di sferocristalli, che ricordano perfettamente quelli di inulina. Nei preparati, questi cristalli si trovano per lo più addossati alle pareti cellulari sotto forma di concrezioni mammellonate che molte volte tappezzano tutta la cavità cellulare. Altre volte si depositano soltanto negli angoli di essa o formano curiosi corpi irregolari che appaiono liberi nella cavità stessa della cellula e che si mostrano sotto forme che è difficile precisare.

Le striature concentriche, esilissime, eleganti, si scorgono con nettezza di contorni; quelle radiali pure presenti sono però meno visibili.

Trattati poi con *tintura di iodio o con acqua iodata*, i particolari risaltano meglio.

L'aspetto di queste produzioni potrebbe facilmente far credere a depositi inulinici a chi non ne conoscesse l'origine.

La *Graminina* si scioglie facilmente nell'*acqua*, è insolubile nell'*alcool*, e come prodotto di idrolisi dà origine a *levulosio*.

Il suo peso specifico è di 1,5222.

Essa devia a sinistra il piano della luce polarizzata, così come fa l'inulina.

Il suo punto di fusione si trova a 209°.

Ekstrand e Mauzelius, sopra citati, ne determinarono col metodo crioscopico il peso molecolare, il quale corrisponde alla formula chimica $C_{48}H_{80}O_{40}$.

Poco o nulla, pare, si sa ancora intorno al valore nutritivo di questa sostanza, che si potrebbe ottenere coltivando sopra vasta scala della varietà tuberosa di *Arrhenatherum*.

La *Graminina* si presenta in massa come una polvere di colore leggermente cremeo e di sapore che ricorda quello della farina di frumento.

Le osservazioni fatte mi portarono a ritenere che la *Graminina* si trovi, pare, unicamente nel parenchima delle tuberosità, perchè io non ricordo di avere incontrati depositi di sfero-cristalli altro che in questo parenchima, e ciò essendomi pure io sempre servita di materiali che avevano subìto ugualmente l'azione dell'alcool. Nel fresco la *Graminina* non si rivela, perchè essa si trova sciolta nel liquido degli idroplastidi.

La *Graminina* che avevo a disposizione (preparata dal dottor Piccinini) si scioglieva facilmente anche nell'acqua fredda; quando in una goccia di acqua si aumenta la dose di *Graminina* in modo che la soluzione divenga satura, questa precipita nel liquido, assumendovi la forma di eleganti sferiti. Le sferiti, che così appaiono numerose al microscopio, presentano la maggiore rassomiglianza con granuli grossi sferoidali di amido.

Da quanto sopra è stato riferito, risulta che anche nell'*Arrhenatherum* la destinazione di un organo ad una funzione speciale è causa in esso di notevoli differenze anatomiche, le quali sono in relazione diretta con la nuova funzione assunta, come risulta dallo studio comparato delle variazioni anatomiche del caule, del caule rizomatoso, e delle tuberosità internodiali che ho descritte. Le nuove funzioni di questo caule, adattatosi a diventare magazzino di materiali di riserva, inducono in esso notevole aumento nella difesa cuticolare accompagnata da riduzione di tutto quanto si riferisce al sistema meccanico, la cui azione non ha più importanza. Contemporaneamente il parenchima, diventato sede di depositi di nutrizione, prende lo sviluppo preponderante.

A complemento delle osservazioni qui esposte accennerò ancora ad un fatto che potrebbe rivestire una certa importanza qualora potesse essere suffragato da nuove osservazioni, le quali a me, per speciali circostanze, non fu concesso di poter eseguire.

L'appezzamento, nel quale avevo coltivato la varietà bulbosa dell'*Arrhenatherum*, ha dato risultati molto soddisfacenti: l'apparato vegetativo si è svolto rigogliosamente. Senonchè, avendo proceduto al taglio delle infruttescenze per raccoglierne le cariossidi, che intendevo di sottoporre alle prove di germinazione, fui colpita dal fatto che sopra ad una certa quantità

di scapi fruttiferi (circa 400), i quali mi avevano fatt osperare in un raccolto di una qualche entità, vale a dire di qualche migliaio di semi, io, malgrado le più minuziose ricerche, non riuscii ad incontrare che 22 cariossidi normali.

Questo fatto starebbe a provare come forse la varietà fornita dalle tuberosità possa per mezzo loro riprodursi agamimicamente. Io ho creduto non inutile di doverlo accennare qui, perchè starebbe in relazione con quanto è noto già per molte piante.

Sarebbe necessario procedere a prove e ricerche, anche per constatare se la produzione del polline è anormale nella varietà; se l'ovario vi si sviluppa regolarmente, se l'epoca di impollinazione coincide con quella delle specie portanti i frutti normali, ecc., ecc.

Vero è che io devo qui ancora accennare ad una condizione di cose la quale potrebbe spiegare questo interessante fenomeno di apogamia. Avvenuta la raccolta dei semi, notai più tardi che le piante da me coltivate erano invase dalla nota *Pucinia Graminis* Pers., la quale potrebbe essere stata essa stessa la causa di questa curiosa sterilità dei fiori nella nostra varietà.

Torino. Laboratorio del R. Istituto botanico
dell'Università. 1917.

Risoluzione graduale delle equazioni numeriche

Nota del Socio naz. resid. GIUSEPPE PEANO

Dovendo fare dei calcoli su numeri sviluppati in frazione decimale, con infinite cifre, se si opera sui numeri abbreviati alle prime cifre, colle regole della matematica elementare, si avranno calcoli inutilmente lunghi. Ad esempio, volendosi moltiplicare tre numeri, se si moltiplicano i loro valori abbreviati, i due terzi almeno delle cifre trovate si debbono sopprimere. Esse sono le cifre che il collega prof. Jadanza chiama cifre del lotto, e che il Perry disse cifre immorali, perchè non sono conseguenza dei dati del problema.

Da tempo i calcolatori abbreviano opportunamente queste operazioni. Keplero, anno 1623, usò la moltiplicazione e divisione abbreviata. Fourier, anno 1831, ne diede un'espressione del resto (1). Trattati appositi espongono la teoria delle approssimazioni numeriche; fra essi è pregevole quello ora pubblicato dal prof. Maccaferri (2).

La teoria delle approssimazioni ricevette ora un grande sviluppo per opera dei professori assidui alle Conferenze matematiche, che si tengono nell'Università di Torino, dal 1914-15.

Il compianto prof. Matteo Bottasso fece vedere che una limitazione per la somma di numeri approssimati, scritta in tutti i libri, fosse inutile (3).

---

(1) Per indicazioni più estese, vedansi le mie Note: *Approssimazioni numeriche*, e *Interpolazione nelle tavole numeriche*, " Atti R. Accademia di Torino „, 1917 e 1918.

(2) E. Maccaferri, *Calcolo numerico approssimato*, Manuali Hoepli, 1919.

(3) Vedasi la Necrologia nel " Bollettino della Mathesis „.

E il prof. Filiberto Castellano, rapito alla scienza nell'ultimo gennaio, espose una regola per la moltiplicazione approssimata [1].

Durante queste conferenze, la prof. V. Vesin diede una nuova regola per l'errore del prodotto graduale [2], la professoressa G. Mori-Breda espose l'estrazione graduale della radice quadrata [3], la prof. L. Viriglio quella della radice cubica [4], la prof. M. Destefanis un altro procedimento per la radice quaprata [5], e altri fecero altre applicazioni.

Ma questa teoria è lungi dall'essere esaurita, essendovi ancora molte specie di calcoli approssimati, in cui manca un criterio per l'errore.

Qui mi propongo la risoluzione graduale delle equazioni numeriche. Dico che un'operazione è graduale, se nelle moltiplicazioni si sopprimono tutti i termini di grado decimale superiore ad un numero dato.

§ 1. — Regola di Ruffini-Horner.

Sia fx una funzione intera della variabile x, ordinata secondo le potenze di x, e i cui coefficienti sono numeri noti. Al posto di x pongo $v+x$, ove v è un numero noto. Si vuol ordinare $f(v+x)$ secondo le potenze della nuova x. Il metodo più pratico è quello indicato da Ruffini, in lavori dal 1804 al 1812, e poi da Horner nel 1819.

Questi autori ottennero la regola, trasformando lo sviluppo $f(v+x) = fv + x\,\mathrm{D}fv + \ldots$, in guisa da rendere pratico il calcolo delle derivate. Poi ottennero i coefficienti mediante la divisione algebrica; e questo è il metodo comunemente seguìto nei trattati di Algebra superiore.

Ma la regola si può stabilire per via affatto elementare; poichè essa è un'applicazione ripetuta dell'identità:

$$a, v, x \in \mathrm{q} \,.\, r, s \in \mathrm{N}_0 \,.\supset.\, a(v+x)^{r+1} x^s = a(v+x)^r x^{s+1} + a\,v\,(v+x)^r x^s.$$

---

[1] Vedasi la Necrologia, ivi, in corso di stampa.
[2] " R. Acc. dei Lincei ", 6 gennaio 1918.
[3] " Atti R. Acc. di Torino ", 13 gennaio 1918.
[4] " Atti R. Acc. di Torino ", 16 giugno 1918.
[5] " Atti R. Acc. di Torino ", 1° dicembre 1918.

Le lettere a, v, x indicano quantità numeriche, positive o negative; r, s sono degli interi positivi o nulli. Allora si ha l'identità scritta, che deriva da $a(v+x) = ax + av$, moltiplicando per $(v+x)^r x^s$.

Prendo in Ruffini [1] l'esempio più semplice, l'estrazione della radice cubica di 35000, o la risoluzione dell'equazione $x^3 - 35000 = 0$. Visto che le decine della radice sono 30, sviluppo:

$$(30+x)^3 - 35000 = x^3 + 90\,x^2 + 2700\,x - 8000.$$

Visto che la cifra delle unità è 2, al posto di x pongo $2+x$, e faccio la trasformazione passo per passo.

$$\begin{aligned}
(32+x)^3 - 35000 &= \\
&= (2+x)^3 + 90\,(2+x)^2 + 2700\,(2+x) - 8000 \\
&= (2+x)^2\,x + 2\,(2+x)^2 \\
&\qquad + 90\,(2+x)^2 + \quad " \qquad " \\
&= \quad " \quad + 92\,(2+x)^2 + \quad " \qquad " \\
&= \quad " \quad + 92\,(2+x)^2 + 184\,(2+x) \\
&\qquad + 2700\,(2+x) - \quad " \\
&= \quad " \qquad " \quad + 2884\,(2+x) - \quad " \\
&= \quad " \qquad " \quad + 2884\,x \qquad + 5768 \\
&\qquad - 8000 \\
&= (2+x)^2\,x + 92\,(2+x)\,x + 2884\,x \qquad - 2232 \\
&= (2+x)\,x^2 + 2\,(2+x)\,x \\
&\qquad + 92\,(2+x)\,x + \quad " \qquad " \\
&= \quad " \quad + 94\,(2+x)\,x + \quad " \qquad " \\
&= \quad " \quad + 94\,x^2 \quad + 188\,x \qquad " \\
&\qquad + 2884\,x \qquad " \\
&= \quad " \qquad " \quad + 3072\,x \qquad " \\
&= x^3 + 2\,x^2 \\
&= \quad + 94\,x^2 \quad + \quad " \qquad " \\
&= x^3 + 96\,x^2 \quad + 3072\,x \qquad - 2232
\end{aligned}$$

che è la trasformata cercata.

---

[1] Paolo Ruffini, *Di un nuovo metodo generale di estrarre le radici numeriche*, " Memorie della Società Italiana ", 30 settembre 1912, tomo XVI.

Ruffini diede al calcolo la disposizione seguente:

1	90	2700	8000	
	1	92	2884	2232
		1	94	3072
			1	96
				1

Horner [1] usa invece la forma seguente, generalmente adottata:

1	90	2700	— 8000
1	92	2884	— 2232
1	94	3072	
1	96		
1			

I numeri scritti su d'una verticale nella tavola di Ruffini, o su d'una diagonale nella disposizione di Horner, sono i coefficienti di un altro sviluppo:

$$\begin{aligned}(32+x)^3 - 3500 &= (1x+92)(2+x)^2 + 2700(2+x) - 8000 \\ &= (1x^2+94x+2884)(2+x) \qquad - \quad ,, \\ &= 1x + 96x^2 + 3072x - 2232.\end{aligned}$$

Applicando la regola allo sviluppo di $(1+x)^m$ si trovano i coefficienti binomiali. La tabella, sotto la forma di Horner, diventa:

1	1	1	1...
1	2	3...	
1	3...		
1...			

che è il triangolo aritmetico. La regola Ruffini-Horner si può ritenere una generalizzazione della regola per calcolare il triangolo aritmetico mediante successive addizioni.

---

[1] W. G. Horner, *A new method of solving numeral equations of all order, by continuous approximation*, " Philosophical Transactions ", 1819.

Per il medesimo scopo di sviluppare $f(v+x)$ secondo le potenze di x e risolvere l'equazione, Newton, nella sua celebre lettera a Leibniz, 13 giugno 1676, ideò una tabella molto simile, e l'applicò all'equazione $x^3 = 2x + 5$.

Partendo da coefficienti anche semplici, continuando l'applicazione della regola precedente alla cifra dei decimi, dei centesimi, ecc., della radice, il calcolo diventa presto laborioso, e poi impraticabile. Quindi Ruffini parlò del *Metodo di abbreviamento* a pag. 397. E Horner (§ 27, pag. 327) espose un *Contracted Method*; ma non vi veggo alcuna regola per giudicare del grado di approssimazione in questi calcoli abbreviati.

§ 2. — Notazioni.

Adotto le notazioni, già molto usate in questi calcoli approssimati:

$\mathrm{V}a =$ valore intero, o parte intera, di a, cioè $\mathrm{E}a$ del *Formulario.*

$\mathrm{X} =$ dieci, base della numerazione.

$a \in \mathrm{q} \,.\, p \in \mathrm{n} \,.\, \supset .\, \mathrm{V}_p a = \mathrm{X}^{-p} \mathrm{V} \mathrm{X}^p a \,.\, \mathrm{M}_p a = a - \mathrm{V}_p a \,.$

Essendo a una quantità reale, positiva o negativa, e p un intero, con segno, allora $\mathrm{V}_p a$ si legge " valore con p decimali di a ", e $\mathrm{M}_p a$ si legge " mantissa di a dopo n decimali ", e sono definiti dalle eguaglianze scritte.

Introduco poi la nuova notazione:

$$\text{cifra}' \, \mathrm{M}_p a = - \mathrm{V}_{p+1} (- \mathrm{M}_p a) \, \mathrm{X}^{p+1},$$

cioè cifra$' \, \mathrm{M}_p a$ indica la prima cifra, o cifra di grado decimale $p+1$, presa però in eccesso, cioè questa prima cifra senz'altro, se essa non è seguìta da altre significative; ovvero questa prima cifra aumentata di 1, se è seguìta da altre significative.

Il simbolo cifra$' \, \mathrm{M}_p a$ è una funzione di p e di a (e non di $\mathrm{M}_p a$, come parrebbe dalla scrittura). Si avrà:

$$\mathrm{M}_p a \leqq (\text{cifra}' \, \mathrm{M}_p a) \, \mathrm{X}^{-p-1}.$$

§ 3. — Calcolo graduale.

$$n, p, q, r, s \in \mathrm{n} \,.\, a \in \mathrm{q} \,.\, v \in (0 \cdots 9)\, \mathrm{X}^{-q} \,.\, x \in \theta\, \mathrm{X}^{-q} \,.\, \supset .$$

Siano n, p, q, r, s degli interi, positivi o negativi, ed a una quantità positiva o negativa. Sia v un termine di grado decimale q, cioè una delle cifre 0, 1, ... 9, moltiplicata per X^{-q}; e sia x una frazione di unità del grado q. Cioè v è il termine di grado q della radice che andiamo cercando, e x è la mantissa seguente questo termine. Nel termine $a\,(v+x)^{r+1}\,x^s$, cui stiamo per applicare la regola di Ruffini-Horner, al posto di a leggo $\mathrm{V}_p\, a$:

$$a\,(v+x)^{r+1}\,x^s = (\mathrm{V}_p\, a)\,(v+x)^{r+1}\,x^s + (\mathrm{M}_p\, a)\,(v+x)^{r+1}\,x^s,$$

cioè questo prodotto ha il valore approssimato che è dato dal primo termine, e l'errore sarà rappresentato dal secondo termine. Siccome $\mathrm{M}_p\, a \leqq (\text{cifra}'\, \mathrm{M}_p)\, \mathrm{X}^{-p-1}$, $v + x < \mathrm{X}^{-q+1}$, $x < \mathrm{X}^{-q}$, sarà:

$$(\mathrm{M}_p\, a)\,(v+x)^{r+1}\,x^s < (\text{cifra}'\, \mathrm{M}_p)\, \mathrm{X} \upharpoonright [-p-1 - (q-1)\,(r+1) - qs].$$

Dirò di spingere il calcolo alle cifre decimali d'ordine n, se la potenza di dieci, che qui figura, vale n, cioè $p = n - 1 - (q-1)\,(r+1) - qs = n + r - q\,(r+s)$. Sarà allora:

$$(\mathrm{M}_p\, a)\,(v+x)^{r+1}\,x^s < (\text{cifra}'\, \mathrm{M}_p\, a)\, \mathrm{X}^{-n}.$$

Faccio la stessa operazione per tutti i termini; avrò un errore ≥ 0, e minore di tante unità d'ordine decimale n, quanta è la somma delle cifre cancellate, l'ultima in ordine decimale, cioè la prima cancellata, essendo presa per eccesso.

§ 4. — Esempio.

Posto:

$$a = \sqrt[5]{\pi} = 1{\cdot}25727\ 41156\ 69185\ 05938\ 45221\,..$$
$$b = \sqrt[3]{\pi} = 1{\cdot}46459\ 18875\ 61523\ 26302\ 01425\,..$$
$$c = \sqrt{\pi} = 1{\cdot}77245\ 38509\ 05516\ 02729\ 81674\,..$$

vuolsi calcolare la radice positiva dell'equazione $fx = 0$, ove

$$fx = ax^3 + bx^2 + cx - \pi \text{ (1)}.$$

Si ha $f0 = -\pi < 0$; calcolo $f1$ spingendomi alle cifre dei decimi:

$$f1 > 1{\cdot}2 + 1{\cdot}4 + 1{\cdot}7 - 3{\cdot}2 > 0;$$

onde la radice è compresa fra 0 e 1.

Provo allora 0·9; veggo che $f(0{\cdot}9) > 0$, col procedimento che ora sviluppo per riconoscere che $f(0{\cdot}8) < 0$.

Considero perciò $f(0{\cdot}8 + x)$, e lo sviluppo fino alla cifra dei centesimi. Per abbreviare, pongo $y = 0{\cdot}8 + x$:

$x \in \theta X^{-1} . \supset . fy =$

1.	$=$	$1{\cdot}25..y^3$	$+$	$1{\cdot}46..y^2$	$+$	$1{\cdot}77..y$	$-$	$3{\cdot}15..$
2.	$\in$	$1{\cdot}2 \times y^3$	$+$	„	$+$	„	$-$	„ $+\theta 6 X^{-2}$
3.				$0{\cdot}96$				
4.	$\in$	$1{\cdot}2 \times y^2 x$	$+$	$2{\cdot}42..y^2$	$+$	„	$-$	„ $+$ „
5.	$\in$	„	$+$	$2{\cdot}4 \times y^2$	$+$	„	$-$	„ $+$ „ $+\theta 3 X^{-2}$
6.						$1{\cdot}92$		
7.	$\in$	„	$+$	$2{\cdot}4 \times yx$	$+$	$3{\cdot}69..y$	$-$	„ $+\theta 9 X^{-2}$
8.	$\in$	„	$+$	„	$+$	$3{\cdot}6 \times y$	$-$	„ $+$ „ $+\theta 10 X^{-2}$
9.								$2{\cdot}88$
10.	$\in$	„	$+$	„	$+$	„	$-$	$0{\cdot}27..+\theta 19 X^{-2}$
11.	$\in$	$[1{\cdot}2\, y^2$	$+$	$2{\cdot}4 \times y$	$+$	$3{\cdot}6] \times x$	$-$	$0{\cdot}27 + \theta 20 X^{-2}$.

Le operazioni, sviluppate passo per passo, sono le seguenti.

In $f(\cdot 8 + x)$ scrivo i coefficienti con 2 decimali; i punti .. indicano cifre determinate, che non ci interessano; nel termine noto $-3{\cdot}15.. = -3{\cdot}15 + 0{\cdot}00..$, i punti indicano una mantissa positiva.

---

(1) Le 25 cifre decimali di a risultano dai calcoli paralleli delle professoresse Mori-Breda e Comi, *Sviluppo delle radici in prodotto decimale*, "Atti R. Acc. di Torino „, 23 marzo 1919. Le 25 cifre di $\sqrt[3]{\pi}$ furono calcolate nel citato lavoro della prof. Viriglio.

Taglio il primo coefficiente della linea 1 dopo i decimi; ho la linea 2, con errore <6 centesimi, ove 6 è la prima cifra soppressa 5.. presa in eccesso.

Sviluppo il primo termine colla regola di Ruffini; cioè $1{\cdot}2\times({\cdot}8+x)^3 = 1{\cdot}2\times({\cdot}8+x)^2\times({\cdot}8+x)$; calcolo (linea 3) $1{\cdot}2\times{\cdot}8$, e lo pongo in colonna col coefficiente di $({\cdot}8+x)^2$; ottengo la linea 4.

Abbrevio il secondo coefficiente ai decimi; ottengo la linea 5, con un nuovo errore minore di 2.. unità del 2° ordine, cioè $<3\,X^{-2}$.

Sviluppo colla regola di Ruffini il secondo termine; perciò calcolo (linea 6) $2{\cdot}4\times{\cdot}8$, e riduco i termini simili. Ottengo la linea 7. Sommo gli errori precedenti, ed ho meno di 9 unità di 2° ordine.

Abbrevio il terzo coefficiente; avrò un errore $<(9+1)$ centesimi (linea 8).

Sviluppo il terzo termine, col calcolo della linea 9; ottengo la linea 10, e la somma degli errori è $\theta 19\,X^{-2}$.

Infine sopprimo le cifre seguenti i centesimi nel termine noto, ed ho la linea 11.

Il calcolo precedente si può scrivere:

	1·25..	1·46..	1·77..	— 3·15..
0·8		96	1·92	2·88
	1·25..	2·42..	3·69..	— 0·27

errore $<((5+1)+(2+1)+(9+1)+1)\,X^{-2}$; le cifre cancellate prima di fare le moltiplicazioni sono in corsivo.

Risulta $f({\cdot}8)$ compreso fra $-0{\cdot}27$ e $-0{\cdot}07$; quindi è negativo. La cifra dei decimi della radice è 8.

Vogliasi ora calcolare con 7 decimali. La prima parte del calcolo diventa:

	1·2572741..	1·4645918..	1·7724538..	— 3·1415927..
0·8		1·0058192	1·9763288	+ 2·9990256
	1·2572741..	2·4704110..	3·7487826..	— 0·1425671

errore $\epsilon\,\theta\,((1+1)+(0+1)+(6+1)+1)\,X^{-7}$.

Il risultato del calcolo significa:

$$f({\cdot}8+x)\,\epsilon\,[1{\cdot}257274\,({\cdot}8+x)^2+2{\cdot}470411\,({\cdot}8+x)+3{\cdot}748782]\,x - \\ - 0{\cdot}1425671+\theta 11\,X^{-7}.$$

Sviluppo il polinomio di secondo grado entro [ ], facendo il calcolo con 6 decimali; moltiplico per $x < X^{-1}$, si avranno 7 cifre decimali:

	1·257274	2·470411	3·748782	
		1·005816	2·780976	
0·8	1·257274	3·476227	6·529758	errore $\epsilon\, \theta\, (4+7) X^{-7}$
		1·00576		
	1·25727	4·48198		errore $\epsilon\, \theta\, 7 X^{-7}$.

La terza linea significa:

$$f(\cdot 8 + x) \epsilon [1\cdot 25727\, (\cdot 8 + x) + 3\cdot 47622]\, x^2 + 6\cdot 529758\, x - \\ - 0\cdot 1425671 + \theta\, 22\, X^{-7}.$$

L'ultima indica lo sviluppo definitivo:

$$x \epsilon\, \theta X^{-1} . \supset . f(\cdot 8 + x) \epsilon \\ 1\cdot 2572\, x^3 + 4\cdot 48198\, x^2 + 6\cdot 529758\, x - 0\cdot 1425671 + \theta\, 29\, X^{-7}.$$

Per determinare la cifra dei centesimi della radice sopprimo i due primi termini; sarà $f(0\cdot 8 + x) > 6\cdot ..\, x - 0\cdot 14..$

E questa sarà > 0, se $x \geqq 0\cdot 03$; dunque provo la cifra 2 dei centesimi, cioè pongo $\cdot 02 + x$ al posto di x; e sviluppo $f(0\cdot 82 + x)$:

$$1\cdot 2572 + 4\cdot 48198 + 6\cdot 529758 - 0\cdot 1425671 + \theta\, 29\, X^{-7}$$

		2514	90142	+ 0·1323980
	1·2572	4·50712	6·619900	— 101691
		250	9064	
0·02	1·257	4·5321	6·71054	
		24		
	1·25	4·566		

L'errore in questo calcolo $< (2 + 2 + 0 + 7 + 1 + 5)\, X^{-7}$.

$$x \epsilon\, \theta X^{-2} . \supset . f(0\cdot 82 + x) \epsilon \\ 1\cdot 2\, x^3 + 4\cdot 556\, x^2 + 6\cdot 71054\, x - 0\cdot 0101691 + \theta\, 46\, X^{-7}.$$

Il termine noto, anche aggiungendovi 46 unità del 7° ordine, è sempre negativo. Dunque la cifra dei centesimi è 2.

Sopprimo i due primi termini, cioè divido il termine noto pel coefficiente di x. Avrò la cifra dei millesimi $= 1$.

Pongo $1\,X^{-3} + x$ al posto di x, ove $x \in \theta\,X^{-3}$. Ottengo:

	1·2	4·556	6·71054	— 0·0101691
		1	455	67150
0·001	1·2	4·557	6·71509	— 34541
			45	
	1	4·55	6·7195	

L'errore in questo calcolo $< (2 + 7 + 9 + 1 + 5)\,X^{-7}$.

$$x \in \theta\,X^{-3} . \supset . f(0{\cdot}821 + x) \in 4{\cdot}5\,x^2 + 6{\cdot}7195\,x - 0{\cdot}0034541 + \theta\,70\,X^{-7}.$$

La funzione si riduce al secondo grado. Divido il termine noto pel coefficiente di x; ottengo $5\,X^{-4}$.

Al posto di x pongo $5\,X^{-4} + x$, ove $x \in \theta\,X^{-4}$:

	4·5	6·7195	— 0·0034541
		20	33605
0·0005	4·5	6·7215	936
	4		

Errore $< (5 + 7 + 4)\,X^{-7}$.

$$x \in \theta\,X^{-4} . \supset . f(\cdot 8215 + x) \in 6{\cdot}721\,x - 936\,X^{-7} + \theta\,84\,X^{-7}.$$

Il termine noto, anche colla correzione, è negativo; dunque la cifra è giusta.

La funzione è ora di primo grado; perciò si procede colla divisione graduale:

	6·721	— 0·0000936,	errore	84
$1\,X^{-5}$		672		1
	6·721	— 264		85
$3\,X^{-6}$		201		2
	6·72	— 63		87.

Questo calcolo significa:

$$x \in \theta X^{-5} . \supset . f(\cdot 82151 + x) \in 6\cdot 72\, x - 264 + \theta\, 85 X^{-7}.$$

Il termine noto è negativo, comunque si prenda θ; onde radice $= 0\cdot 82151\ldots$

$$x \in \theta X^{-6} . \supset . f(\cdot 821513 + x) \in 6\cdot 7\, x - 63 X^{-7} + \theta\, 87 X^{-7}.$$

Qui il termine noto è compreso fra $-63 X^{-7}$ e $+24 X^{-7}$; quindi il suo segno è incerto. Perciò la 6ª cifra è 3, o < 3; prendendo per 6ª cifra il 2, si ha:

$$f(\cdot 821512 + x) \in 6\cdot 7 - (63 + 67) X^{-7} + \theta\, 87 X^{-7},$$

che è < 0. Dunque la 6ª cifra è un 2 o un 3.

§ 5. — Calcolo con molte cifre.

Volendo un maggior numero di cifre della radice dell'equazione considerata nel § 4, utilizzerò tutte le 25 cifre decimali con cui sono calcolati i coefficienti, facendo i prodotti di grado 25. Mi servo perciò della macchina a calcolare, cioè d'una macchina che dà i prodotti di due numeri di cinque cifre l'uno. Si arriverebbe allo stesso scopo colle tavole dei quarti di quadrati, di cui nella nota (3) del mio articolo *Interpolazione nelle tavole*, già citato.

Per fare il prodotto di due numeri di molte cifre, si scompongono in gruppi di 5 cifre, e si moltiplicano i gruppi, come se la base della numerazione fosse il numero X^5.

Se uno almeno dei fattori contiene infinite cifre, per avere il prodotto approssimato conviene operare in modo simile alla moltiplicazione graduale, ma non del tutto identico. Conviene applicare la regola:

$$n, p \in \mathrm{n} . a \in \mathrm{Q} . x \in [0 \cdots (X^5 - 1)]\, X^{-5p} . \supset .$$
$$a \times x - \Sigma\, V_{tn} [(M_{5r} V_{5r+5} a) \times x] \mid r \in 2\theta X^{-5n}.$$

Siano n e p dei numeri interi, positivi o negativi. Sia a una quantità con infinite cifre decimali, e sia x un gruppo di 5 cifre; cioè x è uno dei numeri da 0 a 99999 moltiplicato per la potenza $-5p$ di dieci. Allora il prodotto $a \times x$ si può sostituire colla somma dei gruppi di 5 cifre di a, cioè $M_{5r} V_{5r+5} a$, che è il gruppo delle cifre il cui ordine decimale va da $5r+1$ a $5r+5$, questi gruppi moltiplicati per x. Però i prodotti in cui $r+p<n$ si scrivono tali e quali; il prodotto in cui $r+p=n$ si riduce alle sue prime 5 cifre; e i prodotti in cui $r+p>n$ si sopprimono; ciò è indicato da V_{5n}. Allora la differenza fra $a \times x$ e la somma dei prodotti parziali è una frazione di 2 unità dell'ordine decimale $5n$.

Così, per moltiplicare $a = \sqrt[5]{\pi}$ per $x = 0{\cdot}82151$, che è il valore con 5 decimali della radice dell'equazione, calcolato nel § 4, scriverò:

$$\begin{array}{rl} a \times x = & 1{\cdot}03285\ 98777\ 06556\ 16935\ 12638\ .. \\ & \phantom{1{\cdot}03285\ 98777}\ 33810\ 56836\ 04878\ 37149\ .. \\ \hline a \times x \in & 1{\cdot}03286\ 32587\ 63392\ 21813\ 49787 + 2\theta X^{-25} \end{array}$$

$V_5 a \times x = 1{\cdot}03285\ 98777$, calcolato colla macchina, è scritto in prima linea. Poi calcolo $(M_5 V_{10} a) \times x = 33810\ 06556\ X^{-15}$, e ne scrivo le prime 5 cifre nella seconda linea e le altre 5 nella prima linea. E così via. Di $(M_{20} V_{25} a) \times x$ scrivo solo le prime 5 cifre 37149; e non considero altri prodotti. Allora $a \times x$ differirà dalla somma dei prodotti di una frazione di 2 unità dell'ordine 25.

Così procedo per tutte le moltiplicazioni. Detta uX^{-5} la mantissa della radice, dopo 5 cifre, sicchè $u \in \theta$, si avrà la prima trasformata:

$$\begin{array}{rl} X^{25} f(0{\cdot}82151 + uX^{-5}) \in & 1\ 25727\ 41156\, u^3 \\ & + 4\ 56318\ 16638\ 51699\, u^2 \\ & + 6\ 72433\ 01011\ 26993\ 00226\, u \\ & - 2\ 48577\ 71691\ 44121\ 09013 + 9\theta. \end{array}$$

Divido il termine noto pel coefficiente di u; trovo 5 cifre consecutive della radice $36966\ X^{-10}$.

Detta $u X^{-10}$ la nuova mantissa della radice, avrò la seconda trasformata:

$$X^{25} f(0{\cdot}82151\ 36966 + u X^{-10}) \epsilon \quad 4\ 56319\, u^2 + 6\ 72436\ 38376\ 93211\, u - 5\ 50684\ 35158\ 14181 + 11\theta$$

la quale è di secondo grado. Ripeto la divisione, e trovo altre 5 cifre della radice $81893\, X^{-15}$, e poi la trasformata:

$$X^{25} f(0{\cdot}82151\ 36966\ 81893 + u X^{-15}) \epsilon \quad 6\ 72436\ 38380\, u - 6\ 02379\ 06052 + 13\theta$$

che è di primo grado. Colla divisione calcolo altre 5 cifre:

$$X^{25} f(0{\cdot}82151\ 36966\ 81893\ 89581 + u X^{-20}) \epsilon \quad 6\ 72436\, u - 3\ 82355 + 15\theta.$$

Calcolo ancora 4 cifre:

$$X^{25} f(0{\cdot}82151\ 36966\ 81893\ 89581\ 5686 + u X^{-24}) \epsilon\ 67 u - 8 + 17\theta.$$

Fatto $u = 0$, si ha che il valore di $X^{25} f$ corrispondente alle 24 cifre scritte è $-8 + 17\theta$; quindi non posso riconoscere se sia positivo o negativo. L'ultima cifra può essere troppo grande. Se la diminuisco di 1, cioè pongo $u = -1$, avrò $-67 - 8 + 17\theta < 0$.

Dunque 23 cifre della radice cercata sono quelle scritte. Quella di ordine 24 è 5 o 6.

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Maggio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci S. E. Boselli, Pizzi, Brondi, Einaudi, Schiaparelli, Vidari, Prato, Cian, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

È scusata l'assenza dei Soci De Sanctis e Patetta.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 4 maggio corrente.

Il Presidente comunica che, in luogo del Socio Brondi, impedito da pubblico ufficio, è partito per Parigi, per rappresentarvi l'Accademia al convegno interalleato indetto dalla Académie des Inscriptions et Belles Lettres, insieme col Socio De Sanctis il Socio Patetta. Dà inoltre comunicazione di una lettera di Sua Eminenza il Cardinale Mercier che con nobili espressioni ringrazia l'Accademia per la sua nomina a Socio straniero.

L'Accademico Segretario Stampini legge una lettera della Signora del compianto Socio corrispondente Pietro Rasi, la quale ringrazia la Classe per le condoglianze inviatele a suo nome. Il Socio Stampini ne trae occasione per fare una breve commemorazione dell'insigne latinista. Con lui consentono i Soci Valmaggi e Cian, ricordando le alte doti della mente e del cuore

di Pietro Rasi, così immaturamente rapito agli studi classici ed umanistici.

Il Direttore della Classe Boselli presenta due opuscoli a stampa del Professore Michelangelo Billia, *Il vero uomo* e *L'Italia non rinunzia a Fiume.* La Classe ringrazia.

Il Vicepresidente Ruffini presenta e illustra con osservazioni varie due pubblicazioni recenti donate all'Accademia dal Socio Schiaparelli a nome della Associazione Nazionale per i missionari italiani, l'una intitolata *L'Italia e l'Asia Minore,* contenente una conferenza e note del nostro Socio corrispondente Roberto Paribeni su l'Italia e i suoi diritti nel Mediterraneo orientale, ed un resoconto della " operosità della Associazione nell'Asia Minore „; l'altra di Pasquale Baldi, che porta il titolo *La questione dei luoghi santi in generale,* e tratta un argomento strettamento connesso con quello svolto da esso Vicepresidente nel recente volume *Sionismo e Società delle Nazioni* che fu presentato alla Classe nella precedente adunanza. La Classe, dopo l'interessante illustrazione fatta dal Vicepresidente, porge vive grazie al Socio Schiaparelli per i due graditi doni.

L'Accademico Segretario Stampini presenta, a nome del Socio corrispondente Enrico Rostagno, che ne fa omaggio alla Accademia, un estratto da " *La Storia d'Italia* di Francesco Guicciardini sugli originali manoscritti a cura di Alessandro Gherardi „ in corso di pubblicazione. Il lavoro del Socio Rostagno, condotto con quella insigne dottrina e speciale competenza che tutti conoscono, riguarda tutto il materiale manoscritto della *Storia d'Italia* del Guicciardini, a cominciare da quello che si conserva nell'Archivio domestico di quella illustre Casata, materiale che viene minutamente e largamente esaminato, con novità di vedute e ricchezza di preziosi risultati. La trattazione è completata da un accuratissimo indice illustrato delle edizioni della *Storia.* La Classe ringrazia vivamente il Socio corrispondente Rostagno e con lui si congratula.

Il Socio Stampini, a nome del Socio De Sanctis, presenta, per la pubblicazione negli *Atti*, una seconda *Nota* del Prof. Aldo Ferrabino su *La battaglia di Sellasia.*

Sono pure presentate, e saranno pubblicate negli *Atti,* dal Socio Brondi, anche a nome del Socio Pacchioni, una *Nota* del Prof. Mario Sarfatti *I quasi-contratti nel diritto inglese in rapporto al diritto italiano*; dal Socio Einaudi una prima *Nota* intitolata *Osservazioni critiche intorno alla teoria dell'ammortamento dell'imposta e teoria delle variazioni nei redditi e nei valori capitali susseguenti all'imposta* (*); e dal Socio Vidari una seconda *Nota* del Prof. Rinaldo Nazzari dal titolo *Il dato come principio di certezza.*

Infine la Classe con unanime votazione nomina i Soci S. E. Boselli e Ruffini a far parte della Commissione precedentemente costituita per lo studio delle proposte concernenti la partecipazione dell'Accademia alla celebrazione del prossimo sesto centenario della morte di Dante Alighieri.

(*) Questa Nota uscirà nella dispensa successiva.

LETTURE

La battaglia di Sellasia

II. — Lo scontro delle falangi e l'azione dei centri.

Nota II di ALDO FERRABINO

3. — Gli avvenimenti sull'Olimpo.

Su i casi dell'Olimpo c'informano la fonte F. e la fonte A.: cfr. sopra, p. 756.

Secondo Filarco, Cleomene, condotta all'offensiva la falange spartana contro la poderosa macedonica, conseguí da prima felice esito, respingendo i Macedoni per 5 stadii, 900 metri; ma poi la fuga di Euclida annullò il suo vantaggio. Dobbiamo credergli? Ce lo impedisce egli stesso con la cifra esagerata dei 5 stadii: è chiaro (a prescindere da ogni applicazione topografica) che, se Antigono avesse retrocesso di quasi 1 km., la sua sorte sarebbe stata ben piú seriamente compromessa. Filarco esagera; e tradisce cosí il carattere tendenzioso del suo racconto. Che è un'abile difesa del re spartano per aver condotto la sua falange a rompersi contro il *βάρος* della falange macedone: al re è attribuito il merito di una mezza vittoria su l'Olimpo; e gli è tolta ogni responsabilità della rotta cosí su l'Olimpo (donde lo trasse la fuga di Euclida) come su l'Euas (dove solo fu vittorioso il tradimento).

Fallace per altro rispetto è in Arato la coloritura dei fatti. È qui pure una tesi che si tradisce da sè: il pregio della vittoria spetta al *βάρος* della falange macedonica, contro cui i Lacedemoni furono " costretti „ a cozzare per l'imperizia di chi comandava il presidio su l'Euas. Argomento e scopo della tesi son dunque, non piú la *προδοσία* di Damotele e la difesa di Cleomene, ma l'errore di Euclida e il vanto della falange. Nel

che si conferma (chi ne dubitasse ancora) che l'autore di questa teoria non può non essere Arato: quegli che, non avendo mai saputo vincere Cleomene, sposta il merito di Sellasia da Antigono alla qualità delle sue truppe.

Entrambe tendenziose, le tesi di Filarco e di Arato non son da porsi allo stesso livello. Arato ha, nella propria, un presupposto, tacito, non dimostrato, ma indispensabile: che Cleomene *non volesse* attaccare spontaneamente i Macedoni dell'Olimpo. Se non che egli attribuisce cosí al re Cleomene il piano medesimo che fu del re Antigono: difensiva su l'Olimpo, offensiva su l'Euas. È un equivoco facile in ispecie per chi non dimostrò mai di avere felice intuito di tattico. Filarco al contrario poggia la propria tesi sopra un altro presupposto: che Cleomene *volesse* attaccare, fiducioso nella sua falange e nella posizione scelta. Neppure egli adduce argomento o indizio; ma egli è, a differenza di Arato, credibile quando ci riferisce un intento del suo Cleomene, e per di piú un intento pericoloso, per giustificare il quale gli occorre poi qualche fatica.

Riterremo dunque che l'offensiva spartana su l'Olimpo fu spontanea, non costretta.

Un altro presupposto, ma non tacito, è diverso in Filarco e in Arato: quegli afferma che Euclida fuggí *dopo* l'urto delle falangi; questi che fuggí *prima*. Se non che non si può per tal rispetto concedere la preferenza a Filarco; perché quel rapporto cronologico serve alla sua teoria in difesa di Cleomene e potrebbe quindi esser falsato. Lo stesso motivo impedisce di attenerci ad Arato. Occorre invece tentar di scorgere la realtà, ad entrambi comune, di cui ciascuno diversamente approfitta per la propria tesi: tanto piú, che entrambi si accordano ad ogni modo nel dar rilievo al *βάρος* della falange macedone, nel collocare la fuga di Cleomene dopo la fuga di Euclida, e nel mostrare contemporanee le scaramucce su l'Euas (Acarnani e Filopemene) e su l'Olimpo (*εὔζωνοι* e *μισθοφόροι*): sicché non ci è lecito imputar loro senz'altro gravi falsificazioni, ma piuttosto interpretazioni personali d'un fatto ambiguo. Or se il rapporto cronologico fra l'urto delle falangi e la fuga di Euclida appare ora di precedenza ora di susseguenza, è segno che esso è il fatto ambiguo: che esso, — in altri termini, — è soltanto un rapporto di contemporaneità.

Riterremo adunque che press'a poco nel medesimo tempo Euclida è sorpreso dagli Illiri, e Cleomene conduce la sua falange contro la falange nemica.

Gli avvenimenti dell'Olimpo non han bisogno d'essere piú oltre chiariti. Le due fonti che ne parlano risultano essenzialmente concordi in un solo racconto: mentre nell'intervallo tra falange e falange i veliti si azzuffano, Cleomene s'informa dell'Euas, dove gli Acarnani muovono il loro assalto palese; rassicurato, esce con la falange dalla trincea e assalta in quel medesimo volgere d'istanti in cui Euclida è travolto dall'aggiramento degl'Illiri: la fuga di Euclida aggrava le sorti di Cleomene, cui non era riuscito di spezzare la compatta schiera macedone.

Si risolvono cosí, mi sembra, anche le obiezioni mosse dal Delbrück al racconto delle fonti. E se è vero, che *hier liegt das eigentliche Problem der Schlacht* (1), non è cosa di poco momento il poter districare l'arruffata matassa.

Al Delbrück non aveva dato risposta bastevole il Kromayer. Il quale accetta la tesi della fonte A., e la integra con rilievi desunti dal terreno e dai teorici militari; ma rifiuta troppo ingiustamente la tesi contraria della fonte F. (2), quasi fosse un'adulterazione partigiana a scopo encomiastico. Ora, scopo encomiastico è certo da riconoscere in Filarco verso Cleomene; ma è ben strano che, per lodare il re di Sparta, gli si attribuisca, inventando, un'offensiva che fallí e fu fatale; ben strano che la fonte avversaria ne salvi assai meglio la responsabilità col mostrarlo " costretto „ a una battaglia non voluta; e quanto ad eroismo romanzesco ce n'è piú in A., dove Cleomene si getta, con il leonino coraggio della disperazione, contro la compatta falange macedone, che non in F., dove Cleomene ordina semplicemente un assalto nel punto e nel luogo prescelto, al pari d'un qualsiasi generale. Sicché bisogna pure tenere il debito conto d'un informatore che, per quanto parziale, non è riuscito in tutto a deformare la realtà pel vantaggio del suo eroe (3).

(1) Delbrück o. c.[2] 245.

(2) O. c. 277.

(3) Bene invece il Kromayer o. c. 244 n. 1 confuta il Delbrück o. c.[2] 246 circa il *βάρος* della falange macedone. Alla quale il maggior valore tattico

Ma ecco la prima obiezione del Delbrück: — se, come appare da Polibio (fonte A.), Cleomene voleva la difensiva, si spiega bensí la costruzione di fortificazioni e trinceramenti su l'Olimpo, ma non si spiega, o troppo ipoteticamente (1), come e perché Cleomene fu " costretto „ all'offensiva. — Appunto: se non che vedemmo dianzi che il " fu costretto „ non è che un fallace giudizio della fonte A.; onde non è meraviglia se ne manchi ogni giustificazione plausibile cosí in Polibio come presso i moderni.

La seconda obiezione è che: — se è nel vero Filarco, quando asserisce che Cleomene voleva fin dal principio l'offensiva, non si capisce il perché dei trinceramenti, destinati solo ad essere distrutti al momento dell'attacco (2). — Ma, quanto è vero che Cleomene aveva predisposto l'offensiva, altrettanto è vero che, prima di attaccare, volle esser certo che resistesse l'Euas, perno della sua manovra; cosí che i trinceramenti avrebbero dovuto servire pel caso che, cedendo l'Euas, divenisse necessario rinunziare all'offensiva, o tardarla, per soccorrere Euclida. Si trattava, quindi, di ripari provvisorii, e però comparativamente fragili, e furono presto abbattuti per l'assalto.

Ciò confuta, senza piú, anche la terza obiezione fondamentale del Delbrück; il quale pretende dalle fonti la descrizione dell'uso che Cleomene avrebbe dovuto fare de' suoi trinceramenti. — Ma è pretesa eccessiva: le fonti parlano di una difensiva supposta o meditata ma non mai attuata, e pertanto non hanno assolutamente l'obbligo di descrivercela! (3).

---

derivò, sul campo di Sellasia, non dalla migliore armatura, ma dalla maggiore profondità de' ranghi (32 uomini contro 20). Che se Plutarco usa la frase *τῷ τρόπῳ τῆς ὁπλίσεως* insieme con l'altra *τῷ βάρει τῆς ὁπλιτικῆς φάλαγγος*, l'ultima deve determinare il significato ambiguo della prima.

(1) Cfr. le ipotesi del Kromayer o. c. 241-3 e del Roloff o. c. 96-7.

(2) Debolissime le argomentazioni del Roloff o. c. 82-3.

(3) I moderni han voluto sapere troppo sulla natura di quei trinceramenti e sul loro possibile uso, e sono perciò incorsi in molte sottigliezze e in molte arbitrarie deduzioni *ex silentio*: delle quali offre notevole esempio il Roloff o. c. 82-3, 105-6.

In complesso, il cauto ravvicinamento della fonte aratea alla filarchea conduce a questa nostra ricostruzione, che risolve le aporie dei testi antichi e dei critici moderni (1).

4. — L'azione dei centri.

Che se consideriamo nell'insieme i due episodii dell'Euas e dell'Olimpo, dall'averli chiariti risulta evidente anche l'ufficio dei due centri, spartano e macedonico.

Si chiede il Delbrück (p. 241) perché Antigono, invece di assalire l'Euas di aspetto formidabile, non tentasse di forzare il centro spartano, dove minori truppe stavano raccolte e minori difficoltà opponeva il terreno. Pensa egli che le fortificazioni costruite su i due colli scendessero anche sul fiume; ma, a prescinder dal fatto che le fonti non ne parlano, doveva in ogni modo sembrar piú facile rompere le fortificazioni del piano che quelle dei colli. Non c'è che *una* spiegazione: Antigono voleva, piú che forzare il passo, annientare l'esercito spartano; non già, forzando il passo, lasciarsi alle spalle integro l'esercito nemico. Ben lo capí Cleomene: che pose infatti il meglio de' suoi nelle posizioni piú munite, dov'era piú sicura la difesa, non in quella piú aperta, dov'era piú pronto il varco.

D'altra parte Antigono e sull'Olimpo e sotto l'Euas dispone le sue posizioni a difesa non meno che ad offesa (la riserva dei 2000 Achei nella destra; le fortificazioni nella sinistra; il predisposto ritardo nell'assalto del centro). E il sospetto di dover fronteggiare una offensiva spartana era legittimo dinanzi allo schieramento di Cleomene: con l'appoggio dei due colli questi incombe sopra l'avversario, il quale, non appena accenni a concentrare il suo sforzo contro l'uno dei due poggi, rischia di ve-

(1) Che su l'Olimpo Cleomene non impegnò la lotta nelle condizioni piú favorevoli appare cosí da A. come da F. Ciò vale forse a confutare gli argomenti del Sotiriadis contro l'identificazione, proposta dal Kromayer, Olimpó = Melissi (spec. piano sudovest denom. *Kokkina* o *Skinnolakka*). Cfr. 'B. C. H.' XXXIV pp. 24, 525, tav. III, fot. 8; XXXV tav. I, fot. 2.

dersi sopraffatto e aggirato nell'altra ala e reciso nelle proprie retrovie. Cleomene dunque, al nemico che vuole annientarlo, contrappone uguale proposito di annientarne l'esercito.

Appunto questo proposito offensivo dell'uno e dell'altro capitano (1) fece sí che ai centri spettasse, nella battaglia, una funzione secondaria. Di piú si apprende analizzando l'episodio di Filopemene.

Il Kromayer ne sminuisce l'importanza. Il Delbrück asserisce che, invece, è questo forse il solo luogo fededegno delle fonti. Noi sappiamo di trovarci innanzi a una amplificazione dello *chauvinisme* megalopolitano (fonte M.). Sappiamo inoltre (sopra, p. 758) che la sconfitta di Euclida su l'Euas fu dovuta non all'assalto frontale degli Acarnani, ma all'aggiramento degl'Illiri. Quindi, se anche Filopemene non fosse intervenuto, o fosse intervenuto piú tardi, non è da dubitare che gl'Illiri avrebbero ugualmente sorpreso Euclida e lo avrebbero sopraffatto: soltanto, gli Acarnani avrebbero sofferto qualche danno in piú. Sappiamo, infine, che Cleomene mosse con la falange solo dopo essersi accertato della sicurezza dell'Euas e che pel caso contrario aveva predisposto la difensiva su l'Olimpo. Quindi, se Filopemene avesse anticipato il suo intervento, avrebbe liberato gli Acarnani e reso piú aspro il cómpito di Euclida prima dell'inchiesta di Cleomene (Damotele), avrebbe perciò impedito la tranquillità di Cleomene e forse mutato le sue decisioni (2). Sicché questo possiamo ben affermare: che l'iniziativa del giovine Filopemene non migliorò le sorti del combattere, ma avrebbe potuto comprometterle assai.

D'altro lato, è evidente che, se Antigono dispose dietro gli Acarnani i 2000 Achei di riserva, egli intendeva valersi di costoro per garantire le spalle di quelli; ossia suo proposito era che il centro non si spostasse verso l'ala destra, ma urtasse contro il centro di fronte. Filopemene deviò parzialmente e un poco anche ritardò l'attuarsi di un simile proposito. Fu un bene?

(1) Per Cleomene cotesto proposito fu a ragione posto in evidenza dal Roloff o. c. 101.

(2) Con ciò cadono le argomentazioni, di per sé in parte arbitrarie, del Roloff, o. c. 110-111.

La nostra analisi ci ha detto che Antigono scelse per la sua falange (sinistra) la difensiva, e che ivi aspettava l'offensiva di Cleomene. Se il centro spartano avesse ceduto all'urto del centro macedonico, l'offensiva di Cleomene era inevitabilmente sminuita e la difensiva di Antigono garantita. Quindi col deviar parzialmente l'assalto preparato contro il centro spartano Filopemene ne rese men pronta e men certa la sconfitta e guastò questa parte del piano predisposto. Fu buona sorte ch'egli fosse rattenuto a bastanza dai suoi, e che la facile vittoria sui veliti lacedemoni gli impedisse di troppo impegnarsi invano su l'Euas invece che verso l'Enunte. Insomma, anche per questo rispetto possiam dire che il giovane megalopolitano, senza migliorare la situazione, rischiò di rovinarla.

Ne diviene evidente (e più giova) l'ufficio che nel piano di Antigono competeva al centro. Il quale doveva premere forte sul centro spartano. E spezzarlo. Non prima che l'aggiramento su l'Euas avesse conseguito i suoi effetti: onde la pausa fra l'attacco su l'Euas e l'attacco su l'Enunte. Ma prima che s'impegnasse seriamente la lotta su l'Olimpo: perché, rotto il centro spartano, era possibile recidere le retrovie fra l'Olimpo e Sparta, fiaccare l'energia offensiva della falange laconica. In breve, al centro di Antigono spettava di rinforzar la difensiva della sinistra cooperando in tempo opportuno all'offensiva della destra.

Analogo ufficio attribuiva Cleomene al suo centro. Lo lasciò, almeno in buona parte, come risulta dai fatti, agli ordini di Euclida. Lo destinava quindi a soccorso di costui e dell'Euas: ossia a rinforzo della posizione dove intendeva serbarsi sulla difensiva. Strette alle spalle le truppe che tentassero sormontare l'Euas, non solo si vietava loro l'andar piú oltre, ma si tagliava anche la strada del ritorno verso Tegea: ossia si spezzava l'offensiva macedonica. È, in sostanza, l'identico piano di Antigono, capovolto: far perno sulla sinistra (difensiva), manovrare col centro (controffensiva), attaccare con la destra (offensiva).

Con questa differenza: il piano ad Antigono riuscí, malgrado il rischioso intervento di Filopemene: a Cleomene fallí, nonostante la sua vigilanza. Perché?

5. — La causa della vittoria.

Siamo giunti al culmine del problema critico: render ragione della vittoria.

La fonte A. cerca di privare Antigono d'ogni speciale merito, affinché Arato non ci scapiti, al confronto. La fonte F. copre Cleomene accusando Damotele di tradimento. Tendenziose entrambe. Ma entrambe additano due cause della vittoria: la manovra dell'Euas, e il *βάρος* della falange macedone. Ora, il *βάρος* è (sopra, p. 763) conseguenza della superiorità numerica: la manovra aggirante è condizionata dalla superiorità numerica, che permise di contrapporre forze sufficienti ad Euclida e di stornarne altre per sorprenderlo a tergo. Se non che il soprannumero è un fattore bruto che non dà, di per sé, vittoria: vale per l'uso che se ne fa. Sicché, dove le due fonti attenuano l'azione personale di Antigono, bisogna reagire ripristinandola in tutto il suo significato. E prima di tutto accentuare il concepimento della mossa avvolgente su l'Euas.

V'è di piú. Né Arato né Filarco dànno rilievo ai centri; la fonte di Megalopoli falsa la prospettiva grossolanamente. Ma qui trapela anche piú significativa l'avvedutezza di Antigono. Quei 2000 Achei, posti a una certa distanza dagli Acarnani, paralizzano *a priori* ogni efficacia del centro spartano: gl'impediscono o gli rendono estremamente difficile il suo cómpito, di spezzare l'offensiva macedone. È una saggia disposizione che fa degno riscontro all'aggiramento degli Illiri: questo recide la difensiva, quella vieta la manovra controffensiva: i due terzi del piano lacedemone sono sin dall'inizio pregiudicati gravemente. Si capisce che anche questa disposizione è condizionata dal soprannumero; ma al numero dà valore l'accorgimento del generale.

A nulla di simile pensa Cleomene. Contro la manovra del centro avversario non tutela le spalle della falange. Contro la difensiva della falange nemica non escogita (e pare che, pel terreno scelto, non avrebbe potuto) sorprese e aggiramenti. I due piani dei due re, similissimi nel resto, differiscono profonda-

mente per il pregio, superiore, di quelle due concezioni di Antigono.

Concludendo: 10.000 uomini in piú, disposti e mossi con avvedutezza, diedero la vittoria: — le fasi della battaglia, e su l'Euas e su l'Olimpo e ai centri, si possono fondatamente ricostruire, ad onta delle incoerenze, confusioni e discordanze delle fonti: — pertanto è da escludere che Polibio, e Plutarco, inventino: — onde, infine, il campo di Sellasia *deve* potersi identificare (1).

---

(1) E, — aggiungo, — per quello che posso giudicare, il Kromayer ha scelto bene. Pur astenendomi dal trattare la quistione topografica (sopra, p. 751), ho segnalato, ne' luoghi opportuni e in nota, gli argomenti che, desunti dalla mia analisi, mi parevano convalidare la identificazione proposta dal Kromayer.

I Quasi-Contratti nel Diritto Inglese in rapporto al Diritto Italiano

Nota II di MARIO SARFATTI
Libero docente nella R. Università di Torino

Estranea, come già agli albori del diritto romano (1), anche al diritto inglese per lungo volger di tempo ogni fonte di obbligazione che non fosse il contratto o il torto (2), a queste due figure soltanto erano conformate le norme processuali e, per la rigidità di queste, dovettero i giuristi inglesi, al presentarsi di casi che ad essi non sembravano esattamente costituire l'una o l'altra obbligazione, rivolgersi allo studio delle azioni relative per vedere quale delle due, se cioè l'azione contrattuale o l'azione di torto, più convenisse applicare (3). Chi non avesse potuto agire per contratto conchiuso o per torto subìto, restava privo di azione giudiziaria, all'infuori di un eventuale procedimento di equità (4), di assai dubbio resultato.

Per adattare gli antichi procedimenti ai nuovi casi giuridici il Giudice inglese, al quale è dovuto in Inghilterra il mi-

(1) Perozzi, *Dalle obbligazioni da delitto alle obbligazioni da contratto*, " Memorie R. Accad. Scienze Bologna ", Classe Scienze morali, sez. giur., serie I, tomo X, 1915-16. — Pollock and Maitland, *The history of english law*, 2ª ed., Cambridge, 1898, vol. 2°, p. 185 e 448. — Holdsworth, *A history of english law*, London, 1909, vol. 2°, p. 72.

(2) Sarfatti, *La ragione ed il contenuto del Tort*, " Atti R. Acc. Scienze Torino ", vol. XXXVII, 1902; *La nozione del torto*, Milano, 1903; *I contratti nel diritto inglese in rapporto al diritto italiano*, " Riv. ital. per le scienze giur. ", vol. 48, Torino, 1911.

(3) Bishop, *Commentaries of the law of contracts*, 2ª ed., Chicago, 1907, pag. 183: " To accommodate the procedure and render the law itself more lucid, the fiction that the law creates in certain circumstances a contract has been recognised, rather than invented by the tribunals ".

(4) Maitland, *Equity*, Cambridge, 1909, p. 20.

rabile svolgimento del diritto, fu costretto a ricorrere a finzioni per dar vita, attraverso all'azione di *assumpsit*, azione eminentemente contrattuale (1), al concetto della responsabilità per circostanze prive degli elementi fondamentali del contratto (2).

Per superare la difficoltà massima, che a tale estensione dell'azione frapponeva la loro mancanza, sopratutto quella della volontà di obbligarsi contenuta in una promessa (3), venne ammesso senz'altro che tale elemento fosse legalmente implicito, *implied in law*, e così valessero le norme sui contratti a regolare le nuove relazioni in tal modo riconosciute.

Penetrato allora nell'antica dottrina il concetto di questa nuova obbligazione, i trattatisti della materia contrattuale la presero in esame come ramo di loro competenza e la racchiusero nella classificazione dei contratti, che, divisi in semplici e solenni, vennero a distinguersi nella prima di queste due categorie in contratti espliciti, *express*, contratti impliciti per circostanze di fatto, *implied in fact*, e contratti impliciti per disposizione di legge, *implied in law* (4).

In tal modo la dottrina inglese si adagiò in una comoda dommatica, priva però di serietà scientifica, che identificava la obbligazione fondata su la volontà delle parti con quella, alla quale tale volontà è assolutamente estranea. Furono forse attratti questi scrittori dalla simmetria della classificazione e dal favore col quale vedevano il fattore volontario a fondamento dei rapporti obbligatori e per alimentare l'analogia col contratto dettero così nello studio dei nuovi rapporti, conforme agli scrittori medioevali del Continente (5), il massimo sviluppo a ciò che costituisce il fondamento giuridico del contratto e lo caratterizza, cioè all'accordo di volontà delle parti, e non potendo parlare di

---

(1) Sarfatti, *I contratti ecc.*, op. cit., p. 43.

(2) Ames, *Lectures on legal history*, London, 1913, p. 160.

(3) Street, *The foundation of legal liability*, Northport, 1906, vol 2° (contracts), p. 199, e vol. 3° (actions), p. 201.

(4) Blackstone, *Commentaries on the laws of England*, abridged by Kerr, London, 1874, p. 242: " implied are such as justice and reason dictate ". Carter, *Elements of the law of contract*, 3ª ed., London, 1910, p. 222: " the term implied contract, or contract implied in law has been used where no contract at all exists. Here the term quasi-contract is preferred ".

(5) Giorgi, *Teoria delle obbligazioni*, 7ª ed., Firenze, 1909, vol. 5°, p. 6.

un accordo espresso, lo dissero accordo di volontà tacito, presunto o finto (1), pur essendo per la maggior parte persuasi della inconsistenza di questa teoria e lamentando la confusione che ne derivava (2).

---

(1) Pacifici Mazzoni, *Istituzioni di diritto civile italiano*, annotate da Venzi, 4ª ed., Firenze, 1908, vol. 4°, p. 317, n. u.

(2) Speciale considerazione merita il sommo trattatista americano, avendo avuto in America il massimo svolgimento la materia che abbiam preso attualmente in esame; osserva il Kent nei suoi classici *Commentaries on american law*, 14ª ed., by Gould, Boston, 1896, vol. 2°, p. 450, n. 1: " connecting to a class of cases which are not contracts at all. This fiction has always been a source of confusion „, e con lui il Parson, *Law of contract*, by Gould, Boston, 1904, 9ª ed., vol. 1°, p. 8 in nota: " some confusion has arised by the use of the words 'implied contracts' in a broader sense... to include obligations imposed by law regardless of the intention of the parties, and the phrase " contracts implied in law „ has been applied to such obligations to distinguish them from contracts implied from the acts of the parties „. Bishop, op. cit., dedica un capitolo ai " contracts created by law „, nel quale, nonostante la poca chiarezza del titolo, è data una completa trattazione delle obbligazioni quasi-contrattuali, che dice " created by equity or good conscience „. Nello stesso senso svolge l'argomento lo Street, op. cit., vol. 2°, p. 199 e seg., ove, rilevata a sua volta la confusione che regna in materia, esclude la volontà presunta da fondamento del quasi-contratto, e lasciando la terminologia di impliciti ai soli contratti " implied in fact „, fonda nettamente i quasi-contratti su obbligo imposto dalla legge per contraccambiare arricchimenti all'infuori di qualsiasi concorso di volontà. " The term quasi-contract is restricted to the duties to pay money or to compensate for benefits conferred, where capacity and assent... are wanting „, p. 205.

In Inghilterra l'inconveniente fu rilevato da numerosi scrittori, i quali cercano di giustificarlo sia nei riguardi sociali, che prettamente giuridici: sotto il primo aspetto la questione è posta dal Watt nella sua *Theory of contract in its social light*, Edinburgh, 1897, osservando a p. 28: " there are certain legal relations placed, as it were, on the fringe of contract... briefly described as quasi-contracts; a nexus analogue to contract is created... from the exigencies of civil society „. Su finzion di legge per pratica utilità si fonda Carter, op. cit., loc. cit.: " in all these cases there is no contract, but the law behaves as though there were „. E con questi i maggiori tra gli scrittori nel campo contrattuale: Pollock, *Principles of contract*, 8ª ed., London, 1911, p. 14: " as the forms of our common law did not recognize obligations quasi ex contractu in any distinct manner, these cases were dealt with by the fiction of an implied previous request „; Anson, *Principles of the english law of contracts*, 12ª ed., Oxford, 1910, p. 397: " in

L'argomento che più aveva valso a persuadere a far rientrare queste obbligazioni nel campo contrattuale era quello della incontrastata esistenza dei contratti impliciti per circostanze di fatto, *in fact*; ma se a questi si potevano assimilare quelli da noi presi attualmente in esame, i contratti impliciti per disposizione di legge, *at law*, per l'analogia terminologica, niente giustificava che gli uni e gli altri fossero regolati ad una stessa stregua: fondamento dei contratti impliciti per circostanze di fatto, *in fact*, come dei contratti espliciti o espressi è la volontà delle parti, con la sola differenza che al posto della manifestazione di essa espressa con scritti o con parole, nei contratti impliciti per circostanza di fatto, *in fact*, sta una volontà che risulta da un complesso di altri elementi concomitanti; così che la differenza tra contratto espresso e contratto implicito per circostanze di fatto, *in fact*, si limita ad una differenza di mezzi di prova della volontà delle parti: ottenendosi questa nel primo direttamente dallo scritto o dalla ripetizione delle parole da loro usate, nel secondo dedotta dal comportamento loro in relazione alle varie circostanze. Ma ben diverso si manifesta il contratto implicito per disposizione di legge, *at law*, appena si voglia indagare l'essere suo: la sua stessa terminologia è usata non per indicare la natura della prova di cui possa valersi l'attore per ottenerne l'esecuzione, ma bensì la fonte della obbligazione. In esso, senza che vi partecipi la volontà delle parti, l'obbligazione sorge e produce effetto, puranco contro la volontà dell'obbligato stesso, per speciale disposizione di legge.

La sapienza di un sommo scrittore inglese valse a rilevare l'errore nel quale eran caduti i suoi connazionali nell'identifi-

---

such a case a request to pay and a promise to repay was feigned in order to bring the plaintiff within the remedy of assumpsit „; Salmond, *Jurisprudence*, 4ª ed., London, 1913, p. 432, par. 170, riportandosi a quanto dice Blackstone nei suoi *Commentaries*, vol. 2°, p. 443, rileva la confusione nella quale questi è caduto, facendo degli *implied contracts* una sola categoria, e soggiunge: " contract implied in law is merely fictitious, for the parties to it have not agreed at all ... „.

Altri recenti trattatisti non approfondiscono l'esame e si limitano a svolger la materia nel senso tradizionale; tra questi: Chitty, *A treatise on the law of contracts*, 15ª ed., London, 1909, nel cap. 3°, e Potts, *English law of contract*, Oxford, 1911, p. 633.

cazione dei rapporti conosciuti dai Romani come quasi-contrattuali con quelli genericamente detti impliciti, *implied*, e pose in evidenza nei primi l'assoluta mancanza della caratteristica dei contratti, che in un ramo dei secondi, *implied in fact*, è larvata ma pur sussiste (1); nè mancarono dopo di lui molti che, al pari di autori nostri (2), posero in pratica evidenza l'infelicità della terminologia che induceva in errori gravissimi, con la confusione di obbligazioni contrattuali con altre che dei contratti non potevan neppure avere gli elementi essenziali, confusione che permetteva in ripetuti casi la indagine sulla volontà delle parti per tentare di escludere la responsabilità del debitore incapace (3), il quale pur aveva profittato delle prestazioni fornitegli e che creava un grave imbarazzo nella interpretazione di testi di legge contenenti l'espressione *implied contracts*, per decidere se valessero tanto per quelli impliciti per circostanze di fatto, *in fact*, quanto per quelli impliciti per disposizione di legge, *at law*.

Alla moderna dottrina si affacciò pure il dubbio, condiviso anche da un sommo nostro giurista (4) e accolto da recente

(1) Sumner-Maine, *Ancient Law* (opera pubblicata per la prima volta nel 1861), vedine l'edizione curata da Pollock, London, 1907, p. 354: " It has been usual with english critics to identify the quasi-contracts with implied contracts; but this is an error, for implied are true contracts, which quasi-contracts are not ... The commonest sample of the class is the relation subsisting between two persons, one of whom has paid money to the other through mistake. The law, consulting the interest of morality, imposes an obligation on the receiver to refund; but the very nature of the transaction indicates that it is not a contract, inasmuch as the convention, the most essential engredient of contract, is wanting „. Il Pollock, in nota a p. 375, vuol attenuare gli effetti di queste critiche, ritenendo che effettivamente *implied contracts* comprendono gran parte del campo dei quasi-contratti. Riconosce poi che recentemente il termine quasi-contratto è stato accolto dalla dottrina americana, e attualmente è ben noto in Inghilterra. Eguali idee esprime pel diritto nostro il Giorgi, loc. cit., p. 6.

(2) A. Scialoia, *Le fonti delle obbligazioni*, in " Riv. Dir. comm. „, 1904, 1, p. 520.

(3) Keener, *Treatise on the law of quasi-contracts*, New York, 1893, e Woodward, *The law of quasi-contracts*, Boston, 1913, riportano abbondante giurisprudenza fondata su quest'errore.

(4) Venezian, *Danno e risarcimento fuori dei contratti*, pubblicato nel 1886 e ristampato in *Opere giuridiche*, vol. 1°, *Studi sulle obbligazioni*, Roma, 1918:

autorevole dottrina francese (1), se avvicinare l'obbligazione in parola piuttosto a quelle per torto che a quelle per contratto, considerando colpevole colui che avesse esatto una somma che non gli fosse dovuta e osservando che tanto nei rapporti ritenuti implicitamente contrattuali per disposto di legge, *at law*, quanto in quelli per risarcimento di danni extracontrattuali, la obbligazione trovava fondamento nella legge, indipendentemente dalla volontà del convenuto (2); ma poi, approfondendo l'indagine, i giuristi inglesi ritennero insufficiente l'affinità dei due istituti tra loro per fonderli insieme, ed impossibilitati a mantenere queste obbligazioni nell'orbita dei contratti, gelosi d'altra parte della loro tradizionale costruzione della teoria del *tort* (3), adottarono la terminologia latina di quasi-contratto, tenendo l'istituto estraneo al contratto e al torto (4), come estraneo a queste due fonti lo vuole la legge nostra (5).

La recente rielaborazione della materia in occasione di un tentativo di una codificazione privata del diritto inglese (6), colloca accanto al contratto il quasi-contratto, definendolo come

---

" I fatti compresi nella gestion d'affari, nel pagamento dell'indebito, nell'amministrazione d'un bene indiviso sono torti, ma solo in parte ed in date circostanze divengono torti dannosi. Però quando il torto si può rimuovere dà luogo ad un'azione diversa dell'azione di risarcimento e determinata da regole particolari „.

(1) Planiol, *Traité de Droit civ.*, 7ª ed., Paris, 1917, vol. 2°, p. 255, par. 812, fondando i quasi-contratti su ingiusto arricchimento, vi vede di conseguenza una lesione: " il ne suffit pas d'éloigner, comme on vient de le voir, le quasi-contrat du contrat, il faut le rapprocher plus complètement encore des délits et des quasi-délits, en le faisant rentrer, comme eux, dans la catégorie des actes illicites „.

(2) Keener, op. cit., p. 15; Woodward, op. cit., p. 7.

(3) Pollock, *The law of torts*, 10ª ed., London, 1916.

(4) W. Blake Odgers, *The common law of England*, London, 1911, vol. 2°, p. 939.

(5) C. C. it., art. 1140. Alla sussunzione del quasi-contratto nella dottrina del torto si oppone, in pieno accordo col Riccobono (" Riv. di Dir. Comm. „, 1917, 1, p. 407), il Barassi (" Riv. di Dir. Comm. „, 1918, 1, p. 573).

(6) Si dicono codificazioni private in Inghilterra le compilazioni complete fatte su qualche istituto da autorevoli scrittori, le quali così sostituiscono disposizioni legislative in proposito, finchè l'autorità loro s'impone al punto da farle accettare dal Parlamento come progetti di legge e come

obbligazione che la legge impone a una persona verso un'altra, come se fosse fondata su contratto, senza che effettivamente siavi tra esse alcun contratto. Venendo così a seguire nella sistematica la legislazione francese e l'italiana, col tenere in vita un *nomen iuris*, repudiato ormai dalle legislazioni più recenti (1).

Unanime è il riconoscimento dell'origine di questa speciale fonte d'obbligazione dalla giurisprudenza in Inghilterra e precisamente da quella di Lord Mansfield, che così proficuamente coprì la carica di Chief Justice (2) dal 1756 al 1788; nella causa Moses c. Macferlan, che dette luogo alla famosa sentenza da lui emanata nel 1760, si trattava di un tal Moses che aveva girato un titolo di un tal Jacob a un Macferlan su l'impegno di quest'ultimo di non agire cambiariamente contro di lui. Venendo meno alla parola data, il Macferlan intentò azione contro Moses in una corte inferiore e ne ottenne la condanna: il Moses

---

tali votarle senza alcuna modificazione; esempi ne sono la legge cambiaria (Bills of exchange act 1882), quella sulla vendita (Sale of goods act 1893) derivate dai libri del Chalmers.

Opera notevole su tutto il diritto privato inglese è quella del Jenks, *A digest of english law*, London, 1908-15, vol. 2°, parte 3ª, n. 707: " When the law imposes upon one person, on the grounds of natural justice, an obligation towards another similar to that which arises from a true contract, although no contract, express or implied, has in fact been entered into by them to that effect, such obligation is said to arise from quasi-contract ".

(1) Il codice civile giapponese del 1898, dopo trattato nel capo 2° dei contratti, ha il capo 3° su la gestione (art. 697-702) e il 4° su l'indebito arricchimento (art. 703-708), e chiude col capo 5° su gli atti illeciti. Vedi Becker, *Annotated civil code of Japan*, London, 1909, vol. 2°, p. 261 e seg.

Il codice civile germanico del 1900 nella sezione dei rapporti speciali di debito (sez. 7ª, lib. 2°) tratta al par. 11, dopo il mandato, della gestione senza mandato (art. 677-687) e al par. 24, che precede quello su le azioni illecite, dell'indebito arricchimento (art. 812-822). Vedi Kohler, *Lehrbuch des burgerlichen Rechts*, Berlin, 1906, vol. 2°, pp. 445 e 462.

Il codice federale svizzero del 1912, trattando delle cause delle obbligazioni nel tit. 1°, parla nel capo 3° delle obbligazioni derivanti da indebito arricchimento (art. 62-67), poi trattando delle diverse specie di contratti nel tit. 14, successivo a quello sul mandato, tratta della gestione senza mandato (art. 419-424). Vedi Rossell, *Manuel du Droit civil suisse*, Lausanne, 1912, vol. 3°, p. 101 e 456.

(2) Sarfatti, *Il processo civile inglese*, in " Giur. Ital. ", 1914, pp. 8 e 9 dell'estr.

a sua volta, dopo eseguita la sentenza, intentò azione nel King's Bench (1) per ottener il rimborso della somma ch'egli riteneva di avere indebitamente pagata.

Il convenuto eccepiva che non poteva applicarsi nè l'azione di *debt*, perchè mancava un obbligo contrattuale, nè, non essendovi stata esplicita promessa di pagare, l'azione di *assumpsit* (2); ma Mansfield, desideroso di estendere questo rimedio, ammise che " quando il convenuto sia obbligato per principio di giustizia a rimborsare, la legge ammetta implicitamente da parte sua un debito e conceda l'azione fondata su l'equità a favore dell'attore, come se un contratto stesse a sostegno del suo diritto „ (3). Questa massima venne così a dare origine ad una obbligazione legale fondata anzichè su la volontà dell'obbligato, sul ricevimento indebito di un beneficio, la cui ritenzione sarebbe ingiusta e che costringe a restituzione.

L'abbondante casistica formatasi da allora in poi su la materia permette di trarne le norme accolte oramai dalla dottrina inglese ed elaborate da quella americana (4). Entrambe queste pongono in evidenza come caratteristiche del quasi-contratto la *inevitabilità*, perchè imposto dalla legge indipendentemente dalla volontà delle parti, la *particolarità*, perchè creato da speciali stati di fatto tra determinate persone, e la *legalità*, perchè, pur essendo fondato su l'equità, ha il sostegno dei rimedi legali.

Queste caratteristiche servono a distinguere le obbligazioni quasi-contrattuali tanto dalle obbligazioni contrattuali e da quelle per fatto illecito, quanto dagli obblighi puramente morali.

---

(1) Sarfatti, *Il processo*, ecc., op. cit.

(2) Sarfatti, *I contratti*, op. cit., p. 34 e seg. dell'estr.

(3) Keener, *A selection of cases on the law of quasi-contracts*, New York, 1888, vol. 2°, p. 361: sentenza Moses c. Macferlan.

(4) Keener e Woodward, op. cit. Dottrina inglese e dottrina americana si integrano a vicenda, elaborando esse lo stesso diritto (Pollok, *The expansion of the common law*, London, 1904; Wharton, *Common law*, Philadelphia, 1884), la *common law* che dall'Inghilterra si estese all'America ed ivi continua ad avere applicazione, così che i singoli istituti son retti dallo stesso diritto nelle due nazioni, differenziandosi soltanto talvolta per determinate leggi speciali.

Gli elementi essenziali dei quasi-contratti consistono nel ricevimento di un beneficio non dovuto e nella ingiusta sua ritenzione.

Fondandosi su queste caratteristiche e su questi elementi, gli autori classificano i quasi-contratti a seconda delle speciali circostanze nelle quali venne conferito il beneficio, in: quasi-contratti dipendenti da beneficio conferito per doveroso intervento in affari altrui e quasi-contratti dipendenti da beneficio conferito per errore o carpito con mezzi illeciti. L'ampiezza della norma esposta farebbe ritenere che estesissima fosse in diritto inglese la categoria dei quasi-contratti, ma, a simiglianza di quella contemplata dalla nostra legge, essa non basta da sola a dar luogo ad una qualsiasi obbligazione quasi-contrattuale, la quale per esistere deve rientrare nelle specifiche figure della gestione e della ripetizione d'indebito.

Inoltre il concetto del divieto di indebito arricchimento, che informa in Inghilterra il quasi-contratto, contrasta con quello della efficacia mantenuta ai puri obblighi morali, e così, mentre è tassativa la disposizione che colui il quale ha pagato per errore una somma da lui non dovuta ha diritto al rimborso da chi ebbe ad esigerla da lui, grande limitazione è posta nell'attribuire retribuzione a chi non richiesto si ingerisca negli affari altrui ed esplicitamente è dichiarato che, eccezion fatta per i casi tassativamente ammessi dalla legge, chi abbia volontariamente speso danaro, lavoro o beni per salvare o migliorare altrui proprietà o per gerire affari altrui non ha azione perchè ne sia tenuto indenne sul principio della *negotiorum gestio*, limimitandosi questa generalmente, quando non si tratti di interesse pubblico, al caso di chi sia stato costretto per minaccia o ragionevole timore di procedimenti legali a pagare una somma o a compiere qualunque atto che altri sia in via principale tenuto a pagare o a compiere (1).

Da quanto esposto risulta evidente la inesistenza in diritto inglese della esatta figura di uno dei due quasi-contratti rego-

(1) Jenks, op. cit., n. 720: " Subject to the law maritime on the subject of salvage and to the right of trustees and mortgagees in respect of money expended ..., a person who has voluntarily expended money, labour or ma-

lati dal nostro legislatore, della gestion d'affari; mentre cioè il diritto inglese fa sorgere obbligazioni analoghe a quelle imposte dagli art. 1141-43 del nostro codice civile a chi volontariamente assume di gerire affari altrui, vi presume l'animo di beneficenza ed esclude così l'applicazione del principio ammesso dall'art. 1144 C. Civ. circa l'indennità a favore del gestore, dando la prevalenza, ad analogia del diritto romano (1), all'azione di retta su la contraria.

Al concetto della volontarietà di assumere affari altrui, perchè sorgano reciproche obbligazioni tra le parti, il diritto inglese sostituisce quello della necessità nella quale taluno si trovi di assumere tali affari e parla di intervento doveroso, *dutiful*, cioè imposto al gestore dal pericolo che minaccierebbe la sua inazione.

Gestione d'affari.

La teoria della gestione d'affari accolta dai codici continentali (2) sul modello romano, non è mai stata adottata interamente nel diritto inglese: in questo il prevalente senso individualistico (3) fa carico ad una persona di essersi, non richiesta, ingerita negli affari altrui e considera di secondaria importanza il fatto che l'opera sua così prestata abbia o no portato van-

---

terials in the preservation or improvement of the property of another, or in the conduct of his affairs, has no claim to indemnity on the principle of *negotiorum gestio* „.

Id., id., n. 709: " Where one person has been compelled, under threat or reasonable apprehension of legal proceedings or legal restraint of goods to pay a sum of money or do any other act which another person is principally liable to pay or perform, the latter is bound to indemnify the former in respect of all expenses passed by or incurred by him in respect of such payment or performance „.

(1) A ciò provvide l'editto del pretore. Pacchioni, *Trattato della gestione degli affari altrui*, 2ª ed., Milano, 1915, p. 27.

(2) Pacchioni, op. cit., pp. 34-37.

(3) Pacchioni, op. cit., p. 6: " Che già nelle dodici tavole l'individualismo avea ricevuto un'ampia protezione, e la poco svolta vita commerciale e civile non dava luogo ancora a quel bisogno di eccitare l'ammi-

taggio; per conseguenza il *dominus* fu subito armato dell'azione per difendersene, mentre per concedere l'azione contraria al gestore, la giurisprudenza, anche con maggior severità di quanto fece pel diritto romano l'editto pretorio (1), portò l'indagine non solo sulla volontarietà dell'affare gerito, ma ne ricercò addirittura la sua doverosità, assieme al beneficio, *benefit*, derivatone al *dominus* (2).

La diversità di origine delle due azioni non impedì però che nel diritto inglese, come nel nostro codice civile (3), si infiltrasse il concetto dell'unicità dell'istituto della gestione e del suo fondamento quasi-contrattuale, senza giungere a quello autorevolmente sostenuto (4), e con pari autorità respinto (5), della unificazione delle due azioni basate sul semplice fatto della gestione. Di qui la conseguenza della ricerca dei requisiti della gestione, senza distinguere il rapporto di gestione riguardo all'azione di una parte o dell'altra (6); non ritenendo che per l'azione del *dominus* basti un atto gestorio di intromissione nella sfera patrimoniale altrui (7), il diritto inglese parla sempre di attore e di convenuto, sia che l'azione venga intentata dal gestore o dal *dominus*, ed enumera indifferentemente i seguenti requisiti: 1° intervento doveroso, 2° beneficio recato al *dominus*, 3° ingiusta ritenzione del beneficio (8).

---

nistrazione degli affari altrui, che trovò la sua perfetta, completa soddisfazione nella clausola edittale *de negotiis gestis* „.

In Inghilterra prevale ancora sul bisogno di eccitare all'amministrazione degli affari altrui il concetto individualistico: " no one has a right to force himself upon another as his creditor „. Keener, op. cit., p. 341.

(1) Pacchioni, op. cit., pp. 9 e 204.

(2) Id., id., p. 7, espone eguale sviluppo delle due azioni in diritto romano.

(3) Riccobono, op. cit., p. 375.

(4) Id., id., pp. 369 e 384.

(5) Pacchioni, op. cit., p. 45.

(6) Alla stessa stregua pure pel diritto nostro vuole che sian trattate le due azioni, il Riccobono, op. cit., p. 379, che vede nella gestione in diritto romano la figura tipica del quasi-contratto, trasportata poi come tale nel nostro codice civile.

(7) Pacchioni, op. cit., pp. 95 e 178.

(8) Woodward, op. cit., p. 308.

I. — Per differenziare l'attività gestoria da una pura azione fisica sul patrimonio altrui il nostro diritto ricorre al concetto della *volontarietà*, esigendo cioè che la persona qualificatasi gestore, sia intervenuta negli affari di un altro compiendo come tale un atto lecito (1); il diritto inglese ritiene di massima illecito il mettersi in condizione di far valere un credito contro chi non ha richiesto opera alcuna e giunge, come abbiamo visto, a volere che l'intervento negli affari altrui sia stato *doveroso*; portando sul concetto del *dovere* in proposito le discussioni analoghe a quelle svoltesi nella dottrina nostra sul parallelo concetto della *volontà*, conclude per opera della sua giurisprudenza che occorre che si tratti di inevitabile sostituzione in luogo del *dominus* nella esecuzione di una obbligazione impostagli dalla legge o assunta per contratto, oppure nel salvataggio della sua sua vita o dei suoi beni (2), e ciò ancora soltanto in presenza di certe condizioni: nel primo caso, *a)* che l'obbligazione sia di tale natura da interessare l'ordine pubblico nella sua attuale e pronta esecuzione, *b)* che la persona obbligata abbia mancato o si sia addirittura rifiutata o sia nella impossibilità di eseguirla, *c)* che la persona la quale si assume di subentrare sia quella adatta; nel secondo caso, se si tratti di salvare la vita altrui, il dovere è incondizionato, se il salvataggio riguardi i beni altrui, il dovere sussiste in caso di pericolo così imminente, che manchi il tempo di avvertirne il proprietario o questi non abbia modo di provvedervi da solo, mentre niente spetta a chi agisca su beni il cui proprietario si mostri soltanto negligente o mal disposto al salvataggio. Esempio tipico della prima circostanza nel primo caso è l'obbligo degli alimenti verso la propria moglie; l'osservanza di questo dovere è di grande interesse pubblico, nè basta che la sua inesecuzione sia punita, occorre che esso sia sempre rispettato; se il marito si sia rifiutato o abbia trascurato di provvedere e venga a supplirlo nella bisogna un prossimo parente o altra persona intima di famiglia, questa potrà invocare il rapporto quasi-contrattuale così formatosi per esigere il rimborso delle spese.

---

(1) Pacchioni, op. cit., p. 183.

(2) Keener, op. cit., p. 341; Woodward, op. cit., p. 311.

II. — Limitato il riconoscimento del rapporto gestorio quasi unicamente ai casi in cui l'intervento si presenti doveroso, il diritto inglese viene a spazzare senz'altro ogni discussione sulla natura dell'*utiliter gestum*, che tanto si estende nella dottrina nostra (nella quale gli uni lo ritengono soggettivo, gli altri sociale) (1), in quanto, coerentemente a sè stesso, deve considerare di regola solo casi tassativamente ammessi, nei quali l'azione del gestore è senz'altro utilmente prestata per quanto il *dominus* si sia arricchito, senza che se ne debba indagare la presunta volontà, che del resto segue necessariamente un disposto di legge, un accordo contrattuale, o norme basate su la difesa della personalità umana, libero soltanto in certi casi di disconoscere la gestione compiuta pel solo salvataggio dei beni.

Così la teoria soggettiva, che pare prevalga pel nostro codice civile (2), fa nel diritto inglese solo una comparsa limitatamente al salvataggio di beni altrui, in mezzo alla generale applicazione di quella oggettiva (3): non si equivochi però su questa apparente prevalenza di una dottrina che sarebbe in piena contraddizione con lo spirito individualista inglese: essa prevale in quanto l'intero istituto della gestione può dirsi limitato in Inghilterra ai casi di attuazione in tempo opportuno, di un dovere giuridico che incombe al *dominus* nell'interesse pubblico, con un minimo di casi nei quali un tale dovere non compare (4) e nei quali soltanto, perciò, si può indagare la presunta volontà del *dominus*; ma tutto fa prevedere che alla graduale estensione di

---

(1) Secondo i sostenitori della natura soggettiva il gestore deve assumere la personalità del *dominus* in concreto, secondo i sostenitori della natura oggettiva, deve assumere quella del *dominus* quale si può ricostruire in conformità all'animo del buon padre di famiglia. Ciò spiega i diversi apprezzamenti delle stesse circostanze: in note a sentenza: Sarfatti, in " Mon. dei Trib. „, 1904, p. 681; Abello, in " La Legge „, 1905, col. 1067; Pacchioni, in " Riv. di Dir. Comm. „, 1905, II, p. 52.

(2) Riccobono, loc. cit., p. 391: " il codice ha seguìto il diritto classico, onde deve intendersi in senso soggettivo „.

(3) Keener e Woodrow, loc. cit.

(4) Pacchioni, in " Riv. di Dir. Comm. „, 1916, 1, p. 220, ammette che la dottrina che superando il punto di vista dell'arricchimento, riconosce l'utilità nell'aver fatto quanto il *dominus* avrebbe dovuto fare come buon padre di famiglia, è ardita e discutibile, ed osserva che invano il giu-

questi debba corrispondere una maggiore applicazione della teoria soggettiva, per l'indirizzo chiaramente dato in materia dalla giurisprudenza, che, ove le è concesso, cerca di interpretare la suddetta volontà, ad analogia di quanto dispone la più recente codificazione europea, con l'accoglimento della teoria generale soggettiva, tranne speciali disposizioni per i casi ai quali l'imperativo giuridico viene a sostituire la volontà privata (1).

III. — La ingiustizia della ritenzione del beneficio avuto per parte del *dominus* senza corrispondere compenso risulta dalla evidente intenzione del gestore di esigere il corrispettivo; questo requisito, che non è altro che l'*animus aliena negotia gerendi*, assieme ai due precedentemente esaminati, e, come quelli, fondato su la dottrina del quasi-contratto, è essenziale al sorgere dell'azione del gestore. Senza esigere però nel gestore la volontà di entrare in un rapporto obbligatorio con una data persona, cioè col *dominus negotii*, nè quella di obbligare positivamente il *dominus*, come vorrebbero alcune teorie romanistiche, ritenute da una dottrina come estreme nella interpretazione dei testi romani (2), da altra confinate al diritto romano classico (3), il diritto inglese riduce al minimo il concetto della intenzione di gerire negozio alieno, all'unico scopo di escludere la gratuità dell'intervento, così che facilmente ne presume la presenza nella condizione sociale del gestore o nel suo speciale rapporto col *dominus* (4).

IV. — I casi nei quali si possono presentare le suesposte circostanze si raggruppano in categorie, nella prima delle quali si presenta già la necessità di distinguere la condizione sociale

---

rista continentale cercherebbe nei trattatisti anglo-americani una definizione dell'*utiliter coeptum*, partendo essi dal principio che il gestore spintosi nell'interesse altrui non acquisti diritto a indennità che in certi casi determinati, riducibili a due fondamentali categorie.

(1) Questo principio è identico a quello recentemente accolto dal codice civile per l'impero germanico al par. 679; da esso risulta, come già per questo era stato osservato (Riccobono, loc. cit., p. 393) che si viene a sostituire occorrendo con l'imperativo giuridico la volontà privata.

(2) Pacchioni, *Tratt.*, op. cit., p. 326.

(3) Riccobono, loc. cit., p. 369.

(4) Analogia in ciò con una dottrina tedesca si rileva in Pacchioni, *Tratt.*, op. cit., p. 328.

del gestore per ammettere o no la gratuità dell'opera sua. Le suddette categorie comprendono: 1) salvataggio di vita, 2) prestazione di alimenti a minori o infermi di mente, 3) prestazione di alimenti a moglie o figli, 4) soccorso a poveri, 5) spese funebri, 6) salvataggio di beni, 7) spese per la comproprietà, 8) esecuzione di altrui obbligazione.

1) Nel salvataggio di vita sussiste, come abbiamo osservato, una presunzione al riguardo della intenzione del salvatore a seconda che egli presti opera professionale o no; per la prima si presume l'intenzione di esigere pagamento, per la seconda si presume invece assoluta gratuità (1).

2) L'offerta di vitto, vestiario, alloggio obbliga in ogni caso la persona che accetti di valersene, con la sola distinzione che l'obbligazione è contrattuale se l'obbligato è capace, quasi-contrattuale se invece è incapace, essendo indiscutibilmente ammesso che non occorra per l'obbligazione quasi-contrattuale avere la capacità d'obbligarsi per contratto (2). Distinzione questa che viene a porre in categorie diverse, persone che la legge nostra accomuna tra gli incapaci di contrattare (3); in

---

(1) Numerosi si presentano nella giurisprudenza americana casi di chiamate di medici in occasione di disastri ferroviari da parte di agenti mancanti della veste di rappresentanti delle ferrovie; le Corti vi riscontrano immancabilmente il rapporto di gestione, dichiarando le ferrovie tenute alla cura dei viaggiatori feriti. Egualmente si comporta in simili casi la giurisprudenza nostra, in conformità alla più autorevole dottrina su l'argomento (Brondi, *Le pubbliche amministrazioni e la gestion d'affari*, Torino, 1895), la quale risolve contemporaneamente due problemi: quello circa la possibilità d'esistenza di rapporto gestorio con un ente pubblico e quello circa il carattere di gestore nel medico, che presti volontariamente opera cui non sia tenuto per legge. Si legge infatti che (p. 78) " risulta sufficientemente assodato come in genere possa un ente pubblico trovarsi nelle condizioni giuridiche di *dominus negotii*..... ma deve solo riferirsi ad affari di natura giuridica patrimoniale „. E a p. 102: " se le particolarità di fatto dei casi decisi consigliarono finora (per quanto ci consta) a definire il rapporto..... piuttosto come mandato e locazion d'opera o utile versione, che come gestion d'affari, pure quest'ultima figura, ben lungi dal restare esclusa, viene espressamente ricordata come possibile „, osservandosi esplicitamente il caso di un medico che presti in qualche circostanza l'opera sua volontariamente all'infuori di obbligazione legale.

(2) Pacchioni, op. cit., p. 64.

(3) Cod. civ., art. 1106.

quanto in Inghilterra la donna maritata, come pure una provvida legge sta per disporre presso di noi (1) ha la piena capacità ed i minori pure sono ritenuti capaci per quanto si attiene alle necessità della vita, e per conseguenza la incapacità si limita agli infermi di mente (2) per qualunque contratto ed ai minori per le spese non ad essi necessarie (3).

3) Imprescindibile dovere è per l'uomo il somministrare alla moglie, che non si sia allontanata senza giusta causa, tutto ciò che le è necessario ai bisogni della vita ed assieme ad essa mantenere la prole: qualora egli manchi ai suoi doveri, chi lo sostituisca in ciò ha azione quasi-contrattuale contro di lui.

4) Chi si trovi nelle condizioni legali di aver diritto a sussidio determinato da parte di un'opera pia, può venir soccorso nello stesso grado da un privato qualunque e questi avrà azione quasi-contrattuale contro l'opera pia pel rimborso.

5) Per evitar ogni ritardo nel seppellimento dei cadaveri la giurisprudenza inglese ha replicatamente sancito il principio che la persona la quale accudisca i funerali in luogo di chi vi sarebbe tenuto abbia azione quasi-contrattuale contro il patrimonio del defunto, attribuendo così al funerante la figura del gestore col riconoscimento di questo solo rapporto, senza mai dar luogo al conflitto già esistente tra noi tra *actio funeraria* e gestione e scomparso solo con la fusione delle due (4).

6) La forma di salvataggio di beni che importi generalmente rapporto quasi-contrattuale è quella contemplata dal diritto marittimo: viene definita come assistenza prestata ad una nave col conseguente salvataggio completo o parziale da pericolo imminente.

Vi si riscontrano le caratteristiche della gestione: speciale

---

(1) Legge su la capacità giuridica della donna maritata, votata dalla Camera dei Deputati e che attende prossima sanzione dal Senato, su relazione favorevole Bensa.

(2) Mancano in Inghilterra gli istituti della interdizione e della inabilitazione. Ved. H. Davey, *The law relating to the mentally defective*, London, 2ª ediz., 1914.

(3) L'espressione *necessaries* comprende in via assoluta tutto ciò che serve al vitto, alloggio, istruzione e cura medica; si estende poi caso per caso, a seconda dell'età e della condizione economica e sociale del minore.

(4) Ricca-Barberis, *I funerali*, estr. " Enc. giur. ", p. 17.

riconoscimento le è dato dalla legge marittima con la concessione di un privilegio per chi procede al salvataggio suddetto, ad analogia di quanto dispone la legge nostra (1).

Negli altri casi di salvataggio estranei al diritto marittimo risorge la presunzione del diritto comune che l'intervento sia volontariamente gratuito e solo eccezionalmente è riconosciuto il rapporto di gestione: tale riconoscimento prevale per le spese fatte per la conservazione di cose trovate o tenute in consegna con norme analoghe a quelle del nostro codice civile (2).

7) Numerose questioni sorgono su la pretesa a parziale rimborso da parte di un comproprietario di un immobile delle spese fatte per riparare questo nell'interesse comune di tutti i comproprietari; prevale il criterio di riconoscere il vincolo quasi-contrattuale a favore di chi fece spese necessarie, anche se abbia avuto precedente rifiuto alla sua domanda *de reparatione facienda*, e ciò non solo nell'interesse della proprietà, ma specialmente nell'interesse pubblico, dovendo tutti i proprietari sottostare alle spese, con facoltà di liberarsene solo con l'abbandono.

8) L'altrui dovere al quale taluno abbia dato esecuzione spontanea si distingue a seconda che sia di natura contrattuale o legale: *a)* l'esecuzione di altrui obbligazione contrattuale non dà di regola diritto a rimborso per la mancanza di interesse pubblico nella esecuzione stessa;

b) di maggior applicazione è il rimborso fondato su quasi-contratto a favore di chi volontariamente subentra nella esecuzione di altrui obbligo legale, in quanto è evidente in tal caso l'utilità pubblica della prestazione; la controversia sorge sopratutto per le riparazioni stradali.

---

(1) Art.i 671, 673, 675 Cod. di comm.
(2) Art. 717 Cod. civ.

Il "dato„ come principio di certezza

(Discussione gnoseologica)

Nota II del Dott. RINALDO NAZZARI

5.

Non mancano, nella storia della filosofia, responsi che indicano il principio della certezza in una verità di ragione. Cartesio e, prima di lui, Agostino lo trovarono nel pensiero; l'uno nel pensiero soggettivo (come suol dirsi impropriamente), l'altro nel pensiero oggettivo. Il *cogito, sum* Cartesiano stabilisce come certezza assoluta l'esistenza del me pensante o del soggetto autocosciente.

Ma, se il *cogito* e il *sum* sono termini eterogenei, l'esistenza viene aggiunta al pensiero, in un giudizio sintetico ma problematico; se, invece, sono termini omogenei (ego sum cogitans) che, in fondo, ne costituiscono un solo coimplicito, si ha un giudizio analiticamente certo, esprimente un'identità fondamentale che, però, non è sufficiente per sè sola a costituire il criterio della verità (1). Cartesio, infatti, distingue la certezza dalla verità: la certezza, che è conoscenza della pura forma del soggetto come autoriferimento, cioè pensiero vuoto di contenuto, semplice *essere* immediato; la verità, che è oggettiva e non coincide con la forma soggettiva, e non è immediata.

(1) Lo Schelling osservò che ogni conoscenza oltrepassa la semplice identità del pensiero. Il Leibniz non approfondì questo punto: egli considera l'appercezione immediata della nostra esistenza e de' nostri pensieri come verità *immediate a posteriori*, aggiungendo però a questo criterio quello delle verità ideali *a priori*, fondate sul principio d'identità. *Nuovi Saggi*, p. 194, Bari, Laterza, 1909. Il Montaigne, invece, fu il primo a rilevare che la conoscenza di sè è tutt'altro che perspicua. *Essays*, L. 3°, c. XIII, p. 201.

Questa separazione astratta dei due elementi doveva condurre Cartesio alla necessità di trovare un medio termine che permettesse il passaggio dalla certezza alla verità: la veridicità di Dio. Ma Dio è, per Cartesio, oggetto di dimostrazione razionale, è, cioè, Esso stesso una verità mediata, e la possibilità della dimostrazione suppone l'uso di un principio avente anche valore obiettivo, nè tale può assumersi il *cogito*. Almeno nella posizione che prende nella filosofia Cartesiana, dove esso, come primo rilevò il nostro Vico, è coscienza e non scienza (mediata) del mio essere, e quindi non realtà nè pensiero concreto, ma semplice essere.

La quistione della certezza delle cose è inseparabile da quella del loro contenuto, cioè del loro vero significato. Il principio del Descartes oscilla fra la certezza psicologica (immediata) e quella gnoseologica (mediata), che sola può fondare la necessità e l'universalità del sapere.

Il *cogito* Cartesiano non è se non la copia imperfetta del principio di Agostino. Agostino, mente filosofica originale e profonda, movendo dalla constatazione che sono spesso contraddittorie le istanze dei sensi, aveva argomentato doversi dubitare della loro validità assoluta. Il dubbio, però, non sarebbe nemmeno possibile se non possedessimo da altra fonte dei criteri di valutazione di quei percetti: chi potrà giudicare del grado di valore obiettivo da attribuirsi ai diversi sensi, chi conciliare i dati discordanti di un medesimo senso, se non un'attività razionale superiore al senso? Quest'attività razionale è già presente nel dubbio stesso, che implica il pensiero; della cui assoluta certezza non si può dubitare senza negare il dubbio stesso, e quindi senza contradirsi (1). Ma il pensiero include necessariamente la verità come suo termine obiettivo (*haeret veritati*), e la verità ha carattere di necessità e di universalità. Il criterio della certezza va dunque indicato in una verità assolutamente

(1) " Omnis qui se dubitantem intelligit, verum intelligit, et de hac re quam intelligit certus est „. *De vera Relig.*, 73. Cfr. anche *Confess.*, VII, 15, e specialmente al § 17, dove si appella alla " *potentia ratiocinans* ad quam refertur quod sumitur a sensibus corporeis „. Quanto al *cognitor* come criterio di verità assoluta, vedi *Soliloquia*, L. II, c. VII, 14; e *De libero arbitrio*, co. XII, XV.

necessaria, a garanzia della altre cognizioni, che sono valide in quanto partecipano di quella verità. La quale non può esistere se non per un'intelligenza che la produca e la comprenda. Quest'intelligenza non può essere la nostra, limitata e particolare, ma *aliquid mente nostra atque ratione sublimius*, cioè Dio: Dio è colui che garantisce la verità stessa, il *cognitor*, secondo il significato pregnante del termine nel latino del secolo.

Come risulta da questa rapida sintesi, il principio della certezza in Agostino, pur avendo carattere oggettivo e valore sintetico, poggia sulla possibilità della dimostrazione dell'esistenza di Dio. La quale, perciò, dovrebbe essere ammessa *a priori*, e, comunque dimostrata, non costituirebbe più un termine *a quo*, ma un termine *ad quem*, implicante già il primo, cioè la conoscenza del criterio della certezza. Ciò che avrebbe l'*apparenza* di un circolo vizioso. Diciamo l'apparenza, perchè Dio potrebbe anche essere un *primo vero*, e la sua esistenza rivelarsi implicita necessariamente nell'idea (Anselmo d'Aosta) o nel concetto (Hegel); nel qual caso il termine *a quo* coinciderebbe col termine *ad quem*, e il principio della certezza col vero assoluto.

Risulta, intanto, che il principio della certezza non può esser cercato se non nel pensiero, e, più precisamente, in una verità necessaria di ragione che non si esaurisca in un rapporto puramente logico-formale, bensì espressa nell'affermazione d'un giudizio sintetico, in cui forma e contenuto (1) coincidano in una. " La scienza prima, scriveva il Gioberti nel *Buono*, dee fondarsi sopra un concreto, imperocchè il concreto solo può dar valore obiettivo e fecondità alle proposizioni astratte ". Ma questa verità concreta, appunto perchè certezza, è fatta intrinseca, quindi immanente all'atto del pensiero, col quale essa si pone origina-

(1) Com'è noto, lo Schelling, al pari del Fichte, indica tale proposizione nella formula *io* = *io*, in cui è significata l'originaria identità del pensiero con l'oggetto, del venir pensato e del prodursi. *Idealismo trascend.*, p. 34, Bari, Laterza, 1908. Il Fichte, veramente, distingue l'*io* come soggetto filosofante, e l'*io* come oggetto del filosofare, il quale, nota egli, potrebbe anche essere qualcosa di più (*Dottr. Scienza*, p. 45, trad. it.); ma è appunto quel *più* che bisognava aggiungere alla proposizione per avere un giudizio sintetico. Cfr. anche Windelband, *Die Philosophie im Beginn des 20n Jahrhund.*, pp. 187-189: " I giudizi analitici valgono quando i concetti da cui derivano siano stati giustificati mediante giudizi sintetici ".

riamente e liberamente, e quindi si nega nel suo essere immediato (momento astratto del vero) per riacquistare attraverso lo sforzo dialettico la piena comprensione di sè. Ciò che implica necessariamente un processo di sviluppo, un farsi progressivo, cioè una mediazione intrinseca all'atto stesso. Nè potrebbe darsi cognizione vera e propria, che sia esistente immediatamente, perchè l'essere immediato non si pone se non come antitesi del non essere immediato; tesi e antitesi da cui solo per intima virtù dialettica di pensiero può balzar fuori cognizione, e quindi essere *reale*. Nè ciò è possibile senza mediazione.

L'aver divinato e, in gran parte, dimostrato razionalmente l'identità del vero e del certo, in quanto il vero *accertato* è unità di ragione e di fatto (*verum factum*) è merito sommo del nostro Vico, la cui grandezza, troppo a lungo ignorata dagli stranieri, doveva palesarsi solo recentemente anche a noi italiani nella sua piena significazione.

Chè se egli, all'infuori della *Scienza nuova*, ha lasciato sussistere nel suo pensiero il dualismo fra verità e certezza, limitatamente alla conoscenza della natura (oggetto di cognizione probabile o verosimile, in confronto della certezza matematica e storico-sociale), ha nondimeno precorso di quasi un secolo il grande movimento spirituale che, iniziatosi dal Kant, ha conquistato la sua consapevole espressione nell'idealismo contemporaneo. Pel quale la realtà tutta è quella del Vico della scienza nuova; la realtà che " non solo è mente, ma mente come autocoscienza, non astratta universalità, quale apparisce a se stessa la mente considerata come oggetto di sè, ma quella concreta universalità che è il soggetto che si pone per sè, e si attua raccogliendosi nella coscienza di sè " (1).

6.

Se la verità non può essere subordinata a un criterio ad essa estrinseco, che, ove fosse pensabile, dovrebbe pur sempre essere vero, come l'unità di misura deve esser congrua con la grandezza da misurare, risulta *a priori* assurda ogni altra dottrina gnoseologica che miri a subordinare o a far dipendere, comunque, il valore della verità da un termine finale estrinseco, com'era nella sofistica antica e si riaffermò nel pragmatismo contemporaneo.

---

(1) Gentile, *Studi Vichiani*, p. 125, Messina, Principato.

Una verità che viva su un sistema di credito, sull'utilità pratica, sull'economia del pensiero, sur una convenzione utile, implica la validità incondizionata di queste finalità ideali, cioè suppone se stessa, perchè la validità di un'idea non può esser giudicata se non alla stregua della verità. Del pari, affermare che l'ultimo vero è l'insolubile contraddizione in cui è destinato ad avvolgersi necessariamente il pensiero, è lo stesso che riconoscere la verità nella negazione di se stessa.

Simili filosofie lasciano scorgere sotto la maschera del criticismo la loro fisonomia scettica, chè non solo rinunziano al possesso del vero, ma, costringendo il pensiero nella contradizione con una pseudo-realtà irrazionale, finiscono col porlo in disaccordo con se stesso, consacrando il suicidio della ragione.

La verità, anche se implicasse la contraddizione nei suoi procedimenti logico-psicologici, dovrà virtualmente risolverla nel concetto di un'unità, dove la contraddizione stessa sia, non annullata nella pura negazione di sè, bensì composta in una sintesi superiore definitiva (1). Poichè, il principio logico di non contraddizione non ha propriamente significato negativo, ma afferma la necessità dell'accordo fra i pensabili; il principio di non contraddizione non è soltanto un'antitesi in cui la tesi della contraddizione è negata come tale, ma una *sintesi* in cui l'*accordo* negato dalla tesi, negata, a sua volta, dall'antitesi, è *riaffermato* nell'unità di entrambe. Però, l'accordo della sintesi e l'accordo inizialmente supposto dalla tesi non coincidono interamente in un unico termine, chè, altrimenti, costituirebbero una vuota identità (la quale renderebbe vano ogni procedimento dialettico, discorsivo); bensì producono un'identità nella differenza, cioè un principio ricco di contenuto.

Ma l'identità suppone la non identità, la differenza; e l'una e l'altra insieme suppongono la moltiplicità. Dunque i principî d'identità e di non contraddizione, coincidenti in un medesimo principio, implicano la molteplicità e la diversità dei pensabili. I quali, pur essendo molteplici e diversi, si riconoscono come appartenenti allo stesso soggetto pensante (almeno come pensante), rispetto al quale è unificata la loro moltiplicità. Come è possibile la loro unificazione? Se quegli atti di pensiero significassero altrettante affermazioni singole, affatto separate e indipendenti l'una dall'altra, non vi sarebbe nessuna relazione tra loro, quindi non potrebbero riconoscersi l'un l'altro, sapere l'uno dell'esserci dell'altro.

---

(1) Lo Hartmann scoprì in Kant un *alto senso di abnegazione* per aver lasciato sussistere la contraddizione nel suo sistema, piuttosto che eliminarla a spese di elementi essenziali di pensiero. Vero è che il realismo trascendentale della *Kritische Grundlegung* (Berlin, 1885) è un kantismo rabberciato alla peggio!

Affinchè sia possibile la loro unificazione, è necessario corra un filo comune per entro la loro diversità nella successione, una continuità di pensiero che riempia ogni vuoto tra l'uno e l'altro, che superi il limite nell'unità fra il limitante e il limitato. Da che cosa è data quest'unità? Non, certo, da ciascun atto singolo di pensiero, per se stante, il quale si nega mentre si pone come singolo, richiamandosi alla continuità della connessione con altro, ma dall'identità del soggetto pensante. L'unificazione della molteplicità si produce attraverso l'identità, non dei singoli finiti, ciascuno de' quali reca in sè il germe della sua distruzione, ma del pensiero infinito nella sua continuità. Ciò che si attua appunto con l'esigenza del principio di ragione. Darsi ragione di checchessia è spiegare il perchè del suo esserci, affermando l'unità nella molteplicità, riconducendo la differenza all'identità.

I principî d'identità e di non contraddizione hanno dunque valore relativo rispetto a termini finiti, onde l'applicazione logica di essi sarà valida purchè consapevole della loro interpretazione gnoseologica, secondo la quale il loro valore è dipendente da quello del principio di ragione. E siccome quest'ultimo implica soltanto i pensabili e il pensiero, non implica, in fondo, che se stesso: vale a dire è assoluto. Nulla sfugge, nell'ambito dell'essere, alla morsa inevitabile del principio di ragione: *ciò che è reale è razionale.* Solo alla stregua di quest'interpretazione è dato trasformare in certezza assoluta la fiducia nella costanza e regolarità delle connessioni empiriche, e la convinzione logica che una stessa causa nelle medesime circostanze produca il medesimo effetto; perchè, così, l'essere è fatto intrinseco al pensiero e non può, di conseguenza, non costituire un'unità razionale, *non constare sibi.*

Dal momento in cui si pone una differenza irriducibile tra realtà e obiettività, idea e ideato, si scava in seno all'essere un abisso insuperabile, sul quale sarà poi vano affaticarsi a gittare un ponte, o pretendere che altri debba sanare la contraddizione, rimanendo avvinto entro il cerchio magico di quella! E non ci si accorge che da questa contraddizione iniziale, come da unica sorgente, rampollano tutte le altre: ombre vane d'un pensiero irretito nel nulla; fino all'assurdo gnoseologico cui si abbatte chi neghi l'esistenza reale all'unità suprema di ragione, cioè all'assoluto, rispetto al quale, invece, ogni idea è soltanto una relazione astratta, ogni oggetto una limitazione parziale.

Ogni antitesi, ogni contraddizione, anche se non ancora superata dal pensiero in una sintesi ulteriore, implica sempre l'unità ideale preesistente, lo sfondo comune su cui sorge e spicca l'antitesi. Ora, se ogni determinazione di contenuto di pensiero, ogni giudizio include già in sè quella più ampia sfera d'unità, sarebbe assurda pretesa voler ridurre quest'unità, spezzandola, nei limiti della comprensione intellettiva per considerarla come un particolare accanto ad altri particolari, con un pro-

cesso astrattivo che è una contraddizione implicita. Non solo, dunque, la totalità infinita è pensabile logicamente, ma è essa stessa l'unico pensabile *concreto* esistente e possibile, in quanto è ragione assoluta, dove si dissolve ogni distinzione di soggetto-oggetto, ogni limitazione di termini. Concepire l'infinito, soltanto come possibilità logica di atti singoli di pensiero, per cui il limite sia tolto e ristabilito *ipso actu*, a cagione dell'inesauribile ricchezza del contenuto conoscibile, è correre dietro zoppicando all'ombra dell'infinito, è concepirlo astrattamente, *sub specie finiti*. È questa una rappresentazione del falso infinito, come semplice negazione del finito, mentre il concetto del vero infinito costituisce l'unità organica dell'infinito e del finito.

7.

Al punto cui siamo pervenuti in questa rapida sintesi del problema filosofico centrale, si affaccia un'obiezione che già parve formidabile: se quell'unità di ragione assoluta si dimostra gnoseologicamente necessaria, come principio della certezza, criterio del vero; in che modo può essa conciliarsi con la libertà che è propria dell'incondizionato? O rinunziare all'assolutezza o alla libertà. Non solo: l'unità psicofisica del soggetto ingrana con un sistema maggiore, l'Universo; e poichè questo ultimo non può essere incluso come parte in un sistema più vasto, la necessità logica dei termini intermedî non è estensibile all'universo come totalità.

È questa la tesi filosofica della contingenza, in cui la necessità fatta valere non è se non un travestimento della vera necessità, che è intrinseca ai termini connessi nell'unità del concetto, e non aggiunta *ab extra*, aconcettuale. La falsa necessità, in cui le condizioni d'un fenomeno sono considerate esistenti indipendentemente dal condizionato, il principio logico indipendente dalla sua conseguenza.

La filosofia della contingenza sarebbe giustificata se l'Universo fosse un obietto che il pensiero trovi dinanzi a sè come un termine immediato o estrinseco (il *dato*), come un limite impervio, irrazionale nella sua essenza; mentre l'Universo, ripetiamo, è unità di ragione, realtà mediata, e quindi vera necessità (1).

---

(1) Il Gentile ravvisa nel concetto di necessità razionale " la posizione dell'oggetto come realtà del soggetto di fronte al soggetto stesso. È suprema necessità, considerata *sub specie objecti*; suprema libertà, *sub specie subjecti* ". *Sistema di Logica*, p. 115, Pisa, 1917.

La verità non è somma di cognizioni particolari, più o meno intimamente congiunte, ma è la realtà suprema, la ragione assoluta, cui quelle cognizioni ineriscono, e da cui prendono esistenza e significato i loro oggetti. Alla verità suprema non si perviene con l'accumulo graduale dell'esperienza o delle induzioni all'edificio del sapere (una costruzione di tal fatta sarebbe destinata a rimaner sempre senza fondamento e senza tetto!); bensì svolgendo dalla viva trama del pensiero la razionalità profonda dell'essere.

Ma le innumerevoli determinazioni particolari di questo, pur essendo subordinate interamente a quella verità nella loro connessione e comprensione, debbono incidersi, con isforzo solidale e ripetuto, sull'aspra cote dell'esperienza sperimentata. Ciò non può essere opera d'un solo, neanche d'un genio, non l'opera d'una sola civiltà. In questo senso, la deduzione dell'accadere è un' impresa disperata.

Gli schemi relazionali del pensiero giudicativo sono veritieri o erronei, a seconda del punto di vista da cui si considerano: sono relativamente inadeguati alla verità, in quanto non contengono, nè potrebbero contenere come tali (schemi) tutte le condizioni di esistenza dell'oggetto; sono falsi addirittura se, dimenticando la loro limitata validità, pretendano al Vero assoluto. Sono, infine, veritieri, quando contengano implicita l'esigenza di un superamento definitivo della loro limitazione; e in quanto il soggetto pensante è consapevole di quest'esigenza inderogabile. Più i nostri schemi mentali si avvicinano alle condizioni di autosufficienza e indipendenza assoluta, onde emerge e si afferma la vita dello spirito, e maggior grado di veridicità può venir loro attribuito. E una simile approssimazione è progressiva e circolare insieme: progressiva, perchè la verità non ripete mai se stessa, ma è sintesi perennemente riaffermantesi nel suo svolgimento dialettico; è circolare, perchè essa è contenuta tutta nella parte come nel tutto, nel germe non meno che nell'albero e nel frutto; perchè la verità è solidale in ogni sua parte, è principio e fine a se stessa.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Maggio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Senatore D'Ovidio, Direttore della Classe, Salvadori, Segre, Jadanza, Foà, Guidi, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Sacco presenta in omaggio, riassumendone i risultati, la sua Nota su *L'età della Terra.*

Il Segretario presenta la Nota col titolo *Ontogenesi delle piante* inviata in dono dall'autore Prof. R. Pirotta, nostro Socio nazionale.

Il Presidente ringrazia dei graditi omaggi.

Il Socio Mattirolo presenta uno scritto dell'Ing. Giovanni Gribodo col titolo *Gli Imenotteri delle Oasi xerotropiche di Val di Susa* ed accenna ai rapporti che questo lavoro entomologico presenta colle sue ricerche in corso sulla flora della stessa valle.

Il Socio Guidi presenta uno studio dell'Ing. Giuseppe Albenga, *Sul problema delle coazioni elastiche.*

Queste due Note sono accolte per la stampa negli *Atti.*

LETTURE

Gli "Imenotteri„ delle Oasi xerotropiche di Val di Susa

Nota (1) dell'Ing. GIOVANNI GRIBODO

I miei venerati maestri nello studio dell'Entomologia, Dr. Ghiliani e Prof. Bellardi, quando giovanissimo ancora iniziai sotto la loro guida la mia collezione entomologica, per prima cosa mi condussero a cacciare fra le rovine del vecchio forte della Brunetta a Susa, località a loro ben nota per una eccezionale ricchezza di specie d'insetti, tra le quali moltissime non si trovavano altrimenti in Piemonte, essendo proprie di paesi più caldi di questo. Già altri entomologhi Essi vi avevano indirizzati, e fra questi uno, il Dr. Giraud, fece oggetto di una speciale pubblicazione gli interessanti risultati delle sue ricerche in quella località (2).

Da quel tempo (anno 1869) fino ad oggi non ho quasi mai mancato di fare a Susa una o più visite annuali; benchè la coltivazione intensamente sviluppatasi su quelle balze vi abbia enormemente ridotta l'antica ricchezza della sua fauna entomologica.

D'altra parte l'aver io da oltre cinquant'anni esplorato e studiato entomologicamente il Piemonte, mi permette di parlare senza troppa temerità della sua fauna. Avvertendo però che non ho diritto di farlo che in riguardo alle Regioni comprese nelle Provincie di Torino e di Cuneo, e nei Circondari di Asti e Casale in quella di Alessandria: nulla posso dire riguardo alle

(1) Lettera al Chiar.mo Professore O. Mattirolo.

(2) *Hyménoptères recueillis aux environs de Suse en Piémont et dans le Département des Hautes-Alpes en France.* " Verhandl. des K. K. Zool.-botan. Gesellschaft in Wien „, 1863.

altre regioni, specialmente di quelle della Provincia di Novara, ove feci soltanto poche escursioni ad Oropa ed al Lago Maggiore.

Mi trovo adunque in grado di conoscere abbastanza bene la fauna segusina, e di rispondere perciò al quesito che la S. V. mi ha fatto l'onore di rivolgermi in merito alle condizioni della fauna stessa per sè e nei suoi rapporti colla fauna entomologica piemontese in generale.

Devo però notare che se nelle mie caccie io sempre raccolgo tutto quanto mi si presenta d'interessante in ogni Ordine d'insetti, pure la mia attenzione si rivolge preferibilmente agli Imenotteri, oggetto principale dei miei studi, e dei quali con lunga pazienza e contro non poche difficoltà son riuscito a radunare una non spregevole raccolta di ogni parte del globo terrestre; ne viene quindi che le mie informazioni sulle condizioni della fauna piemontese e segusina sono assai più complete e dettagliate per l'Ordine degli Imenotteri che per gli altri Ordini di insetti.

Ciò premesso a risposta del quesito fattomi dalla S. V. Ill., io non avrei che da ripetere quanto or sono circa 70 anni scriveva il nostro Illustre Ghiliani nella prefazione del suo pregiato *Elenco dei Lepidotteri degli Stati Sardi*: i miei studi e le mie ricerche confermano pienamente che mentre la Fauna entomologica piemontese rispecchia quella dell'Europa temperata o centrale, comprendendovi però molte specie di quella boreale, ed alcune di quella meridionale, la ricca Fauna segusina invece pur noverando la grande maggioranza delle specie piemontesi ne esclude quelle più caratteristicamente boreali o di alta montagna, e ne presenta una quantità veramente notevolissima che non si trovano abitualmente che in regioni assai più calde, od addirittura quasi tropicali.

Gli elenchi che mi pregio comunicarle provano nettamente questa condizione di cose. In essi ho segnato anzitutto quelle specie che finora (o per la prima volta) non furono trovate che a Susa; sono per la maggior parte frutto delle ricerche mie e dei Dr. Giraud e Ghiliani; fra esse diverse furono poi anche trovate altrove, ma è notevole il fatto che le nuove abitazioni stanno tutte nelle regioni meridionali. In secondo luogo vi ho segnate le specie segusine che non si trovarono altrove che in paesi schiettamente meridionali. In terzo luogo poi ho creduto

bene di segnalare anche quelle specie segusine che furono bensì trovate in paesi dell'Europa temperata, ossia centrale, ma che ivi risultassero rare mentre per contro siano abbondanti nei paesi meridionali: escludendo invece quelle presentanti le condizioni opposte, cioè di abbondanza nei paesi nordici e rarità nei meridionali.

Qualcuna fra le specie citate come meridionali venne, come vedesi negli elenchi, pur trovata in qualche altra regione del Piemonte; ma occorre notare che queste regioni presentano pur esse le stesse condizioni speciali dei dintorni di Susa, e costituiscono come questi delle vere oasi xerofile del Piemonte; tale sarebbe una regione tra Chambave e Nus in Val d'Aosta; tali pure alcune plaghe dell'Astigiano, come i cosidetti Sabbioni di Cambiano (questi però con qualche differenza). Anche fuori d'Italia si riscontrano di queste oasi; ad esempio in Tarantasia (Ghiliani), nel Giura ginevrino (Chevrier).

Per ciascuna delle specie d'Imenotteri (i quali, come già dissi, furono sempre da me più accuratamente ricercati che non gli altri insetti, e dei quali posseggo materiali veramente numerosi ed importanti di ogni parte della terra) ho creduto opportuno indicare le provenienze accertate che si trovano nella mia collezione, perchè ritengo che così risulti più seria e sicura la dimostrazione, di una parte almeno, del loro *habitat*. Le indicazioni geografiche ricavate semplicemente dagli autori possono alle volte riescire erronee comechè riferentisi a specie diverse per eventuali sbagli nelle determinazioni degli autori stessi. Non ho però mancato di registrare ad ogni specie le sue indicazioni geografiche, quali ho trovate nei varî autori che conosco.

Ma il carattere di una data fauna non è basato soltanto sulla presenza, o mancanza nella regione di determinate specie, ma anche sulle proporzioni e qualità dei gruppi di animali viventi nella regione stessa. E così il carattere, direi, xerofilo della fauna entomologica segusina è determinato tanto dalla presenza di numerose specie meridionali e dalla mancanza di quelle più spiccatamente boreali (ad esempio dei Bombus, e delle Tenthredini, che a Susa sono rarissimi mentre già più sopra al Molaretto si trovano in copia) quanto dalla prevalenza dei gruppi essenzialmente meridionali.

Vediamo al riguardo alcuni fatti caratteristici. Prendiamo

ad esempio in esame il genere *Anthidium*: questo genere della famiglia delle Apidi Megachiline all'anno 1915 (1) contava 392 specie descritte (2) (oltre a *6* pubblicate senza indicazione di patria), così ripartite:

Regione	paleartica	specie	149
„	etiopica	„	59
„	orientale	„	31
„	australiana	„	2
„	neartica	„	53
„	neotropica	„	98

Ora le *31* specie della regione orientale si devono senz'altro classificare come specie tropicali: ed anche le *2* della regione australiana, poichè una proviene dalla Nuova Guinea, l'altra dal Queensland. Delle *59* trovate nella regione etiopica ben *33* lo furono in paesi compresi fra i tropici; le altre *26*, provenienti dalle provincie del Capo di B. Sp., del Natal, del Transvaal, dovranno considerarsi non più come specie tropicali propriamente dette, ma pur tuttavia come assai prossime a queste, e si potranno chiamare specie subtropicali. Nella regione neotropica noi troviamo una specie della Patagonia, e quindi subpolare; una dozzina di specie dell'Argentina e del Cile si possono considerare come aventi una patria temperata: le rimanenti *85* devono invece ascriversi alle zone calde ossia tropicali. Delle specie neartiche le *4* del Canadà sono schiettamente nordiche ossia subpolari; *19* raccolte negli Stati settentrionali dell'Unione Nord-Americana (Pennsylvania, Connecticut, N. Jersey, Delaware, Massachussetts, Missouri, Kansas, Colorado, Utah, Nevada, California), regioni queste temperate; *18* degli Stati meridionali dell'Unione (N. Messico, Texas, Georgia, Florida), che possono stimarsi subtropicali; oltre a queste troviamo ancora nella Regione neartica *6* specie che abitano tanto le regioni subtropicali quanto le temperate, e *6* altre infine che abitano e quelle temperate e quelle boreali. Venendo infine alle specie paleartiche,

---

(1) Data dell'ultima pubblicazione del *Zoological Record*.

(2) Comprese quelle dei Generi affinissimi *Hypanthidium*, *Dianthidium*, *Proanthidium*, *Pseudoanthidium*, *Paranthidium*, *Serapista*.

ben *105* devono considerarsi subtropicali, perchè abitano l'Africa boreale, anzi la regione circummediterranea e relative isole, l'Arabia, l'Asia Minore e le zone meridionali del Turkestan, della Cina e del Giappone; altre *28* come temperate, abitando i paesi d'Europa e d'Asia compresi fra il 44° ed il 55° parallelo; *2* infine trovandosi in Siberia son da considerarsi come subpolari: abbiamo poi ancora nella regione paleartica specie comuni a due diverse zone, cioè *9* comuni alle zone subtropicali e temperate, e *5* comuni alle zone temperate e nordiche.

Riepilogando, le *392* specie di *Anthidium* si ripartiscono in

151	specie	tropicali,
140	„	subtropicali,
59	„	temperate,
7	„	subpolari,
19	„	comuni alle regioni subtropicali e temperate,
11	„	comuni alle regioni temperate e nordiche.

Per quanto sterminati paesi della terra siano tuttora entomologicamente inesplorati (1), pur tuttavia credo che le proporzioni nella distribuzione geografica qui segnate delle specie del *G. Anthidium* non abbiano mai a variare sensibilmente in avvenire: per cui possa ormai affermarsi che i quindici ventesimi di tali specie appartengano ai paesi tropicali od adiacenti ai tropici; circa i tre ventesimi ai paesi temperati, e meno di un ventesimo ai paesi freddi; il residuo ventesimo riguarda specie comuni a varie zone.

Oltre ad una enorme maggioranza numerica di specie di *Anthidium* i paesi caldi presentano anche una non minore abbondanza di esemplari delle specie ad essi proprie, contrariamente a quanto si verifica per i paesi temperati o freddi.

Orbene a Susa vennero di già raccolte ben *12* specie di

---

(1) Come ad esempio la massima parte dell'Africa tropicale e meridionale, dell'Asia centrale, del Brasile e paesi confinanti, dell'Austro-Malesia. Negli stessi civilizzatissimi Stati Uniti del Nord-America troviamo tuttora larghissimi territori quasi interamente sconosciuti imenotterologicamente: come il Washington, l'Oregon, Montana, Dakota, Michigan, Wisconsin, Nebraska, Wyoming, Idaho, Iowa, Arizona, Carolina, Virginia, Luisiana, Oklaoma, Indiana, ecc.

Anthidium, delle quali non meno di 5 proprie ai paesi caldi; inoltre a Susa gli esemplari di *Anthidium* si incontrano di regola in grande abbondanza; fatti questi che non si verificano mai in qualsiasi altra regione del Piemonte, o di analoghi paesi dell'Europa centrale o temperata.

Numerosi altri esempi si potrebbero presentare di gruppi e di specie caratteristicamente meridionali le quali incontransi normalmente a Susa in grande abbondanza di specie e di esemplari, mentre altrove o mancano o sono rare; citerò soltanto; per gli Imenotteri sono numerosissime le *Chrysidi*, gli strani *Vipio* e *Celonites*, le *Sphegidae (sensu stricto)*, le *Scoliadae*, le *Nomadae*, le *Nomioides*, etc....; per i Rincoti gli *Eurygaster*, *Graphosoma*, *Odontotarsus*, le *Nezara*, etc....; negli Ortotteri le *Mantidi*, *Truxalis*; nei Nevrotteri i *Myrmeleo*, *Ascalaphus*; nei Ditteri gli *Asilidi* (specialmente *Dasypogon*), i *Bombylius*, *Toxophora*, *Antrax*, *Conops*, *Echinomyia*, *Gymnosoma*, etc....; nei Lepidotteri, le *Sesie*.

Credo quindi provato quanto più sopra affermavo, o meglio confermavo, che cioè i dintorni della Città di Susa presentano faunisticamente una vera oasi calda nella grande regione temperata del Piemonte.

Torino, maggio 1919.

HYMENOPTERA.

1. **Xylocopa amethystina** Fab. — Trovata a *Susa* da Gribodo e da Giraud (= *cyanescens* Brullé).
   Nella Coll. Gribodo, *Castello d'Annone* (Asti: località analoga alla Brunetta), *Sicilia*, *Grecia*.
   Autori diversi: *Montpellier*, *Oran*, *Indie Orientali*.
2. **Anthophora albigena** Lep. — *Susa*, Gribodo, Giraud.
   Nella Coll. Gribodo, *S. Remo*, *Spotorno*, *Sicilia* (Castelbuono), *Granata*, *Ucles*, *I. Mallorca*, *Siria*, *Lattakieh*, *Pondichéry*.
   Autori varii: *Lione*, *Bolzano*, *Sicilia*, *Corsica*, *Francia* (?), *Algeria*, *Grecia*, *Siria*, *Turkestan*, *Sauakim*, *Indie*.
3. **Anthophora mucida** Grib. — *Susa*, Gribodo.
   Nella collezione Gribodo, *Svizzera* (località?), *Caucaso*.
   Autori varii: *Nizza*, *Samarcanda*, *Erivan*.

4. **Anthophora segusina** Grib. — Finora trovata solo a *Susa* da Gribodo.
5. **Anthophora larvata** Gir. — Finora trovata solo a *Susa* da Giraud e da Gribodo.
6. **Eucera concinna** Grib. — *Susa* (abbondante), Gribodo.
   Nella Coll. Gribodo, *Cambiano* (Sabbioni, località con fauna analoga alla fauna della Brunetta: un solo esemplare), *Ungheria*, *Peloponneso*.
   Autori varii: *Paderno* (Milanese), *Spagna*, *Algeria*.
7. **Tetralonia fulvescens** Gir. — Finora trovata solo a *Susa* da Giraud.
8. **Melitturga clavicornis** Latr. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
   Nella Coll. Gribodo, *Cambiano* (Sabbioni), *Montpellier*.
   Autori varii: *Svizzera* (?), *Europa meridionale* (località diverse), *Urali*, *Turkestan*.
9. **Nomada concolor** Schmied. — *Susa*, Gribodo.
   Schmiedeknecht, *Sicilia*.
10. **Nomada festiva** Schmied. — Trovata finora solo a *Susa* da Gribodo.
11. **Nomada Gribodoi** Schmied. — *Susa*, Gribodo.
    Nella Coll. Gribodo, *Lombardia* (Paderno), *Tunisi*.
12. **Nomada illustris** Schmied. — Trovata finora solo a *Susa* da Gribodo.
13. **Dioxys pyrenaica** Lep. — *Susa*, Giraud.
    Nella Coll. Gribodo, *Palma*, *Tunisi*.
    Autori varii: *Pirenei*, *Sicilia*, *Algeria*.
14. **Anthidium septemdentatum** Latr. — Trovato abbondante a *Susa* da Giraud e da Gribodo.
    Nella Coll. Gribodo, *Sicilia*.
    Autori varii: *Liguria*, ed in genere *Europa meridionale*, ove da tutti gli autori è indicata come specie propria e comune; però Giraud e Schenk la segnano anche come *austriaca* (Vienna?!), e Schmid e Chevrier come *svizzera*.
15. **Anthidium variegatum** Fab. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
    Nella Coll. Gribodo, *Montpellier*, *Tunisi*.
    Autori varii: *Spagna*, *Sicilia*, *Pirenei*, *Dalmazia*, *Amasia*, *Orenburg*.
16. **Anthidium eximium** Gir. — *Susa*, Giraud, Gribodo, Ghiliani.
    Trovato da Gribodo anche a *St.-Vincent* (Aosta), in località analoga alla Brunetta.
17. **Anthidium interruptum** Fab. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
    Autori diversi: *Francia meridionale*, *Svizzera*.

18. **Anthidium cingulatum** Latr. — *Susa,* Giraud.

Nella Coll. Gribodo, *Torino, Sierre, Spotorno, Montpellier, Budapest, Peloponneso, Livorno.*

Autori varii: *Francia meridionale, Africa boreale, Asia Minore.*

19. **Chalicodoma Lefebvrei** Lep. — *Susa,* Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Algeria, Taygetos, Peloponneso.*

Autori varii: *Sicilia, Dalmazia, Istria, Grecia, Spagna, Calabria.*

20. **Chalicodoma pyrenaica** Lep. *Susa,* Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Montpellier, Vaucluse, Marsiglia, Coira, Hyères.*

Autori varii: *Sud-Europa, Nord-Africa, Caucaso.*

21. **Megachile Giraudii** Gerst. (= vestita Gir.). — *Susa,* Giraud, Gribodo.

Autori varii (Friese) *Wallis* (??).

22. **Osmia aurulenta** Panz. — *Susa,* Giraud, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Liguria, Sicilia, Coira, Ginevra, Inghilterra, Tunisia, Algeria.*

Parlo di questa specie, che è comune in tutta l'Europa, dalla Scandinavia ed Inghilterra fino alla Spagna e Sicilia, per rilevare un fatto assai strano. Mentre essa si trova sempre, o quasi sempre, nelle caccie sulla Brunetta ed in discreta quantità, non ho mai potuto incontrarla in nessun'altra località del Piemonte!? Notisi che nella pregevole Monografia delle specie paleartiche del Gen. *Osmia* redatta dal Dr. Ducke si legge per l'*O. aurulenta*: " Ganz Europa; an den meisten Orten häufig, an anderen (Z. B. in österr. Schlesien) gänzlich fehlend „.

23. **Osmia rufohirta** Latr. — *Susa,* Giraud, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo: *Amiens, Svizzera, Buda-Pest, Mecklenburg, Tunisi.*

È anche questa una specie che io non ho trovato in Piemonte altrove che a Susa, ove però è molto più rara che la precedente. Secondo i diversi autori la *rufohirta* sarebbe propria delle regioni circummediterranee, ove sarebbe dappertutto assai frequente; però si spinge anche in quelle dell'Europa centrale fino alla Turingia. In Asia trovasi anche nella *Transcaucasia* e nel *Turkestan.*

24. **Osmia andrenoides** Spin. — *Susa,* Giraud, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *San Remo, Tunisi.*

Stessissime condizioni della precedente; in Piemonte abita soltanto a *Susa.* Abbondante nei paesi del *Sud-Europa,* venne però trovata, sebbene in piccola quantità, anche nella bassa

Austria, a *Vienna* ed in *Turingia*: secondo Schmiedeknecht venne catturato un esemplare in *Curlandia*. Trovasi pure nell'*Algeria*, in *Transcaucasia*.

25. **Osmia versicolor** Latr. — *Susa*, Giraud. Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Corfù*.
Anche questa non venne mai trovata in Piemonte che a *Susa*, ove è alquanto comune. È specie più meridionale che non la precedente, perchè la località più nordica in cui venne raccolta finora sarebbe *Trieste*, ove è molto comune, come in *Spagna*, *Grecia*, *Sicilia*; si estende fino al *Caucaso*.

26. **Osmia tridentata** Duf. e Perr. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Marsiglia*, *Montpellier*.
Non mi risulta che siasi trovata in Italia altrove che a *Susa*. È anche questa una specie non rara nell'Europa meridionale, ma alcuni pochi esemplari furon raccolti nei dintorni di *Vienna* e di *Berlino*. Trovasi al *Caucaso* e nel *Turkestan*.

27. **Andrena morio** Brullé. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Ungheria*, *Sardegna*, *Smirne*, *Parnasso*, *Orenburg*, *Caucaso*; la Var. *collaris* Lep., *Corsica*, *Spagna*, *Sicilia*, *Algeria*, *Tunisia*.
Autori varii: Tutta l'*Europa meridionale*; la località più nordica sarebbe la *Slesia*; trovata in genere nell'*Africa boreale* e nel *Turkestan*.

28. **Andrena Lepeletieri** Lucas. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Algeria*, *Latakieh*, *Caucaso*.
Autori varii: *Algeria*, *Europa meridionale*.

29. **Andrena limbata** Evers. — *Susa*, Giraud (*squamea* Gir.), Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Caucaso*.
Autori varii: *Europa meridionale*, *Caucaso*.

30. **Andrena elegans** Gir. — *Susa*, Giraud.
Questa specie descritta dal Giraud sopra 5 ♀♀ e 3 ♂♂ da lui trovati a Susa non venne più incontrata altrove a quanto mi risulta. Io non l'ho mai trovata, nè la conosco in natura.

31. **Lucasius cochlearitarsis** Dours. — *Susa*, Gribodo.
Non mi risulta che questa specie sia stata trovata altrove che a *Montpellier* dal Dours, ed in *Sicilia* dal Ghiliani (*Halictus lobitarsus* Spin. in coll. inedito).

32. **Nomioides variegata** Oliv. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Cambiano*, *Budapest*, *Trieste*.
Autori varii: *Ungheria*, *Grecia*, *Sinai*, *Caucaso*, *Turkestan*.
Questa specie risultami abbastanza rara a Susa, ma per contro ivi è comunissima l'affine *N. pulchella* Schenk; può anzi dirsi

questa una delle specie che più abbondantemente si può nell'estate raccogliere sulla Brunetta; vi fu anche trovata dal Giraud e dal Ghiliani. Segnalo soltanto la prima, cioè la *variegata*, perchè essa, malgrado sia stata trovata anche a Budapest, pur tuttavia è più decisamente meridionale che non la *pulchella*, perchè questa pur essendo assai comune anzi comunissima nelle regioni meridionali tuttavia si estende assai più al Nord (Vienna, Nassau, Francoforte). Anche da noi in Piemonte la *pulchella* si è trovata in diverse parti dell'Astigiano, Val d'Aosta, ed anche a Torino, mentre non ho trovato la *variegata* che una volta ai cosidetti Sabbioni di Cambiano, località analoga alla Brunetta.

33. **Biareolina neglecta** Dours. — Un solo esemplare a *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Genova*, *Fiume*.
Autori varii: *Francia mer.*, *Spagna*, *Algeria*. Trovata in *Calabria* dal Prof. Cavanna.

34. **Colletes niveofasciatus** Dours. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Syra*, *Algeria*.
Autori varii: *Cannes*, *Algeria*, *Arcipelago Greco* (molto comune).

35. **Prosopis Giraudi** Foerst. — Segnalo questa specie, la quale finora sarebbe stata trovata soltanto nei dintorni di *Briançon* (*Cervières*, *Valluise*) dal Giraud, perchè ne raccolsi io stesso due esemplari ♂♂ a *Susa*, nè mai ebbi più occasione di incontrarla in nessuna parte, nè riceverne da località qualsiasi.

36. **Myrmica scabrinodis** Nyl. — Cito questa specie, che non conosco in natura, sull'autorità del Chiar. Prof. Emery, il quale nella sua splendida monografia delle *Formicidae* italiane (Bull. Soc. Ent. Ital., 1915) a pag. 120 dice *Myrmica scabrinodis subsp. scabrinodis*. Piemonte, Val Susa.

Le mie notizie riguardo alla parte mirmecologica sono alquanto incerte, inquantochè non occupandomi di questo Gruppo degli Imenotteri le mie ricerche furono sempre assai superficiali; quindi non cito che quelle fra le specie di Formiche, che mi vennero alle mani, le quali mi risultino dagli autori (primissimo fra essi il Chiar. Prof. Emery) come essenzialmente, anzi esclusivamente meridionali.

37. **Pheidole pallidula** Nyl. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Europa mer.*, *Asia Minore*, *Africa bor.*

38. **Cardiocondyla elegans** Emery. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Italia (Piemonte, Emilia, Toscana, Napoli)*, *Francia mer.*, *Spagna*, *Palestina*, *Turkestan*.

39. **Cremostogaster scutellaris** Oliv. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Europa mer.*, *Algeria*, *Asia Minore*.

40. **Eumenes dimidiata** Brullé. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Francia mer.*
Non ho mai trovata questa specie che a Susa, ove anche è assai rara; ne ricevetti un esemplare da Narbonne (Pirenei Or.). Secondo diversi autori questa specie sarebbe solo una varietà dell'*E. arbustorum* Panz., specie sparsa per tutta l'Europa centrale e meridionale; ho qualche dubbio che ciò sia vero; ad ogni modo la *dimidiata* è ritenuta dagli stessi autori come una varietà di origine greca esclusivamente; invece essa trovasi anche a Susa.

41. **Odynerus spiricornis** Spin. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Fiume.*
Autori varii: *Genova, Lombardia, Provenza.*

42. **Odynerus tarsatus** Sauss. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Nyon.*
Autori varii: *Lombardia, Svizzera, Briançon.*

43. **Odynerus dantici** Rossi. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Fiume.*
Secondo i diversi autori questa specie si trova più specialmente nell'*Europa meridionale*, e nell'*Algeria*, pur tuttavia spingendosi fino a Parigi, ed in Austria (?!). Io non l'ho mai trovato che a Susa.

44. **Odynerus Bohemanni** Sauss. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Fiume.*
Autori varii: *Rodi, Isole Jonie.*

45. **Odynerus graphicus** Sauss. — *Susa*, Gribodo.
Pare che questa specie finora non sia stata trovata che a *Susa*, e nella *Francia meridionale.*

46. **Odynerus Abd-el-kader** Sauss. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Francia mer., Algeria, Sardegna.* Io non l'ho mai trovato che a Susa; secondo il Costa sarebbe non raro in *Sardegna.*

47. **Alastor atropos** Lep. — *Susa*, Ghiliani.
Nella Coll. Gribodo, *Sicilia, Bordeaux.*
Autori varii: *Lombardia, Sicilia, Tirolo, Francia mer., Portogallo, Russia mer.* Io non ho mai incontrato questa specie nè a Susa nè altrove. L'affermazione del valente entomologo Ghiliani dà sicuro affidamento che essa trovasi realmente a *Susa.*

48. **Celonites abbreviatus** Vill. — *Susa*, Giraud, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Piemonte* (alcune località), *Spotorno, Modena, Bologna, Nyon.*
Segnalo questa specie, quantunque l'abbia ancora trovata a *Torino* (ruderi dell'antica Cittadella), *Annone* (località analoga

alla Brunetta), *St.-Vincent* (abbondantissima, in località pure analoga alla Brunetta), perchè è specie che vien giudicata da tutti gli imenotterologhi come essenzialmente meridionale, come lo sono d'altronde tutte le altre specie della Famiglia delle *Masaridae* cui essa appartiene. È da notarsi che mentre a Torino ed Annone essa è rarissima (un solo esemplare in entrambe le località) è invece abbondantissima tanto a Susa che a St.-Vincent; così pure è molto abbondante in Liguria.

49. **Belomicrus italicus** Costa. — *Susa,* Gribodo.

Specie rarissima, della quale, a quanto mi consta, si conoscono finora tre soli esemplari, da me trovati a Susa; due di essi furono catturati in copula.

50. **Agraptus concinnus** Rossi. — *Susa,* Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Quattordio* (Alessandria).

Autori varii: *Europa meridionale,* specialmente *Italia (Toscana, Calabria, Carso, Dalmazia, Sardegna).*

51. **Alyson tricolor** Lep. — *Susa,* Gribodo.

Di questa elegante specie io ho trovato tre soli esemplari a Susa, nè mai altrove: essa risulta rara dovunque (l'Handlirsch dice: *scheint in den Sammlungen sehr spärlich vertreten zu sein*); però apparisce meno rara nelle regioni meridionali che in quelle poche dell'Europa centrale in cui fu trovata (*Bruxelles, Parigi, Deutsch-Altenburg*), per cui ritengo che concorra a provare il carattere meridionale della Fauna segusina.

52. **Stizus bifasciatus (tridentatus)** Fab. — *Susa,* Gribodo, Ghiliani.

Autori varii: Tutta la *Regione circummediterranea, Caucaso, Turkestan.*

È questa una delle specie che meglio dimostrano il carattere meridionale della Fauna Segusina. Già anzitutto il suo *facies* è schiettamente tropicale. Non rara a Susa, è assolutamente introvabile in qualsiasi altra località del Piemonte; si trova sempre più abbondante quanto più ci avviciniamo ai paesi del mezzogiorno, come la Spagna e l'Algeria.

53. **Astata rufipes** Mocs. — *Susa,* Gribodo.

Trovata finora soltanto a *Budapest* ed *Hainburg* (Austria inferiore).

54. **Larra anathema** Rossi. — *Susa,* Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *San Remo, Sicilia, Sardegna, Mallorca, Ungheria* (?), *Francia merid., Transcaucasia, Turkestan, Algeria, Senegal.*

Autori varii: *Europa meridionale* (fino a *Bolzano, Nyon*), *Asia Minore, Turkestan, Algeria, Marocco.* Malgrado l'affermazione

del Panzer, di Taschenberg e di Schenck che questa specie siasi trovata in Germania (Herrstein sul Reno e Nassau), della Shuckard in Inghilterra (cosa di cui lo Smith dubita) e del Mocsary (Ungheria), è questa una specie essenzialmente meridionale, e così la dichiarano tutti gli autori senza eccezione; lo stesso *facies* ne fa un insetto dei paesi caldi. Io non lo trovai che a Susa (dove non è raro) ed in Liguria.

55. **Dryudella tricolor** V. D. Lind. — *Susa*, Gribodo.

Autori varii: sparsa in molti paesi dell'*Europa* e *Russia meridionali*, *Turkestan*, ovunque assai rara; si estende anche all'*Ungheria*.

56. **Pompilus cingulatus** Rossi. — *Susa*, Gribodo.

Questa specie è a me nota per tre soli esemplari da me raccolti a Susa; essi differiscono dalla forma tipica quale è descritta da tutti gli autori, non avendo la macchia basale lattea alle due tibie posteriori; essa è sostituita da una macchia di pelurie analoga a quella dei segmenti addominali: ciò mi avrebbe fatto dubitare dell'esattezza della mia determinazione, se questa non fosse stata personalmente controllata dal Dr. Kohl. Trovasi in diverse regioni meridionali d'*Europa (Francia mer., Portogallo)*; in *Italia* venne raccolta da *Bolzano* e dalla *Dalmazia* fino alla *Sicilia* e *Sardegna*; il Dr. Magretti la dice non rara in *Lombardia* (Canonica d'Adda).

57. **Pompilus quadripunctatus** Fab. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Spotorno* (molto abbondante), *Sicilia, Montpellier, Landes, Algeria, Tunisia.*

Credo utile segnalare questa elegantissima specie, trovata da me non raramente a Susa (e mai in nessun'altra parte del Piemonte) e che è diffusa largamente in tutti i paesi della Regione circummediterranea (specialmente in Spagna e Sicilia), quantunque qualche autore pretenda che la si possa trovare nell'Europa centrale (*Germania, Svizzera*), appunto perchè, mentre ha un *facies* prettamente tropicale, essa è comunissima nelle regioni meridionalii, mentre in quelle centrali, se pur realmente si trova, sarebbe rarissima.

58. **Sphex splendidula** Costa. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Napoli.*

Autori varii: *Napoletano, Sicilia, Corfù, Francia mer., Algeria.*

59. **Sphex occitanica** Lep. — *Susa*, Gribodo.

Autori varii: *Italia (Dalmazia, Otranto, Cassino, Sicilia, Sardegna), Francia mer., Spagna, Arcipelago Greco, Russia mer., Siria, Mongolia.*

60. **Sphex flavipennis** Fab. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Sicilia*, *Tunisia*, *Caucaso*.

Autori varii: *Europa meridionale*, *Africa boreale*, *Asia occidentale*.

In Italia la *flavipennis* trovasi in *Liguria*, *Napoletano*, *Sicilia*, *Sardegna*: io non la incontrai che a Susa, e quivi non rara.

A questa specie potrebbesi aggiungere l'affinissima *S. maxillosa*, se questa, pur essendo assai abbondante, anzi veramente comune nelle regioni circummediterranee, non si estendesse anche al nord fino all'Inghilterra.

61. **Sphex paludosa** Rossi. — *Susa*, Gribodo, Giraud.

Autori varii: *Italia (Dalmazia, Toscana, Calabria, Napoli, Sicilia, Sardegna), Corfù, Grecia, Brussa, Spagna, Turkestan.*

62. **Enodia albisecta** Lep. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Cambiano, Annone, Tunisi, Algeria, Porto Natal.*

Autori varii: *Tirolo (Bolzano, Trento), Svizzera (Sion), Francia meridionale, Spagna, Portogallo, Sicilia, Dalmazia, Albania, Ungheria mer., Russia mer., Asia Minore, Caucaso, Turkestan, Egitto, Tunisia, Algeria, Capo di B. Sp.*

Quantunque in Piemonte sia stata trovata in due località dell'Astigiano, esse presentano però entrambe le stesse condizioni faunistiche dei dintorni di Susa; d'altronde, come vedesi dal precedente elenco dei paesi, è questa una specie largamente sparsa, ma essenzialmente in regioni meridionali, anzi in parte tropicali.

63. **Pelopoeus destillatorius** Ill. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Castagnole, Torino, Mallorca, Dobrugia (Maim), Algeria.*

Autori varii: Tutta la *Regione circummediterranea.*

Il Genere *Pelopoeus (Schelifron)*, che comprende numerose specie sparse largamente nelle regioni tropicali, subtropicali e finitime, è rappresentato in Europa da quattro specie *(spirifex, tubifex, pensilis* e *destillatorius)*, oltre alle due specie, *femoratus* e *violaceus*, del sottogenere *Chalybion*; tutte queste specie abitano solo nelle regioni più meridionali; una soltanto, cioè il *destillatorius*, si sarebbe trovata in Germania, ma rarissimamente; delle *4* specie il *pensilis* ed il *tubifex* sono le più rare, e più meridionali. Orbene si direbbe che in Piemonte si verifichino condizioni speciali; come altrove lo *spirifex* vi è la specie più comune, lo raccolsi in gran quantità a Castagnole-Piemonte, a Torino (anche nella città stessa), a Pianezza (come anche a

San Remo, Spotorno, Nizza); lo ebbi da Cagliari, Sicilia, Attica, Algeria, Tunisia, Madera, Scioa, Port-Elizabeth, Senegal. Ma non mi venne mai dato di trovarlo nè a Susa, nè nelle località analoghe di Val d'Aosta e dell'Astigiano. A Susa invece trovasi non raramente il *destillatorius*, del quale per contro raccolsi un solo esemplare a Torino, ed un altro pur solo a Castagnole-Piemonte; in nessun altro paese mi venne dato di incontrarlo; lo ricevetti dall'Isola Mallorca, dalla Dobrugia e dall'Algeria. Il *tubifex* è in generale specie dovunque rara, però lo trovai abbastanza frequentemente nell'Astigiano ed a San Remo; lo ricevetti dalla Sicilia e dalla Tunisia. Il *pensilis* infine sarebbe la specie più rara, ed io finora ne posseggo due soli esemplari, uno di Sicilia (Castelbuono) ed uno di Algeria (Biskra).

64. **Chalybion femoratum** Fab. — *Susa,* Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Albania.*

Autori varii: *Genova, Calabria, Sicilia, Ungheria.*

65. **Ammophila Heydeni** Dahl. — *Susa,* Gribodo, Giraud.

Nella Coll. Gribodo, *Cambiano, Annone, Voltri, Sicilia, Tunisi, Caucaso.*

Autori varii: Tutta la *Regione circummediterranea, Russia merid., Turkestan, Transcaspio, Tsungaria.* In Italia trovasi nel *Tirolo (Bolzano, Merano)*, nel *Carso, Istria, Dalmazia* fino al *Napoletano.* Al nord estendesi fino a *Vienna* e *Budapest.*

66. **Myzine tripunctata** Rossi. — *Susa,* Gribodo, Giraud.

Nella Coll. Gribodo, *Astigiano (Cambiano, Annone), Spotorno, Toscana, Fürstenberg a.* M., *Sardegna* (comune).

Autori varii: *Europa meridionale, Asia Minore, Turkestan, Africa boreale.*

Quantunque questa specie risulti propria anche di alcuni paesi dell'Europa centrale (tanto che io stesso la ricevetti da Fürstenberg sul Meno), devesi pur tuttavia ritenere come specie caratteristicamente meridionale, perchè nell'Europa centrale è da tutti dichiarata rarissima, mentre invece è comunissima nelle regioni mediterranee. Io l'ho trovata in Piemonte soltanto nelle località dell'Astigiano che presentano condizioni faunistiche analoghe a quelle dei dintorni di Susa, cioè: Cambiano, Annone, ed anche ivi è piuttosto rara, mentre invece a Susa essa è abbondantissima; può anzi dirsi che a Susa è forse la specie più comune di qualsivoglia altra degli Imenotteri; anche in Liguria la raccolsi in gran copia. Di massima le *Myzine* si debbono considerare come insetti essenzialmente tropicali; sono sovratutto abbondanti nelle regioni neotropiche.

67. **Discolia bifasciata** Rossi. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Lombardia, Napoletano* (?), *Caucaso, Persia.*

Questa specie essendo stata (erroneamente) confusa da molti autori con la affinissima *D. hirta*, che è di gran lunga più comune ed ha un *habitat* molto più esteso, riesce difficile lo stabilire esattamente in quali paesi essa sia stata effettivamente trovata; località accertate sarebbero in Italia la *Liguria, Calabria, Toscana* e *Sicilia*; altrove *Cipro, Smirne, Turkestan, Arabia.*

68. **Trielis villosa** Fab. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Spotorno, Sardegna, Tunisi, Marocco, Caucaso.*

Autori varii: *Europa merid., Algeria, Egitto, Turkestan.*

69. **Mutilla quadripunctata** Oliv. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Annone d'Asti, Sicilia, Francia mer.*

Autori varii: *Calabria, Terra d'Otranto, Sicilia, Corsica, Sardegna, Grecia, Francia mer., Algeria, Russia* (?).

70. **Euchroeus purpuratus** Fab. — *Susa*, Gribodo, Ghiliani.

Nella Coll. Gribodo, *Russia (Orenburg), Budapest, Ungwar.*

Autori varii: *Europa centrale e meridionale, Asia centrale occidentale, Egitto.* Quantunque questa specie sia stata trovata anche in regioni settentrionali d'Europa (p. es., nei dintorni di Berlino e di Mosca), pur tuttavia credo bene segnalarla, perchè mentre nelle regioni centrali è da tutti dichiarata come una delle maggiori rarità, è invece, se non comunissima, molto abbondante nelle regioni meridionali. In Piemonte io non la trovai mai altrove che a Susa.

71. **Spinolia magnifica** Dahl. (*Chrysis Segusiana* Gir.). — *Susa*, Gribodo, Giraud.

Autori varii: *Bolzano, Francia mer., Spagna, Costantinopoli, Brussa, Caucaso.*

72. **Chrysis purpureifrons** Ab. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Corfù, Algeria.*

Autori varii: *Sicilia, Francia mer., Spagna, Grecia, Sarepta, Syria.*

73. **Chrysis refulgens** Spin. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Marsiglia, Syra, Attica.*

Autori varii: *Liguria, Tirolo, Istria, Dalmazia, Sicilia, Sardegna, Francia mer., Spagna, Grecia, Siria, Caucaso, Algeria.*

74. **Chrysis versicolor** Spin. — *Susa*, Gribodo.

Nella Coll. Gribodo, *Marsiglia, Algeri.*

Autori varii: *Liguria, Sardegna, Tirolo, Turingia* (?), *Ungheria, Francia mer., Svizzera (Nyon), Grecia, Caucaso, Turkestan.* Segno anche questa specie, quantunque si incontri anche in regioni centrali dell'Europa, come l'Ungheria, la Turingia e la

Svizzera (qui però a Nyon in località specialmente calda), perchè mentre nelle regioni meridionali è assai comune (p. es. a Susa è molto abbondante, e così pure in Liguria e nella Francia meridionale) risulta invece rarissima sia in Germania che in Ungheria. Nel *Genera Insectorum* il Bischoff la indica come appartenente al Sud-Europa.

75. **Chrysis cuprea** Rossi. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Genova, Nizza, Marsiglia, Trieste, Catanzaro, Sardegna, Nyon, Budapest, Corfù.*
Autori varii: come per la specie precedente.

76. **Chrysis analis** Spin. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Annone, Montpellier, Marsiglia, Nassau, Takend.*
Autori varii: come per le specie precedenti.

77. **Chrysis inaequalis** Dehl. — *Susa*, Gribodo, Giraud.
Nella Coll. Gribodo, *Quattordio, Annone, Trento, Paderno, Palermo, Ungheria, Siria, Transcaucasia, Algeria, Tangeri.*
Autori varii: come per le specie precedenti.

78. **Chrysis cerastes** Abeill. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Syra, Amasia, Merghellan, Algeri.*
Autori varii: *Sicilia, Sardegna, Tirolo, Dalmazia, Herzegovina, Grecia, Spagna, Marocco, Algeria, Tunisia, Egitto, Nubia, Siria, Asia Minore, Caucaso.*

79. **Chrysis comparata** Lep. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Annone, Castelbuono, Trento, Parigi, Montpellier, Marsiglia, Aegina, Algeria.*
Autori varii: *Regioni circummediterranee, Turkestan.*

80. **Chrysis Ramburi** Dahl. — *Susa*, Gribodo, Giraud.
Nella Coll. Gribodo, *Bergamo.*
Autori varii: *Lombardia, Francia mer., Spagna, Algeria.*

81. **Chrysis distinguenda** Spin. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Annone, Nyon, Marsiglia, Portogallo.*
Autori varii: Specie litigiosa, malamente conosciuta dalla maggior parte degli autori; io la studiai sul tipo dello Spinola conservato al Museo di Torino. Risulterebbe come propria dell'*Egitto, Francia mer., Sicilia* ed *Isola di Rodi.*

82. **Chrysis pulchella** Spin. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Annone, Montpellier, Nyon, Ungheria.*
Autori varii: *Liguria, Sicilia, Svizzera, Ungheria mer., Francia meridionale, Balcani* (?), *Orenburg, Sarepta, Turkestan.*

83. **Hedychridium flavipes** Everm. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Bordeaux, H. Pirenei, Marsiglia, Ungheria, Samara, Urali, Transcaucasia, Turkestan, Siria.*

84. **Cleptes Putoni** Du Buys. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: Specie rarissima, trovata soltanto a *Susa* ed in *Francia (Basses Alpes)*.

85. **Leucospis grandis** Klug. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Albania*.
Autori varii: *Genova, Dalmazia, Ragusa*. A Susa trovai anche l'affine *L. Gigas*, ma non la segno perchè si diffonde pure in Germania e Svizzera.

86. **Leucospis varia** Klug. — *Susa*, Giraud.
Autori varii: *Dalmazia (Fiume), Francia mer., Piemonte* (?) (da me non trovata in nessuna parte).

87. **Leucospis aculeata** Klug. — *Susa*, Gribodo.
Nella Coll. Gribodo, *Torino*.
Autori varii: *Tauride*.

88. **Chalcis biguttata** Spin. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Genova*.

89. **Blastophaga psenes** L. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Europa mer., Africa bor., Asia occ., California* (??).

90. **Cardiochiles saltator** Nées. — *Susa*, Gribodo, Ghiliani, Giraud.
Nella Coll. Gribodo, *Calabria*.
Autori varii: *Italia*. È specie ritenuta come assai rara, ma non difficile a trovarsi a Susa; fu quivi trovata dal Dr. Ghiliani e dal Giraud, ed io stesso ne incontro qualche esemplare quasi in ogni anno nelle mie gite alla Brunetta.

91. **Chelonus mutabilis** Nees. — *Susa*, Gribodo.
Autori varii: *Italia, Corsica*. È inesatta l'indicazione di Germania segnata nel Catalogo Kirchner.

92. **Vipio terrefactor** Rossi. — *Susa*, Gribodo, Giraud.
Nella Coll. Gribodo, *Liguria, Algeria*.
Autori varii: *Vienna* (?), *Italia, Sicilia, Francia mer.* (Non è affatto sicura la provenienza da Vienna, probabilmente si tratta invece dell'Istria o della Dalmazia finora confuse coll'Austria).

93. **Pseudovipio desertor** Fal. — *Susa*, Gribodo, Ghiliani, Giraud.
Nella Coll. Gribodo, *Liguria, Algeria, Sardegna*. È questa una specie che trovai abbondantemente a Susa: anche in Liguria (Spotorno, Albenga) non è rara.
Autori varii: *Europa mer., Algeria*.

94. **Ichneumon amabilis** Gir. — *Susa*, Giraud.
Questa specie finora non fu trovata che a Susa, ed a Valluise (Hautes Alpes). Io non l'ho mai incontrata nè avuta.

Sul problema delle coazioni elastiche

Nota del Socio corrispondente GIUSEPPE ALBENGA

In una serie di recenti Note sulle coazioni elastiche pubblicate nei " Rendiconti della R. Accademia dei Lincei „ (1) e negli " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „ (2) Gustavo Colonnetti espone alcune interessanti proprietà dei solidi elastici soggetti soltanto a quelle tensioni che i tecnici usano chiamare iniziali. Data l'importanza dell'argomento ritengo non inutile far vedere come ad alcuni di tali risultati si possa giungere per via semplice e con procedimenti più famigliari agli ingegneri che non quelli della teoria matematica della elasticità.

*
* *

Nella Nota *Una proprietà caratteristica delle coazioni elastiche nei solidi elasticamente omogenei* è dimostrato come in assenza di forze esterne e di vincoli attivi la dilatazione cubica media di un solido in istato di costrizione elastica è nulla. Vien così generalizzato un teorema che Augusto Föppl enunciò per il caso particolarissimo di una sfera isotropa con tensioni in-

(1) Gustavo Colonnetti, *Su certi stati di coazione elastica.* " Rendiconti Accademia dei Lincei „, (5), XXVI, 1917, II, pag. 43; *Una proprietà caratteristica delle coazioni elastiche nei solidi elasticamente omogenei.* " Ibidem „, (5), XXVII, 1818, pag. 155; *Sul problema delle coazioni elastiche.* Nota I e II. " Ibidem „, pag. 267 e 331.

(2) G. Colonnetti, *Applicazioni a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche.* " Atti R. Acc. Torino „, LIV, 1918-19, pag. 69.

terne variabili secondo una legge determinata in funzione del raggio [1].

Per i solidi isotropi la dimostrazione è immediata. Si ha infatti con i simboli del Grashof [2]

$$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \frac{m-2}{mE}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

e, moltiplicando i due membri della precedente per dv e integrando a tutto il volume,

$$\int_v e\, dv = \frac{m-2}{m}\int_v (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\, dv\,. \tag{1}$$

Ora si può dimostrar subito che, nelle condizioni supposte, è l'integrale del secondo membro nullo. Infatti $\int_v \sigma_x\, dv$ non è altro che l'integrale esteso a tutto il solido di $dx \int_\Sigma \sigma_x\, dy\, dz$, dove con Σ si è indicata la superficie totale di una sezione del solido fatta con un piano Π normale all'asse x. Ma per l'equilibrio alla traslazione secondo quest'asse del tronco di solido situato da una parte del piano Π, essendo scarica la superficie del solido, dovrà essere per una sezione qualsiasi

$$\int_\Sigma \sigma_x\, dy\, dz = 0\,, \tag{2}$$

ciò che importa

$$\int_v \sigma_x\, dv = 0\,.$$

Analogamente operando per σ_y e per σ_z si ottiene per la (1)

$$\int_v e\, dv = 0\,,$$

come si voleva dimostrare.

---

[1] A. Föppl, *Vorlesungen über technische Mechanik.* V. *Die wichtigsten Lehren der höheren Elastizitätstheorien.*

[2] Vedi ad esempio C. Guidi, *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni.* Parte II, ediz. 7ª, pag. 316.

La (2) e le analoghe esprimono una proprietà caratteristica delle tensioni iniziali che occorre tener presente quando di esse si voglia costruire una distribuzione possibile. Esse bastano a ritrovare rapidamente le proprietà fondamentali delle tensioni di fusione nella sfera studiate dal Föppl [1].

***

Egualmente semplice è la dimostrazione della (3) per un solido elasticamente omogeneo. La esistenza di un potenziale elastico quadratico omogeneo ha come conseguenza l'intercedere di una relazione lineare omogenea fra le dilatazioni e le tensioni interne: sarà quindi

$$(4) \quad e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = k_1 \sigma_x + k_2 \sigma_y + k_3 \sigma_z + k_4 \tau_{xy} + k_5 \tau_{yz} + k_6 \tau_{zx},$$

dove le k non variano passando da un punto all'altro del solido in grazia della supposta omogeneità elastica di questo. Ripetendo la dimostrazione precedente si ottiene che

$$\int_v \sigma_x \, dv = \int_v \sigma_y \, dv = \int_v \sigma_z \, dv = \int_v \tau_{xy} \, dv = \int_v \tau_{yz} \, dv = \int_v \tau_{zx} \, dv = 0,$$

e quindi anche, ricordando la (4),

$$\int_v e \, dv = 0.$$

***

I risultati ottenuti in altre Note possono riattaccarsi a quelli di alcune belle e poco note Memorie di Luigi Donati [2]. In esse si dimostrano alcuni teoremi che, ricorrendo ai simboli usuali della teoria della resistenza dei materiali e indicando

---

(1) *Loco citato.*

(2) Luigi Donati, *Sul lavoro di deformazione dei sistemi elastici.* " Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna ", 1888; *Illustrazione del teorema di Menabrea.* " Ibidem ", 1889; *Ulteriori osservazioni sul teorema di Menabrea.* " Ibidem ", 1894.

con L_i il lavoro interno di deformazione (potenziale elastico), con L_e il lavoro di Clapeyron compiuto dalle forze esterne, possono così enunciarsi: compatibilmente con le condizioni imposte, la quantità

$$L_i - 2L_e = \min. \tag{5}$$

tanto se si considerano variazioni delle deformazioni e degli spostamenti (e si ha allora il teorema di Lagrange) quanto se si esaminano variazioni di forze e di tensioni interne (e si ha in tal caso una nuova forma del principio delle variazioni del lavoro da cui derivano subito i teoremi di Castigliano).

Annulliamo le tensioni interne in un solido qualsiasi mediante una serie di opportuni tagli. Le faccie così liberate si sposteranno mutuamente ed il solido assumerà una nuova configurazione congruente ed equilibrata. Sia $\boldsymbol{s}$ lo spostamento dell'elemento generico. Noi possiamo ristabilire la configurazione primitiva, essa pure equilibrata e congruente, applicando a ciascuna faccia dei tagli le tensioni iniziali $\boldsymbol{\rho}$ che vi si esercitavano: i punti di applicazione delle tensioni $\boldsymbol{\rho}\, dF$ subiranno uno spostamento $-\boldsymbol{s}$. Indichiamo con F la superficie complessiva dei tagli eseguiti nel solido: per le condizioni di cose ora considerate si ha, essendo le $\boldsymbol{\rho}$ le sole forze esterne applicate al solido,

$$L_e = -\frac{1}{2}\int_F \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{s}\, dF$$

e quindi, per la seconda forma del teorema espresso dalla (5), lo stato di tensione considerato sarà quello che rende minima, compatibilmente con le date $\boldsymbol{s}$, la funzione

$$L_i + \int_F \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{s}\, dF, \tag{6}$$

espressione che differisce per i soli simboli da quella data dal Colonnetti nella citata Nota II *Sul problema delle coazioni elastiche.*

Nel caso di travature reticolari si ha poi, indicando con Δl gli spostamenti che conseguono ai tagli delle aste sovrabbondanti soggette a tensioni iniziali,

$$L_e = -\frac{1}{2}\,\Sigma S \Delta l.$$

È inoltre notoriamente

$$L_i = \frac{1}{2} \Sigma \frac{S^2 s}{EF} .$$

Ne segue per la (5) che lo stato di tensione è quello che, compatibilmente con le date variazioni Δl, rende minima l'espressione

$$\Sigma \left(\frac{S^2 s}{2EF} + S \Delta l \right), \tag{7}$$

relazione indicata dal Colonnetti nella sua Nota *Applicazioni a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche.*

L'Accademico Segretario
CARLO FABRIZIO PARONA

CLASSI UNITE

Adunanza dell'8 Giugno 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti,

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci D'Ovidio, Direttore della Classe, Peano, Jadanza, Guidi, Parona, Mattirolo, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Ruffini, Vicepresidente dell'Accademia, Pizzi, De Sanctis, Brondi, Sforza, Baudi di Vesme, Patetta, Vidari, Prato, Pacchioni, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza del Socio Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente delle Classi unite del 4 maggio u. s.

Il Presidente ha il dolore di dover notificare all'Accademia che il benemerito Accademico Tesoriere Einaudi è stato colpito da un nuovo lutto domestico per la morte di un figlio. L'Accademia unanime, associandosi al suo Presidente, esprime all'illustre Collega le sue vivissime condoglianze.

L'Accademico Segretario dà lettura di un telegramma, pervenuto con ritardo, di S. E. Orlando in risposta a quello inviatogli dal nostro Presidente in conformità dell'ordine del

giorno approvato nell'adunanza delle Classi unite del 27 aprile u. s. S. E. Orlando ringrazia l'Accademia per " i suoi sentimenti di piena solidarietà nell'affermazione degli inviolabili diritti della Nazione ".

È letta la nota ministeriale che promette di interessare il Ministero del Tesoro, perchè voglia, nel nuovo esercizio, raddoppiare le somme previste nei relativi capitoli del bilancio della spesa, a favore delle Accademie e di tutti gli Istituti scientifici e d'istruzione.

Per invito del Presidente il Socio De Sanctis, anche a nome del Socio Patetta che con lui fu delegato a rappresentare la nostra Accademia nel convegno accademico interalleato recentemente tenuto a Parigi per iniziativa della Académie des Inscriptions et Belles Lettres, fa alcune comunicazioni che riguardano la discussione avvenuta nel detto convegno, e dà lettura del seguente comunicato espressamente redatto a Parigi per una prima e sommaria informazione sulle decisioni prese nel convegno:

" Sur l'invitation de l'Académie des Inscriptions et Belles-
" Lettres, à laquelle s'était associée l'Académie des Sciences
" morales et politiques, les délégués dûment accrédités de l'Aca-
" démie américaine de Boston et de l'Association historique
" américaine de Washington, de l'Académie royale de Belgique,
" des Académies royales italiennes des Lincei et de Turin, de
" l'Académie roumaine, et deux représentants officieux de la
" Grèce et du Japon, se sont réunis en comité les 15 et 17 mai
" à la Bibliothèque Nationale pour étudier la question si impor-
" tante des relations scientifiques internationales d'après guerre,
" comme l'avaient fait précédemment les Académies des Sciences
" physiques et mathématiques, sur la proposition de la Royal
" Society de Londres et de l'Académie des Sciences de Paris.

" Après une délibération, dans laquelle n'a cessé de régner
" une confiante, amicale et vraiment confraternelle cordialité,
" les délégués ont voté à l'*unanimité* et décidé de soumettre à
" la ratification des corps représentés par eux les résolutions
" suivantes:

" Il serait créé entre ces corps une fédération scientifique " qui, respectant scrupuleusement l'autonomie et les traditions " de chacun d'eux, leur permettrait de grouper leurs efforts en " vue de recherches et de publications collectives. Toutes les " nations que la guerre a unies, toutes celles aussi qu'elle n'a " pas séparées pour un temps dont il est impossible d'apprécier " la durée, seraient conviées à y adhérer.

" Cette fédération porterait le nom d'*Union académique*; " elle se proposerait de développer et promouvoir les sciences " cultivées par les Académies participantes: sciences philolo- " giques et historiques, sciences morales, politiques et sociales.

" Le siège de l'Union serait Bruxelles, où résiderait le se- " crétariat permanent et où se tiendraient les réunions annuelles " des délégués.

" Les détails de l'organisation et du fonctionnement ont été " successivement étudiés, et divers sujets de recherches et de " publications indiqués dès à présent, afin de rendre possible le " travail, but de toutes les volontés, dès la constitution défini- " tive de l'Union.

" Celle-ci fera l'objet d'une nouvelle réunion, qui se tiendra " à Paris dans la seconde quinzaine du mois d'octobre prochain, " où les délégués munis de pleins pouvoirs siègeraient en Co- " mité exécutif. „

Il Presidente ringrazia, a nome dell'Accademia, i Soci De Sanctis e Patetta che hanno così degnamente assolto il mandato loro affidato.

Il Socio Vidari legge la relazione della Commissione per il premio Gautieri assegnato alla filosofia per il triennio 1915-17, nella quale è proposto che il premio sia diviso per metà tra il lavoro di G. Saitta, *Il pensiero di Vincenzo Gioberti* (Messina, 1917) e quello di A. Levi, *La filosofia politica di G. Mazzini* (Bologna, 1917). Nessuno chiedendo di parlare in merito, il Presidente dichiara che, secondo i termini dell'art. 7 del Regolamento per i premi Gautieri, il conferimento del premio avverrà in una successiva adunanza delle Classi unite.

Il Socio Grassi, in conformità dell'art. 3 del Regolamento

per il conferimento dei premi Bressa, legge la prima relazione della Commissione per il detto premio internazionale concernente il quadriennio 1915-18. Terminata la lettura, siccome nessun Socio chiede di parlare e nessuno aggiunge altre proposte, il Presidente dichiara definitivo l'elenco delle scoperte od opere che sono state proposte pel premio. Nell'adunanza successiva delle Classi unite sarà integrata la Commissione, conforme a quanto prescrive l'art. 4 del Regolamento citato.

Finalmente il Socio Somigliana legge, giusta l'art. 3 del Regolamento per il conferimento dei premi Vallauri, la prima relazione della Commissione per il detto premio riservato alle scienze fisiche e per il quadriennio 1915-18. E poichè nessun Socio chiede di parlare e non sono presentate altre proposte di opere meritevoli di essere prese in considerazione per il premio, l'elenco delle opere proposte per il premio è dichiarato definitivo dal Presidente. Nell'adunanza successiva delle Classi unite la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali integrerà la Commissione conforme all'art. 4 del Regolamento.

Relazione per il premio Gautieri.

La produzione filosofica italiana nel triennio 1915-16-17 è stata, non ostante le gravi condizioni del lavoro scientifico e della stessa industria tipografica, abbastanza ragguardevole per quantità e qualità di opere.

Parecchie furono quelle sottoposte dagli autori stessi al giudizio della Commissione; che se poi volessimo estendere lo sguardo ad abbracciare anche le altre a noi non inviate, ci incontreremmo in alcune che meriterebbero, per la robustezza del pensiero, nonchè per l'azione esercitata sul movimento filosofico nazionale, di essere segnalate per il premio. Ma trattasi in tal caso di autori saliti in alta fama nel mondo filosofico o di altri che già furono premiati dall'Accademia, e sui quali pertanto non è parso alla Commissione di dover fermare l'attenzione, sembrando ad essa, come già alle Commissioni precedenti, che il premio Gautieri debba possibilmente rivolgersi a segnalare quelle opere di giovani scrittori che, incominciando la loro carriera scientifica, meritano, per la forza del pensiero, la novità dei campi esplorati, l'importanza dei lavori, di essere incoraggiati nello studio. Seguendo un tal criterio la Commissione ha creduto di dover fermarsi a esaminare le opere direttamente sottoposte dagli Autori al giudizio dell'Accademia. E allora è venuta concorde in queste valutazioni e conclusioni.

Incominciamo dalle opere di carattere storico.

Il libro (*Il principio della Sovranità popolare dal Medioevo alla Rivoluzione francese*, Torino, Bocca, 1915) che il Dott. Emilio Crosa presenta al concorso è, senza dubbio, il frutto di un lungo e diligente lavoro, condotto usufruendo una grande e ben scelta copia di materiali, e attesta il lodevole sforzo dell'autore di

delineare lo svolgimento storico del dogma giuridico-politico preso a studiare. Non sempre, però, la ricerca si dimostra completa, talora una qualche oscurità di forma tradisce imprecisioni e incertezze di pensiero, e le affermazioni dello scrittore e le conclusioni a cui egli giunge non sembrano tutte pienamente suffragate e da accettarsi con fondata sicurezza.

Il volumetto di Valentino Piccoli, *L'Estetica di V. Gioberti* (Milano, Albrighi e Segati, 1917) è una esposizione critica delle dottrine giobertiane sul Bello in rapporto con la filosofia generale del grande Torinese e con altre dottrine estetiche antiche (quelle di Platone e di Plotino) e moderne (quelle del Kant, dello Schelling, del Galluppi e del Rosmini). L'analisi che il Piccoli dà dei diversi elementi dell'Estetica, cioè del bello, del sublime, del meraviglioso, dell'imaginazione creatrice, del bello naturale e artificiale è condotta con molta diligenza e perspicacia, e l'esposizione, ispirata a un sereno rispetto della verità storica, cioè aliena da ogni tesi preconcepita, mette in giusto rilievo così le contraddizioni e le oscillazioni di pensiero, nelle quali il Gioberti si impiglia, come i pregi interiori di costruzione logica e di profondità filosofica. E degne pure di nota sono le osservazioni, per quanto sommarie, dei rapporti fra la dottrina del Gioberti e le altre. Peccato che il lavoro, per la limitatezza stessa del tema, ci faccia vedere soltanto di scorcio la complessa figura del Gioberti, e non possa gareggiare per questo lato col più ampio volume di

G. Saitta, *Il pensiero di Vincenzo Gioberti* (Messina, 1917), nel quale però è da rilevare un presupposto fondamentale. Il Saitta infatti, che indubbiamente conosce molto bene e ha ripensato con intenso sforzo tutta l'opera filosofica del Gioberti e la espone con larghezza e completezza di disegno, si mette dal punto di vista dell'idealismo assoluto, e si sforza di ricondurre ad esso i varii elementi, e di conciliare in esso le varie fasi del pensiero giobertiano. Che il Gioberti si presti a una interpretazione nel senso dell'idealismo assoluto, non vi è dubbio; ma che occorrano anche sforzi notevoli di dialettica per arrivare alla dimostrazione di una tale tesi, è del pari evidente. Lo stesso Saitta confessa più d'una volta (pgg. 176 e 186) che il Gioberti non arriva là dove egli vorrebbe, e che

le sue espressioni sono oscure e contradditorie (pg. 291); ma per ottenere il proprio intento ricorre talvolta a sviluppi suoi personali del pensiero giobertiano, accostando espressioni lontane o di fasi diverse, o non tenendo il debito conto (pg. 187) di dichiarazioni dello stesso Gioberti in difesa del proprio pensiero. Così accade che dal libro venga fuori la figura di un Gioberti, che sarà per avventura più coerente e più organico nella sua dottrina filosofica, ma che anche non del tutto risponde alla realtà storica. Ciònonostante si deve riconoscere che il libro del Saitta è dimostrazione di un ingegno vigoroso e di uno studio approfondito, e che costituisce una delle più importanti opere apparse in questi ultimi anni intorno al grande pensatore torinese.

È invece condotto con uno scrupoloso rispetto della verità storica, rivissuta però in un'anima caldamente partecipe del suo oggetto, il libro di A. Levi, *La filosofia politica di G. Mazzini* (Bologna, Zanichelli, 1917). Ricondurre entro le linee di un'esposizione sistematica tutto il vario e frammentario pensiero etico-politico del Genovese, ricercandone i motivi fondamentali, che pur son rimasti immutati attraverso alle battagliate vicende sentimentali, intellettuali e pratiche dell'Agitatore, era tema di molto interesse bensì, ma anche di molta estensione e di molta delicatezza. Ma il Levi, che ha del Mazzini e della bibliografia mazziniana una conoscenza non solo completa per rispetto alla estensione, ma approfondita, minuziosa, precisa come nessun altro forse, ha saputo assolvere il còmpito propostosi in modo veramente egregio: la determinazione dei concetti fondamentali e dei loro intrinseci rapporti, la deduzione da essi di tutti i concetti derivati riguardanti l'organizzazione e la funzione dello Stato e della vita internazionale, le relazioni di analogia e di differenza con le teorie e correnti moderne del pensiero politico e sociale son tutte presentate nel libro del Levi con esattezza, fedeltà e lucidità. Si potrà dissentire dal Levi circa il rilievo centrale dato ad alcune idee del Mazzini in confronto di altre e circa la valutazione generale che egli dà del pensiero mazziniano; si potrà in tutto il libro desiderare una maggiore concisione e rapidità espositiva; ma in complesso l'opera del Levi rappresenta quanto di meglio siasi finora scritto sull'ar-

gomento. Senonchè devesi pure osservare che, da un punto di vista strettamente filosofico, il tema presentava minori difficoltà e asprezze di quelle affrontate da altri nella trattazione di argomenti più specificamente filosofici; e in questa luce appunto devono essere considerati i lavori agli effetti del concorso.

Appartengono al genere delle opere schiettamente filosofiche quelle presentate da A. Aliotta, da E. Bonaventura, da L. Botti, da G. Donati.

A. Aliotta presenta varie pubblicazioni di maggiore e di minor mole, e tutte di carattere scientifico, meno una che ha invece carattere e andamento scolastico (*La vita del pensiero*, vol. I, *Psicologia della conoscenza*). Meritano di essere particolarmente ricordati gli studii: *Il nuovo realismo in Inghilterra e in America* (Prato, 1915), *Il pluralismo contemporaneo* (Prato, 1917), e il volume: *La guerra eterna e il dramma dell'esistenza* (Napoli, Perrella, senza data, ma certamente pubblicato nel 1917). Il primo è una esposizione analitica perspicua e precisa di un importante movimento di pensiero che, in reazione alle varie forme di neo-idealismo, si va da qualche tempo compiendo con successo nei paesi di lingua anglo-sassone per il concorso di parecchi valorosi pensatori. Lo studio dell'Aliotta espone in una prima parte le teorie della scuola platonizzante di Cambridge (Moore, Russell) e in una seconda quelle del nuovo realismo americano (Edwice B. Holt, Walter T. Marwin, W. P. Montague, R. B. Perry, W. B. Pitkin, E. G. Spauding), stabilendo sempre opportuni rapporti di esse con le teorie del criticismo e dell'idealismo, e riuscendo a dare un'idea abbastanza organica di quell'interessante complesso di dottrine ben degno di essere conosciuto e discusso pure da noi. E anche le osservazioni critiche che l'Aliotta sviluppa nell'ultima parte del suo lavoro mi sembrano una efficace determinazione delle non poche oscurità e incoerenze che sono nelle dottrine dei neo-realisti, e una giusta rivendicazione della parte attiva, essenziale e irreducibile che spetta alla coscienza nella rappresentazione della realtà.

Connesso, forse, per genesi psicologica con questo studio e con l'altro sul Pluralismo, ma ben diverso da essi è il volume *La guerra eterna e il dramma dell' esistenza*. In opposizione in-

fatti al neo-realismo anglo-americano come allo stesso pluralismo leibniziano, al positivismo e all'idealismo l'Aliotta si sforza di delineare una sua concezione filosofica partendo da quella che egli dice la realtà dell'esperienza umana, cioè il fatto empirico della nostra individuale esperienza, la quale contiene in sè come momenti necessari, distinti ma fusi insieme in una sintesi viva, l'aspetto soggettivo e l'oggettivo. Da una tale esperienza che, egli dice, non si può in alcun modo trascendere ma che si deve integrare, giunge arditamente alla affermazione della realtà e della eternità degli spiriti individuali. Ma perchè l'esperienza individuale non si possa trascendere e invece si debba integrare, e come dalla affermazione di un dato puramente empirico, quale è quello della esperienza individuale, l'Aliotta possa giungere a una tesi metafisica, e così audace, come quella della realtà ed eternità degli spiriti, è cosa che rimane molto oscura e imperfettamente giustificata. Egli poi sulla base di tali conclusioni metafisiche procede alla discussione del problema etico del male e della sua origine respingendo energicamente la tesi hegeliana rinnovata nell'idealismo attualistico, e sostenendo la realtà positiva del male come proveniente dal disordinato conflitto delle volontà individuali. Con che però non è risolto il problema, perchè resta a spiegarsi la ragione dello stesso disordinato conflitto. E il Dio infine, che l'Aliotta si rappresenta semplicemente come il limite a cui tende il progressivo ammonizzarsi delle attività individuali non può soddisfare, mi sembra, nè la conoscenza speculativa (perchè è un Dio che non ha realtà nè fuori di noi nè dentro di noi), nè la coscienza morale (perchè non può avere autorità d'impero). C'è insomma nel libro dell'Aliotta molto ingegno e molto fervore di pensiero, ma ci sembra molto fragile la tessitura interna del lavoro e non chiaro nè giustificato il trapasso logico dall'una all'altra proposizione, dalla gnoseologia alla metafisica e all'etica, un po' sommaria e rapida la trattazione di formidabili e complessi problemi.

E. Bonaventura presenta, con altre minori pubblicazioni, un grosso volume *Le qualità del mondo fisico* (Firenze, 1917). Movendo dal quesito se le qualità sensoriali, che costituiscono il mondo delle nostre rappresentazioni, dipendano da reali differenze obbiettive o si possano ricondurre a variazioni quantitative

di un unico processo fisico, il movimento, oppure a una omogenea realtà cha variamente agisce su di noi a seconda delle condizioni in cui opera, il Bonaventura fa un ampio esame storico-critico delle teorie moderne circa la costituzione fisica e chimica del mondo esterno, e poi circa la costituzione del nostro organismo, la cui funzionalità ha parte essenziale nella determinazione delle qualità del mondo esterno.

Arduo e vasto era, in verità, il còmpito a cui il Bonaventura si accinse; e si deve riconoscere che egli lo ha affrontato con buona preparazione filosofica, con nitida visione del problemà gnoseologico e dei suoi aspetti, con una salda impostatura della trattazione. Anche si deve aggiungere che tutto l'andamento della esposizione storico-critica fa nel suo assieme una assai buona impressione e la conclusione filosofica, a cui l'autore giunge, discende per limpida connessione logica da tutte le premesse. Ma ad un esame più minuto e approfondito delle varie parti del lavoro e del modo come le teorie e ipotesi o chimiche o fisiche o biologiche sono esposte e criticate, si rivelano, secondo la sentenza di competenti giudici, tali inesattezze e imprecisioni di contenuto e di forma, tali scambii di concetti scientifici, che ne resta scosso e alterato il giudizio, per altra parte favorevole.

Il Botti ne' suoi due grossi volumi *La metafisica dell'Io* (Formiggini, 1917), assommanti complessivamente a più che mille pagine, discute il problema della essenza e radice della coscienza personale, esponendo criticamente le molte teorie che sull'argomento furono emesse nel campo della filosofia come in quello della psicologia empirica. E divide l'opera in due parti: l'Io trascendentale (I vol.), l'Io immanente (II vol.), giungendo a una conclusione che mi pare si possa riassumere in queste sue parole: " Ogni ente è così il primo, perchè è solo sè medesimo. Come ultimo sè stesso, non ha neppur più bisogno di esser detto l'ultimo, bastandogli l'esser sè: non altrimenti per il suo esser primo. Per questo ogni cosa figura per sè come l'ultima... Nulla vale contro la eterna necessità del finito „ (II, 589). Alla qual conclusione, che non staremo qui a discutere, il Botti arriva attraverso una ampia analisi delle dottrine filosofiche e psicologiche, a cominciare da quella del Des Cartes e del Berkeley

venendo a quelle del Kant e dei Kantiani, degli immanentisti e dei realisti contemporanei, dei psicologi positivisti e dei psicologi spiritualisti, e spiegando in tutta questa trattazione una indubbiamente grande e varia e di spesso approfondita dottrina (è notevole, fra l'altro, la conoscenza di tutta l'opera filosofica e psicologica del Wundt, dal quale per gran parte il Botti deriva) e una certa abilità di muoversi in mezzo a tante teorie con avvedutezza di critico. Ma non si può d'altra parte tacere che il discorso, principalmente nel secondo volume, procede faticoso, non sempre lucido e diritto: le dottrine esposte e criticate si allacciano le une alle altre in modo non sempre evidente, digressioni e parentesi si introducono di spesso sviando l'attenzione dal pensiero centrale, nè mancano talune ripetizioni di concetti e di espressioni, nè sempre è la forma, per quanto filosoficamente sostenuta, sobria e perspicua. C'è insomma nell'opera del Botti, che è frutto indubbiamente di un forte studio e di una seria meditazione, la ricca materia di un importante lavoro, ma essa avrebbe bisogno di essere sottoposta a una nuova fatica di filtrazione e di condensazione entro forme più sobrie e meglio composte.

Dei cinque fascicoli presentati da Giacomo Donati, soltanto due: *Il Dinamismo* (Forlì, Bordandini, 1916), e *La psicologia scientifica* (Forlì, 1917), entrano nei limiti di tempo stabiliti dal bando di concorso; gli altri tre: *La morale*, *La filosofia differenziale*, *La pedagogia*, ne escono, appartenendo tutti al 1918. E spiace che si debba fare questa distinzione, perchè nell'assieme i cinque fascicoli vogliono essere lo sviluppo organico di un pensiero coerente, che traccia in forma rapida e sommaria una concezione filosofica a base realistico-monistica del cosmo e della vita. C'è però in tutta la esposizione un andamento aforistico e dogmatico anzichè critico e dialettico: le affermazioni si seguono l'una all'altra, pur sforzandosi di logicamente concatenarsi, con negligenza di vera illustrazione dimostrativa, come anche di ogni riferimento storico; e gli stessi concetti fondamentali non vi appaiono sempre nitidamente determinati. Che se poi ci limitiamo a esaminare i due fascicoli pertinenti al concorso, quello intitolato *La psicologia scientifica* appare bensì uno sforzo lodevole di presentare in un organismo filosofico molti

frammenti dottrinali della psicologia contemporanea, e l'altro, il *Dinamismo*, uno sforzo anche più vigoroso di comporre nella unità della visione dinamistica tutti i processi della realtà; ma ambedue sono, in fondo, costruzioni astratte di un pensiero che, pur apparendo derivato da correnti moderne (Spencer, James, Boutroux, Bergson), vuol come procedere originalmente da sè, mentre non può che ricascare nelle forme note di sistemi dommatici, pur presentate con apparente novità di linguaggio e di atteggiamento.

Procedutosi infine all'esame comparativo dei lavori, si è convenuto dalla Commissione che nessuno emerga in modo tale da poter essere designato per l'intero premio; e che invece convenga proporre una divisione di esso. Allora si presentarono alla Commissione come specialmente degni di segnalazione, pur con i loro difetti, il lavoro del Levi sul Mazzini e quello del Saitta sul Gioberti: le quali opere hanno per noi anche il pregio particolare di raccogliere in una rappresentazione organica il pensiero di due dei massimi spiriti di nostra gente, ai quali oggi con rinnovata intensità ed ammirazione devota ritornano gli animi nostri. Epperò ci sembra cosa anche significativa e confortatrice per la coscienza di italiani associare nella segnalazione i lavori del Saitta e del Levi, ai quali, dunque, proponiamo che l'Accademia deliberi il premio Gautieri per il triennio 1915-17.

La Commissione

A. Naccari, *Presidente*
Fr. Ruffini
G. De Sanctis
V. Brondi
G. Vidari, *Relatore*

Gli Accademici Segretari

Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'8 Giugno 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Brondi, Sforza, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Pacchioni, e Stampini, Segretario della Classe.

È scusata l'assenza del Socio Einaudi.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza del giorno 18 maggio u. s.

Il Socio Stampini presenta una seconda *Nota* del Socio Einaudi assente sul tema *Osservazioni critiche intorno alla teoria dell'ammortamento dell'imposta e teoria delle variazioni nei redditi e nei valori capitali susseguenti all'imposta*. Sarà pubblicata negli *Atti* (*).

Il Socio Pizzi presenta per la pubblicazione negli *Atti* una *Nota* del Prof. Ettore Bignone dal titolo *Nuove ricerche epicuree*. Sarà pubblicata.

Del Socio Patetta sarà pubblicata negli *Atti* una quarta *Nota* col titolo *Di alcuni manoscritti posseduti dalla Reale Accademia delle Scienze di Torino* (*).

(*) Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Saranno pure pubblicate negli *Atti*, presentata dal Socio Brondi, una seconda *Nota* del Prof. Mario Sarfatti *I quasi-contratti nel diritto inglese in rapporto al diritto italiano*; una *Nota* della Dott.ª Dina Bizzarri intitolata *Per la storia della clausola della nazione più favorita,* presentata dal Socio Patetta; su proposta del quale sarà pure accolta negli *Atti* una *Nota* del Prof. Giorgio Pasquali col titolo *Epigrammi callimachei* (*); finalmente una *Nota*, presentata dal Socio Pacchioni, del Prof. Siro Solazzi *Sul senatoconsulto di Gaio I. 182.*

Per ultimo il Socio Stampini presenta una sua terza e quarta *Nota* di *Vigiliae hibernae*, il cui contenuto è *I. In Leonardum Vincium. II. Nuovo saggio di versione poetica di Catullo* (I, III, IV, IX, XII-XIV, XXIII, XXIV, XXVI-XXIX, XXXI-XXXIII, XXXV-XLI, XLIII, XLIV, XLVI, XLVIII-L, LII, LIII, LV, LIX). *III. Ad Montenegrinos.*

(*) Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

LETTURE

Nuove ricerche epicuree

Nota di ETTORE BIGNONE

È noto a quante discussioni abbia dato origine la dottrina epicurea della declinazione atomica. E poichè grande è la divergenza delle opinioni (1), è utile avere innanzi a noi tutti i testi degli antichi che a questa teoria si riferiscano. A ciò provvide l'Usener che li indicò e li raccolse nei suoi *Epicurea*, p. 199-201, cfr. p. 351, l. 10 sgg. Fra essi però l'Usener non potè raccoglierne uno che trovasi nell'iscrizione di Enoanda (2), scoperta dopo la pubblicazione degli *Epicurea*; ed è questa una testimonianza molto interessante, sebbene Diogene di Enoanda sia un epicureo alquanto tardivo e commetta qualche inesattezza in certe affermazioni particolari. Ma è singolare che l'Usener non rechi due altre attestazioni che trovavansi in opere già edite quando furono pubblicati gli *Epicurea*. Mi occuperò anzitutto della prima, che trovasi nel *περὶ σημείων καὶ σημειώσεων* di Filodemo. L'importanza di essa è senza dubbio assai grande. Filodemo è infatti un epicureo tra i più insigni, contemporaneo di Lucrezio, e più *tecnico* del poeta romano. Mi pare utile dunque studiare minutamente il valore del passo in cui parla della declinazione atomica, tanto più che un tale esame compa-

(1) V. in particolar modo, circa le contrarie opinioni emesse quanto alla fede che si debba dare all'esposizione di Lucrezio, Pascal, *Studi sul poema di Lucrezio*, p. 130 sgg.; Giussani, *Studi Lucreziani*, p. 125 sgg.; e l'interessante *Nota sull'Epicureismo* del Faggi, " Rivista di Filosofia e di scienze affini „, 1902, a. III, vol. VI, n. 2.

(2) V. Diog. Oen., fr. XXXIII, col. III, Will.: *ἐλευθέραν τινὰ ἐν ταῖς ἀτόμοις κείνησιν εἶναι, ἣ[ν] Δημόκριτος μὲν οὐχ εὗρεν, Ἐπίκουρος δὲ εἰς φῶ[ς] ἤγαγεν, παρεγκλιτικὴν ὑπάρχουσαν, ὡς ἐκ τῶν φαινομένων δείκνυσιν.* Le prime parole *ἐλευθέραν–κείνησιν* sono citate dal Giussani (p. 140 sg. n.), ma ciò che segue è assai più notevole.

rativo, fra questa e le altre testimonianze parallele, non mi consta sia stato fatto da altri.

Ecco il luogo filodemeo:

οὐ γὰρ ἱκανὸν εἰς τὸ προσδέξασθαι τὰς ἐπ' ἐλάχιστον παρεγκλίσεις τῶν ἀτόμων διὰ τὸ τυχηρὸν καὶ τὸ παρ' ἡμᾶς, ἀλλὰ δε[ῖ] προσεπιδεῖξα[ι κ]αὶ τ[ὸ] μηδαμ[ῶ]ς [ἑτέ]ρῳ μάχεσθ[αι] τῶν ἐναρ[γῶν] (1).

Si noti che una delle questioni più dibattute intorno a questa dottrina è se Epicuro abbia ammessa la declinazione atomica, semplicemente per dar ragione dell'origine del mondo, cioè per rendere possibile il primo incontro degli atomi (i quali, cadendo tutti perpendicolarmente, non avrebbero mai potuto urtarsi fra loro e produrre così i rimbalzi e le mescolanze e separazioni successive), oppure se fosse indotto a tale ipotesi anche dal desiderio di spiegare il libero arbitrio, rompendo la ferrea catena delle cause fatali. Ora il testo di Filodemo dà appunto come causa della teoria del *clinamen*, il bisogno di giustificare l'esistenza del libero arbitrio (*τὸ παρ' ἡμάς*), ed in ciò si accorda perfettamente con Lucrezio. E non meno interessante è l'osservazione di Filodemo, che non basti mostrare che il *clinamen* è richiesto dalla constatazione effettiva del libero arbitrio, ma occorre dimostrare anche, che in nessun modo l'esperienza dei fenomeni può opporsi a questa ipotesi. Quest'osservazione metodica di Filodemo è infatti consona perfettamente con i versi 246 sgg. del libro II di Lucrezio:

Namque hoc in promptu manifestumque esse videmus,
pondera, quantum in sest, non posse obliqua meare,
ex supero cum praecipitant, quod cernere possis;
sed nil omnino ⟨recta⟩ regione viai
declinare quis est qui possit cernere sese? (2).

---

(1) Philod., l. c., c. 36, 11; p. 44 Gomperz. Riferisco il testo del Gomperz: ma mi sembra, perchè il senso corra liscio, che si debba leggere: *τῶν ἀτόμων ⟨τὸ⟩ διὰ τὸ τυχηρὸν κτλ.*

(2) *Recta*, nel penultimo verso, è integrazione umanistica affatto appropriata per colmare il verso lacunoso. Nell'ultimo verso conservo con il Munro e il Merrill (v. il comm. *ad loc.*) la lezione dei codici.

Già il Giussani aveva osservato circa questi versi di Lucrezio, in rapporto al *clinamen* (p. 150): " Questo argomento " non c'è da sospettare che sia pensato da Lucrezio; ha nella " sua stessa fiacchezza lo schietto stampo epicureo, poichè ap- " partiene a quella categoria d'argomenti, consistenti unicamente " nella mancanza di prove in contrario, *οὐδὲν ἀντιμαρτυρεῖν*, che " sono una specialità di Epicuro ". Si vede ora come il passo di Filodemo sia una prova indubitabile che Lucrezio, anche qui, si serbò fedele alla dottrina. Come si sa, per Epicuro il criterio fondamentale era l'*ἐνάργεια*, cioè l'attestazione dei sensi e dell'esperienza. Ma non sempre possiamo riferirci direttamente all'esperienza immediata, quando si tratta di fenomeni invisibili, ed i moti atomici sono appunto di questa specie. Si deve dunque, in tal caso, indurre dai fenomeni che possiamo sperimentare, e non ammettere nulla che possa essere contradetto dai fenomeni stessi. Sino a qual punto Epicuro si sia servito in modo valido di questo metodo, e fino a qual punto avesse diritto di farne uso nei limiti della sua gnoseologia, non è il caso di esaminare qui minutamente; certo egli in qualche luogo procede con molto acume su questa via, come quando per mezzo del ragionamento induce che gli atomi di un corpo in moto percorrono variissime traiettorie, in tempi impercettibili, quantunque, secondo l'apparenza sensibile, si potrebbe credere che, muovendosi il corpo secondo un'unica traiettoria, anche unica debba essere quella degli atomi (v. *ep. ad Erodoto*, § 61 sgg.). Ma, osserva Epicuro, in realtà è vera tanto l'attestazione dei sensi, che cioè il corpo si muove in una sola direzione, quanto l'esigenza della ragione, che gli atomi debbano percorrere molteplici traiettorie; infatti il moto atomico, che avviene in tempi impercepibili, e che, per la piccolezza degli atomi, non cade sotto i sensi, non è di esperienza sensibile; e del resto l'unica traiettoria visibile del corpo non e altro che la risultante delle varie percorse dagli atomi. È probabile poi che questo argomento, riassunto in poche linee da Epicuro nell'epistola citata, fosse svolto più ampiamente da lui altrove e confortato da esempi, non difficili da trovarsi. Ora, come si vede, analoga è l'argomentazione conservataci nel caso nostro dalle fonti di Filodemo e di Lucrezio, ed è probabile che anche qui Epicuro si diffon-

desse più ampiamente, svolgendo ciò che in Lucrezio ed in Filodemo è semplice accenno.

A questo argomento della mancanza di contradizione si accoppiava l'altro della attestazione indiretta desunta dal libero arbitrio, come verità di esperienza interna, argomento bene analizzato già dal Giussani (p. 145 sgg.), e che abbiamo visto confermato anche dal testo di Filodemo (1).

Ma un particolarissimo valore ha pure il testo di Filodemo per quello che vi si dice della *τύχη*. Infatti in Lucrezio la declinazione atomica viene posta in rapporto solo con il libero arbitrio; mentre in Filodemo fra le cause che ci inducono ad ammetterla vera si considerano, alla pari, la *τύχη* ed il libero arbitrio (*τὸ παρ' ἡμᾶς*). Orbene il luogo di Filodemo consuona con la testimonianza di Plutarco, *de soll. anim.*, 7, 964, *C*: *ἄτομον παρεγκλῖναι... ἐπὶ τοὐλάχιστον, ὅπως· ἄστρα καὶ ζῷα καὶ τύχη παρεισέλθῃ καὶ τὸ ἐφ' ἡμῖν μὴ ἀπόληται.* Anche questa testimonianza fu da alcuni impugnata, e dal Giussani (p. 151) difesa; ora si vede che il passo di Filodemo la dimostra esattamente epicurea, anche per ciò che riguarda la *τύχη*. Epicuro dunque vede nella declinazione atomica, che perturba la rigida causalità, un modo di spiegare, non solo il libero volere, ma anche quel fortuito, comunemente ammesso dalla coscienza volgare e dagli antichi, fortuito che rappresenterebbe una violazione alla stretta legge causale. E che questa *τύχη* sia connessa alla declinazione atomica, si vedrà pure da altri luoghi epicurei, dei quali uno trovasi negli *Epicurea* dell'Usener (non però sotto il capitolo della declinazione atomica), ma non fu osservato dal Giussani, ed altri due invece sono apparsi di recente e da me messi in luce in rapporto alla dottrina di Epicuro sulla fortuna.

Il primo passo è il frammento 380 [= Aët. I 29, 6, p. 326 D.] *Ἐπίκουρος (τὴν τύχην λέγει) ἄστατον αἰτίαν προσώποις κρόνοις τόποις*, luogo che è confermato da due altre testimonianze

---

(1) Una conferma credo si abbia pure nel testo di Diogene di Enoanda cit. sopra, p. 883, n. 2; perchè le parole *ὡς ἐκ τῶν φαινομένων δείκνυσιν* non possono significare altro. Naturalmente in esse si può pur pensare si alluda alla *τύχη*, di cui parlerò qui sotto.

epicuree contenute nel papiro ercolanese 1670 (1), cioè il fr. oxoniense 1424, 1 sgg. (ove mostrai che l'autore epicureo, probabilmente Filodemo, oppone alla dottrina stoica, che considera la *τύχη* come un' *ἄδηλος αἰτία*, quella epicurea per cui essa è una *ἄστατος αἰτία*); e l'altro frammento, pure oxoniense, 1423, 1, l. 5 sgg., ove si riproduce, rispetto agli avvenimenti fortuiti, un'espressione analoga a quella del passo di Aezio *ἀστάτως και[ροῖς] καὶ τόποις*. Ebbene se si osserva che carattere peculiare del *clinamen*, secondo Lucrezio (II 219, cfr. 259), è che esso avviene *incerto tempore incertisque locis*, cioè precisamente *ἀστάτως καιροῖς καὶ τόποις*, è evidente che i testi recati dimostrano come esso sia causa anche della *τύχη*.

Ecco ora l'altra testimonianza sul *clinamen*, mancante agli *Epicurea* dell'Usener: essa trovasi in Plut., *Adv. Col.*, 28, p. 1123 *E*:

ταῖς μέν γε περὶ κόσμων ἀπειρίας (a torto il Bernardakis accetta la congettura *ἀπειρίαις* del Reiske) *καὶ ἀτόμων φύσεως καὶ ἀμερῶν καὶ παρεγκλίσεων διαφοραῖς, εἰ καὶ πάνυ πολλοὺς διαταράττουσιν, ἔνεστιν ὅμως παραμυθία, τὸ μηδὲν ἐγγὺς εἶναι, μᾶλλον δ' ὅλως ἐπέκεινα τῆς αἰσθήσεως ἀπῳκίσθαι τῶν ζητουμένων ἕκαστον.....*

Si osservi che anche qui con le parole *ὅλως ἐπέκεινα τῆς αἰσθήσεως ἀπῳκίσται*, si allude all'argomentazione riferita da Lucr., II, 249 sg. Interessante è poi anche questa testimonianza per la dottrina epicurea degli *ἀμερῆ*, cioè di quelle *partes minimae* su cui tanto si è discusso (2).

Un'altra osservazione credo opportuna rispetto a questo capitolo di quest'operetta plutarchea. Nelle parole che precedono

---

(1) Questo papiro fu pubblicato per la prima volta da Domenico Bassi in " Rivista di Filol. „, 1916, p. 47 sgg. Che si tratti di uno scritto epicureo ho dimostrato nella medesima Rivista, 1917, p. 240 sgg. Ivi pure ho ricostituite le fila del ragionamento e della polemica, rivedendo il fr. Oxford 1424 sulla fotografia del disegno oxoniense (il papiro di questo frammento manca) e completando il testo con nuove integrazioni.

(2) Di tale dottrina mi occupo diffusamente nell'Appendice del mio volume *Epicuro, opere, frammenti, testimonianze sulla vita, tradotti, con introduzione e note,* Bari, Laterza, 1919, recando un'importante nuova testimonianza.

poco sopra — p. 1123 *D*: *ὅθεν ἴσμεν οὐκ ὀλίγους τῶν φιλοσόφων... μᾶλλον ἂν οἷς οὐ παρατυγχάνουσι διαπιστήσαντας ἀνθρώποις καὶ πράγμασι καὶ λόγοις ἁπλῶς ἅπασιν ἢ μίαν ἐκείνων ἀληθῆ καὶ ὑπάρχουσαν εἶναι φαντασίαν πεισθέντας, ἃς λυττῶντες ἢ κορυβαντιῶντες ἢ κοιμώμενοι λαμβάνουσιν* — il Crönert (*Kolotes u. Mened.*, p. 13) vuol leggere *ἀληθῆ καὶ ⟨ἀληθῶς⟩ ὑπάρχουσαν*, e parrebbe proposta giudiziosa. Ma si vedrà inaccettabile, se si osservi che l'equazione *ἀληθές* = *ὑπάρχον*, è proprio epicurea, v. fr. 244: *οὐ διήνεγκε γὰρ* (sc. Epic.) *ἀληθὲς εἶναί τι λέγειν ἢ ὑπάρχον*. Come si vede dunque, Plutarco, censurando Epicuro, anche nelle espressioni allude malignamente alla sua dottrina. Su tale abitudine di Plutarco, vedi le mie *Note Plutarchee*, in " Athenaeum ", a. 1915, p. 57 sgg. Quanto poi alla teoria di Epicuro, qui censurata, sulla verità delle *φαντασίαι*, anche dei dementi od avute nei sogni, vedi Diog. Laert., X, 31, cfr. fr. 253.

***

Le osservazioni sin qui fatte ci hanno mostrato come, anche in questioni sinora discusse, sia assoluta la fede che si deve tribuire a Lucrezio quale interprete del pensiero epicureo. Ed in verità io credo che quanto più ampia diverrà la nostra conoscenza dei testi epicurei, tanto maggiore si vedrà essere la dipendenza di Lucrezio dalle fonti della scuola, anche nei particolari, e persino in certi tratti di pura poesia che parrebbero più originali.

Si vedano intanto questi luoghi che desumo da testi recentemente scoperti o non ancora studiati in questo proposito.

Il Crönert, nel suo libro *Kolotes und Menedemos* (Lipsia, 1906), studiando il papiro ercolanese 1012, ha pubblicato una serie di frammenti di uno scritto epicureo, ivi contenuto, che, da diversi indizi, egli mostra essere di Demetrio Lacone, anch'esso uno degli epicurei insigni. Interessante per noi è la col. 50 di tale papiro, di cui sono ricostruibili queste linee:

τοῦτο γὰρ γείνεται ὅταν, ὅθεν τοδε[ὶ] ἐξεχώρη[σε] κατὰ τὸν ἑξῆς χρόνον [τὸν] ἐλάχιστον τὸ ἐχόμε[ν]ο[ν] εὐθὺς ἀκολουθήση.

Il Crönert giustamente osserva che si tratta di un frammento sopra la teoria epicurea del moto (1), ma a qual punto di tale dottrina si riferisca, dice che non seppe scoprire. A rinvenirlo ci gioverà il confronto con Lucrezio. Infatti, se si osserva questo frammento, si vede che vi si parla di un fenomeno che si produce quando un determinato mobile si diparte da un luogo, ed a questo mobile, nel minimo tempo successivo, tiene dietro quello che gli era prima contiguo. Orbene, ciò che, secondo la dottrina epicurea, accade in tale circostanza, è il prodursi uno spazio vuoto tra i due corpi; spazio che non può immediatamente essere occupato dal corpo prima contiguo, sia esso un corpo solido, con cui il primo fosse in contatto, oppure l'ambiente fluido (acqua od aria) dove avvenga il moto. A persuaderci di ciò, basta confrontare i versi 370 sgg. del primo libro di Lucrezio, ove si dimostra la necessità di ammettere il vuoto, senza cui non sarebbe possibile il moto, secondo Epicuro. Lucrezio (e, come vediamo, il suo fonte epicureo) si oppone alla teoria, assai diffusa nell'antichità, che non esista il vuoto e che la materia sia continua, onde il moto avverrebbe per successione circolare, ininterrotta di movimento fra le particelle dei corpi, in modo che l'una segua sempre immediatamente all'altra, senza lasciare interstizi non occupati. Contro questa dottrina Lucrezio oppone due esempi: l'uno dei pesci che si muovono nell'acqua, i quali è necessario debbano ad ogni istante andare ad occupare uno spazio vuoto, l'altro di due piatti che si stacchino violentemente l'uno dall'altro, ed in tal caso l'aria esterna, precipitandosi fra loro, non potrà che occupare successivamente ogni porzione successiva di spazio intermedio; e perciò rimarrà, sia pure per un tempo minimo, uno spazio vuoto (v. 389: *nam primum quemque necessest Occupet ille locum, deinde omnia possideantur*). In tutti e due i casi, non vi può essere moto, se non avvenendo una soluzione di continuità per un tempo minimo, cioè un interstizio vuoto, che verrà occupato successivamente dal corpo immediatamente in contatto. Ed è questo appunto il

---

(1) Alla cinetica epicurea ci richiama infatti il concetto dell'*ἐλάχιστος συνεχὴς χρόνος*, su cui credo utile ricordare Epic., *ep. ad Erod.*, § 62: *κατὰ τὸν ἐλάχιστον συνεχῆ χρόνον.*

caso contemplato dal frammento che abbiamo preso in esame. Ed è particolarmente interessante questa conferma, perchè del passo di Lucrezio non avevamo, fin' ora, alcun parallelo epicureo, solo sapevamo, in forma generica, che Epicuro provava la realtà del vuoto mostrando la necessità d'ammetterlo per rendere possibile il moto (v. Sesto Emp., *Adv. math.*, VIII 329, 314: cfr. Epic., *ad Herod.*, § 40).

Assai importante è poi osservare che Demetrio Lacone è combattuto nominatamente da Sesto Empirico, in più passi che derivano dalla polemica di Enesidemo contro il Lacone. Enesidemo poi, come si sa, forma l'anello di congiunzione tra la Nuova Accademia ed il Pirronismo. Ora appunto in un passo degli *Accademici* di Cicerone è criticata la dottrina epicurea che ammette il vuoto per spiegare il moto: Cic., *Acad.*, II 125: *Tune... inane quicquam putes esse, cum ita completa et conferta sint omnia, ut et quod moveatur corporum cedat et qua quicquid cesserit aliud ilico subsequatur?* Il rapporto fra questo luogo, il frammento di Demetrio ed i versi di Lucrezio è evidente. Perciò, senza indagare se Enesidemo possa essere stato fonte di Cicerone, come fu sostenuto da qualcuno, è certo che abbiamo in queste fonti una prova circa la continuità della critica tradizionale contro la dottrina del vuoto di Epicuro e Demetrio Lacone. Se poi Lucrezio si servisse direttamente di Demetrio Lacone, o se gli elementi comuni, come è più probabile, provengano dagli scritti di Epicuro, fonte d'entrambi, è questione che non possiamo decidere in modo assoluto (1).

***

I comuni rapporti fra Sesto Empirico, Demetrio Lacone e Lucrezio credo ci diano modo di mettere in luce una nuova attestazione epicurea. Si tratta di un luogo di Sesto Empirico (*Adv. Math.*, I 283), ove Sesto riferisce gli argomenti che possono scagionare Epicuro dall'accusa mossagli d'aver tolto da Omero

(1) Quanto alla cronologia, si badi che Diogene Laerzio, nella sua lista degli epicurei illustri (X 26), mette Demetrio Lacone dopo Zenone Sidonio; secondo il Crönert, Demetrio sarebbe vissuto fra il 160 ed il 90.

alcuni tra i principî fondamentali della sua dottrina (1). Osserva dunque che Epicuro non tolse dal noto verso di Omero (*Iliade A* 469, e *passim*, *αὐτὰρ ἐπεὶ πόσιος καὶ ἐδητύος ἐξ ἔρον ἕντο*) la sua dottrina circa il limite estremo in grandezza dei piaceri (Epic., *Κυρ. δόξ.*, III), sia perchè in Omero si tratta d'una constatazione accidentale di fatti, mentre Epicuro ci dà una dottrina psicologica, sia perchè il poeta ci parla solamente di piaceri del bere e del mangiare, Epicuro invece tratta di ogni sorta di piaceri e perciò anche dei piaceri di Venere, su cui è ben nota l'opinione contraria di Omero. E neppure tolse da Sofrone o da Omero (2) la sua teoria che la morte non è nulla per noi (v. *Κυρ. δόξα*, II), perchè altro è fare un'affermazione, altro è darne una dimostrazione filosofica, come fece Epicuro, cui ne va dunque tribuito il merito. Per di più, Epicuro non affermò che la morte non sia nulla per noi, nel senso che sia indifferente vivere o no, ma anzi egli stima molto preferibile il vivere al non vivere, perchè il bene è predicato solo per esseri senzienti, mentre nella privazione del senso non si dà nè bene nè male. E che i corpi morti non sentano (prosegue Sesto), non solo sa il Poeta (3), ma è opinione comune degli uomini: " infatti (dice Sesto Empirico) spesso la madre pian-
" gendo il figlio morto dice: 'Ma tu di queste cose non hai più
" coscienza, mentre io misera me ne affliggo' e con fissi occhi
" aggiunge 'che ti giovano ormai più queste cose terrene?' ". D'altra parte, riprende Sesto, chi esamini i poemi di Omero, vede che egli ci rappresenta in alcuni luoghi le anime dei morti come ancor senzienti e travagliate dalla sete (Om., *Odiss.*, *λ* 575; 582) (4). Orbene le parole da me tradotte di Sesto Empirico

---

(1) Per tale accusa vedi sopra in Sesto Empirico, § 273 sgg. Su questa polemica, v. il mio volume citato sopra, *Vita di Epicuro*, § 27.

(2) Si allude ad Omero, *Il. Ω*, 54, ove anche lo scoliasta interpreta *κωφὴν γαῖαν* = *ἀναίσθητον σῶμα*.

(3) V. s. la citazione di Omero. Omero qui, come più sopra e altrove, è detto *ὁ ποιητής*, per antonomasia.

(4) Ecco il testo greco della parte che ci può interessare: *εἶτα, οὐδὲ κατὰ τοῦτο ἔφησεν ὁ Ἐπίκουρος τὸν θάνατον μηδὲν εἶναι πρὸς ἡμᾶς, καθὸ ἀδιάφορόν ἐστιν, ἢ ζῆν ἢ μή· πολλῷ γὰρ αἱρετώτερον τὸ ζῆν, διὰ τὸ αἰσθανομένων εἶναι τὸ ἀγαθόν· ἀλλ' ἐν ἀναισθησίᾳ οὔτε κακόν τι εἶναι οὔτε ἀγαθόν. τὸ μὲν γὰρ ἀναισθητεῖν τὰ νεκρὰ τῶν σωμάτων, οὐχ ὁ ποιητὴς*

presentano un singolarissimo confronto con uno dei più bei luoghi del poema di Lucrezio, ove si parla dei lamenti dei parenti sulla tomba dei loro cari:

III 904 sgg.

'tu quidem ut es leto sopitus, sic eris aevi
quod superest cunctis privatu' doloribus aegris:
at nos horrifico cinefactum te prope busto
insatiabiliter deflevimus, aeternumque
nulla dies nobis maerorem e pectore demet'.

Ibid. 894 sgg.

'Iam iam non domus accipiet te laeta, neque uxor
optima nec dulces occurrent oscula nati
praeripere et tacita pectus dulcedine tangent.
Non poteris factis florentibus esse, tuisque
praesidium. Misero, misere' aiunt 'omnia ademit
una dies infesta tibi tot praemia vitae'.

L'analogia è veramente singolare: e che non sia accidentale, risulta non solo dall'essere questi versi, nel poema di Lucrezio, proprio là ove si svolge la dottrina di Epicuro che la morte non sia nulla per noi (cioè connessi a quella medesima teoria epicurea di cui parla Sesto Empirico), e l'esservi posti per dimostrare che gli uomini si contradicono nei loro sentimenti più spontanei, allo stesso modo che in Sesto si tratta delle contradizioni dei poeti che riproducono le opinioni volgari; ma anche perchè Sesto Empirico in questo passo ebbe

---

μόνος οἶδεν, ἀλλὰ καὶ ὁ σύμπας βίος. μήτηρ γοῦν πολλάκις υἱὸν θρηνοῦσα φησί· 'ἀλλὰ σὺ μὲν τούτων οὐκ ἐπαισθάνῃ, ἐγὼ δὲ ταλαιπωρῶ', καὶ ἐνατενίζουσα ἐπιφθέγγεται, 'τίς δέ ἐστιν ἔτι σοι τούτων ὄνησις;' οὐ μὴν ἀλλ' ἐὰν ἐξετάζῃ τις, τὴν ἐναντίαν ἔχοντα δόξαν εὑρήσει τὸν ποιητήν. αἱ μὲν γὰρ ψυχαὶ κοινῶς διψῶσιν αἵματος,

ἀλλ' ἀποχάζεο βόθρου, ἀπίσχε δὲ φάσγανον ὀξύ,
αἵματος ὄφρα πίω, καί τοι νημερτέα εἴπω.

ὁ δὲ Τιτυὸς ὑπὸ γυπῶν διὰ τὴν ἐπιθυμίαν ἡπατοφαγεῖται. ὁ δὲ Τάνταλος ἕστηκεν ἐν λίμνῃ

... ἡ δὲ προσέκλυζε γενείῳ.
στεῦτο δὲ διψάων· πιέειν δ' οὐκ εἶχεν ἑλέσθαι.

presente senza dubbio una fonte epicurea di cui abbiamo altrove documento. Infatti la colonna 73 del medesimo pap. ercol. 1012 (v. Crönert, p. 118) ci ha conservata una parte della risposta di Demetrio Lacone, appunto contro coloro che accusavano Epicuro di aver desunto da Omero la sua dottrina sul limite dei piaceri. Questa risposta ci è giunta solo in parte; ma ciò che rimane è sufficente per vedere che essa doveva essere affatto analoga a quella riferita da Sesto Empirico, cioè che in Omero abbiamo unicamente un detto comune e volgare, in Epicuro invece una precisa definizione filosofica (1). Come si vede dunque possiamo ritenere di aver trovato nel passo di Sesto Empirico una testimonianza sinora inavvertita della fonte epicurea che suggerì a Lucrezio uno dei più bei tratti del suo poema.

***

Ma ancor più interessante è, se non sbaglio, la prova della dipendenza di Lucrezio da Epicuro in un passo del *De rerum natura*, che parve sempre, e parrebbe ad ognuno, improntato del più originale e schietto sigillo lucreziano. Si tratta dei versi 91 seg. del libro quinto di Lucrezio. Il poeta, dopo aver dichiarato che il mondo, che alcuni filosofi stimano un essere divino, beato ed immortale, è perituro, come tutto ciò che contiene. osserva che difficile è persuadere gli uomini di ciò, come d'ogni cosa che non cada sotto l'esperienza; ma tuttavia non paventerà di dimostrarlo. " E forse „ (aggiunge egli, con audace trapasso, così consono al suo spirito appassionato che scorge sempre nella dottrina che espone una verità profetica non passibile di dubbî e di errore) " forse ai miei detti il fatto stesso " darà fede e, sconvolte all'imo da gravi tremori della terra, " vedrai tutte le cose squassarsi in breve tempo „.

sed tamen effabor. dictis dabit ipsa fidem res
forsitan et graviter terrarum motibus ortis
omnia conquassari in parvo tempore cernes.

(1) Su Demetrio Lacone come fonte di Sesto Empirico cfr. Sext. Emp., *Adv. dogm.*, VIII 348; 349; 453; X 219; *Pyrrh.*, III 137.

Quod procul a nobis flectat fortuna gubernans,
et ratio potius quam res persuadeat ipsa
succidere horrisono posse omnia victa fragore (1).

Non si direbbe veramente che in questi versi parli il poeta ispirato e immaginoso, anzi che il discepolo fedele di Epicuro? Chi si aspetterebbe un tratto così audace e, ripeteremo, così *lucreziano* dall'arido scrittore dell'*epistola ad Erodoto*? Ebbene, nel frammento 3° del libro XI del *περὶ φύσεως* di Epicuro (2) si leggono queste parole:

δοὺς ταύτης τι[μῆς] δ[ρ]ατὴν ποιεῖσθαι, καὶ τῆσδε δύη[ς (3) *ἔσεσθ]αι, ἢ πρότερον [ἢ ὕστε]ρον· ὥστε οὐ τότ' [ἔχειν] ἀ[π]ειρία[ν] ἀκ[όλ]ουθον τοῦ παντός.*

Che si tratti della fine del mondo già vide il Rosini, a cui sfuggì però il passo citato sopra di Lucrezio. Quanto a *δούς*, il Rosini crede che si riferisca ad un *ὁ κόσμος*, che precedesse nelle linee perdute; però il passo di Lucrezio (*dictis dabit ipsa fidem res*) mi fa pensare che il soggetto sottinteso sia diverso, forse *ὁ καιρός*. Il senso delle prime linee è chiaro: si tratta infatti dell'esperienza che il caso, prima o poi, possa darci della rovina del mondo, come ora l'esperienza ci fa certi della sua maestà. Si noti che il tono in tutto il frammento è ironico, come ironico è il tono dei versi lucreziani che seguono a quelli citati (v.1115 sg.). Ed un'altra notevole conformità fra Lucrezio ed Epicuro si intravede anche da quel *τιμῆς* che ci indica quale fosse l'argomentazione precedente in Epicuro. Infatti il più valido sostenitore dell'eternità del mondo, Aristotele, fondava appunto la sua dimostrazione, fra altro, sulla maestà del mondo e sul meraviglioso ordine che vi regna, che proverebbe essere esso opera perfetta e non distruttibile (vedi Arist., fr. 18, Rose; Cic., *Acad. prior.* II, XXXVIII 119 sgg.; cfr. per l'argomentazione aristotelica anche Cic., *de nat. deor.*, 37, § 95 sgg.). Ora si vede che

---

(1) Lucrezio, V, 104 segg.

(2) Vedi l'edizione del Rosini, *Voll. Herc.*, ed. prior, V. II, p. 33.

(3) Il Rosini è incerto su *δύης*, perchè parola poetica, ma oltre che Epicuro ama le parole poetiche, come osserva anche il Rosini, per di più *δύη* si trova anche in scrittori di prosa, come p. e. in Appiano.

contro questo argomento Epicuro appuntava la sua ironia; infatti altri cenni di questa argomentazione epicurea sono non solo in ciò che segue presso Cicerone (*Acad. prior.* 120, cfr. 121), ma pure in Lucrezio 157-195, ove si parla appunto della difettosità della natura del mondo (*culpa naturae*), argomentazione che Lucrezio tolse da Epicuro, come si può vedere dal fr. 381.

Quanto all'ultima frase del frammento citato del *π. φύσεως*, occorre ricordare che per Epicuro l'*universo* (*τὸ πᾶν*) è eterno, perchè *infinito*. Infatti morte è disgregamento, ma non essendovi nulla di là dal tutto, la materia che lo compone non può sfuggirne, nè una forza esterna produrvi mutazione (1). Però il nostro mondo non è coestensivo con l'universo (come credevano p. e. Platone ed Aristotele), ma costituisce solo una minima porzione di esso. Onde il nostro mondo, come gl'innumeri altri che sono nell'universo, secondo Epicuro, sono *finiti*, nativi e mortali; e periscono allorquando la materia che li compone si disperde nello spazio; o perchè la sua compagine, per senilità, si disfaccia, o perchè soggiaccia ad un improvviso esterno cataclisma, come, per esempio, all'urto di un altro mondo (2).

Cumiana, agosto 1918.

---

(1) Cfr. Lucr., V, 351 segg.; II, 294 segg.; Epic., *ep. ad Erod.*, § 39, fr. 296.

(2) Per altri passi di pura poesia in Lucrezio, dei quali il poeta romano tolse lo spunto da Epicuro, vedi il mio volume citato sopra, p. 39; 157 (ove mostro come la prima idea del meraviglioso proemio del libro I di Lucrezio e l'allegoria di Venere dovettero venire da un testo di Epicuro, *Sent. Vat.*, 52; " Wiener Stud. „, 1888), e *Appendice*, ove tratto dell'origine epicurea di un altro fra i più bei passi del libro II di Lucrezio.

I Quasi-Contratti nel Diritto Inglese in rapporto al Diritto Italiano

Nota II di MARIO SARFATTI
Libero docente nella R. Università di Torino

Ripetizione d'indebito.

Nella categoria dei quasi-contratti fondati su beneficio recato per errore o carpito con mezzi illeciti, il diritto inglese (1) comprende da un lato la figura della ripetizion d'indebito, contemplata espressamente come quasi-contratto dalla nostra legge agli art. 1145-46 C. c. e dall'altro la ripetizione regolata dall'articolo 1237 C. c., in relazione al pagamento in genere (2).

Intendonsi per benefici recati per errore, *by misreliance*, quelli fondati sulla fiducia posta in determinate circostanze per errore e precisamente su erronea fiducia: per benefici ottenuti illecitamente, quelli estorti con la violenza o carpiti con dolo, *under constraint*, con quei mezzi cioè, la cui presenza in un contratto ne induce la nullità, viziandone il consenso.

Crediamo che a ragione la recente dottrina nostra su l'argomento abbia escluso come fondamento giuridico della ripetizione tanto la nullità del pagamento per mancanza di causa giuridica, intesa come tale la preesistenza dell'obbligazione valida, quanto una sottintesa clausola contrattuale di ripetere (3), e ne fondi invece l'azione su l'arricchimento ingiustificato del-

(1) Keener, op. cit., p. 26; Woodward, op. cit., pp. 11 e 336.

(2) Giorgi, op. cit., vol. 5°, p. 116.

(3) Scuto, *Natura giuridica e fondamento della ripetizione dell'indebito nel dir. civ. it.*, in " Riv. di Dir. civ. ", 1917, n. 20, p. 23 estratto.

l'*accipiens*, derivato dal fatto che il pagamento è stato eseguito in modo valido in quanto ai suoi effetti traslativi, reali e manca il debito (1).

Tanto nell'obbligazione di restituire ciò che è stato indebitamente pagato a carico di chi ha ricevuto per errore o scientemente, quanto nella massima dell'art. 1237 C. c., che dispone che ogni pagamento presuppone un debito e che ciò che è pagato senza esser dovuto è ripetibile, risulta la repugnanza della legge nostra a permettere che uno si arricchisca indebitamente a danno altrui, qualunque sia il motivo che spinse a far il pagamento non dovuto, con la sola esclusione del caso in cui il pagamento abbia avuto lo scopo di soddisfare una obbligazione naturale, o la conseguenza di privare il creditore in buona fede del titolo e delle cautele relative al credito o quella di far vendere dal creditore la cosa avuta. Questi concetti sono ampiamente contenuti nella formula inglese *change of position*, che contempla come causa giustificativa di ritenzione la circostanza che il creditore, in conseguenza del pagamento avuto, si sia messo in condizione di non tornare allo *statu quo*, ad esso anteriore (2). Eguale è il fondamento della ripetizione d'indebito nei due diritti corrispondendo al *beneficio* considerato dal diritto inglese (3), l'*illecito arricchimento* vietato dal diritto nostro, il

---

(1) Id. id., n. 71, p. 122. A ragione quest'autore combatte le opinioni che ammettono la nullità del pagamento d'indebito, " contro le quali „, egli dice (loc. cit., n. 7, p. 7), " si possono muovere obbiezioni assai fondate non " solo dal punto di vista dei principii tradizionali, ma anche e sopra tutto " con riguardo alle disposizioni con cui nel nostro codice civile, come nel " codice francese, è stata regolata la ripetizion d'indebito. L'esistenza della " *condictio indebiti*, consacrata da tutta la tradizione romanistica, contrad- " dice apertamente al concetto della nullità del pagamento d'indebito, " qualunque sia la ragione in base alla quale si cerchi di giustificarla: la " *condictio*, che è azione indiscutibilmente personale, presuppone di neces- " sità che un trasferimento, od acquisto patrimoniale, sia avvenuto valida- " mente a favore di chi è esposto a subirne l'esercizio, sicchè parlare di " una *condictio indebiti* di natura reale è una palese contraddizione „.

(2) Questo cambiamento irrimediabile di posizione avviene per l'alienazione di quanto ricevuto prima che l'errore venga rilevato. Woodward, op. cit., p. 38; Costigan, *Change of position*, in " Harvard Law Rev. „, XX, p. 205.

(3) Keener, Woodward, loc. cit.

che fa sì che nella ripetizione d'indebito piuttosto che il volontario pagamento, sia decisivo l'incremento patrimoniale che esso determina a favore dell'*accipiens* senza una causa giustificativa (1). Su questo principio fuori discussione pel diritto inglese, vi è l'accordo pure nella prevalente dottrina nostra, la quale confuta vittoriosamente i pochi che le muovono obbiezione (2).

Consideriamo anzitutto il beneficio recato per errore, *conferred in misreliance*, senza indagare la natura dell'errore medesimo, che diritto inglese e diritto italiano ammettono possa in questo caso estendersi all'errore di diritto, pur riflettendo prevalentemente l'errore di fatto: requisiti per l'azione di ripetizione sono un pagamento fatto per errore e la mancanza di qualunque motivo che ne giustifichi la ritenzione per parte di chi incassò (3). Se taluno abbia pagato sapendo di non esser tenuto a niente, anche solo dubitando di non dovere, o in seguito a transazione, viene meno il primo requisito; manca il secondo quando qualche circostanza giustifichi la ritenzione, come, ad es., se l'attore abbia recato danno alla persona dalla quale esige la ripetizione, o sia moralmente obbligato a recare il beneficio, cioè abbia col pagamento soddisfatto volontariamente un'obbligazione naturale (4), o abbia ricevuto in cambio un oggetto di valore e non sia in grado di restituirlo, o abbia

---

(1) Scuto, loc. cit., n. 33, p. 43.

(2) Pacifici-Mazzoni, Lomonaco, De Pirro, Barassi, citati in Scuto, loc. cit., n. 62, p. 92.

(3) De Pirro, *Teoria della ripetizione dell'indebito*, Città di Castello, 1892, p. 70: "È necessario che vi sia stato un pagamento..., che l'arricchimento " sia ingiustificato..., che si sia pagato per errore..., che pagando non si " sia volontariamente soddisfatto un'obbligazione naturale, o il creditore " non si sia privato in buona fede del titolo e delle cautele relative al " credito „. — Howe, *Studies in the civil law*, Boston, 1905, p. 279, dopo aver rilevato l'analogia del diritto latino e dell'inglese in materia, conclude con eguale indicazione di requisiti: " in order to recover money thus paid " in England or in New York, for exemple, the payment must not have " been a voluntary one; it must appear that it is against good conscience " for the defendant to retain the sum paid, the having been not even a na- " tural obligation to pay... „.

(4) L'obbligo morale è inteso nel senso di obbligazion naturale, essendovi prevalentemente quell'espressione in diritto inglese, sebbene gli scrittori americani parlino di obbligazion naturale (v. nota prec.).

avuto un corrispondente beneficio: nell'un caso e nell'altro chi ha pagato non può procedere a ripetizione.

Pure in presenza dei due suddetti requisiti, in Inghilterra, a differenza di quanto avviene da noi, ove la buona o malafede dell'accipiente ha effetto soltanto su le conseguenze dell'azione (1), chi ha pagato dovrà, per poter agire in ripetizione, determinare la malafede di chi ebbe a ricevere l'indebito, sia accertandone la spontanea conoscenza, sia notificandogli la irregolarità del pagamento fattogli e al diritto all'azione per ripetere si unirà sempre, appunto per l'esistenza della malafede, quello all'azione di danni da liquidarsi sotto forma d'interessi (2).

I requisiti per l'azione in ripetizione dunque, pur essendo eguali nei due sistemi di diritto, vi subiscono un diverso apprezzamento, in quanto che il diritto inglese ritiene la buonafede dell'accipiente giustificato motivo di ritenzione da parte di lui (3), e ciò per la grande tutela ch'esso accorda al possesso (4), per la quale viene in tal caso ad applicare disposizione analoga a quella dell'art. 707 del nostro Codice civile, mentre per noi il principio si applica ai terzi di buonafede e perciò non a chi ebbe a ricevere direttamente dal *solvens*. Questa buonafede dell'accipiente non è accolta come giustificazione della ritenzione per parte di lui dal legislatore italiano, il quale ne trae come unica

---

(1) De Ruggiero, *Ist. di Dir. civ.*, 2ª ed., Napoli, 1915, vol. 2°, p. 473: " Per l'accipiente non si esige, perchè tanto è tenuto a restituire chi per " errore ha ricevuto ciò che non era dovuto, quanto chi aveva scienza di " non essere affatto creditore o di non esserlo del *solvens* ".

(2) Keener, op. cit., p. 141: " ... it has been held, although there is a " conflict of authority that a defendant who innocently receives money " paid by plaintiff under mistake cannot be sued therefore until he is made " aware by notice from the plaintiff or otherwise of the fact of the payment " having been made under mistake ".

(3) Id. id., loc. cit.: " If he did no wrong in receiving the property, " it seems difficult to say that he has become a wrongdoer in keeping " that which he did no wrong in receiving, and which he has no reason " to suppose he should not continue to hold. Surely he is doing nothing " inequitable or against conscience in innocently taking with the consent " of the plaintiff and in keeping, with his supposed consent, that which the " plaintiff intended he should have ".

(4) Pollock and Wright, *An essay on possession in common law*, Oxford, 1883.

conseguenza, nel caso in cui la cosa ricevuta più non sussista o sia deteriorata (1), la facoltà di non restituire che sino alla concorrenza di ciò che è stato rivolto in suo profitto, salvandolo dall'aggravamento di responsabilità che la perdita o il guasto della cosa porterebbe all'*accipiens* di malafede, e, nel caso che l'abbia venduta, limitando il suo obbligo a quello di restituire solo il prezzo ricavatone o di cedere l'azione per conseguirlo. La dottrina inglese prende in speciale esame l'errore del *solvens* e con la sua solita casistica (2), ne forma numerose categorie che facilitano le indagini occorrenti nelle singole controversie e che riteniamo utile riportare per sommi capi.

I. — L'errore può colpire l'esistenza o la validità del contratto:

A. Per **mancanza dell'accettazione dell'offerta:**

1) a *causa dell'ambiguità dell'offerta stessa*, quando all'offerta sia data una portata diversa da quella intesa dall'offerente: l'accettazione viene a non aver valore per mancanza di consenso su lo stesso oggetto;

2) per *l'ignoranza dell'offerta da parte del suo destinatario*, il che sopratutto avviene quando la merce sia mandata a titolo di vendita e accettata invece a titolo gratuito;

3) per *errore sull'identità dell'offerente*, nel qual caso il destinatario con l'accettazione intende retribuire persona diversa da quella che effettivamente gli fece la consegna;

B. Per **inesistenza di circostanze di fatto prese in considerazione**: questo si manifesta sopratutto nella vendita e locazione di beni mobili o immobili per la mancanza dell'oggetto da trasferirsi o la mancanza di titolo sull'oggetto stesso quando il titolo sia fissato, nei casi di assicurazione per la mancanza dell'oggetto da assicurare, nelle cessioni di privative industriali per la invalidità della privativa stessa ceduta;

C. Per **indeterminatezza dell'obbligazione assunta**, sia nell'oggetto, sia nel prezzo, il che si verifica sopratutto nella vendita a giusto prezzo o di una certa misura di terreno non specificato;

---

(1) Cod. civ., art. 1148-49.

(2) Vedi, oltre la raccolta citata del Keener, quella più recente del Thurston, *Cases in quasi-contracts*, S. Paul, 1916.

D. Per **difetto di forma**: anche quando questa sia imposta solo per la prova del contratto, la sua inosservanza porta con sè la mancanza di forza coattiva per l'esecuzione;

E. Per **mancanza di capacità contrattuale**, caso questo che si presenta raramente essendo pienamente capaci, in Inghilterra, la donna maritata in ogni caso ed i minori quando si tratti di cose di prima necessità (*necessaries*) per loro, e colpendo la incapacità solo gli insani di mente e coloro che affetti da ubbriachezza abituale o da prodigalità son soggetti a curatore;

F. Per **incapacità del rappresentante**, quando il contratto sia stato concluso con uno creduto rappresentante della parte.

Si fa eccezione a questa norma in materia cambiaria, in quanto cioè non vale l'errore del trattario su la genuinità della firma del traente per dargli diritto a ripetere la somma pagata, sia che si segua la teoria della *presunzione* la quale ammette presunzione assoluta che il trattario conosca la firma del traente, o *quella della colpa*, che ritiene colpevole il trattario nell'aver pagato un titolo con firma falsa del traente, o quella fondata su l'*eguaglianza* delle *parti*, per la quale a parità di colpa è data prevalenza al possessore del titolo, o quella fondata sul *cambiamento di posizione*, che ne verrebbe e che vuol impedire al possessore, se il trattario potesse ripetere, o quella infine fondata su l'*ordine pubblico* che combatte il diritto a ripetizione per mantenere la fiducia nei titoli di credito.

II. **Errore su contratto affetto da nullità.** — Senza accogliere una piuttosto che un'altra interpretazione dell'antica legge che regge ancora in Inghilterra la forma e la sostanza dei contratti, se, cioè, i due paragrafi 4 e 17 dello *statute of frauds* contemplino la nullità o la improcedibilità, è indiscusso che l'errore fondato su un contratto che poi risulta viziato, a termini di tale disposizione di legge, dia diritto alla ripetizione.

Così è ripetibile il prezzo pagato o il valore di cose consegnate in forza di contratto verbale per trasferimento di diritti immobiliari o per prestazioni che debbano compiersi dopo più di un anno; si intende che si deducono i vantaggi ricavati dall'attore e principali fra questi i miglioramenti recati sul suo fondo dall'acquirente costretto a restituire.

III. **Errore su un contratto d'impossibile esecuzione.** — Si dànno dei casi nei quali l'esecuzione del contratto è resa impossibile, e pur in base ad esso una parte ha avvantaggiato l'altra con una parziale esecuzione: vi sono così le condizioni per la ripetizione dell'indebito. Possono presentarsene diversi, che si raggruppano nei seguenti: *a)* Distruzione di una costruzione o di un oggetto mobile sul quale l'attore abbia speso danaro e lavoro; *b)* guasti a mezzi di trasporto marittimo durante il viaggio, con la consegna della merce in porto intermedio; *c)* malattia o morte di un contraente il quale abbia eseguito parzialmente il contratto pel quale doveva prestar l'opera propria, specialmente in caso di contratto di servizio; *d)* sopraggiunta disposizione legislativa che sospenda l'eseguibilità del contratto.

Può a sua volta l'impossibilità di esecuzione colpire il convenuto: il caso più comune è quello di distruzione o danno a beni che siano oggetto di contratto di vendita in corso; le somme pagate per i beni in tal caso sono ripetibili, non così naturalmente se la distruzione avvenga dopo passata la proprietà. Può in un contratto di prestazione d'opera avvenire che muoia il locatario, ad es., il cliente di un avvocato, avendo pagato un anticipo su quanto avrebbe poi dovuto: l'erede può ripetere la parte pagata per opera non ancora prestata, purchè si possa distinguere il valore di questa parte dell'opera stessa.

Difficoltà assoluta alla ripetizione è posta dalle Corti inglesi, non senza critica della dottrina, nei casi in cui sia avvenuto tal cambiamento di posizione in chi ha ritenuto il pagamento, da render difficile con la restituzione il ritorno alle condizioni primitive; in proposito ebbero a decidere per i numerosi casi di locazione di finestre e balconi per assistere al corteo dell'incoronazione nel 1902 a Londra: quanto era stato pagato, pur essendo rimandata la cerimonia, non fu restituito, ritenendo la Corte che i vari contratti conchiusi non fossero nulli per mancanza di causa, ma solo fossero esenti le parti da ulteriore esecuzione e così quanto fosse stato pagato restasse al locatore.

IV. **Errore su contratti illeciti.** — Dà luogo ad obbligazione quasi-contrattuale la parziale esecuzione di contratto illecito conchiuso in buona fede con le forme di legge, tanto nel

caso in cui l'errore verta su la natura illecita in sè del contratto, quanto in quello in cui l'errore rifletta le circostanze che rendono illecito un contratto originariamente lecito, sempre che l'illeceità sia imposta dalla legge (*malum prohibitum*) e non sia immorale o contrario all'ordine pubblico (*malum in se*), nel quale ultimo caso non è ammissibile l'errore e per conseguenza la relativa ripetizione, per l'antico principio che afferma *potior conditio defendentis.*

Natura in sè illecita hanno i contratti di giuoco; speciali circostanze rendono poi illecito l'accaparramento di azioni da parte di società. Talune proibizioni sono limitate a determinate classi di persone a favore d'altre; in tali casi è la violazione da parte di componenti delle prime a danno di membri delle seconde che dà, a questi, l'azione di ripetizione. Così la vendita di attestati di privativa senza l'adempimento delle formalità imposte dalla legge al venditore dà diritto all'acquirente di agire in ripetizione.

Può darsi il caso che il divieto non riguardi più l'una che l'altra parte, ma che l'una sia stata indotta a contrattare per dolo o violenza dell'altra; in questo caso è rotto l'equilibrio delle due illeceità, non essendo il truffato in *pari delicto* ed acquistando questo il diritto a ripetere.

Al fine poi di diminuire l'efficacia dei contratti illeciti, il diritto inglese concede azione di ripetizione a quella parte la quale, dopo aver pagata l'altra, si penta e non voglia più l'esecuzione del contratto: speciali contratti di questo genere si possono raggruppare a seconda delle controversie cui sono soliti dar luogo: 1° mediazione matrimoniale; 2° contratti di giuoco; 3° contratti da eseguirsi in giorno festivo.

V. Errore su contratti che non possono eseguirsi per violazione da parte dell'attore. — Evidentemente la inesecuzione per sè non porta diritto a ripetizione, ma questa facoltà è sottoposta alla condizione che la inesecuzione da parte dell'attore sia dovuta a circostanze estranee a lui ed impreviste: ad es., se la sospensione del lavoro intrapreso dipenda da impossibilità di trovare gli operai occorrenti.

I casi più comuni presentatisi in pratica riguardano: 1° contratti di servizio; 2° contratti di costruzione; 3° contratti di vendita mobiliare.

1° Nel contratto di servizio può, chi presta l'opera, mancare della capacità necessaria e, pur cessando dall'ufficio, esigere pagamento dell'opera prestata.

2° Lo stesso dicasi pel contratto di costruzione: la parte di lavoro compiuto, anche se incompleto per impossibilità di proseguirlo, merita paga se il convenuto ritrae beneficio dalla parziale costruzione.

3° Nella vendita mobiliare la incompiutezza del contratto non induce la restituzione in natura della merce.

VI. **Errore sui termini di un contratto valido o sulle circostanze di fatto ad esso attinenti.** — Può avvenire che le parti riconoscano che il contratto non esprime la loro volontà: se il contratto è verbale, chi ha pagato più di quanto doveva ha azione di ripetizione; se il contratto è scritto, questo diritto c'è solo quando una Corte d'equità abbia autorizzato una nuova compilazione del contratto nel senso inteso dalle parti.

VII. **Errore su obbligazioni non contrattuali.** — Numerosi sono i casi di tasse pagate senza che siano dovute, o in cifra superiore al dovuto, ma prevalgono in questa categoria i pagamenti fatti per un errore sul proprio *status*; ciò avviene per le spese fatte da taluno per un supposto rapporto di parentela che non esiste. Della stessa specie sono adesso le spese fatte per l'erronea idea di esser proprietario di beni effettivamente altrui: il principio prevalente nel diritto comune era che le migliorie ai fondi eran sempre fatte a proprio rischio, ma l'equità impose che le migliorie fatte in buona fede su fondo altrui fossero rimborsate, nel limite però del maggior valore venuto al fondo, ed eguale principio vige adesso anche circa le spese fatte per beni mobili altrui.

***

Vedemmo che al pari del beneficio recato per errore dànno diritto a ripetizione quelli estorti con la violenza o carpiti con dolo (*conferred under constraint*): mentre il primo, come pel diritto nostro, in forza degli art. 1145-46 C. c., esige la prova dell'errore da parte dell'attore in ripetizione, questi ultimi, che il nostro Codice civile regola con l'art. 1237, dànno

diritto alla ripetizione senza che vi sia errore nel *solvens* per la mancanza assoluta di protezione da parte della legge delle conseguenze giuridiche di fatti illeciti.

I. **Minaccia di violenza.** — Esteso è il concetto di violenza nel moderno diritto inglese, che a differenza dell'antico, pel quale si riscontrava tale elemento soltanto nell'arresto arbitrario o in una violenza usata o minacciata a una persona, lo estende a qualunque attuale compimento o minaccia di illecito esercizio di un potere esistente o supposto contro la persona o i beni altrui, dai quali la persona minacciata non abbia altri mezzi per salvarsi che quello di dar esecuzione a quanto le venga richiesto. Al pari di quanto la violenza opera per annullare un contratto, essa dà diritto ad agire per la ripetizione di quanto fu dato a causa sua. Raggruppando i casi prevalentemente presentatisi in pratica, si posson fare le seguenti categorie:

1° *Minaccia di violenza alla persona o di arresto arbitrario.* Sia questo minacciato alla persona stessa alla quale è richiesta la prestazione o a un membro della sua famiglia, il pagamento fatto è ripetibile.

2° *Minaccia di procedimenti legali.* La semplice minaccia di tali procedimenti non pregiudica la validità del pagamento fatto in sua conseguenza, ma se la pretesa che col procedimento si vuol appoggiare è ingiusta, il pagamento ottenuto è ripetibile.

3° *Minaccia di ritenzione di mobili.* Se il pagamento è ottenuto privando di cose sue il legittimo possessore, egli può ripeterlo.

4° *Minaccia di atti esecutivi fondati su pretesi diritti di garanzia immobiliare.* È ripetibile la somma sborsata per impedire danni maggiori.

5° *Minaccia allo sviluppo di industrie o di commerci o di esercizio professionale.* Questa amplissima categoria comprende i più svariati casi di ripetizione ammessa di somme sborsate per evitare le conseguenze di tali minaccie; le più comuni fra esse sono quelle di esclusione da qualche sindacato, la diffida a far pagamenti.

6° *Minaccia, da parte di pubblico ufficiale o di Società esercenti pubblici servizi, di rifiuto all'esercizio del proprio ufficio o servizio.*

Quest'atto, che viene pure represso dal diritto penale che lo contempla sotto il titolo di concussione, autorizza la ripetizione dell'indebito pagamento fatto per raggiungere l'adempimento dell'atto d'ufficio o del servizio convenuto.

7° Gli *esagerati interessi* convenuti in un contratto di mutuo da chi faccia imprestiti per professione abituale, dànno spesso luogo all'esercizio dell'azione in ripetizione per la quota ritenuta eccessiva nonchè ritenuta di origine dolosa, cioè ottenuta abusando delle condizioni del mutuatario.

II. **Minaccia di procedimenti esecutivi** in base a sentenza successivamente annullata. — Durante l'efficacia del giudicato quanto fu incassato in base ad esso non è ripetibile, ma manca fondamento al pagamento quando sia dichiarata la nullità della sentenza che abbia avuto esecuzione forzata.

III. **Minaccia di esecuzione fiscale**. — Come nel caso precedente si ha l'azione in ripetizione per chi pagò al fisco, per addebiti nulli o eccessivi, a causa di minaccia di arresto o di esecuzione.

IV. **Adempimento di obbligazione parzialmente dovuta da altri**, compiuto per salvare cose proprie da atti esecutivi. — Esempio è il pagamento fatto da un comproprietario dell'intero onere gravante la proprietà.

Per la storia della clausola della Nazione più favorita

Nota della Dott. DINA BIZZARRI

Risalendo alle origini di quel sistema che nei trattati internazionali è espresso con la clausola della nazione più favorita, troviamo di esso una forma embrionale che, se nulla muta al concetto fondamentale della clausola e ne mostra i moventi e gli scopi identici a quelli che tuttora ne ispirano la stipulazione, ne presenta però l'applicazione e gli effetti assai limitati e diversi da quelli della sua forma attuale.

Le prime traccie di tale sistema compaiono in alcuni di quei trattati politico-commerciali del basso medio-evo, che i Comuni frequentemente stipularono allorquando la loro attività commerciale o industriale ebbe necessità di esplicarsi in un campo più vasto e meno irretito di ostacoli di quello che il particolarismo municipale e la ristretta politica mercantile loro offrivano. Alcune città e particolarmente quelle che, favorite da ragioni geografiche o storiche, partecipavano al traffico medievale, avevano ottenuto da principi e da Comuni concessioni e privilegi notevoli per i loro commerci e le loro industrie: ben presto altre città, per non trovarsi in una posizione inferiore a quella dei Comuni concorrenti e non venire da quelli sopraffatti nella lotta economica assiduamente combattuta, esigevano di essere ammesse anch'esse al godimento di quelle franchigie. La clausola della nazione più favorita può quindi vedersi attuata nella sua forma primitiva in questa estensione al Comune contraente di un trattamento di favore già precedentemente ad altri Comuni accordato (1). Più specialmente sif-

(1) Cfr. G. Cavarretta, *La clausola della nazione più favorita*, Palermo, 1906, pagg. 15 e segg. — Gli altri scrittori di Diritto Internazionale tra-

fatta parificazione nei privilegi concerne, in questo primo periodo del sistema, la libertà del commercio e la riduzione dei diritti di dogana. I dazi infatti, nei quali i Comuni allo scopo fiscale associavano il doppio intento di politica mercantile ed annonaria, ostacolavano immensamente, ad ogni passo rinascenti, il traffico medievale; uno dei problemi che più insistentemente le convenzioni tra Comuni cercano di risolvere è appunto quello di rendere libere le vie dei commerci con l'abolizione o con la riduzione per i propri mercanti dei dazi; intento che le città raggiungono imponendosi con la violenza alle minori, stringendo accordi con le maggiori. E poichè una condizione privilegiata in tale materia fiscale ed economica era di somma importanza per la vittoria nella concorrenza commerciale, i Comuni ben presto intesero ad ottenere, sotto questo aspetto, uguaglianza giuridica con i Comuni più favorevolmente trattati. La clausola della nazione più favorita diventa quindi per ogni Comune quasi strumento di unificazione del proprio diritto internazionale, lentamente e forse inconsciamente avviando i Comuni verso un sistema meno particolarista con l'adozione di un metodo di trattamento ugualmente favorevole, che meglio soddisfaceva alle esigenze del commercio internazionale.

Così nel 1194 Ferrara assimilava Bologna, nei riguardi del dazio sul sale, alle altre città alle quali l'amicizia con Ferrara aveva già creata una posizione privilegiata (1): nel 1226 il conte Tommaso di Savoia, vicario imperiale nella Lombardia, prometteva a Marsiglia, allora al bando dell'Impero, che, qualora l'Imperatore l'avesse incaricato della soluzione del conflitto,

---

scurano le ricerche nella storia medievale. Visser rintraccia i primi esempi di stipulazione della clausola soltanto nel secolo XVII: L. E. Visser, *La clause de la nation la plus favorisée*, in " Revue de droit international et de législation comparée „, ser. II, t. IV, pag. 70.

(1) Savioli, *Annali Bolognesi*, Bassano, 1789, pag. 176: "...Bononienses... " debent solvere... de portu salis in Ferraria sicut alie civitates amice " Ferrarie „. Così si interpretava nel 1194 il trattato commerciale stipulato l'anno precedente da Ferrara e Bologna. Cfr. Schäube, *Handelsgeschichte d. Romanischen Völker der Mittelmeergebiets bis zur Ende der Kreuzzuge*, Leipzig, 1906, trad. da P. Bonfante, in " Biblioteca dell'Economista „, ser. V, vol. XI, pag. 932.

avrebbe fatto inserire nel privilegio imperiale che sarebbe stato concesso alla città la clausola che Marsiglia, la quale, a differenza delle grandi città marittime italiane, non aveva antichi trattati e privilegi cui richiamarsi, fosse ammessa a godere nel regno di Sicilia, per quel che concerne i diritti di giurisdizione e l'esenzione dai tributi e dai dazi, i medesimi privilegi che vi avevano, *de jure* o *de facto*, i Pisani e i Genovesi, i cittadini delle due repubbliche allora più favorite (1). Venezia applicava a Padova, nel 1227, la tariffa di favore, per l'importazione in Venezia di merci forestiere, già accordata a Milano e a Cremona (2): nel 1288 Giacomo, re di Sicilia, studioso di stringere relazioni commerciali col regno di Aragona, parifica i Catalani ai Genovesi nell'esenzione dai diritti di ripatico e di misura e da quelli di esportazione e nella riduzione a un terzo dei diritti di importazione sui generi estranei alla Spagna: privilegio questo che contese ai Genovesi il loro antico primato nel commercio con l'isola, ponendoli di fronte alla concorrenza dei nuovi privilegiati, i quali riuscivano nel XIII secolo a collocarsi sulla stessa linea delle vecchie nazioni commerciali latine (3). Quando Federico II, re di Trinacria, volle nel 1305 gratificare la devozione di Palermo, non fece che estendere alla città i privilegi concessi a Messina (4): il trattamento del maggior favore di-

---

(1) La promessa non potè avere effettuazione. Marsiglia si trova ancora nel 1229, e probabilmente fino al 1232, al bando dell'Impero. Cfr. Schaube, op. cit., pag. 603.

(2) M. Roberti, *Studi e documenti di storia veneziana*, in " Nuovo Archivio Veneto „, 1908, II. *I trattati fra Venezia e Padova anteriori al dominio Ezzeliniano*, pag. 52: " ... de rebus autem ultramontanis undecumque " aportate fuerint, seu empte quas Paduani vel alii pro eis duxerunt vel " miserunt in Veneciis, dabunt quadragesimum comuni Venecie, secundum " quod dant Mediolanenses vel Cremonenses „. Doc. II. Le altre città pagavano dazio più alto: il quadragesimo equivaleva al due e mezzo per cento.

(3) P. Sella, *Pandetta delle gabelle e dei diritti della curia di Messina*, in " Miscellanea di storia italiana „, ed. dalla R. Deput. di Storia patria, Torino, 1870, t. X, doc. XXI, pag. 120: " ... solvant tantum terciam partem " ipsorum jurium antiquorum prout per Januenses cives Janue jus ipsum " de privilegio nostre concessionis et gracie exhiberi consuevit et debet „.

(4) Ivi, doc. XXXVI.

ventava anche strumento di fini politici, raggiunti attraverso la concessione di vantaggi nel campo economico (1).

Le convenzioni stipulate con gli Stati non europei, in cui i Comuni avevano estesa con molta fortuna la loro sfera di attività, contengono frequentemente l'estensione di privilegi per cui cittadini di Comuni diversi vengono posti su di un piede di uguaglianza giuridica da quegli Stati, desiderosi di espandere le loro relazioni con l'Europa. Tali capitolazioni non sono dapprima che concessioni fatte a private compagnie di mercanti cristiani, ma più tardi divengono veri e propri trattati internazionali, per l'intervento del Comune e l'estensione delle franchigie a tutti i cittadini. Basterà ricordare la capitolazione del 1264 tra il re di Tunisi e i Pisani, ai quali vengono accordati gli stessi diritti e privilegi di cui avessero goduto altri cristiani, in specie i Genovesi (2); la parificazione delle due grandi case bancarie fiorentine dei Bardi e dei Peruzzi, estesa nel 1324 a tutti i Fiorentini, con i cittadini delle nazioni privilegiate (Pisa, Ancona, Provenza, Narbona, Catalogna) nella riduzione dal 4 al 2 % della dogana che pagavasi in Cipro sulle importazioni e sulle esportazioni (Genova e Venezia fruivano di una completa esenzione); l'estensione nel 1325 delle franchigie doganali godute nella Piccola Armenia da Genova e da Venezia alla casa fiorentina dei Bardi, per iniziativa del suo agente Francesco Balducci Pegolotti (3).

---

(1) Cfr. Cavarretta, op. cit., pagg. 18 e 58, il quale dà prevalenza al movente politico su quello economico nel determinare la stipulazione della clausola.

(2) Dumont, *Supplément au corps diplomatique du droit des gens, etc.*, t. I, pag. 115.

(3) F. Balducci Pegolotti, *La pratica della mercatura*, pubbl. dal Pagnini in *Della decima e di varie altre gravezze imposte dal comune di Firenze*, t. III, Lisbona-Lucca, 1766, pagg. 45, 71, 256. Cfr. Heyd, *Geschichte des Levantehandels im Mittelalter*, trad. in " Bibl. d. Econ. „, vol. X, pagg. 581, 65, 1286. Nel 1325 il Pegolotti otteneva per i Fiorentini di essere annoverati tra gli stranieri privilegiati dal Duca di Brabante, Giovanni III, che gareggiava col Conte di Fiandra Roberto nella concessione di franchigie a stranieri, e specialmente ai Veneziani, per attrarre al porto di Anversa, in concorrenza con quello di Bruges, il movimento commerciale. Cfr. Cessi, *Le relazioni commerciali tra Venezia e le Fiandre nel sec. XV*, in " Nuovo Arch. Ven. „, 1914, pagg. 35, 37.

In forza di tale partecipazione ai privilegi concessi ai cittadini di Genova e di Venezia, le due repubbliche che in quell'epoca appaiono preponderanti nel commercio, mentre la potenza di Pisa si avvia al tramonto, Firenze viene ad assumere la figura di una delle città più favorite.

Siffatti trattati in cui rintracciamo le prime origini della clausola della nazione più favorita presentano tutti le medesime caratteristiche, che rendono questa forma embrionale del sistema diversa da quella che esso assunse, allorquando, per l'ulteriore estensione del commercio e la partecipazione ad esso di un maggior numero di Stati, la clausola divenne di generale applicazione. In questo primo periodo infatti i trattati non conoscono che un'unica formula della clausola: quella semplice ed unilaterale per cui il trattamento del maggior favore è concesso da uno Stato ad un altro senza reciprocità o altra condizione, limitatamente però all'estensione delle concessioni già accordate, all'epoca dell'inclusione della clausola, ad un determinato paese.

Per trovare modificata questa forma originaria del sistema bisogna scendere fino al secolo XVII, i cui trattati internazionali inaugurano, per quel che concerne la clausola, i sistemi della bilateralità della concessione: dell'estensione, esplicitamente dichiarata, del trattamento del maggior favore ai benefizi che venissero eventualmente concessi nell'avvenire ad un terzo Stato: della generalizzazione della clausola, non più ristretta all'indicazione di un paese determinato, ma contemplante qualsiasi terzo futuro concorrente (1): sistemi che pur tra la varietà

(1) Il trattato tra Inghilterra e Portogallo del 1642 non specifica più il paese privilegiato, ma in esso si conviene che i soggetti dell'Inghilterra godranno di tutti i vantaggi che sono accordati agli Stati che sono in alleanza col Portogallo. Il trattato del 1661 tra Gran Bretagna e Danimarca, oltre al segnare l'inizio della dicitura di stranieri più favoriti, è stipulato sulla base della reciprocità e si estende con espressa dichiarazione alla concessione di futuri privilegi che le parti contraenti concedessero a terze Potenze. Le stesse caratteristiche della generalizzazione e della previsione di concessioni future ricorrono nel trattato Anglo-Spagnuolo del 1667, in quello Anglo-Danese del 1669 e Turco-Inglese del 1675. Molti trattati continuano però ad essere pattuiti senza reciprocità o limitatamente a privi-

della redazione della clausola, compaiono nella maggior parte dei moderni trattati internazionali in cui la clausola è stipulata.

Senonchè alcune di siffatte caratteristiche, proprie di questo secondo periodo, trovo comparire già in un trattato del Trecento, ove la consueta formula semplice ed unilaterale si muta in formula reciproca e condizionata; ove la parificazione nel trattamento di favore concerne privilegi futuri; il che rende sotto questo aspetto il trattato assai diverso da quelli contemporanei, e lo riaccosta in alcune sue parti, per quel che concerne la stipulazione della clausola, ai trattati moderni.

La clausola sotto questa forma è inclusa nella tregua che l'11 settembre 1316 Lucca e Siena stipularono a Volterra e che l'anno seguente mutavasi in vera pace, allorquando questa venne conclusa generalmente tra le città Guelfe e Ghibelline della Toscana (1). La tregua poneva fine a una guerra cui Lucca aveva partecipato forzatamente: caduta nel 1314 in potere di Uguccione della Faggiuola aveva dovuto volgersi, contro la volontà popolare e le sue tradizioni, a parte Ghibellina, e combattere le vicine città Guelfe, Siena e Firenze, antiche alleate. Cacciato

---

legi accordati per il passato a Stati determinati, come, ad esempio, quello del 1612 tra la Porta e le Provincie Unite: quello del 1661 tra l'Olanda e il Portogallo si riferisce anche ai privilegi che saranno accordati nell'avvenire, ma limitatamente ad una nazione determinata, l'Inghilterra. Secondo alcuni autori però la semplice stipulazione della clausola, senza espresso riferimento alle eventuali concessioni future, dovrebbe intendersi estesa anche a queste, anzi siffatto riferimento all'avvenire sarebbe elemento essenziale della clausola (De-Cussy, Von-Melle). Tale opinione sembra smentita appunto dal fatto che generalmente accanto alla clausola appaiono articoli, i quali espressamente stabiliscono che essa riguarderà anche i vantaggi che potranno essere accordati nell'avvenire (Hautefeuille, Pradier-Fodéré, Schiattarella). Cfr. Visser, op. cit., pag. 70; Cavarretta, op. cit., pagg. 30 e segg.

(1) Archivio di Stato di Siena, Caleffo Assunta, f. 82; Archivio di Stato di Lucca, Tarpea. Pubblicato ed illustrato da G. Pardi, *La tregua tra Lucca e Siena del 1316*, in " Bullettino Senese di Storia Patria ", 1896, a. III, fasc. II-III, pagg. 233 e segg. Cfr. G. Pardi, *Notizie e Documenti sulle relazioni fra Lucca e Siena*, in " Bullettino Sen. di Storia Patria ", anno V, fasc. III, pagg. 358 e segg.

nell'aprile del 1316 Uguccione, Lucca affrettavasi a stipulare, nell'attesa della pace generale, la tregua con Siena (1).

Stabilivasi in essa la sospensione delle ostilità, la revoca delle condanne e dei bandi decretati durante la guerra, la restituzione reciproca dei prigionieri, la rinunzia scambievole ad usare l'un Comune contro l'altro dei privilegi concessi da Enrico VII, la nullità delle sottomissioni di terre o castella fatte dai possessori di un Comune all'altro. Inoltre sancivasi l'uguaglianza nei diritti giudiziari civili e penali tra i cittadini dei due Comuni.

Altri capitoli concernono le relazioni commerciali tra Lucca e Siena, relazioni che dovevano essere intense e frequenti data la posizione geografica delle due città, tappe entrambe della grande strada che dall'Europa centrale conduce a Roma, e dato lo sviluppo raggiunto in esse dall'attività industriale e commerciale. Siena era ancora, agli inizi del XIV secolo, uno dei principali centri del commercio europeo, e quanto a Lucca, sebbene essa non godesse più di quel primato che aveva tenuto nel campo politico e commerciale per più di un secolo, e che, ereditato da Pisa e più tardi da Siena, veniva ora trasmesso a Firenze, pure le sue industrie, quella della lana, quantunque battuta ormai dalla formidabile concorrenza fiorentina, quella della seta, in cui Lucca era maestra a Firenze, l'arte dei battitori dell'oro e dell'argento, l'arte del cambio, conferivano alla città importanza e ricchezza e ne determinavano l'espansione, per l'acquisto delle materie prime e l'esportazione dei manufatti, sui mercati stranieri (2). La guerra del 1314 con Siena e Firenze doveva avere danneggiato assai i rapporti commerciali con quelle città, impedendo od ostacolando il transito delle merci, causando la fuga dei mercanti dei Comuni nemici, cosicchè la tregua tra Lucca e Siena intende soprattutto a ristabilire tra i due Comuni gli scambi interrotti, anzi a dare ad essi un im-

---

(1) O. Malavolti, *Historia de' fatti e guerre de' Sanesi*, Venezia, 1599, P. II, c. 78r.; R. Davidsohn, *Geschichte von Florenz*, vol. III, Berlino, 1912, pag. 605 e nota 3; G. Pardi, opp. citt., loc. cit.

(2) T. Bini, *Sui Lucchesi a Venezia*, in " Atti della R. Accademia Lucchese ", t. XV e XVI; S. Bongi, *Della mercatura dei Lucchesi nei secoli XIII e XIV*, Lucca, 1884, pag. 7; G. Pardi, opp. citt., *passim*.

pulso ulteriore. Per questo si delibera la sospensione per dieci anni delle rappresaglie, l'obbligo reciproco di non ricettare nel proprio territorio fattori o commessi di mercanti fuggiti dall'altro Comune con merci o denari (1); si instaura un regime di libertà commerciale, fatta eccezione per l'estrazione di derrate, e si sottopongono le persone e le merci dei cittadini di un Comune, nel territorio dell'altro, a dazi e tributi uguali a quelli pagati dai cittadini di questo: " nulla vi ab eis exigatur..... pedagium vel kabella nichilque directe vel per obliquum, nomine alicuius kabelle vel diricture, curatorie, ripe vel modi vel nomine seu sub colore cuiuscumque alterius exactionis vel retentionis pro personis, mercantiis, bestiis, aut rebus aliis quibuscumque exinde exigatur nisi sicut exigitur a civibus... pro suis et de suis mercimoniis et mercantiis „ (2).

Ma ciò che ha importanza per la storia della clausola è l'inconsueto patto che segue a questa parificazione degli stranieri ai cittadini nel pagamento dei tributi: qualora uno dei due Comuni concedesse una diminuzione di siffatte gabelle o una totale esenzione da esse al Comune di Firenze, potrebbe l'altro Comune usufruire di siffatto vantaggio: " nichilominus addito quod, si per comune Lucanum concederetur comuni Florentie minorem vel leniorem kabellam solvere pro predictis aut ipsam kabellam totaliter tollere vel annullare, possint dicti mercatores Senenses et eius districtuales dicta concessione uti in kabellis

---

(1) Sulla fuga di mercanti e sull'origine dell'estradizione cfr. N. Rodolico, *Estradizione e politica commerciale*, in " Arch. Stor. It. „, 1906, fasc. I, e per Firenze G. Arias, *I trattati commerciali della Repubblica Fiorentina*, Firenze, 1901, pagg. 364 e segg.

(2) Frequente nei trattati commerciali dell'epoca è siffatta parificazione in alcuni diritti degli stranieri ai nazionali, come pure l'altro sistema del trattamento basato sulla reciprocità. Tra i più importanti trattati che offrono agli stranieri ugual trattamento che ai cittadini cito quello del 1152 tra Venezia e Ancona, 1166 tra Lucca e Genova, 1171 tra Pisa e Firenze, 1181 tra Pisa e Lucca. Cfr. Schaube, op. cit. e le fonti ivi citate. Questa clausola accompagna talvolta nei trattati quella della nazione più favorita con cui ha qualche analogia: in tal caso però essa si riferisce a diritti diversi da quelli in quest'ultima contemplati. Nel trattato in esame invece, tanto essa che quella della nazione più favorita hanno per oggetto gli stessi diritti fiscali.

predictis solvendis, et nichil fiat vel ordinetur vel fieri aut ordinari permittatur per comune Lucanum in fraudem predictorum; et e converso... si per comune Senarum concederetur comuni Florentie... (id.) possint dicti mercatores Lucani... (id.) „.

Prevedeva Lucca di dover concedere a Firenze tanto privilegio, conscia come essa era di quale interesse fosse per Firenze il non vedere intralciati i propri commerci dall'imposizione di dazi nei territori stranieri, e di avere aperte le vie della Toscana settentrionale. Da più di un secolo essa si era garantito il libero passaggio delle merci per il territorio lucchese a dazi ridotti (1); recentemente, nell'accordo del 1282 tra le città toscane della Taglia essendosi convenuta la piena esenzione dai dazi di passaggio, Lucca in special modo era stata obbligata a mantenere la promessa; due anni più tardi, nel 1284, la lega di Firenze con Lucca e con Genova ai danni di Pisa le aveva procurata da Lucca nuova promessa di non imporre gabella alcuna sulle persone o sulle merci, con estensione illimitata (2). Ugual trattamento favorevole aveva Firenze ottenuto nel XIII secolo dalle altre città vicine (3), onde un'analoga concessione di ciò che era interesse di tutte le classi fiorentine appariva inevitabile da parte di Lucca, usa fino ad allora a tollerare la superiorità della potente, fortunata vicina. Lucca aveva infatti tutto da temere da una lotta commerciale con Firenze che poteva colpirla nelle sue manifatture e interdire ai propri cittadini ogni relazione e ogni traffico con i Lucchesi. Non da molto tempo infatti, discutendosi nel Consiglio fiorentino sul come obbligare Lucca a non esigere i dazi di passaggio, secondo i patti del 1282 e 1284, Corso Donati aveva proposto di ottenere tale esenzione non soltanto da Lucca ma da tutti i Comuni della Toscana con la minaccia di far uscire dai territori che a

---

(1) Trattato del 1184 tra Lucca e Firenze edito dal Santini, *Documenti dell'antica costituzione del comune di Firenze*, Firenze, 1895, doc. XIV, pagg. 20-23. Cfr. Santini, *Studi sull'antica costituzione del comune di Firenze*, in " Arch. Stor. It. „, 1900, fasc. III, t. XXVI, pag. 58.

(2) G. Arias, op. cit., docc. X e XII, pagg. 343 e segg.

(3) Libero passaggio delle merci otteneva Firenze da Orvieto (1229), Siena (1245), Arezzo (1256), Pisa (1256 e 1293), Fabriano (1281), Bologna, Perugia (1294), Pistoia (1299). Cfr. Arias, op. cit., parte II, sez. III.

ciò si opponessero tutti i fiorentini entro quindici giorni (1). E le minaccie non erano vane, chè siffatta misura di ritorsione fu adottata proprio contro Lucca più tardi, allorchè, sotto il dominio di Castruccio Castracani, essa si volse contro Firenze (2). Concedendo invece a Firenze le agevolazioni richieste poteva Lucca sperare reciprocità di trattamento ed inoltre assicuravasi quell'affluenza di mercanti da cui il Comune traeva vantaggi economici e che Lucca aveva sempre sollecitato (3). Così si spiega

---

(1) Arias, op. cit., pag. 345.

(2) F. T. Perrens, *Histoire de Florence depuis ses origines jusqu'à la domination des Médicis*, Parigi, 1883, t. IV, pag. 77. Lo stesso provvedimento aveva preso Firenze contro Pisa nel 1322. Il libero transito delle merci e dei mercanti da e verso Porto Pisano fu mèta principale per Firenze, che accentua questa tendenza in tutti i trattati del sec. XII e XIII. Nel 1322, in seguito ad una controversia commerciale causata dal fatto che Pisa, probabilmente per colpire la rivale industria fiorentina, aveva stabilita una imposta sull'importazione dei torselli di lana greggia che erano il principale alimento per l'industria fiorentina della lana, Firenze vietò ai Fiorentini di frequentare più oltre con le loro mercanzie Pisa e Porto Pisano. Pisa dovette fare a Firenze tutte le concessioni richieste per ottenere la revoca di quel divieto che danneggiava il commercio pisano. Su questo episodio commerciale e sulle ragioni che determinarono Pisa a mutare l'antico indirizzo ostile ai Fiorentini per agevolarne le relazioni commerciali cfr. G. Volpe, *Pisa, Firenze, Impero ai principî del 1300*, in *Studi Storici* del prof. Crivellucci, XI, 1902, e P. Silva, *Il governo di Pietro Gambacorta in Pisa*, in " Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa ", vol. XXIII, 1912, pagg. 1 e segg.

(3) Esenzione dai dazi di passaggio da parte di Firenze aveva già ottenuto Lucca nel 1298. Cfr. Arias, op. cit., pag. 348. E reciprocità di trattamento ebbe effettivamente allorchè, come aveva previsto, accordò a Firenze le agevolazioni commerciali di cui si parla nella tregua, dando ad essa una posizione privilegiata di fronte agli altri Comuni. Del resto, come Pisa, anche Lucca doveva avere ormai interesse ad agevolare i rapporti con Firenze, anzi più di Pisa, in quanto meno doveva vedere nello sviluppo dell'industria fiorentina una minaccia di vittoriosa concorrenza ai propri prodotti, perchè l'industria in cui Lucca eccelleva e da cui traeva le maggiori ragioni di ricchezza era quella della seta, che a Firenze a quel tempo era ancora poco sviluppata.

Indice dell'interesse che Lucca aveva sempre avuto al passaggio di persone e di merci, per il quale aveva avuto con Pisa frequenti contrasti, sono i trattati del 1155 e del 1181 tra Lucca e Pisa negli articoli che concernono il passaggio degli stranieri per la via francigena. Bonaini, *Diplomi pisani*, pagg. 28 e segg.; Schaube, op. cit., pagg. 797 e 804.

il perchè dell'eventualità contemplata nella tregua di una totale esenzione dai dazi e diritti di mercato da accordarsi a stranieri prima che ai propri cittadini (1). D'altra parte anche Siena che ormai non poteva più contrastare la fatale ascesa di Firenze, sarebbe stata probabilmente indotta pur essa ad accordarle, prima o poi, un trattamento di favore.

La clausola stipulata tra Lucca e Siena mirava quindi ad assicurare l'estensione a ciascuno dei due Comuni degli eventuali privilegi che nell'avvenire potessero venire concessi al Comune concorrente, al fine di garantirsi da un futuro trattamento differenziale che sarebbe stato più che mai dannoso ai commerci, ponendo una delle due città in evidente condizione di inferiorità di fronte a Firenze che già tante ragioni di successo vantava nella lotta economica.

Certo, manca ancora in questo trattato fra Lucca e Siena, come in quelli precedenti in cui è stipulato il trattamento del maggior favore, la caratteristica, propria della forma attuale della clausola (2), della sua illimitata estensione a vantaggi da accordarsi a qualsiasi terzo futuro contraente, e la concessione appare invece limitata dall'indicazione di un Comune de-

---

(1) La concessione di un trattamento di favore più ampio per gli stranieri che per gli stessi cittadini, non era cosa inconsueta. Firenze già l'aveva ottenuta da Pisa con il trattato del 1171, per il quale, oltre alla parificazione con i Pisani per quanto concerneva la dogana, i trasporti marittimi e i trattati di commercio, i Fiorentini erano tenuti a prestare soltanto la metà di ciò che pagavano i Pisani di ripatico. Analogo trattamento di favore faceva Bologna a Firenze, Lucca, Ferrara, prima che ai propri cittadini. Cfr. Arias, op. cit., pagg. 336 e segg.

(2) Tuttavia ancora nel secolo XVI si incontrano trattati in cui la clausola è limitata alla estensione di vantaggi accordati o da accordarsi nell'avvenire ad uno Stato determinato. Ad es. il trattato del 1661 tra il Portogallo e le Provincie Unite procurava a queste tutti i vantaggi che godeva o che avrebbe goduto l'Inghilterra (Dumont, t. VI, 2, pag. 366). Ancora modernamente alcuni trattati hanno disposizioni contenenti limitazioni della clausola, dirò così, di ordine locale. Ad es. l'art. II del Trattato di Francoforte tra la Francia e la Germania del 1871 limita l'efficacia della clausola alle concessioni fatte o da farsi ai paesi limitrofi (Inghilterra, Austria, Russia, Belgio, Olanda, Svizzera). Cfr. E. Anzilotti, *La clausola della nazione più favorita e la sua applicazione nelle relazioni tra la Francia e la Germania*, in " Giornale degli Economisti ", maggio 1918.

terminato, Firenze, e ristretta ai patti che con esso si prevedevano prossimi, il che la rende lontana ancora dalla clausola ora d'uso comune. Potrebbe però osservarsi a questo riguardo che l'eventualità di una concessione di franchigie a Firenze non è prevista soltanto per Lucca, per la quale la pace da concludersi con l'avversaria rendeva più che probabile, inevitabile e prossima tale concessione, nel quale caso l'efficacia della clausola dovrebbe intendersi limitata a tali patti, e perciò ristretta: ma tale eventualità è contemplata anche per Siena per la quale, alleata di Firenze, non doveva esservi necessità di fare a quest'ultima, nella prossima conclusione della pace colle città Ghibelline, le concessioni previste. La clausola potrebbe quindi essere stipulata anche in vista di un trattamento di favore da accordarsi eventualmente a Firenze in epoca posteriore a quella dei prossimi patti, e tenderebbe a garantire reciprocamente le due città, anche per il futuro, dall'avversaria più temibile, che era appunto Firenze.

Ma ciò che rende notevole dal punto di vista storico-giuridico la stipulazione della clausola in questo trattato, oltre alla bilateralità del patto e all'espressa menzione di privilegi futuri (1), è il fatto che essa costituisce per una delle parti contraenti un'obbligazione *sub condicione*. Al Comune di Siena infatti, mentre compete in virtù della clausola il diritto di partecipare al trattamento di favore che Lucca eventualmente accordasse a Firenze, si impone il corrispondente dovere di fare a sua volta, in tal caso, analoga concessione al Comune di Lucca: " hoc etiam addito in predictis, quod in suprascripto

(1) Poco tempo dopo trovo in un trattato riferimento a benefici futuri da estendersi, nella eventualità della loro concessione ad altri Comuni, al Comune contraente. È il trattato tra Venezia e Ancona del 1345, ove per quanto riguarda il dazio sul vino da importarsi da Ancona a Venezia è inserita la clausola seguente: " verum si Comune Veneciarum cassaverit " datium ducati auri pro amprora omnibus aliis terris, quod intelligatur " cassum hominibus de Ancona et sui districtus „. G. Luzzatto, *I più antichi trattati tra Venezia e le città Marchigiane*, in " Nuovo Archivio Veneto „, a. 1906, f. 1, doc. XVIII. Ma tale disposizione, più che esempio di stipulazione della nostra clausola, sembra stabilire l'applicazione di una misura di ordine generale, che non ingenera alcuna condizione di favore.

casu, quo per Comune Lucanum concederetur dicto Comuni Florentie minorem vel leniorem kabellam solvere aut eam totaliter tollere vel annullare, ut supra dictum est, et liceret Senensibus ea concessione uti, similis concessio versa vice intelligatur et sit ex nunc facta per Comune Senarum Lucanis in kabellis et dirictibus solvendis „.

Da siffatta condizione cui Lucca subordina per parte sua la clausola può arguirsi anzitutto come essa sentisse essere inevitabile la concessione a Firenze di quei privilegi economici cui accenna come probabili nella tregua e che furono effettivamente stipulati nella pace generale conclusa l'anno seguente (1). Sapendosi costretta in virtù della clausola ad estendere a Siena tali ampie agevolazioni, Lucca si preoccupa di assicurarsi preventivamente da quest'ultima uguaglianza di trattamento. Del resto questo imporre la controprestazione di uguali franchigie rispondeva a un principio di equità nei riguardi con Firenze: era infatti prevedibile che l'esenzione dalle gabelle e dai diritti di mercato da concedersi da Lucca ai fiorentini sarebbe stata subordinata a reciprocità di trattamento, come di fatto si pattuì nel trattato dell'anno dopo (2): senza la condizione aggiunta alla

---

(1) F. Dal Borgo, *Raccolta di scelti diplomi pisani*, Pisa, 1765, pagg. 322 e segg. Si concede libertà di commercio: " ... dummodo solvant alii, exceptis " Florentinis, kabellas et pedagia... Et quod ab aliquo, vel aliquibus de " dicta civitate, comitatu, vel districtu Florentie, pro predictis, vel aliquo " predictorum, aut eorum occasione nullum exigant pro ipsis comunibus " Pisarum et Luce, vel eorum aut alicuius eorum comunium auctoritate, " pedagium vel kabellam, nichilque directe vel per obliquum, nomine ali- " cuius kabelle, diricture, curatorie, ripe vel modi vel vectigalis vel portorii " vel nomine seu sub colore cuiuscumque alterius exactionis vel retentionis " pro personis, mercantiis, bestiis aut rebus aliis quibuscumque exigatur " pro Comuni Pisano vel Lucano, vel eorum vel alicuius auctoritate et " nihil fiat vel ordinetur per Comune Pisanum vel Lucanum in fraudem " ipsorum „.

(2) Ivi: " ... Et e converso omnes et singuli de dictis civitatibus Pisarum " et Luce... possint... sua mercimonia, mercantias, pecuniam, res et bona... " deferre et conducere... solvendo kabellas et pedagia, excepto quod in ci- " vitate et districtu Florentie...

" Et pro predictis in dicta Florentia vel eius districtu nullum ab ipsis " Pisanis vel Lucanis exigatur pedagium vel kabella, nihilque directe vel " per obliquum nomine alicuius kabelle, etc. „.

clausola Siena avrebbe goduto i medesimi privilegi concessi a Firenze senza sottostare alla prestazione del medesimo corrispettivo, il che appunto si vuol evitare con l'obbligo del ricambio espressamente stabilito per Siena soltanto.

Potrebbe allora riconoscersi nella stipulazione di siffatta condizione un precedente storico dell'interpretazione restrittiva del regime della clausola della nazione più favorita che è propria del sistema americano odierno, per il quale essa non viene stipulata semplicemente, ma è subordinata alla condizione del ricambio con qualche compenso che si concreta generalmente nella medesima controprestazione offerta dallo Stato favorito, o, non essendo quella possibile, in altra equivalente, che sia dallo Stato concedente accettata (1); e potrebbe vedersi, anche sotto questo aspetto, nel trattato tra Lucca e Siena un nuovo passo nella storia della clausola.

---

(1) Cfr. Visser, op. cit., pagg. 71, 270-280; Cavarretta, op. cit., *passim*.

VIGILIAE HIBERNAE

I. *In Leonardum Vincium.* — II. Nuovo saggio di versione poetica dei carmi di Catullo (I, III, IV, IX, XII-XIV, XXIII, XXIV, XXVI-XXIX, XXXI-XXXIII, XXXV-XLI, XLIII, XLIV, XLVI, XLVIII-L, LII, LIII, LV, LIX). — III. *Ad Montenegrinos.*

Nota III e IV del Socio nazionale residente ETTORE STAMPINI

I

IN LEONARDVM VINCIVM (1)

Fulgidus ut caeli campos complectitur aether
terrarumque polos oceanumque mare,

omnia doctrinae sic, Vinci, regna tenebas,
et poterat solus te superare Deus:

nulla tuae radios mentis mens sustinet acres,
nec potis est laudes dicere lingua tuas.

---

(1) Ripubblico qui il mio epigramma, perchè fu stampato con un grosso svarione (*campus* in luogo di *campos*), del quale non so chi ringraziare, nel recentissimo volume pubblicato dall' " Istituto di studi Vinciani in Roma ", che porta il titolo *Per il IV.º Centenario della Morte di Leonardo da Vinci*, Bergamo, Ist. It. d'Arti Grafiche, pag. 401.

II.

Nuovo saggio di versione poetica dei carmi di Catullo (*).

Pubblicando questo terzo saggio, assai più ampio de' precedenti, reputo non inopportuno farlo precedere da due brevi avvertenze.

La prima avvertenza riguarda la ragione per la quale non mi sono fatto scrupolo di tradurre alcuni carmi che sono troppo contrari a quelle idee di moralità, anche indulgente, a cui s'inspira la buona arte moderna, conservandomi, come negli altri carmi, fedelissimo al testo, giusta lo scopo che mi sono proposto nel dargli veste poetica italiana. Ora io penso che non c'è via di mezzo. Catullo è quello che è: toglietegli questo e quel carme, perchè vi pare osceno e indecente, per fermar la vostra attenzione solo su quelli che tali non sieno o non vi sembrino; e allora togliete Catullo a sè stesso, lo sottraete all'età che fu sua, all'età che lo ha educato, lo ha plasmato a sua somiglianza, e avete un altro poeta, direi quasi di un'epoca indeterminata, incolora; gentile, se volete, simpatico, vivace, appassionato, ma non più il vero, il completo Catullo, per lo più grossolano nella beffa, il Catullo che sovente distilla lo spirito dagli " uman privati „; che butta in faccia a donne e uomini il loro luridume coi vocaboli della *salax taberna*, del promiscuo multiforme bordello romano in cui, come in una immensa bolgia, incontri il singolare poeta attorniato da ogni specie di donne turpi adultere e incestuose, da *scorta* e *scortilla*, da *fellatrices* accanto a *fellatores*, a *sessores* di postriboli, a *semitarii moechi*, a *paedicatores*, *irrumatores*, *cinaedi*, *pathici*, e altra simile genìa; il Catullo che si compiace persino di rappresentare sè stesso nelle più sconcie posizioni; che trova insomma il *salem* e il *leporem* nel-

(*) Nei due precedenti *Saggi* furono pubblicati, col relativo testo latino, i carmi V, VII, VIII, XI, XLV, LI, LI^{b}, LVIII, LX, LXXXV. Cfr. le pagg. 509-513 e 632-635 di questo volume.

l'immondezzaio e prova gusto nella nuda ributtante rappresentazione della realtà più triviale ed immorale, coniando versi in cui, come Ovidio, per iscagionar sè stesso (*Tristia*, II, 434), diceva de' carmi di Ticida e di Memmio, il famoso propretore col quale Catullo fu in Bitinia,

rebus adest nomen nominibusque pudor.

Nè si dimentichi che ciò che Catullo faceva, facevano nei versi loro pur gli uomini più gravi, gli uomini immersi negli affari, dediti a studì severi, uomini politici, oratori, filosofi, capitani, i quali, al pari di Catullo, si divertivano a scrivere endecasillabi e altri somiglianti *versiculos*, attuando in pratica la legge da lui formolata (XVI, 5 sgg.), almeno per la parte che concerne i loro scritti,

nam castum esse decet pium poetam
ipsum, versiculos nihil necesse est,
qui tum denique habent salem ac leporem,
si sunt molliculi ac parum pudici,
et quod pruriat incitare possunt,
non dico pueris, sed his pilosis
qui duros nequeunt movere lumbos

legge, che il gravissimo Plinio chiamava *verissimam legem*, dopo aver ricordato " summos... et gravissimos viros, qui talia scripserunt, non modo lascivia rerum, sed ne verbis quidem nudis abstinuisse „ (*Epist.*, IV, 14, 4 sg.), cosa che ripete ancora altrove per difendersi dall'accusa di fare " non numquam versiculos severos parum „, dicendo di bel nuovo " talia doctissimos, gravissimos, sanctissimos homines scriptitasse „ (*Epist.*, V, 3, 2 sg.), e facendoci sapere, anzi, specificatamente, averlo indotto a scrivere endecasillabi un epigramma di Cicerone (*Epist.*, VII, 4, 6), cioè un

lascivum..... lusum Ciceronis et illo
spectandum ingenio, quo seria condidit et quo
humanis salibus multo varioque lepore
magnorum ostendit mentes gaudere virorum.

Si aggiunga che questa *lex* Catulliana era, prima che se ne valesse Plinio, già stata adottata come legge fondamentale del-

l'epigramma da quel Marziale che, mentre di sè predicava (I, 4, 8)

lasciva est nobis pagina, vita proba,

scriveva poco appresso spiattellatamente (I, 35, 3 sgg.):

hi libelli,
tamquam coniugibus suis mariti,
non possunt sine mentula placere.
. . . . . .
lex haec carminibus data est iocosis,
ne possint, nisi pruriant, iuvare.

Quando adunque non si vuol già far conoscere un solo aspetto di un poeta a " pueri „, ai quali sempre " maxima debetur reverentia „, secondo la sentenza di Giovenale (XIV, 47), sì bene si deve sottoporre all'attenzione di persone mature d'anni e di senno un poeta nella sua interezza, perchè soltanto nella sua interezza ci rappresenta un'età, un ambiente, un complesso di idee, di tendenze, di sentimenti, di passioni, di caratteristiche, insomma, di un'epoca della storia; allora è d'uopo procedere in ben altra guisa; allora gli scrupoli diventano ridicoli, direi quasi colpevoli. E uso questo vocabolo, specialmente per il traduttore, il quale, se nel dar veste moderna all'autore antico, ne attenua, ne corregge, o come che sia ne altera l'espressione, non lo traduce, ma lo tradisce. Del resto, come diceva Marziale rivolto al suo lettore, così devo dir io, in nome di Catullo, al mio: " Non intret Cato theatrum meum, aut si intraverit, spectet „ (Pref. al lib. I).

E veniamo alla seconda avvertenza, che concerne il verso da me esclusivamente adoperato così per i carmi dettati in trimetri giambici e coliambici, come per quelli composti con endecasillabi faleci. C'è l'idea che il falecio debba essere riprodotto in italiano mediante un endecasillabo risultante da un quinario sdrucciolo seguìto da un quinario piano, idea dovuta al fatto, che veramente molti faleci, letti secondo gli accenti grammaticali, non già secondo il vero ritmo loro, ci dànno l'impressione del ritmo di tale specie di endecasillabo italiano. Ma non si bada che il fatto è puramente casuale, e che son pur numerosi i faleci i quali, anche letti secondo l'accentuazione e

non secondo il ritmo, riproducono al nostro orecchio non poche varietà del moderno endecasillabo italiano. Per esempio, il carme XLIX, su 7 versi, ne ha uno solo, il terzo, che ci offra il doppio quinario; gli altri potrebbero essere tipi, per il numero e la posizione degli accenti, di quattro almeno varietà del nostro endecasillabo regolare: il LIII, su 5 versi, ne ha del pari uno solo che ci faccia sentire i due quinari, il secondo; gli altri suonano come quattro endecasillabi italiani, differenti l'uno dall'altro. Lo stesso carme L, ove il doppio quinario è prevalente, accanto a qualche verso che non ce lo fa sentire e che neppure somiglia ad un regolare endecasillabo nostro, ci porge parimente quattro varietà di esso.

Dunque, poichè, quale che sia il valore e l'arte del traduttore, una serie continua di versi a quinari sdruccioli e piani si risolve in un ritmo troppo uniforme, monotono e fiacco, ho pensato essere meglio valersi del nostro endecasillabo normale che, alla fin de' conti, può ricevere non poca varietà di movenze dalla varia posizione e combinazione degli accenti, e si presta ad esprimere tutti i toni di pensiero e di sentimento che si vuole, purchè si possegga la necessaria destrezza e il necessario senso ritmico.

Dire poi che il nostro endecasillabo è il verso che meglio corrisponde al trimetro giambico, è ripeter cosa che tutti sanno: ma a me è parso che quel nostro verso sia pur sempre il solo che più s'avvicini al coliambo. Certo il ritmo del coliambo — dico il ritmo — nella successione de' tempi deboli e forti, è, sino alla decima sillaba, simile ad un endecasillabo accentato sulla seconda, quarta, sesta, ottava e decima sillaba: ma c'è diversità, perchè le sillabe sono dodici, e l'undicesima ha la coincidenza dell'accento grammaticale con l'*ictus*; ma chi lo trova un altro verso italiano, fuor dell'endecasillabo, che nel suo complesso possa sostituirsi al coliambo latino?

E ho finito.

I.

A chi dono il gentil nuovo libruccio
or or con secca pomice lisciato?
A te, Cornelio, che stimar solevi
esser qualcosa queste baie mie,
5 sin d'allora che tu, solo fra gl'Itali,
tutte l'etadi in tre svolgere ardisti
carte, dotte, per Giove, e faticose.
Tienti perciò questo qual qual libruccio,
e, come ch'esso sia, vergin patrona,
10 oltre un secol durar possa perenne.

III.

O Veneri, piangete e voi, Cupìdi,
e quante son graziose creature.
Il passero morì della mia donna,
il passero, tesor della mia donna,

I.

Cui dono lepidum novom libellum
arida modo pumice expolitum?
Corneli, tibi: namque tu solebas
meas esse aliquid putare nugas,
5 iam tum cum ausus es unus Italorum
omne aevom tribus explicare cartis
doctis, Iuppiter, et laboriosis.
Quare habe tibi quicquid hoc libelli,
qualecumque; quod, o patrona virgo,
10 plus uno maneat perenne saeclo.

III.

Lugete, o Veneres Cupidinesque,
et quantum est hominum venustiorum.
Passer mortuus est meae puellae,
passer, deliciae meae puellae,

ch'essa amava più ancor degli occhi suoi; 5
perch'era sì soave, e così bene
la conoscea, come un bambin la madre;
nè dal grembo di lei si rimovea,
ma, d'intorno di qua di là saltando,
alla sola padrona ognor pipiava. 10
Ed or sen va per strada tenebrosa
là donde dicon che non torna alcuno.
Male sia a voi, tristi dell'Orco tènebre,
che le cose più belle divorate:
passero così bel tolto mi avete! 15
Ah il malo fatto! ah passero infelice!
or per opera tua della mia donna
si fan rossi dal pianto i gonfi occhioni.

IV.

Ospiti, quel battel, che voi vedete,
sostien che fu la più celere nave,
e d'ogni legno galleggiante il corso

---

quem plus illa oculis suis amabat: 5
nam mellitus erat suamque norat
ipsam tam bene quam puella matrem;
nec sese a gremio illius movebat,
sed circumsiliens modo huc modo illuc
ad solam dominam usque pipiabat. 10
Qui nunc it per iter tenebricosum
illuc, unde negant redire quemquam.
At vobis male sit, malae tenebrae
Orci, quae omnia bella devoratis:
tam bellum mihi passerem abstulistis. 15
O factum male! o miselle passer!
tua nunc opera meae puellae
flendo turgiduli rubent ocelli.

IV.

Phasellus ille, quem videtis, hospites,
ait fuisse navium celerrimus,
neque ullius natantis impetum trabis

si lasciò sempre indietro, o col remeggio
5 o volar si dovesse con le vele.
E ciò del minaccioso Adriaco mare
dicon le sponde, e dicono le Cicladi,
e Rodi illustre con la Tracia orrenda,
la Propontide truce e il Ponto Eusino,
10 dove costui, poscia battel, fu pria
chiomata selva; chè al Citor sul dorso
sibili diè con la parlante chioma.
Pontica Amastri e tu, Citor boscoso,
che notissime a te furono e sono
15 queste cose il battel sostiene, e dice
che dalle prime età sulla tua vetta
s'erse, e nell'onde tue tuffò le pale,
e poi per tanti procellosi passi
portò il padron, sia che spirasse il vento
20 da sinistra o da destra, ovver tendesse
Giove propizio le due scotte a un tempo;
nè mai fe' voti ai litorali dei,
sebben dovesse dall'estremo mare

---

nequisse praeterire, sive palmulis
5 opus foret volare sive linteo.
Et hoc negat minacis Adriatici
negare litus insulasve Cycladas
Rhodumque nobilem horridamque Thraciam,
Propontida trucemve Ponticum sinum,
10 ubi iste post phasellus antea fuit
comata silva: nam Cytorio in iugo
loquente saepe sibilum edidit coma.
Amastri Pontica et Cytore buxifer,
tibi haec fuisse et esse cognitissima
15 ait phasellus: ultima ex origine
tuo stetisse dicit in cacumine,
tuo imbuisse palmulas in aequore,
et inde tot per impotentia freta
erum tulisse, laeva sive dextera
20 vocaret aura, sive utrumque Iuppiter
simul secundus incidisset in pedem;
neque ulla vota litoralibus deis
sibi esse facta, cum veniret a marei

sino a questo venir limpido lago.
Ma queste cose furo: in appartata 25
quiete ora invecchia e si consacra a voi,
fratei gemelli, Castore e Polluce.

IX.

Veranio, che fra tutti i mille e cento
amici miei primeggi nel mio cuore,
tornasti in patria a ritrovar coi Lari
e i concordi fratei la vecchia madre?
Tornasti! Oh a me lietissima novella! 5
Salvo ti rivedrò, ti udrò spiegare
d'Iberia le region, le genti, i fatti,
come tu suoli, e, collo accosto a collo,
la dolce bocca e gli occhi bacerò.
O quant'uomini siete fra i beati, 10
v'ha cosa più di me lieta e beata?

---

novissimo hunc ad usque limpidum lacum.
Sed haec prius fuere: nunc recondita 25
senet quiete seque dedicat tibi,
gemelle Castor et gemelle Castoris.

IX.

Verani, omnibus e meis amicis
antistans mihi millibus trecentis,
venistine domum ad tuos Penates
fratresque unanimos anumque matrem?
Venisti. O mihi nuntii beati! 5
Visam te incolumem audiamque Hiberum
narrantem loca, facta, nationes,
ut mos est tuôs, applicansque collum
iocundum os oculosque saviabor.
O quantum est hominum beatiorum, 10
quid me laetius est beatiusve?

XII.

O Asinio Marrucin, la man sinistra
senza garbo nel gioco usi e nel vino:
i fazzoletti togli agli sbadati.
Ti par ciò spiritoso? o sciocco, oblii
5 ch'è la cosa più bassa e più sgarbata.
Non credi a me? credi al fratel Pollione
che i furti tuoi, sborsando anche un talento,
vorrebbe ricomprar, perchè è garzone
dai piacevoli motti e spiritosi.
10 Trecento endecasillabi pertanto
t'aspetta, o restituisci il fazzoletto,
che non mi preme per il suo valore,
bensì è un ricordo d'un amico mio.
Chè dall'Iberia Sètabe pezzuole
15 a me in dono mandarono Fabullo
e Veranio: e convien ch'io le abbia care
come il mio Veranietto e il mio Fabullo.

XII.

Marrucine Asini, manu sinistra
non belle uteris in ioco atque vino:
tollis lintea neglegentiorum.
Hoc salsum esse putas? fugit te, inepte:
5 quamvis sordida res et invenusta est.
Non credis mihi? crede Pollioni
fratri, qui tua furta vel talento
mutari velit: est enim leporum
disertus puer ac facetiarum.
10 Quare aut hendecasyllabos trecentos
exspecta, aut mihi linteum remitte,
quod me non movet aestimatione,
verum est mnemosynum mei sodalis.
Nam sudaria Saetaba ex Hibereis
15 miserunt mihi muneri Fabullus
et Veranius: haec amem necesse est
ut Veraniolum meum et Fabullum.

XIII.

Cenerai bene, o mio Fabullo, meco,
con l'aiuto del ciel, fra pochi giorni,
se tu porti con te buona e abbondante
cena, non senza candida ragazza,
e vino e sale e tutte le risate. 5
Se questo, dico, porti, o bello mio,
cenerai bene, chè del tuo Catullo
piena la borsa è sol di ragnatele.
Ma avrai, per cambio, buona cera schietta,
o s'altro v'ha più ancor caro e squisito: 10
un profumo tu avrai che alla mia donna
regalaron le Veneri e i Cupìdi:
odorandolo, i numi pregherai
che te, Fabullo, faccian tutto naso.

XIII.

Cenabis bene, mi Fabulle, apud me
paucis, si tibi di favent, diebus,
si tecum attuleris bonam atque magnam
cenam, non sine candida puella
et vino et sale et omnibus cachinnis. 5
Haec si, inquam, attuleris, venuste noster,
cenabis bene: nam tui Catulli
plenus sacculus est aranearum.
Sed contra accipies meros amores
seu quid suavius elegantiusve est: 10
nam unguentum dabo, quod meae puellae
donarunt Veneres Cupidinesque,
quod tu cum olfacies, deos rogabis,
totum ut te faciant, Fabulle, nasum.

XIV.

Se non t'amassi più degli occhi miei,
o dolcissimo Calvo, per tal dono
io t'odierei d'un odio Vatiniano.
Che cosa ho fatto a te, che cosa ho detto
5 per rovinarmi con tanti poeti?
Alla malora vada quel cliente
che tanti scellerati t'ha mandato.
Che se — penso io — nuovo e studiato apposta
un don ti manda il maestrucol Sulla,
10 non mi crucio, anzi son lieto e felice,
che non vadano a mal le tue fatiche.
Grandi dei, l'esecrando orribil libro!
che tu mandasti appunto al tuo Catullo,
perchè crepasse subito, nel giorno
15 de' Saturnali, l'ottimo de' giorni.
Ma non la passi liscia, o bell'umore;
chè, appena giorno, corro de' librai
alle cassette, e qui Cesii ed Aquini,

XIV.

Nei te plus oculis meis amarem,
iocundissime Calve, munere isto
odissem te odio Vatiniano.
Nam quid feci ego quidve sum locutus,
5 cur me tot male perderes poetis?
Isti di mala multa dent clienti,
qui tantum tibi misit impiorum.
Quod si, ut suspicor, hoc novom ac repertum
munus dat tibi Sulla litterator,
10 non est mi male, sed bene ac beate,
quod non dispereunt tui labores.
Di magni, horribilem et sacrum libellum!
quem tu scilicet ad tuom Catullum
misti, continuo ut die periret,
15 Saturnalibus, optimo dierum!
Non non hoc tibi, salse, sic abibit:
nam, si luxerit, ad librariorum
curram scrinia, Caesios, Aquinos,

Suffeno, e tutti adunerò i veleni,
e ti ricambierò con tai supplizi. 20
Buon dì frattanto a voi; là andate tosto
donde portaste il maledetto piede,
del secol peste, pessimi poeti.

XXIII.

O Furio, che non hai servo nè scrigno,
nè un cimice nè un ragno nè del fuoco,
ma invece un padre e una matrigna, i cui
denti posson mangiare anco una pietra,
tu ti godi la vita insiem col padre 5
e la legnosa moglie di tuo padre.
E non è strano: state tutti bene,
perfettamente digerite, e nulla
temete, o incendi o vïolenti crolli,
non gli empi furti o de' velen le insidie, 10
e non altri accidenti perigliosi.
Ancora: un corpo più secco del corno,

Suffenum, omnia colligam venena,
ac te his suppliciis remunerabor. 20
Vos hinc interea valete abite
illuc, unde malum pedem attulistis,
saecli incommoda, pessimi poetae.

XXIII.

Furei, cui neque servos est neque arca
nec cimex neque araneus neque ignis,
verum est et pater et noverca, quorum
dentes vel silicem comesse possunt,
est pulchre tibi cum tuo parente 5
et cum coniuge lignea parentis.
Nec mirum: bene nam valetis omnes,
pulchre concoquitis, nihil timetis,
non incendia, non graves ruinas,
non furta impia, non dolos veneni, 10
non casus alios periculorum.
Atqui corpora sicciora cornu

o s'altro di più asciutto esiste, avete,
per il sole, pel freddo e per la fame.
15 Perciò come non stare ottimamente?
In te niente sudor, niente saliva,
non moccio, non catarro acre del naso.
A tal mondezza aggiungi una più monda,
chè più netto è il tuo cul d'una saliera,
20 nè cachi dieci volte in tutto l'anno,
e roba è dura più che fava o sasso,
sì che, se con le man la premi o freghi,
non potresti giammai sporcare il dito.
Questi vantaggi sì beati, o Furio,
25 non volerli sprezzare o stimar poco,
nè chieder più, qual suoli, cento mila
sesterzi; chè abbastanza sei beato.

XXIV.

O tu che il fiorellin sei de' Giovenzi,
non sol di questi, ma di quanti o furo

---

aut siquid magis aridum est habetis
sole et frigore et esuritione.
15 Quare non tibi sit bene ac beate?
A te sudor abest, abest saliva,
mucusque et mala pituita nasi.
Hanc ad munditiem adde mundiorem,
quod culus tibi purior salillo est,
20 nec toto decies cacas in anno,
atque id durius est faba et lapillis,
quod tu si manibus teras fricesque,
non umquam digitum inquinare posses.
Haec tu commoda tam beata, Furei,
25 noli spernere nec putare parvi,
et sestertia quae soles precari
centum desine: nam sat es beatus.

XXIV.

O qui flosculus es Iuventiorum,
non horum modo, sed quot aut fuerunt

o d'ora in poi saranno in altri tempi,
vorrei di Mida le ricchezze dessi
a costui, che non ha servo nè scrigno, 5
piuttosto che così lasciar che t'ami.
'O che? non è un bell'uom?' dirai. Lo ammetto;
ma è un bell'uom che non ha servo nè scrigno:
la cosa finchè vuoi tu attenua e scema;
ei pur sempre non ha servo nè scrigno. 10

XXVI.

Furio, la mia villetta non dell'Austro
ai fiati è esposta o a quelli del Ponente
nè del crudo Aquilone o del Levante,
bensì a quindici mila düecento...
Oh l'orribile vento e pestilente! 5

XXVII.

Garzon coppiere di Falerno vecchio,
a me calici mesci ancor più amari:

---

aut posthac aliis erunt in annis,
mallem divitias Midae dedisses
isti, cui neque servos est neque arca, 5
quam sic te sineres ab illo amari.
'Quid? non est homo bellus?' inquies. Est:
sed bello huic neque servos est neque arca;
hoc tu quam lubet abice elevaque;
nec servom tamen ille habet neque arcam. 10

XXVI.

Furei, villula nostra non ad Austri
flatus opposita est neque ad Favoni
nec saevi Boreae aut Apheliotae,
verum ad millia quindecim et ducentos.
O ventum horribilem atque pestilentem! 5

XXVII.

Minister vetuli puer Falerni
inger mi calices amariores,

tal di Postumia simposiarca è il bando,
più vinosa d'un acino vinoso.
5 Acque, voi via di qua dove vi piace,
assassine del vino, e presso i sobrî
migrate: qui c'è sol puro Tioniano.

XXVIII.

Compagni di Pison, vuoto codazzo
dai fagottini comodi e leggeri,
mio buon Veranio, e tu, caro Fabullo,
che è mai di voi? con tal babbione il freddo
5 e la fame abbastanza sopportaste?
brilla ne' vostri conti alcun meschino
guadagno, come a me che, il mio seguendo
pretor, questo ho notato per guadagno:
'O Memmio, a me supin facesti a lungo
10 pian piano ben succhiar cotesto palo!'
Ma, a quanto vedo, in simil caso foste,
chè trave non minor v'ha rimpinzato.

---

ut lex Postumiae iubet magistrae
ebrioso acino ebriosioris.
5 At vos quo lubet hinc abite, lymphae,
vini pernicies, et ad severos
migrate: hic merus est Thyonianus.

XXVIII.

Pisonis comites, cohors inanis
aptis sarcinulis et expeditis,
Verani optime tuque mi Fabulle,
quid rerum geritis? satisne cum isto
5 vappa frigoraque et famem tulistis?
ecquidnam in tabulis patet lucelli
expensum, ut mihi, qui meum secutus
praetorem refero datum lucello:
'O Memmi, bene me ac diu supinum
10 tota ista trabe lentus irrumasti.'
Sed, quantum video, pari fuistis
casu: nam nihilo minore verpa

Vatti pure a cercar nobili amici!
Ma a voi mandin gli dei tutti i malanni,
vituperî di Romolo e di Remo! 15

XXIX.

Chi questo può veder, chi il può soffrire,
salvo un laido, un ingordo, un biscazziere,
che abbia Mamurra quanto la Chiomata
Gallia avea prima e l'ultima Britannia?
Lo vedi e il soffri, o Romolo cinedo? 5
Ed or, superbo e ricco sfondolato,
passeggerà di tutti per le alcove,
come colombo candido o amorino?
Lo vedi e il soffri, o Romolo cinedo?
sei proprio laido, ingordo, biscazziere. 10
Per questo, o imperatore incomparabile,
d'occidente all'estrema isola andasti,
perchè cotesta tua minchia fottuta
venti o trenta million si divorasse?

---

farti estis. Pete nobiles amicos.
At vobis mala multa di deaeque
dent, opprobria Romuli Remique. 15

XXIX.

Quis hoc potest videre, quis potest pati,
nisi impudicus et vorax et aleo,
Mamurram habere quod Comata Gallia
habebat ante et ultima Britannia?
Cinaede Romule, haec videbis et feres? 5
Et ille nunc superbus et superfluens
perambulabit omnium cubilia,
ut albulus columbus aut Adoneus?
Cinaede Romule, haec videbis et feres?
es impudicus et vorax et aleo. 10
Eone nomine, imperator unice,
fuisti in ultima occidentis insula,
ut ista vostra diffututa mentula
ducenties comesset aut trecenties?

15 e che altro è mai benignità sinistra?
non cavalcò, non sparnazzò abbastanza?
Primi i paterni ben fur sbriciolati;
il Pontico bottin secondo, e terzo
l'Ibero, al Tago aurifero ben noto.
20 E lui teme la Gallia e la Britannia?
Tal ribaldo appoggiate? o altro ei può mai
che i grassi divorare patrimoni?
Per questo voi, di Roma i più potenti,
tutto, o suocero e genero, turbaste?

XXXI.

O la perla de l'isole e penisole,
Sermion, di quante sui fluenti laghi
hanno e sull'ampio mare ambo i Nettuni,
con qual piacer, con qual gaudio ti vedo!
5 Non mi par ver dai Tini e dai Bitini
campi esser giunto presso te al sicuro.
Più noie non aver, qual maggior gioia,
quando il cuor getta il carco, e stanchi e lassi

---

15 quid est alid sinistra liberalitas?
parum expatravit an parum elluatus est?
Paterna prima lancinata sunt bona;
secunda praeda Pontica, inde tertia
Hibera, quam scit amnis aurifer Tagus.
20 Et hunc timetque Gallia et Britannia?
Quid hunc malum fovetis? aut quid hic potest,
nisi uncta devorare patrimonia?
Eone nomine, urbis o potissimei,
socer generque, perdidistis omnia?

XXXI.

Paene insularum, Sirmio, insularumque
ocelle, quascumque in liquentibus stagnis
marique vasto fert uterque Neptunus,
quam te libenter quamque laetus inviso,
5 vix mi ipse credens Thyniam atque Bithynos
liquisse campos et videre te in tuto.
O quid solutis est beatius curis,
cum mens onus reponit, ac peregrino

del viaggiare torniamo al nostro lare,
e riposiam nel desïato letto! 10
Questo di tanti mali è il sol compenso.
Salve, Sermion gentil, del tuo signore
godi; lidie godete onde del lago:
oh! ridetemi tutto il vostro riso.

XXXII.

Fammi il piacere, dolce mia Ipsitilla,
o tesoruccio mio, bellezza mia,
lascia ch'io venga teco a meriggiare;
e se tu lo permetti, insiem procura
che il battente dell'uscio niun mi sbarri, 5
nè d'andartene fuor voglia ti prenda,
bensì in casa rimani a prepararmi
nove consecutive chiavatine.
Ma tu, per farla ben, disponi presto:
perchè ho pranzato, e sazio e a pancia all'aria 10
vo bucando la tunica ed il pallio.

---

labore fessi venimus larem ad nostrum
desideratoque acquiescimus lecto. 10
Hoc est, quod unum est pro laboribus tantis.
Salve, o venusta Sirmio, atque ero gaude:
gaudete vosque, Lydiae lacus undae:
ridete quicquid est domi cachinnorum.

XXXII.

Amabo, mea dulcis Ipsithilla,
meae deliciae, mei lepores,
iube ad te veniam meridiatum:
et si iusseris illud, adiuvato,
ne quis liminis obseret tabellam, 5
neu tibi lubeat foras abire,
sed domi maneas paresque nobis
novem continuas fututiones.
Verum, si quid ages, statim iubeto:
nam pransus iaceo, et satur supinus 10
pertundo tunicamque palliumque.

XXXIII.

O de' ladri di bagni il più valente,
padre Vibennio, e tu, figliol bagascio
— chè del padre è la destra più imbrattata,
e del figliol più ingordo è il deretano —,
5 perchè non in esiglio e al mal paese
ve n'andate? chè son noti alla gente
del padre i furti, e le pelose chiappe
vender, figliol, non puoi per un quattrino.

XXXV.

Al tenero poeta, al mio collega,
Cecilio, o carta, bramerei dicessi
che a Verona venisse, abbandonando
le muraglie di Como e il Lario lido;
5 chè vo' fargli saper certi pensieri
d'un amico di lui che è pur mio amico.
Perciò, se ha senno, inghiottirà la via,

XXXIII.

O furum optime balneariorum,
Vibenni pater, et cinaede fili
— nam dextra pater inquinatiore,
culo filius est voraciore —,
5 cur non exsilium malasque in oras
itis? quandoquidem patris rapinae
notae sunt populo, et nates pilosas,
fili, non potes asse venditare.

XXXV.

Poetae tenero, meo sodali,
velim Caecilio, papyre, dicas,
Veronam veniat, Novi relinquens
Comi moenia Lariumque litus;
5 nam quasdam volo cogitationes
amici accipiat sui meique.
Quare, si sapiet, viam vorabit,

benchè candida donna mille volte
già partente il richiami, e al collo entrambe
le man gettando d'indugiar lo preghi. 10
Ora costei, se il vero a me si narra,
langue per lui di prepotente amore:
chè da quando la già abbozzata ei lesse
di Dindimo signora, alla meschina
un fuoco le midolle intime strugge. 15
Ti compatisco, o donna della Saffica
musa più dotta, perocchè con garbo
la Gran Madre Cecilio ha già abbozzata.

XXXVI.

Carta merdosa, o annali di Volusio,
sciogliete il voto per la donna mia.
Poichè a Venere Santa ed a Cupìdo
fe' voto che, se a lei fossi ridato
e i truci giambi di vibrar cessassi, 5
i fior più eletti del peggior poeta

---

quamvis candida millies puella
euntem revocet, manusque collo
ambas iniciens roget morari. 10
Quae nunc, si mihi vera nuntiantur,
illum deperit impotente amore:
nam quo tempore legit incohatam
Dindymi dominam, ex eo misellae
ignes interiorem edunt medullam. 15
Ignosco tibi, Sapphica puella
musa doctior; est enim venuste
Magna Caecilio incohata Mater.

XXXVI.

Annales Volusi, cacata carta,
votum solvite pro mea puella.
Nam sanctae Veneri Cupidinique
vovit, si sibi restitutus essem
desissemque truces vibrare iambos, 5
electissima pessimi poetae

al tardipede dio donato avria
da bruciacchiar con infecondi legni.
E questo voto la briccona intese
10 fare agli dei per grazïosa burla.
Or tu, creata dal ceruleo mare,
che Idalio santa ed Urii al vento aperta,
che abiti Ancona e la cannosa Gnido,
tu che Amatunte e che Golgi frequenti,
15 e Durazzo del mare Adriaco emporio,
fa che il mio voto sia segnato a saldo,
se non manca di spirito e di garbo.
Ma intanto voi venite qua nel fuoco,
d'insulsaggini pieni e di rozzezza,
20 carta merdosa, o annali di Volusio.

XXXVII.

Bordello osceno, e voi frequentatori,
dai fratei col berretto al nono miglio,
oh! credete d'aver voi soli il bischero,

---

scripta tardipedi deo daturam
infelicibus ustulanda lignis.
Et haec pessima se puella vidit
10 iocose lepide vovere divis.
Nunc, o caeruleo creata ponto,
quae sanctum Idalium Uriosque apertos,
quaeque Ancona Gnidumque harundinosam
colis quaeque Amathunta, quaeque Golgos,
15 quaeque Durrachium Hadriae tabernam,
acceptum face redditumque votum,
si non illepidum neque invenustum est.
At vos interea venite in ignem,
pleni ruris et inficetiarum,
20 annales Volusi, cacata carta.

XXXVII.

Salax taberna, vosque contubernales,
a pilleatis nona fratribus pila,
solis putatis esse mentulas vobis,

di potere voi soli ogni donnina
metter sotto, e stimar gli altri puzzoni? 5
O perchè da babbei sedete in riga
cento o dugento, ch'io osi non credete
darlo in bocca a dugento insiem seduti?
Credete! io del bordel su tutto il fronte
segnerò tante minchie a vostro scorno. 10
Poichè la donna dal mio sen fuggita,
ch'io amava quanto non fia amata alcuna,
per cui grandi battaglie ho combattuto,
costì sedette. Or lei tutti abbracciate
voi benestanti, e pur, ciò che è indecente, 15
ogni straccione e puttanier di strada;
e sopra tutti tu, chiomato figlio
della " cuniculosa „ Celtiberia,
Egnazio, cui dan garbo fitta barba
e denti tersi con l'Ibera orina. 20

---

solis licere, quicquid est puellarum,
confutuere et putare ceteros hircos? 5
An, continenter quod sedetis insulsi
centum an ducenti, non putatis ausurum
me una ducentos irrumare sessores?
Atqui putate: namque totius vobis
frontem tabernae sopionibus scribam. 10
Puella nam mei, quae meo sinu fugit,
amata tantum quantum amabitur nulla,
pro qua mihi sunt magna bella pugnata,
consedit hic. Hanc boni beatique
omnes amatis, et quidem, quod indignum est, 15
omnes pusilli et semitarii moechi;
tu praeter omnes une de capillatis,
cuniculosae Celtiberiae fili,
Egnati, opaca quem bonum facit barba
et dens Hibera defricatus urina. 20

XXXVIII.

Sta male, Cornificio, il tuo Catullo,
per Ercole sta male, e il suo soffrire
cresce di giorno in giorno, d'ora in ora.
E tu — ch'era sì poca e facil cosa —
5 con qual consolazion l'hai confortato?
Mi fai stizza. Tal dunque il mio diletto?
Una consolazion mi gradirebbe,
dei treni di Simonide più mesta.

XXXIX.

D'Egnazio perchè son candidi i denti,
sempre e dovunque ei ride. Uno è de' rei
sul banco; il suo orator suscita il pianto;
ed egli ride. Al rogo del suo caro
5 l'orba madre il figliolo unico piange:
ei ride: checchè sia, dovunque sia,
checchè faccia, egli ride: ha questo morbo

XXXVIII.

Male est, Cornifici, tuo Catullo,
male est me hercule, et laboriose,
et magis magis in dies et horas.
Quem tu, quod minimum facillimumque est,
5 qua solatus es allocutione?
Irascor tibi. Sic meos amores?
Paulum quid lubet allocutionis,
maestius lacrimis Simonideis.

XXXIX.

Egnatius, quod candidos habet dentes,
renidet usque quaque. Sei ad rei ventum est
subsellium, cum orator excitat fletum,
renidet ille. Si ad pii rogum fili
5 lugetur, orba cum flet unicum mater,
renidet ille: quicquid est, ubicumque est,
quodcumque agit, renidet: hunc habet morbum,

non troppo eletto, credo, e non urbano.
Devo perciò ammonirti, o buon Egnazio.
Se un Romano o un Sabin fossi o un Tiburte, 10
o un Umbro parco od un panciuto Etrusco,
o d'atra pelle Lanuvin dentuto,
o un Transpadano, per dir pur de' miei,
o chiunque i denti con nettezza lavi,
non vorrei tu ridessi ovunque e sempre: 15
niente è più sciocco d'uno sciocco riso.
Ma tu sei Celtibèro; in Celtiberia,
ciò ch'un piscia, con quel suole al mattino
fregarsi i denti e le gengive a sangue;
così, quanto più i denti son puliti, 20
mostran che tanto più bevuto hai piscio.

XL.

Qual mal pensier te, miserabil Ravido,
contro a' miei giambi a precipizio spinge?
qual dio non troppo ben da te invocato

---

neque elegantem, ut arbitror, neque urbanum.
Quare monendum te est mihi, bone Egnati.
Si urbanus esses aut Sabinus aut Tiburs, 10
aut parcus Umber aut obesus Etruscus,
aut Lanuinus ater atque dentatus,
aut Transpadanus, ut meos quoque attingam,
aut qui lubet, qui puriter lavit dentes,
tamen renidere usque quaque te nollem: 15
nam risu inepto res ineptior nulla est.
Nunc Celtiber es: Celtiberia in terra,
quod quisque minxit, hoc sibi solet mane
dentem atque russam defricare gingivam,
ut quo iste vester expolitior dens est, 20
hoc te amplius bibisse praedicet loti.

XL.

Quaenam te mala mens, miselle Ravide,
agit praecipitem in meos iambos?
quis deus tibi non bene advocatus

folle contesa a suscitarti intende?
5 perchè tu vada per le bocche al volgo?
che vuoi? comunque sia brami esser noto?
Tal sarai, dappoichè la mia delizia
amar volesti per tuo lungo strazio.

XLI.

Ameana ragazza arcifottuta
diecimila men chiese tondi tondi,
proprio costei che ha così brutto il naso,
l'amica del Formian scialacquatore.
5 Parenti, che ne avete la tutela,
i medici e gli amici convocate:
sana non è, nè suol, qual faccia ell'abbia,
chiedere al bronzo che l'immagin rende.

XLIII.

Salve, ragazza dal non picciol naso,
che il piè bello non hai nè gli occhi neri,

---

vecordem parat excitare rixam?
5 an ut pervenias in ora vulgi?
quid vis? qua lubet esse notus optas?
Eris, quandoquidem meos amores
cum longa voluisti amare poena.

XLI.

Ameana puella defututa
tota millia me decem poposcit,
ista turpiculo puella naso,
decoctoris amica Formiani.
5 Propinqui, quibus est puella curae,
amicos medicosque convocate:
non est sana puella, nec rogare
qualis sit solet aes imaginosum.

XLIII.

Salve, nec minimo puella naso
nec bello pede nec nigris ocellis

che non hai dita lunghe e labbra asciutte,
bensì una lingua in ver non troppo eletta,
tu, amica del Formian scialacquatore! 5
Dicono i provinciali che sei bella?
si confronta con te la Lesbia nostra?
Oh secol senza gusto e senza spirito!

XLIV.

O mio poder, Sabino oppur Tiburte
— chè Tiburte ti chiama chi a Catullo
non vuol recare offesa; ma chi il vuole,
ogni scommessa fa che sei Sabino —,
ma o Sabino, o, com'è più ver, Tiburte, 5
mi giovò la tua villa suburbana
e dal petto sputai la mala tosse
che per mia colpa regalommi il ventre,
mentre vo in caccia di suntuose cene.
Chè, alla mensa Sestiana mentre agogno, 10
un discorso contro Anzio " petitore „

---

nec longis digitis nec ore sicco
nec sane nimis elegante lingua,
decoctoris amica Formiani. 5
Ten provincia narrat esse bellam?
tecum Lesbia nostra comparatur?
O saeclum insapiens et infacetum!

XLIV.

O funde noster seu Sabine seu Tiburs
— nam te esse Tiburtem autumant, quibus non est
cordi Catullum laedere: at quibus cordi est,
quovis Sabinum pignore esse contendunt —,
sed seu Sabine sive verius Tiburs, 5
fui libenter in tua suburbana
villa, malamque pectore exspui tussim,
non immerenti quam mihi meus venter,
dum sumptuosas appeto, dedit, cenas.
Nam, Sestianus dum volo esse conviva, 10
orationem in Antium petitorem

pien di veleno e pestilenza lessi.
Fredda gravezza allor, tosse ostinata
mi sconquassò, finchè al tuo sen fuggii
15 e mi rimisi con riposo e ortica.
Perciò, rifatto, molto ti ringrazio
di non aver punito il mio peccato;
e se scritti ribaldi avrò di Sestio,
già non ricuso che gravezza e tosse,
non a me, ma a lui Sestio il freddo porti,
20 che allor m'invita che un mal libro ho letto.

XLVI.

Già primavera il gel tepida scioglie,
già del cielo il furore equinoziale
di zefiro alle dolci aure si tace.
Si lascino, o Catullo, i Frigi campi
5 e dell'arsa Nicea le pingui glebe:
alle chiare città voliam dell'Asia.
Nella sua smania il cuor brama vagare;

---

plenam veneni et pestilentiae legi.
Hic me gravedo frigida et frequens tussis
quassavit usque dum in tuom sinum fugi,
15 et me recuravi otioque et urtica.
Quare refectus maximas tibi grates
ago, meum quod non es ulta peccatum;
nec deprecor iam, si nefaria scripta
Sesti recepso, quin gravedinem et tussim
20 non mi, sed ipsi Sestio ferat frigus,
qui tunc vocat me, cum malum librum legei.

XLVI.

Iam ver egelidos refert tepores,
iam caeli furor aequinoctialis
iocundis Zephyri silescit aureis.
Linquantur Phrygii, Catulle, campi
5 Nicaeaeque ager uber aestuosae:
ad claras Asiae volemus urbes.
Iam mens praetrepidans avet vagari,

già lieto dalla voglia il piè s'afforza.
Dolci brigate di compagni, addio,
che, insiem partiti, ora disgiunti in patria 10
riportan di lontan diverse vie.

LXVIII.

Quegli occhi tuoi di miele, o mio Giovenzio,
se mi lasciasse alcun sempre baciare,
li bacerei sino a trecento mila,
nè mi parrebbe mai d'essere sazio,
non se più densa che di spiche un campo 5
del nostro baciucchiar fosse la messe.

XLIX.

Fra i Romulei nipoti facondissimo,
quanti son, quanti furo, o Marco Tullio,
e quanti poi saranno in altri tempi,
a te grazie caldissime Catullo

---

iam laeti studio pedes vigescunt.
O dulces comitum valete coetus,
longe quos simul a domo profectos 10
diversae variae viae reportant.

XLVIII.

Mellitos oculos tuos, Iuventi,
si quis me sinat usque basiare,
usque ad millia basiem trecenta,
nec mi umquam videar satur futurus,
non si densior aridis aristis 5
sit nostrae seges osculationis.

XLIX.

Disertissime Romuli nepotum,
quot sunt quotque fuere, Marce Tulli,
quotque post aliis erunt in annis,
gratias tibi maximas Catullus

5 rende, fra tutti pessimo poeta,
tanto fra tutti pessimo poeta,
quanto fra tutti tu ottimo patrono.

L.

Ieri, o Licinio, essendo sfaccendati,
ci sbizzarrimmo assai su' miei foglietti
con ogni libertà, com'era inteso.
De' versiccioli entrambi noi scrivendo,
5 scherzavamo or con questo or con quel metro,
nel vin, nel gioco, a botta ed a risposta.
Io me n'andai di là della tua arguzia
ammirato, o Licinio, e del tuo spirito:
agitato, nessun cibo gradiva,
10 nè il sonno mi copria di quiete gli occhi;
ma, per smania incessante, in tutto il letto
mi voltava in attesa della luce,
per discorrer con te, per esser teco.
Ma poi che da fatica oppresse in letto

---

5 agit pessimus omnium poeta,
tanto pessimus omnium poeta,
quanto tu optimus omnium's patronus.

L.

Hesterno, Licini, die otiosi
multum lusimus in meis tabellis,
ut convenerat esse delicatos.
Scribens versiculos uterque nostrum
5 ludebat numero modo hoc modo illoc,
reddens mutua per iocum atque vinum.
Atque illinc abii tuo lepore
incensus, Licini, facetiisque,
ut nec me miserum cibus iuvaret,
10 nec somnus tegeret quiete ocellos,
sed toto indomitus furore lecto
versarer, cupiens videre lucem,
ut tecum loquerer, simulque ut essem.
At defessa labore membra postquam

giacevano le membra semimorte, 15
questo, mio caro, per te carme ho fatto,
perchè ti dica del mio cuor l'affanno.
Or non far l'altezzoso e i preghi miei
non disdegnar, di grazia, o mia pupilla,
se a Nemesi non vuoi pagare il fio. 20
È dea violenta: guai se tu l'offendi!

LII.

Che è mai, Catullo, che a morire indugi?
Siede in sedia curule un Nonio 'scrofola':
pel consolato spergiura Vatinio:
che è mai, Catullo, che a morire indugi?

LIII.

Risi d'un non so chi dell'uditorio,
che, quando Calvo mio stupendamente
sciorinato a Vatinio ebbe le accuse,

---

semimortua lectulo iacebant, 15
hoc, iocunde, tibi poema feci,
ex quo perspiceres meum dolorem.
Nunc audax cave sis, precesque nostras,
oramus, cave despuas, ocelle,
ne poenas Nemesis reposcat a te. 20
Est vemens dea: laedere hanc caveto.

LII.

Quid est, Catulle? quid moraris emori?
Sella in curuli 'struma' Nonius sedet:
per consulatum peierat Vatinius:
quid est, Catulle? quid moraris emori?

LIII.

Risi nescio quem modo e corona,
qui, cum mirifice Vatiniana
meus crimina Calvos explicasset,

ammirato, le mani alzando, disse:
5 'o grandi dei, quel cosellin facondo!'

LV.

Ti preghiam, se per caso non t'è grave,
di mostrarci dov'è il tuo nascondiglio.
Te nel Campo minore abbiam cercato,
te nel Circo, ne' luoghi d'affissione,
5 te nel tempio sacrato al sommo Giove.
Ancor, del Magno nella passeggiata
fermato ho, amico, tutte le donnine,
quelle, però, che vedo allegre in viso.
Ah! di te pur così le richiedeva:
10 'A me Camerio, perfide ragazze!'
Ed una: 'ehi! nudo il garzoncin ritira:
eccol qui fra le rosee mamme ascoso'.
Ma un'erculea fatica è sopportarti.
. . . . . .
con tanto sdegno ti rifiuti, o amico!

---

admirans ait haec manusque tollens:
5 'di magni, salaputium disertum!'

LV.

Oramus, si forte non molestum est,
demonstres ubi sint tuae tenebrae.
Te campo quaesimus in minore,
te in Circo, te in omnibus libellis,
5 te in templo summi Iovis sacrato.
In Magni simul ambulatione
femellas omnes, amice, prendi,
quas voltu video tamen serenas.
A, vel te sic ipse flagitabam:
10 'Camerium mihi, pessimae puellae.'
Quaedam 'em nudum', inquit, 'reduc puellum:
em hic in roseis latet papillis'.
Sed te iam ferre Herculei labos est.
. . . . . .
tanto te in fastu negas, amice.

Dov'esser tu potrai, facci sapere 15
francamente, confessa, metti in luce.
Or ti tengon con sè lattee ragazze?
Che se la lingua chiusa in bocca tieni,
getterai tutti dell'amore i frutti:
di verboso parlar Venere gode: 20
ma, se credi, il palato puoi serrare,
purchè del vostro amor tu venga a capo.

LIX.

Lo poppa a Rufo Rufa Bolognese,
moglie a Menenio. Spesso tra'i sepolcri
la vedeste rapir la cena ai roghi,
rotolato dal fuoco il pan seguendo,
dal semiraso ustore bastonata. 5

Dic nobis ubi sis futurus, ede 15
audacter, committe, crede lucei.
Nunc te lacteolae tenent puellae?
Si linguam clauso tenes in ore,
fructus proicies amoris omnes:
verbosa gaudet Venus loquella: 20
vel, si vis, licet obseres palatum,
dum vostri sis particeps amoris.

LIX.

Bononiensis Rufa Rufulum fellat,
uxor Meneni, saepe quam in sepulcretis
vidistis ipso rapere de rogo cenam,
cum devolutum ex igne prosequens panem
ab semiraso tunderetur ustore. 5

III.

AD·MONTENEGRINOS

MONTENEGRINIS
VIRIS·FORTISSIMIS
QVI·LABEATIVM·AGROS·ET·ILLYRICOS·PRAEVALITANAE·MONTES
A·MAIORIBVS·SVIS·ACCEPTOS
CONTRA·FEROCISSIMOS·HOSTES
INNVMERIS·PROELIIS·ET·IMMANI·SANGVINIS·EFFVSIONE
PER·LONGAM·ANNORVM·SERIEM·PERTINACITER·DEFENDERVNT
ITALI
ID·VNO·ANIMO·EXOPTANT·ID·VNO·ORE·PRECANTVR
VT·IV·VIRI·CONVENTVS·PARISINI
VNIVERSAE·PACIS·CONDICIONIBVS·SCRIBENDIS
SI·DE·GENTIVM·NATIONVMQVE·FATIS·SE·DECERNERE·POSSE·ARBITRENTVR
CAVEANT·NE·NOVIS·IVGOSCLAVIAE·TYRANNIS
INSANA·DOMINANDI·LIBIDINE·DEBACCHANTIBVS
LIBERAM·ILLAM·LIBERORVM·MILITVM·PATRIAM
IN·SERVITVTEM·TRADANT
NEVE·VMQVAM·OBLIVISCANTVR
NON·LICERE·POTENTIBVS
TENVIORVM·ATQVE·INFIRMIORVM·LIBERTATEM·CONTEMNERE
AC·NEFAS·ESSE
IN·ANNALIBVS·GENERIS·HVMANI
QVOS·DIVINA·IPSA·NATVRAE·MANVS·EXARAVERIT
TRACTV·CALAMI
SANCTA·POPVLORVM·IVRA·DELERE

SCRIPSIT·HECTOR·STAMPINI
AN·MCMXIX
AVGVSTAE·TAVRINORVM

Sul senatoconsulto di Gaio I. 182

Nota di SIRO SOLAZZI

1. — Tra le fonti della tutela dativa Gai. I. 182 ricorda un senatoconsulto, che permise di dare un nuovo tutore in luogo del tutore sospetto e rimosso e del tutore scusato.

> Praeterea senatus censuit, ut si tutor pupilli pupillaeve suspectus a tutela remotus sit, sive ex iusta causa fuerit excusatus, in locum eius alius tutor detur, quo facto prior tutor amittit tutelam.

Anche Ulp. XI. 23 vi accenna quasi con le stesse parole.

> Hoc amplius senatus censuit ut, si tutor pupilli pupillaeve suspectus a tutela submotus fuerit, vel etiam iusta de causa excusatus, in locum eius tutor alius detur.

È opinione dominante che il senatoconsulto si riferisse alla tutela testamentaria. E quest'opinione io credo di aver assisa sopra una base incrollabile, osservando che non occorreva un senatoconsulto perchè il magistrato fosse autorizzato a sostituire il tutore dativo rimosso o scusato e che il tutore legittimo per tutta l'epoca classica non potè essere nè rimosso nè scusato. La mia sicurezza che l'opinione dominante resista a qualunque attacco non è più una presunzione, oggi che il Perozzi ha tentato ingegnosamente di abbatterla e non è riuscito.

2. — Sostiene il Perozzi (1) che il senatoconsulto si applicava anche alla tutela legittima.

Poichè nessun tentativo egli ha fatto per confutare la mia dimostrazione che il tutore legittimo era inamovibile, io non ho

(1) *Il tutore impubere*, nelle " Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna ", serie II, tomo II, 1917-18, p. 49 sgg.

che da rinviare al mio *Curator impuberis*, p. 50 sgg. È un primo ordine di difese che l'avversario deve ancora superare.

Che le *excusationes* non trovassero applicazione alla tutela legittima, ammette anche il Perozzi (p. 38 sgg.), il quale, indipendentemente da me, riconosce press'a poco gli stessi emblemi che io avevo rilevati alcuni anni prima (1). E mi allieterei del-

---

(1) Cfr. *La minore età*, p. 272 sgg. Non m'indugio a notare le coincidenze e le discrepanze delle nostre esegesi, tanto più dove queste derivano dall'avere il Perozzi ammesso due tipi di scuse. Il lettore può fare da sè il confronto, per agevolargli il quale avvertirò solamente che il Perozzi aggiunge un testo giustinianeo (C. 6. 4. 4 § 20 *a* dell'a. 531) a quelli da me citati, e ne omette tre (D. 27. 1. 10 § 7; C. 5. 33. 1 § 3 = Th. 3. 17. 3 § 1 dell'a. 389; C. 5. 35. 2 § 3 = Th. 3. 17. 4 dell'a. 390). A me, come al Perozzi, era dapprima sfuggito C. 5. 44. 5 dell'a. 294; ma poi ho rilevato l'interpolazione attinente al tema di cui ci occupiamo in *Curator impuberis*, p. 150, n. 2. Prego anche gli studiosi di volere per D. 26. 4. 3 § 8 e 27. 1. 10 § 7 integrare e correggere l'esegesi esposta nella *Minore età* con ciò che ho scritto su questi passi nel *Curator impuberis*.

Il Rudorff, *Vormundschaft*, II, p. 12, che pure sosteneva l'applicabilità delle *excusationes* alla tutela legittima, pensò affermasse il contrario il c. 3 del *Concilium Chalcedonense* (a. 451), ch'egli riferisce secondo Phothius, *Syntagma can.*, ed. Par. 1561: " nisi utique ex lege ad inexcusabilem impuberum tutelam " vocetur „; ed il Perozzi (p. 38) trova che il testo del Concilio è esplicito in favore dell'idea da noi propugnata. Io credo che questa interpretazione sia erronea. Anzitutto, se tale fosse il senso del canone, esso sarebbe in ritardo sulla legislazione romana, che fin dal tempo di Costantino (cfr. C. Th. 13. 5. 7 dell'a. 334 già citato in *Minore età*, p. 285 e 3. 17. 2 dell'a. 326, che, ripristinando, entro confini più o meno ampii, la tutela degli agnati, la concepisce come obbligatoria " in feminis tutelam legitimam consanguineus " patruus *non recuset* „) aveva esteso le scuse alla tutela legittima. Poi i Padri del Concilio avrebbero mostrato di non capire il diritto romano, il quale non rifiutava già le scuse al tutore legittimo perchè volesse costringerlo a fare il tutore, ma perchè questi era libero di gerire o no la tutela senza chiedere esoneri. Ora il Concilio, che vietava agli ecclesiastici l'assunzione di negozi secolari, sarebbe stato assurdo che tollerasse un'eccezione proprio per la tutela legittima, che il chiamato poteva declinare a suo talento. L'eccezione riguarda ogni specie di tutela (legittima, testamentaria, dativa) che per il diritto dello Stato sia obbligatoria e da cui non si possa essere dispensati. Ciò si vede meglio nel testo greco (Harduini *Conciliorum collectio*, Parisiis, 1714, II, p. 602): *εἰ μὴ που ἐκ νόμων καλοῖτο εἰς ἀφηλίκων ἀπαραίτητον ἐπιτροπήν*. Sono *νόμοι* tutte le norme giuridiche, da qualunque fonte derivino, e non soltanto la legge delle XII Tavole o la legge comiziale romana. La legislazione ecclesiastica si piega dinanzi

l'autorevole appoggio, se il Perozzi fosse un alleato meno compromettente. Ma egli viene avanti con una distinzione fra " *excusatio* senatoria „ ed " *excusatio* ordinaria „, che costituisce una minaccia mortale per l'unica tesi a noi comune.

Afferma il Perozzi (p. 37) che il senatoconsulto presuppone non le *excusationes* ma una *iusta causa* di esonero, non cioè un sistema fisso di immunità dalla tutela, ma una facoltà del magistrato di scusare dalla tutela, quando esista un motivo, della sufficienza del quale a giustificare l'esonero spetta a lui solo di decidere. Ora, se fosse vero che *excusatus* per il senatoconsulto di Gai. I. 182 poteva essere anche il tutore legittimo, non si comprenderebbe più l'inapplicabilità alla tutela legittima di quella che il Perozzi chiama " *excusatio* ordinaria „. Siano le cause di immunità dalla tutela fisse ed enumerate dal diritto, o sia la concessione della scusa rimessa all'arbitrio del magistrato, la tutela è trattata come un ufficio obbligatorio e oneroso. Ma, una volta accolto questo concetto per la tutela legittima, come spiegare l'evoluzione a ritroso? Perchè quella tutela, già aperta al più vasto arbitrio del magistrato, si sarebbe chiusa ad un'ingerenza contenuta e limitata da cause positivamente determinate?

L'obbiezione è formidabile ed io non saprei che cosa ri-

---

alla forza del diritto sancito dallo Stato ed è naturale che così dovesse fare, finchè il pio Giustiniano, appagando il voto della Chiesa, non concesse ai chierici e monaci l'immunità da tutte le tutele e curatele (C. 1. 3. 51 dell'a. 531). La Nov. 123 c. 5 dell'a. 546 dichiara addirittura incapaci i vescovi e i monaci di esser tutori o curatori; e solo ai preti permette di assumere la tutela legittima, se dichiarino di volerlo fare entro 4 mesi dalla delazione. Sicchè nell'ultimo diritto giustinianeo la tutela legittima è tornata ad essere volontaria in favore dei preti.

Cade qui in acconcio avvertire che, non ostante l'incapacità dei monaci stabilita dalla Novella dell'a. 546, in P. Cairo II. 67151, lin. 225 sgg. del 15 novembre 570, il testatore dà come tutore e curatore ai propri figli Apa Besa, superiore del convento di S. Geremia. Il testatore Phoibammon ignorava forse il diritto? Una persona incolta egli non doveva essere, se copriva l'ufficio di medico capo in Antinoe; ma si sa che la medicina non è la giurisprudenza. Si può anche pensare che gli usi preparassero di lunga mano il terreno all'Ecloga degli imperatori Leone e Costantino che nell'anno 740 attribuirono la tutela, in difetto di tutori testamentari, a vescovi, conventi e chiese. Non pare peraltro che le disposizioni dell'Ecloga siano state bene accolte dagli ecclesiastici: cfr. Zachariä, *Geschichte des griechisch-röm. Rechts*, p. 122 sgg.

spondere. Ma essa non riguarda la mia dottrina, che è coerente e riassume il resultato dell'esegesi in questo principio: il tutore legittimo non faceva valere le scuse, perchè non ne aveva bisogno, essendo libero di esercitare o no la tutela. Come il tutore legittimo nell'epoca classica era inamovibile, perchè lo si considerava titolare di un diritto, di una *potestas*; così le *excusationes* di qualunque tipo erano inapplicabili alla tutela legittima, perchè la *potestas* esclude l'obbligo di gerire la tutela.

3. — Ma per combattere le idee del Perozzi su Gai. I. 182 mi occorrono altre armi e più poderose che non sia l'appunto di scarsa coerenza. Io nego la distinzione fra scusa senatoria e scusa ordinaria.

Già i nomi sono infelici. La circostanza che siano di Traiano le costituzioni più antiche a noi pervenute le quali riconoscono determinate cause di scusa, può far pensare che nei primordii l'apprezzamento dei motivi addotti dai tutori per ottenere l'esonero fosse rimesso all'equità del magistrato. Perchè Gaio I. 182 dice che, dato un altro tutore in luogo di quello scusato o rimosso, " prior tutor amittit tutelam „, è certo che l'accoglimento della scusa ebbe anticamente un effetto diverso da quello che sortì più tardi (1), quando si ritenne che il tutore scusato cessasse immediatamente di essere tutore. Ma ammettere un'e-

---

(1) Dicendo più tardi, io non intendo uscire dall'epoca classica. Ulpiano XI. 23 non ripete l'osservazione " quo facto prior tutor amittit tutelam „ di Gai., I. 182 e in D. 26. 1. 14 § 4 (37 *ad Sab.*) scrive " si suspectus quis " fuerit remotus, desinit esse tutor „; cfr. anche D. 46. 3. 14 § 2 (30 *ad Sab.*). D'altra opinione è il Rudorff. E poichè egli afferma che ancora nel diritto giustinianeo qualunque tutore scusato resta tutore sino a che non sia nominato il nuovo, il Perozzi (p. 46 sgg.) ha creduto che questo fosse l'insegnamento comune e si è dato la pena di confutarlo. Ma ha esordito male, perchè ha ammesso che alcuni testi appoggino la dottrina combattuta e li ha eliminati riferendoli al senatoconsulto di Gai., I. 182. Ha riferito al senatoconsulto anche C. 5. 36. 4, senza approfondire il dubbio, che pure gli si è affacciato (p. 48, n. 4), che il testo sia interpolato: cfr. " Bull. dell'Ist. di Dir. Rom. „, 28, p. 153 sgg.; *Curator impuberis*, p. 31 sgg.; " Rendic. del R. Ist. Lomb. „, 52, p. 229 sgg. La sua distinzione fra scusa senatoria e ordinaria gli si è imposta ancora una volta col resultato (singolarissimo, se non fosse un'altra prova contro la realtà della distinzione) che tutti i testi a noi tramandati, i quali ci fanno conoscere l'effetto dell'accoglimento

voluzione nel regolamento delle scuse per ciò che riguarda i poteri del magistrato e gli effetti del suo decreto è tutt'altra

---

della scusa, rifletterebbero il sc. e non gioverebbero per determinare gli effetti della scusa ordinaria.

Noi non seguiremo il Perozzi nell'ardua impresa di " ricercare a base " di logica e di raffronti la soluzione più probabile del problema „, che la sua mente fervida ha complicato al massimo grado. Rimetteremo il problema nei suoi termini più semplici. La dottrina che il tutore scusato o rimossso resti tutore finchè non sia sostituito è soltanto in Gaio, I. 182 e non ha lasciato tracce nella giurisprudenza posteriore. Gratuita è la supposizione del Perozzi (p. 48, n. 4) " che i testi relativi alla scusa senatoria " come alla remozione, così come li abbiamo, siano frutto di manipolazioni " dirette a sopprimere la menzione della permanenza del tutore dopo la " scusa o la remozione „. Ed abbiamo il diritto di respingerla senz'altro, perchè questa menzione non è riprodotta da Ulp., XI. 23, che in tutto il resto è identico a Gai., I. 182. Che sia interpolato C. 5. 36. 2 l'ho dimostrato io prima del Perozzi (cfr. *Curator impuberis*, p. 147 sgg.); ma l'emblema non riguarda punto la questione ora trattata. La stessa obbiezione faccio per C. 5. 36. 4. Che D. 26. 2. 11 §§ 1-3 dovesse originariamente dire il contenuto del senatoconsulto è possibile, ma non sicuro; a noi certo la menzione, che ne fa il § 3, " quia hic senatus consultum cessat „ senza Gaio, I. 182 ed Ulp., XI. 23 sarebbe del tutto inintelligibile, ma ai lettori del l. 37 *ad Sab.* di Ulpiano poteva riuscire chiarissima, se, putacaso, l'autore avesse parlato del senatoconsulto in un capitolo anteriore del libro. Ad ogni modo l'omissione del contenuto del senatoconsulto per opera dei compilatori non proverebbe che il testo genuino affermasse la permanenza del tutore dopo la scusa o la remozione. Se la medesima soppressione ebbe luogo in D. 26. 4. 3 § 8, torniamo da capo a rispondere che non prova nulla, perchè è inverosimile che il sc. regolasse l'effetto della *datio tutoris* che esso autorizzava; quell'effetto, e cioè l'estinzione della tutela del tutore rimosso o scusato, è una conseguenza trattane dalla giurisprudenza, come appar chiaro dallo stesso linguaggio di Gaio: " praeterea senatus censuit, " ut... tutor detur, quo facto prior tutor amittit tutelam „. Prima di concludere che D. 26. 1. 14 § 4 è insiticio, il Perozzi vorrà prendere in esame le osservazioni da me esposte in " Rendiconti del R. Istituto Lombardo „, 49, p. 646 e in " Bull. dell'Istituto di Dir. Rom. „, 28, p. 156 sgg.

Riepilogo. Erra il Rudorff, sostenendo che l'effetto della scusa e della remozione sia ancora nel diritto giustinianeo la permanenza del tutore fino a che non sia dato il nuovo tutore. Ma erra anche il Perozzi, pensando che l'insegnamento del Rudorff sia l'insegnamento comune e argomentando da Gaio la dottrina del diritto classico. Gaio attesta il diritto più antico ancor vivo nell'età adrianea; quello dell'età dei Severi resulta da Ulpiano. Spiego nel testo perchè il decreto che scusava il tutore testamentario non potesse togliergli la qualità di tutore. Nemmeno la pronuncia

cosa che non sia ammettere due sistemi diversi di scuse, come fa il Perozzi. Ed il Senato poi non c'entra per nulla. Il senatoconsulto ricordato da Gaio autorizza il magistrato a dare un tutore in luogo di quello scusato e presuppone la possibilità della scusa. È dunque improprio chiamare senatoria quella scusa che il senatoconsulto non ha introdotto e da cui parte per attribuire al magistrato una nuova facoltà.

Conviene poi indagare se anche nella scusa che il Perozzi chiama ordinaria abbia valso per un certo tempo il principio che il tutore testamentario scusato resta tutore, finchè non subentri il nuovo tutore al suo posto. Fondandosi sull'idea assai probabile che le scuse sono state estese alla tutela testamentaria dalla tutela dativa, il Perozzi (p. 47) asserisce che difficilmente poteva essere estesa una scusa che valeva per la tutela dativa alla testamentaria, senza che fosse anche applicato lo stesso procedimento per far valere la scusa che si usava nella tutela dativa e senza che il decreto di accoglimento della scusa non avesse lo stesso effetto che avea lo stesso decreto nella tutela dativa. E sono deduzioni affrettate.

Siamo d'accordo circa il procedimento, che pel tutore testamentario era eguale a quello con cui il tutore dativo otteneva l'esonero. Il tutore dativo appellava contro il decreto di nomina ed il tutore testamentario contro il decreto dei consoli che dichiarava " suo periculo eum cessare ". Ma esaminiamo la situazione che l'accoglimento della scusa creava rispetto alle

---

" suspectum tutorem esse " implicava la destituzione del tutore, perchè il magistrato non poteva direttamente spogliare il cittadino di una carica della quale era legittimamente investito (cfr. " Rend. del R. Istituto Lombardo ", 50, p. 186 sgg.). Dopo il senatoconsulto, che permise la nomina di un nuovo tutore al posto del tutore scusato o rimosso, si sarebbe potuto subito attribuire al decreto di remozione l'effetto di far cessare la tutela del tutore rimosso. Ma non dobbiamo meravigliarci che questa idea sia il resultato di un progresso dogmatico; che in un primo momento l'effetto di far perdere la qualità di tutore al tutore rimosso si sia riconosciuto al decreto di nomina del nuovo tutore e solo più tardi tale effetto sia stato legato immediatamente col decreto di remozione, considerando che la nomina del nuovo tutore ne è una conseguenza immancabile. Quanto al decreto di scusa del tutore testamentario, esso neanche dopo l'intervento del sc. valse a distruggerne la qualità di tutore, ma, come pure spiego nel testo, fu necessario attendere la riforma di Marco Aurelio.

due categorie di tutori. Accolto l'appello contro il decreto di nomina, questo era cassato, tutore non esisteva più e il magistrato in base alla legge Atilia dovea nominarne uno nuovo, senza bisogno di essere autorizzato da un senatoconsulto. Invece, accettata la scusa del tutore testamentario, nè questi perdeva la qualità di tutore, nè, se l'avesse perduta, si sarebbe potuto addivenire alla nomina di un altro tutore, perchè sarebbe subentrato il tutore legittimo.

Il tutore testamentario scusato non perdeva la qualità di tutore, perchè l'accoglimento della scusa non si traduceva per lui, come pel tutore dativo, nell'annullamento del decreto di nomina, ma nell'annullamento del decreto dei consoli che aveano pronunciato " suo periculo eum cessare ".

Rifacendoci col pensiero allo stato del diritto, qual'era nella tutela testamentaria al tempo in cui fu deliberato il senatoconsulto e cioè prima del procedimento introdotto da Marco Aurelio per le *excusationes*, noi intendiamo perfettamente che il tutore testamentario dovesse perdere la sua qualità solo dietro la sostituzione ordinatane dal magistrato e non con l'accettazione della scusa. Ma verrà il nuovo ordinamento di Marco Aurelio, che ammette il tutore testamentario a chiedere direttamente l'esonero, allegando le scuse appena abbia notizia della vocazione testamentaria, così come fa il tutore dativo a cui sia stato notificato il decreto di nomina. E la pronuncia del magistrato sarà eguale in ambo i casi; per l'uno come per l'altro tutore il decreto del magistrato avrà per contenuto immediato il riconoscimento della dispensa. Allora sarebbe stato assurdo che un decreto letteralmente identico dovesse produrre effetti diversi, l'estinzione della tutela per il tutore dativo e non per il tutore testamentario. Bisognava scegliere fra le due regole anteriormente vigenti; o ritenere che l'accettazione della scusa importi la fine della tutela, come già si verificava nella tutela dativa, o ammettere che il tutore rimanga in carica fino alla nomina del nuovo, come per l'antico regime accadeva nella tutela testamentaria. È nella logica naturale delle cose che dovesse vincere il principio, per cui l'esenzione mette termine alla tutela; e noi comprendiamo ora per quale motivo Ulpiano non poteva più riprodurre l'affermazione di Gaio " quo facto prior tutor amittit tutelam ". Quest'affermazione aveva cessato di

esser vera. È dunque accertato un punto: che anche nelle *excusationes* ordinarie (secondo la terminologia del Perozzi) il processo di esonero prima del nuovo regolamento di Marco non estingueva la tutela testamentaria, e cioè aveva lo stesso effetto che il Perozzi riconosce all'ammissione della scusa senatoria. Ancora più certo è l'altro punto, che il potere del magistrato di dare un tutore in luogo del testamentario esonerato deriva in ogni caso dal senatoconsulto e la distinzione del Perozzi si manifesta sempre più erronea. Invano l'autore cerca di salvarla col richiamo della tutela confermata, la quale, secondo lui, dimostrerebbe che, dove il pretore interviene nella tutela per rimediare ai vizi della nomina, ivi pone da parte la tutela legittima. Dimostrerò altrove che l'istituto della conferma è una creazione dei consoli a ciò autorizzati da apposite costituzioni; qui basterà che io citi D. 26. 3. 1 § 1 a smentire la tesi del Perozzi (p. 48), che il pretore si sentiva ed era autorizzato dal costume in certi casi a dare il tutore saltando il tutore legittimo. L'unico caso di tutela che non derivi da fonti scritte (legge, senatoconsulto, costituzioni imperiali) è il *tutor praetorius*, del quale Ulp. XI. 24 dice che *moribus datur* (1).

4. — Per confutare la distinzione immaginata dal Perozzi fra scusa senatoria e scusa ordinaria e per intendere ciò che Gaio scrive circa gli effetti del senatoconsulto io ho dovuto brevemente (2) tracciare la storia del processo di esonero nella

---

(1) O io non sono d'accordo col Perozzi sul significato di queste parole o non capisco che cosa egli abbia voluto dire affermando che i *mores* sono la fonte del potere e la giurisdizione del pretore l'occasione per dare il tutore. *Moribus datur* significa che il tutore è dato in forza di una consuetudine e non di una legge; ma la consuetudine è qui costituita dalla prassi del pretore e tale prassi è sorta dal bisogno che il pretore sentì di organizzare il processo fra pupillo e tutore ed è certo che al pretore spettava il potere di organizzare i processi. Ora una consuetudine, che il pretore ha creato nell'esercizio di un suo potere, pare a me che si fondi proprio su questo potere. È dunque un fatto, e non un'ipotesi, ciò che ha osservato il Pernice e non cade (cfr. invece Perozzi, p. 52, n. 2, i. f.) di fronte a ciò che ci dice Ulpiano, ma è proprio Ulpiano che ci attesta il fatto.

(2) Più ampii ragguagli si avranno nella Memoria: *L'opera dei consoli nell'evoluzione della tutela.*

tutela testamentaria. E, conseguendo lo scopo, credo di avere altresì dato rilievo alle considerazioni per le quali è mestieri ritenere che il sc. si applicava unicamente alla tutela testamentaria. Ma il Perozzi è d'altro avviso; e passiamo dunque in rassegna gli argomenti con cui egli sostiene (p. 49 sgg.) che il sc. si applicasse alla tutela legittima oltre che alla testamentaria. A ciascuno faremo seguire la nostra risposta.

1° Difficilmente Gaio avrebbe omesso in I. 182 di qualificare la tutela se il sc. avesse trovato applicazione in una sola tutela. Come prima scrive " ei, quae in legitima tutela pupilli sit „ (§ 178), " item si qua in tutela legitima furiosi aut muti sit „ (§ 180), così al § 182 avrebbe scritto " ..... senatus censuit, ut si tutor *testamento datus* pupilli... „.

Qualificare la tutela come legittima era necessario od utile nel § 180, perchè il tutore furioso o muto della donna avrebbe potuto anche essere dativo o testamentario (per es. se la pazzia o il mutismo fossero sopravvenuti durante la tutela) e la norma riferita da Gaio valeva solo per la tutela legittima. Non era necessario qualificare la tutela come testamentaria nel caso del § 182, perchè il tutore legittimo non poteva essere nè rimosso nè scusato ed era intuitivo che il senatoconsulto non riguardava la tutela dativa. Dirà il Perozzi che a suo vantaggio rimane il § 178, nel quale il predicato di *legitima* è tanto più superfluo, in quanto il pupillo non può avere altra qualità che di tutore legittimo. Ma, se il nostro avversario avesse confrontato coi paragrafi di Gaio quelli corrispondenti di Ulpiano, avrebbe veduto come sia dubbia la prova ch'egli trae dalla parsimonia o dall'abbondanza dello stile del giureconsulto. Ulp. XI. 20 parla del tutore dato alla donna per la legge *Iulia de maritandis ordinibus* " si legitimum tutorem pupillum habeat „, mentre XI. 21 dice semplicemente che il senato ha permesso di dare un tutore " in locum muti furiosive tutoris „ e non specifica la qualità del tutore muto o furioso. Imitando il Perozzi, io dovrei protestare che " difficilmente Ulpiano avrebbe omesso in XI. 21 di qualificare la tutela, se il sc. avesse trovato applicazione in una sola tutela „. Ma non farei una bella figura con la mia protesta, perchè Gaio I. 180 accerta che il sc. riguardava la tutela legittima e tuttavia Ulpiano omette di qualificare la tutela.

2° Non è concepibile che Gaio parli del nostro sc. in quella parte della trattazione sua che riflette la tutela legittima, se esso risguardava soltanto la testamentaria.

Il Perozzi non ha ben compreso l'ordine della trattazione in Gaio. Il giureconsulto comincia col § 173 ad esporre i casi di tutela dativa. E a persuadersene basta leggere il § 183: " haec omnia similiter et Romae et in provinciis observantur, scilicet ut Romae a praetore et in provinciis a praeside provinciae tutor peti debeat „. *Haec omnia*, cioè tutto quello che è stato detto nei paragrafi precedenti circa il *petere tutorem*. In Ulpiano la cosa riesce anche più chiara. Col § 17 del titolo XI si chiude la trattazione della tutela testamentaria. Il § 18 apre l'esposizione della tutela dativa, che continua sino al § 24 incluso, col ricordo delle leggi *Atilia*, *Iulia et Titia*, le massime fonti di questa specie di tutela. Il sc. di cui ci occupiamo è menzionato nel § 23. Sicchè alla sua citazione in quel punto della loro opera i giureconsulti erano indotti dall'essere il sc. una delle fonti del *ius dandi tutores* e non dalla considerazione che fosse di una o di altra specie il tutore sostituito (1).

3° La frase *amittit tutelam* usata da Gaio si adatta molto più alla tutela legittima che alla testamentaria, perchè la tutela legittima è per eccellenza un diritto.

Poichè anche la tutela testamentaria era concepita come un diritto — e il Perozzi lo riconosce — e *amittit tutelam* dice

(1) Anch'io da principio (cfr. " Rend. del R. Ist. Lombardo „, 49, p. 643, n. 6) fui sorpreso che Gaio ed Ulpiano non menzionassero la qualità del tutore, a cui si riferiva il senatoconsulto, e giunsi persino ad attribuire speciale importanza alla scoperta del motivo di tale silenzio. Ma poi mi sono persuaso che il motivo è il più ingenuo che si possa pensare. I giureconsulti elencavano le fonti che nei varii casi hanno attribuito al magistrato la *datio tutoris* e, parlando del nostro senatoconsulto, non avevano alcuna necessità di spiegare che il tutore *suspectus remotus* od *excusatus* era un tutore testamentario. Ai due scrittori importava di ricordare che un sc. permetteva la *datio tutoris* in surrogazione del tutore rimosso e del tutore scusato: i loro lettori sapevano o avrebbero imparato altrimenti che il tutore legittimo non poteva essere nè rimosso nè scusato e che pertanto il sc. riguardava il tutore testamentario. Se ora i mutamenti del diritto e lo stato della compilazione giustinianea hanno reso per noi, alla distanza di 17 secoli, difficile e faticoso l'acquisto di tali nozioni, non ci hanno colpa nè Gaio nè Ulpiano.

Ulpiano XI. 17 del *tutor testamento datus*, l'argomento è senza valore. Gaio, scrivendo *amittit tutelam*, non poteva essere conscio, come pretende il Perozzi, che sarebbe stato interpretato nel senso che il senatoconsulto riguardava anzitutto la tutela legittima; ma era certo del contrario, perchè i contemporanei che l'avrebbero letto sapevano essere il tutore legittimo inamovibile ed inescusabile.

4° La questione, sul terreno esegetico, è assolutamente decisa dalla l. 3 § 8 D. 26. 4.

Il testo è imbarazzante e porta le tracce di rimaneggiamenti. Fa mestieri decidersi: o stare con questo passo, che ammette la remozione e le *excusationes* nella tutela legittima, o con tutti gli altri che, essendo interpolati, le negano. Per me la preferenza non è dubbia (1). Ma, se il Perozzi accetta il con-

---

(1) Ecco il testo *assolutamente* decisivo per il Perozzi insieme con le critiche che lo svalutano.

Ulpianus *l. 38 ad Sabinum.* Quaeri potest, si patroni filius sit remotus vel excusatus, an nepoti tutela deferatur. Et Marcellus in ea sententia est, ut succedi non posse scribat: idcirco enim abierunt tutela, ut alii in locum eorum dentur, non ut successio admittatur.

Già in *Minore età*, p. 280, avevo notato che *patroni filius remotus vel excusatus* è al singolare, *abierunt* e *alii* al plurale; e che l'essere duplice la causa per cui il figlio del patrono può deporre la tutela non fa che un tutore diventi due. Censure simili ha mosso il Taubenschlag ed ora anche il Perozzi (p. 48, n. 4), il quale peraltro si arrischia a sostenere che la ragione addotta dalla sentenza *idcirco enim abierunt tutela rell.* „ in tanto sta in quanto la frase *abire tutela* era nel sc., il cui tenore egli cerca anche di ricostruire. È evidente che, se il sc. avesse detto dovere il tutore rimosso o scusato " abire tutela ut in locum eius alius detur „, la questione affacciata da Ulpiano avrebbe avuto una soluzione testuale, ossia Ulpiano e Marcello non avrebbero avuto più nulla da quistionare.

Giova invece avvertire che il § 8 non armonizza perfettamente nel commentario ulpianeo. Dichiara il § 9 che " non tantum autem morte, verum " etiam capitis deminutione successio debet in legitima tutela admitti „, e perciò i paragrafi precedenti dovrebbero riguardare la *successio* a causa di morte, della quale s'inizia il trattato nel § 6: " sed si omnes patroni " decesserint, tunc tutela ad liberos eorum incipit pertinere „. Come avviene che nel § 8 si discuta l'ammissibilità della *successio* non al tutore defunto, ma al tutore rimosso o scusato? E perchè l'ipotesi, in cui la *successio* non ha luogo, serve d'intermezzo ai casi (morte e *capitis dem.*) in cui la *successio* si verifica? Concediamo che quest'ordine, nè chiaro nè logico

tenuto di D. 26. 4. 3 § 8 e lo riferisce al senatoconsulto, non si illuda di salvare la sua tesi dell'inapplicabilità delle *excusationes* al tutore legittimo, perchè la distinzione fra scusa senatoria e scusa ordinaria non gli giova.

5. — Infine il Perozzi adduce una *ragione profonda*, per la quale il sc. dovea applicarsi anche alla tutela legittima. Ma questa ragione mi sembra mettere in evidenza le oscitanze ed incoerenze della sua teoria. Riassumo il pensiero del mio contraddittore.

Esisteva una ragione profonda per la quale il sc. dovea applicarsi anche alla tutela legittima. Ed è che quel bisogno il quale provocò il sc. nel caso, come si ammette, di tutela testamentaria, il bisogno cioè di dare un nuovo tutore al pupillo che non avea più un tutore esercente la tutela in ragione della remozione o della scusa, esisteva anche nel caso di tutela legittima. Rimanendo, non ostante la remozione o la scusa, ferma la tutela del tutore rimosso o scusato, il pretore non poteva nominare un altro tutore: di qui la necessità di un provvedimento legislativo, che conferisse al pretore quel potere di nomina di un nuovo tutore. Ma questa necessità sussisteva così rispetto alla tutela testamentaria che alla legittima. E come da un lato il bisogno di remozione e di scusa si presentava tanto

---

e repugnante all'esordio del § 9, sia piaciuto a Ulpiano. Resta a giustificare che egli proponga l'ipotesi della remozione e della scusa pel figlio del patrono e non anche, anzi prima, per il patrono. Il problema è il medesimo: subentrerà il figlio al padre o il nipote al figlio, se questo o quello siano scusati o rimossi? Per un eccesso di scrupolo io mi domandavo (*Curator impuberis*, p. 53) se il *filius patroni* fosse trattato in modo diverso dal *patronus*; ma Gai., I. 175, non lascia sussistere il menomo dubbio ("patroni liberi eandem tutelam adipiscuntur, quam et pater eorum habuit").

Ancorchè dunque nel § 8 non siano profonde le traccie lasciate dai compilatori, si hanno vari indizi per ritenere che i tagli da loro eseguiti nel libro ulpianeo abbiano isolato il brano dall'originario contesto alterandone il senso. E la sicurezza *assoluta* della decisione, conclamata dal Perozzi, svanisce. Un tentativo di ricostruzione del testo originario, non per conseguire qualcosa di sicuro e tanto meno poi di assoluto, ma per offrire la proposta più verosimile che suggeriscano i dati di cui disponiamo, deve essere rinviato ad altro momento, perchè qui ci porterebbe a discorrere di altri temi.

nell'una che nell'altra, onde tutto è concepibile fuori che si rimovesse e scusasse in certe ipotesi il tutore testamentario e non si rimovesse e non si scusasse nelle stesse ipotesi il tutore legittimo, così il senatoconsulto doveva applicarsi così all'una tutela che all'altra.

In grazia di quella malaugurata distinzione fra *scusa senatoria* e *scusa ordinaria* noi rischiamo di non saper più se per il Perozzi il tutore legittimo fosse scusabile o no. Ripeterò dunque ciò che ho detto sopra. Che non si scusasse il tutore legittimo è concepibile; anzi sarebbe inconcepibile che si scusasse, poichè l'esercizio della tutela è per lui volontario. E si muove in un circolo vizioso chi riconosce che sono interpolati tutti o quasi tutti i testi che parlano di scuse per il tutore legittimo e nondimeno vuole applicare al tutore legittimo il sc. di Gai. I. 182, quantunque vi si ragioni di un tutore *ex iusta causa excusatus*. Così io ritengo che nell'epoca classica il tutore legittimo fosse inamovibile, perchè lo si considerava titolare di un diritto, di una *potestas*.

Certo anch'io ammetto che il tutore legittimo potesse essere privato dell'amministrazione della tutela, quando per una ragione qualsiasi non fosse idoneo; ed è intuitivo che dovesse affidarsi ad un altro tutore la gestione tolta al tutore legittimo o da lui rifiutata, come nel caso che egli non presti la " satisdatio rem pupilli salvam fore „. In queste ipotesi il magistrato nominava un altro tutore; ma dai testi a noi pervenuti non resulta affatto che egli derivasse tale facoltà dal sc. di Gai. I. 182. E non obbietti il Perozzi che, esistendo il tutore legittimo, il magistrato non potrebbe nominare un altro tutore per il principio " tutorem habenti tutor dari non potest „, poichè già ebbi occasione di mostrare che la storia della tutela classica con la guida di siffatto principio sarebbe del tutto travisata (1).

Lo stesso Perozzi ha del resto osservato (p. 57) che il senatoconsulto in tanto rispettava la massima " tutorem habenti tutor dari non potest „ in quanto, dato il nuovo tutore, usciva di carica il vecchio. Ora ciò significa, a guardar bene, che il sc. non ebbe lo scopo di permettere un'eccezione al principio *tu-*

---

(1) Cfr. " Rend. del R. Ist. Lombardo „, 52, p. 227 sgg.

torem habenti rell. (1). E mi conferma nell'opinione già espressa (2) che il fine del sc. di Gai. I. 182 fosse di escludere la tutela legittima (cfr. D. 26. 2. 11).

6. — Al Perozzi non è dunque riuscito di fornire la prova positiva che il senatoconsulto riguardasse anche la tutela legittima. E nulla ha tentato per vincere due gravi difficoltà che rendono la sua tesi inverosimile. Fu già accennato alla prima; ed è che, ammessa la scusa senatoria, non si comprende perchè sarebbe stata negata al tutore legittimo la scusa ordinaria. O il suo ufficio era volontario ed egli non aveva bisogno di nessuna scusa; o la scusa senatoria gli serviva e ciò importa che l'ufficio fosse obbligatorio, nel qual caso l'inammissibilità della scusa ordinaria non trova alcuna giustificazione.

L'altra difficoltà sorge dal sapere che le scuse si facevano valere mediante l'appello, prima che Marco Aurelio stabilisse un altro procedimento. È evidente che il tutore legittimo non poteva appellare... contro la legge delle XII Tavole! Forse il Perozzi dirà che l'appello e il giudizio regolato dall'imperatore Marco riflettono la scusa ordinaria; e che per la scusa senatoria era ammesso il ricorso al magistrato. Ma, se per il tipo più antico di scusa la giurisprudenza romana avesse consentito una forma d'invocazione del magistrato diversa dall'appello e molto simile, come si può immaginare, a quella poscia introdotta da Marco, io non vedo la ragione che avrebbe consigliato nella specie più moderna di scuse (la scusa ordinaria del Perozzi) a scegliere la forma dell'appello e più tardi ad abbandonarla, sostituendola con un'altra forma di allegazione delle scuse, che può ben dirsi un ritorno all'antico. La storia del diritto avrà anche di questi capricci; ma è d'uopo che lo storico ce li dimostri ogni volta, nè può pretendere che noi crediamo

(1) Scrive il Perozzi (p. 57, n. 2) che col sc. il principio antico è trasformato: l'impossibilità antica di dare il tutore, dove c'è già un tutore, si muta nell'impossibilità che un nuovo tutore coesista col vecchio. Il guaio è che la possibilità della coesistenza del nuovo col vecchio tutore è attestata anche dopo il senatoconsulto; il tutore, a cui è affidata la gestione, coesiste col tutore legittimo non idoneo.

(2) Cfr. "Bull. dell'Ist. di Dir. Rom.", 28, p. 252.

alla loro esistenza come ad un fatto di per sè naturale e logico. A priori si può affermare questo: che, se una *postulatio* al magistrato fosse già bastata per far valere la scusa senatoria, molto probabilmente nella stessa forma sarebbe stata chiesta la scusa ordinaria (1).

---

(1) Il Perozzi non ha meditato abbastanza su D. 49. 4. 1 § 1: " si quis " tutor datus fuerit... non oportet eum provocare (hoc enim divus Marcus " effecit), sed intra tempora praestituta excusationem allegandam habet „, di cui ritiene (p. 38, n. 3) che per primo abbia affermato l'interpolazione il Lenel, mentre io l'avevo già dimostrata in *Minore età*, p. 284, n. 4 ed il Lenel l'ammette nel noto articolo che, per essere rivolto alla critica della mia dottrina, è posteriore. L'allegazione delle scuse con un mezzo diverso dall'appello è stata autorizzata da Marco. Certo il tutore testamentario non poteva appellare contro il testamento e nondimeno per Gai., I. 182 la tutela testamentaria resulta essere scusabile in un'epoca anteriore a Marco. È questo il nodo storico, che non si scioglie ignorandolo. Occorre pensare ad un decreto appellabile. Io credo di averlo trovato nel decreto dei consoli che contro i tutori testamentarii " decreverunt periculo suo eos ces- " sare „ (Vat. 155). Tale decreto, che toglie al tutore la facoltà dell'*abdicatio*, gli dà la possibilità di appellare per ottenere l'esonero. Così il mio sistema è coerente e l'evoluzione giuridica appare la più naturale. Per l'allegazione delle scuse nella tutela testamentaria si ha la stessa forma di procedimento che vigeva nella tutela dativa. È altresì possibile che il tutore testamentario cercasse di schivare la pronuncia " suo periculo eum cessare „, avanzando ragioni plausibili di scusa. Ma nemmeno in questo si avrebbe una particolarità della tutela testamentaria. Anche colui che era proposto come tutore, se fosse stato presente al momento della *petitio*, avrebbe potuto allegare le scuse che gli competessero, anzichè riservarsi di appellare contro il decreto di nomina.

Nella nota del P. *Sull'abdicatio tutelae*, pubblicata dopo la presentazione di questa mia, leggo due proposizioni che attengono al tema qui trattato. La prima, che il tutore esonerato per cui si applica il sc. sia il tutore sospetto, è inaccettabile, perchè, a tacer d'altro, l'*accusatio suspecti* compete soltanto per il dolo del tutore, come in altro scritto ho dimostrato. Ma, se fosse accettabile, poichè l'*acc. suspecti* investe il tutore testamentario (mentre il legittimo è tenuto con l'*a. rat. distr.*), il P. avrebbe distrutto con le sue stesse mani la propria dottrina sul sc. L'altra proposizione, che il decreto dei consoli contro la *cessatio* non riguardasse il tutore testamentario, è appena scusabile con una deficente conoscenza delle fonti e dei problemi che ne sorgono. Ma di ciò sarà discorso in altro luogo.

L'Accademico Segretario
ETTORE STAMPINI

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Giugno 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Peano, Jadanza, Guidi, Mattirolo, Grassi, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana e Parona Segretario.

È scusata l'assenza del Direttore della Classe Senatore D'Ovidio e dei Soci Segre e Somigliana.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Socio Guidi fa omaggio della sua Nota *Unioni di forza per travi di legno cimentate a trazione.*

Il Socio Mattirolo offre pure in omaggio la sua Nota *Considerazioni sulle convenienze dell'impiego del legno in specie nella costruzione dei " lungheroni d'ala „ degli aeroplani*, e riferisce sommariamente sull'origine e scopo del suo studio. Il Socio Guidi chiede e dà schiarimenti sull'interessante argomento.

Il Segretario presenta il volume *Acquedotti e acque potabili* mandato in omaggio dall'A. sig. Ing. Celso Capacci ed accompagnato da una lettera del nostro Socio corrisp. Prof. Carlo De Stefani, che richiama l'attenzione dei competenti sulla recente pubblicazione che tratta di un argomento di tanta importanza. Presenta inoltre da parte degli autori nostri Soci corri-

rispondenti: G. B. De Toni, *Appunti su Giacinto Cestoni, Fabio Colonna e l'Eterocarpio; Osservazioni botaniche e sperimentali intorno alla " Digitalis lanata „; Commemorazione di Enrico Filippo Trois; Notizie bio-bibliografiche intorno Evangelista Quattrami.* — W. Kilian (in collaborazione di J. Révil), *Études sur la période pléistocène dans la partie moyenne du Bassin du Rhône; Aperçu sommaire sur les roches éruptives des Alpes françaises.*

Il Presidente ringrazia i donatori a nome della Classe.

Sono presentate ed accolte per la pubblicazione negli *Atti* le seguenti Note presentate dai Soci:

C. Somigliana, *Sulle relazioni fra il principio di Huygens e l'ottica geometrica.*

G. Ponzio, *La composizione chimica dei cascami della lavorazione del riso*, Nota II del Dott. Giovanni Issoglio.

M. Panetti, *La curvatura delle funi portanti dotate di rigidezza elastica.*

G. Peano, *Calcolo dei logaritmi naturali con la serie esponenziale*, Nota del S. Ten. Ireneo Zavagna; e *Il numero* π *calcolato con la serie esponenziale*, Nota del Ten. Carlo Bersano.

A. Naccari, *Sul modo di ottenere un " quarto d'onda „ acromatico. Due sferometri sensibilissimi*, del Dott. E. Perucca.

C. F. Parona, *Una nuova specie del genere " Lymphosporidium „*, Nota del Dott. Luigi Cognetti de Martiis.

Il Socio Majorana richiama l'attenzione della Classe sugli inconvenienti che derivano dal lungo intervallo nelle pubblicazioni dell'Accademia durante le ferie estive ed autunnali, ed espone i vantaggi che si avrebbero, nel riguardo scientifico, qualora i Soci fossero autorizzati a presentare i loro lavori per la pubblicazione nel periodo suaccennato, seguendo l'esempio, in Italia, dell'Accademia dei Lincei. I Soci Guidi, Peano, Panetti, Grassi e Sacco, con qualche riserva sull'attuazione pratica, aderiscono in massima alla proposta. Il Presidente fa rilevare gl'inconvenienti che potrebbero derivare dall'attuazione della proposta nei riguardi dell'ufficio di Segreteria, la neces-

sità di accordarla colle disposizioni statutarie (art. 20, 26), e ritiene in ogni caso necessario il consenso dell'Accademia a Classi riunite e del Consiglio di Amministrazione; ma non vi sono difficoltà per la presentazione della proposta nell'adunanza generale che l'Accademia terrà domenica prossima, ed invita il collega Majorana a formulare la proposta che sarà inserita nell'ordine del giorno. Il Socio proponente così la esprime: " Durante il periodo delle vacanze estive è permesso ai Soci " la presentazione di Note personali a integrazione del numero " annuale massimo stabilito dall'Accademia. La pubblicazione " degli *Atti* di questa proseguirà anche nel detto periodo ".

Raccoltasi la Classe in adunanza privata procedette alla votazione per l'elezione di un Socio corrispondente nella Sezione di Chimica generale ed applicata. Riuscì eletto il Prof. Giuseppe Bruni del R. Politecnico di Milano.

LETTURE

Sulle relazioni fra il principio di Huygens e l'ottica geometrica

Nota del Socio nazionale residente CARLO SOMIGLIANA

Il sistema triplo-ortogonale costituito da una serie di superficie parallele e dalle rigate luogo delle loro normali comuni lungo le linee di curvatura, costituisce un modello completo ed assai semplice di ciò che dovrebbe essere la propagazione delle onde in un mezzo isotropo secondo il concetto enunciato nel principio di Huygens. La successione delle superficie parallele, ciascuna delle quali può considerarsi come inviluppo di una serie di sfere di raggio uguale alla distanza da una delle precedenti, dà la serie delle superficie d'onda. Le normali comuni possono essere considerate come rappresentanti i raggi corrispondenti a tali onde. Le leggi della propagazione rettilinea ed anche quelle della riflessione e della rifrazione, in base al teorema di Malus, trovano una rappresentazione completa.

Però, affinchè un tale modello, che costituisce sostanzialmente il fondamento dell'ottica geometrica, possa accordarsi colla teoria della propagazione meccanica od elettro-magnetica, sarebbe necessario trovare degli integrali dell'equazione caratteristica di tutte le vibrazioni in un mezzo isotropo

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a^2 \Delta_2 \varphi \tag{1}$$

(ove φ è una qualsiasi delle funzioni che rappresentano la vibrazione, t il tempo, a la velocità di propagazione) pei quali le superficie $\varphi = \text{cost.}$ in un istante qualunque, fossero costituite da una serie di superficie parallele. In casi speciali, come

è notissimo, la cosa è possibile; quando cioè si tratta di onde sferiche, piane o cilindriche. Ma si può provare che all'infuori di questi casi non ne esistono altri, e che quindi una sostanziale differenza esiste fra l'ottica geometrica e l'ottica delle vibrazioni meccaniche od elettro-magnetiche. Perciò una giustificazione del principio di Huygens e della propagazione rettilinea non può trovarsi che nella teoria dei potenziali ritardati e nell'ipotesi di lunghezze d'onda estremamente piccole, come ha mostrato Kirchhoff nella classica memoria *Zur Theorie der Lichtstrahlen* del 1882.

A risultati di carattere negativo del genere di quello ora enunciato è arrivato recentemente il prof. E. Laura in una Memoria [1] inserita nel volume degli *Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio*, quando lo scorso anno, per raggiunti limiti d'età, egli abbandonò l'insegnamento. Io riprendo in questa brevissima Nota la quistione, per mostrare come si possa arrivare direttamente e per via assai facile al risultato che ho enunciato più sopra, particolarmente evitando quei passaggi al limite di cui si serve il Laura, e che richiedono discussioni sottili, non sempre esaurienti.

Siano x', y', z' le coordinate di un punto della superficie iniziale di un sistema di superficie parallele; u, v i parametri di un sistema di coordinate curvilinee di questa superficie, talchè sia

$$(1) \qquad x' = x'(u, v) \qquad y' = y'(u, v) \qquad z' = z'(u, v).$$

Ammettiamo che questa superficie sia tale che, almeno entro certe regioni, vi sia corrispondenza univoca fra i punti dello spazio ed il reticolato costituito dalle sue parallele e dalle rigate luogo delle normali lungo le linee di curvatura, così da poter assumere i parametri u, v e la distanza r dalla superficie (che indicheremo con Σ) come coordinate di un punto (x, y, z) dello spazio. Avremo allora

$$(2) \qquad x = x' + r\lambda \qquad y = y' + r\mu \qquad z = z' + r\nu,$$

[1] E. Laura, *Sopra la propagazione di onde in un mezzo indefinito.*

ove λ, μ, ν indicano i coseni di direzione della normale a Σ presa positivamente nel senso fissato per le r crescenti. Differenziando queste relazioni troviamo per l'espressione dell'elemento lineare dello spazio

$$(3) \qquad ds^2 = ds'^2 + r^2 (d\lambda^2 + d\mu^2 + d\nu^2) + dr^2 + \\ + 2r (dx' \, d\lambda + dy' \, d\mu + dz' \, d\nu)$$

ricordando che

$$\lambda d\lambda + \mu d\mu + \nu d\nu = 0 \qquad \lambda dx' + \mu dy' + \nu dz' = 0.$$

Nella formola precedente ds' rappresenta l'elemento lineare della superficie Σ. Se assumiamo come linee coordinate sopra questa superficie le linee di curvatura, questo elemento lineare avrà la forma

$$ds'^2 = E du^2 + G dv^2.$$

L'espressione che ha per coefficiente $2r$ nella (3) non è altro che la seconda forma differenziale quadratica fondamentale della superficie Σ, mutata di segno. Perciò nel caso nostro si ha [1]

$$dx' \, d\lambda + dy' \, d\mu + dz' \, d\nu = \frac{E}{R} du^2 + \frac{G}{S} dv^2$$

dove R ed S sono rispettivamente i raggi di curvatura delle linee su cui varia u, e di quelle su cui varia v. Si ha inoltre con queste notazioni

$$d\lambda = \frac{1}{R} \frac{\partial x'}{\partial u} du + \frac{1}{S} \frac{\partial x'}{\partial v} dv$$

$$d\mu = \frac{1}{R} \frac{\partial y'}{\partial u} du + \frac{1}{S} \frac{\partial y'}{\partial v} dv$$

$$d\nu = \frac{1}{R} \frac{\partial z'}{\partial u} du + \frac{1}{S} \frac{\partial z'}{\partial v} dv$$

e quindi, oltre la formola precedente, si ha anche

$$d\lambda^2 + d\mu^2 + d\nu^2 = \frac{E}{R^2} du^2 + \frac{G}{S^2} dv^2.$$

---

[1] V. Bianchi, *Lezioni di Geometria differenziale*, Pisa, 1902, vol. I, pag. 131.

Sostituendo nella espressione (3) dell'elemento lineare dello spazio troviamo la forma conosciuta

$$(4) \qquad ds^2 = \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 E du^2 + \left(1 + \frac{r}{S}\right)^2 G dv^2 + dr^2.$$

Se indichiamo con E_r, G_r i coefficienti dell'elemento lineare di una superficie parallela $r = \text{cost}$, avremo così

$$E_r = \left(1 + \frac{r}{R}\right)^2 E \qquad G_r = \left(1 + \frac{r}{S}\right)^2 G$$

mentre una considerazione geometrica semplicissima dà per i corrispondenti raggi di curvatura R_r, S_r

$$5) \qquad R_r = R + r \qquad S_r = S + r.$$

In base all'espressione (4) dell'elemento lineare dello spazio, possiamo subito scrivere quelle dei parametri differenziali $\Delta_1\varphi$, $\Delta_2\varphi$ di una funzione φ, quando si assumono come coordinate i parametri u, v, r del sistema triplo-ortogonale. Troviamo

$$\Delta_1\varphi = \frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)^2 E}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right)^2 + \frac{1}{\left(1+\frac{r}{S}\right)^2 G}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2$$

$$\Delta_2\varphi = \frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)\left(1+\frac{r}{S}\right)\sqrt{EG}}\left\{\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1+\frac{r}{S}}{1+\frac{r}{R}}\sqrt{\frac{G}{E}}\frac{\partial\varphi}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1+\frac{R}{r}}{1+\frac{r}{S}}\sqrt{\frac{E}{G}}\frac{\partial\varphi}{\partial v}\right)\right\} +$$
$$+ \frac{1}{\left(1+\frac{r}{R}\right)\left(1+\frac{r}{S}\right)}\frac{\partial}{\partial r}\left\{\left(1+\frac{r}{R}\right)\left(1+\frac{r}{S}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right\}.$$

L'esistenza di un integrale dell'equazione (1), a cui corrispondano superficie d'onda parallele, si riduce così alla possibilità che esistano integrali funzioni delle sole variabili r, t, per l'equazione

$$(6) \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = a^2\left\{\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{R+r} + \frac{1}{S+r}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right\}.$$

Deve dunque essere, indicando con $f(r)$ una funzione arbitraria di r,

$$\frac{1}{R+r}+\frac{1}{S+r}=2f(r)$$

cioè, ricordando le (5), dovrà essere costante la curvatura media di ogni superficie

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_r}+\frac{1}{S_r}\right).$$

Perchè possa esistere un integrale della forma voluta, la serie delle superficie parallele deve essere costituita da superficie a curvatura media costante.

Anche la superficie Σ iniziale deve perciò avere una curvatura media costante, che sarà $f(0)$. Cerchiamone la curvatura gaussiana. Si ha dalla relazione precedente indicando con K ed H rispettivamente la curvatura gaussiana e media della superficie Σ

$$\frac{rK+H}{r^2K+2rH+1}=f(r)$$

e quindi

$$K=\frac{(2rf(0)+1)f(r)-f(0)}{r-r^2f(r)}.$$

Perciò anche K, che è indipendente da r, non può essere che una costante. La superficie iniziale avrà quindi costanti entrambi i raggi di curvatura, cioè dovrà essere o piana, o cilindrica circolare o sferica. Tali saranno pure tutte le superfici parallele.

Questi tre casi corrispondono alle ipotesi

1°	$R=\infty$	$S=\infty$
2°	$R=\text{cost.}$	$S=\infty$
3°	$R=S=\text{cost.}$	

Si hanno allora dalla (6) le forme ben note dell'equazione delle vibrazioni, a cui corrispondono rispettivamente nel caso delle onde piane o sferiche gli integrali

$$\varphi=f(z-at)+g(z+at) \qquad (r=z)$$

$$\varphi=\frac{1}{r}f(r-at)+\frac{1}{r}g(r+at).$$

Nel caso delle onde cilindriche si ha l'integrale di Poisson

$$\varphi = \int_{-\pi}^{\pi} f(at + r \operatorname{sen} u)\, du.$$

Se invece dell'equazione delle vibrazioni (6) consideriamo l'equazione di Laplace, cioè supponiamo che φ sia indipendente dal tempo, i risultati precedenti portano alla conclusione:

Non esistono distribuzioni newtoniane di massa, a cui corrispondano nello spazio esterno alla massa stessa, superficie di livello che siano parallele, se queste superficie non sono piani, cilindri circolari o sfere.

La composizione chimica dei cascami della lavorazione del riso

Nota II del Dott. GIOVANNI ISSOGLIO

In una prima Nota (1) ho dimostrato l'importanza dello studio completo riguardante la composizione chimica del granello di riso tenuto specialmente conto di quelle sostanze, che, accanto ai principii alimentari propriamente detti, rendono questo cereale uno dei più interessanti alimenti pel genere umano. Esso infatti contiene naturalmente composti fosforati organici ed organo minerali, lipoidi, ormoni, vitamine ed altre sostanze utilissime per il ricambio organico, delle quali viene privato colle industrie meccaniche mediante l'eccessiva lavorazione.

Perciò a ragione gli studii, le esperienze e l'ultima monografia di Icilio Guareschi sovra il riso e le vitamine (2) possono riguardarsi come opere di somma utilità pratica atte a sollevare le sorti dell'alimentazione umana fortemente danneggiata da queste operazioni industriali.

Nella presente Nota è mio scopo dimostrare, che la massima parte dei prodotti chimici sovraricordati, utilissimi per la alimentazione umana, vengono a concentrarsi essenzialmente nei cascami della lavorazione del riso; inoltre è mia intenzione dire brevemente della importanza più o meno grande di ciascuno dei detti cascami, del modo di caratterizzarne le falsificazioni e del modo di mettere in valore, mediante l'analisi, la loro composizione chimica.

Che io mi sappia, monografie complete e sintetiche intorno alla composizione chimica dei cascami della lavorazione del riso non esistono ancora nella attuale letteratura.

(1) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. LIII, pag. 731.

(2) " Archivio di chimica scientifica ed industriale ", vol. XXXIV (1918), pag. 28.

Invece si incontrano numerosi i lavori staccati intorno a siffatte sostanze, come ad esempio la Memoria di F. Garelli intorno al grasso della pula di riso (1), di Marcarelli sulla conservazione della pula del riso (2), di Giuliani intorno alla pula di riso nell'alimentazione dei cavalli (3); e quelli di Schaumann, di Suzuki, Shimamura ed Odake, di Suzuki e Matsunaga, di Bréaudat e di numerosi altri. Sono però tutti lavori staccati, che non dànno un'idea complessiva dell'argomento (4).

I cascami della lavorazione del riso si possono dividere in tre grandi gruppi:

Il *primo gruppo* corrisponde a quei cascami che provengono dalla lavorazione più o meno intensa delle glumelle. I medesimi costituiscono quell'insieme di prodotti, che sono anche i meno pregiati, perchè, poverissimi di materiale nutritizio e ricchissimi di cellulosa, non trovano un vero impiego nella alimentazione e si adoperano per lo più come materiali atti a sofisticare altri prodotti di maggior valore alimentare per il bestiame.

Il *secondo gruppo* comprende i prodotti che si formano durante il passaggio del riso sbramato (cioè privo delle suddette glumelle) alla sgrassatrice, alle sbiancatrici ed alle spazzolatrici per privarlo, mediante il primo, secondo, terzo e quarto passaggio, degli strati corticali esterni.

Il *terzo gruppo* consta invece, oltrechè dei frammenti piccoli di riso, che si sono staccati durante la lavorazione, anche delle numerose e piccole sementi di piante infestanti che si trovano frammiste al riso medesimo.

La tabella seguente riassume e classifica i diversi prodotti della lavorazione del riso, le cui denominazioni commerciali sono svariatissime e dipendono non soltanto dalla subìta lavorazione, ma ancora dalla interpretazione che ne dànno i diversi commercianti nei mercati risicoli.

---

(1) " Ann. di chimica applicata ", 1918, t. VIII, pag. 113.

(2) " Giornale di risicoltura " (1917).

(3) " Minerva agraria ", IX (1917), pag. 97.

(4) Vedasi anche: *Il movimento internazionale dei mangimi concentrati.* N^i 1, 2, 3; Roma, Tipografia dell'Istituto internazionale di agricoltura. Vi è raccolta una numerosa bibliografia anche sovra questo argomento.

In Piemonte, a quanto mi consta, si hanno i seguenti prodotti:

I Gruppo. — Dalla lavorazione del pulone o lolla:

1) *Lolla* o *pulone* propriamente detto.
2) *Ruschetta* o pulone macinato.
3) *Ruschetta cilindrata.*
4) *Tondellino* o ruschetta setacciata.
5) *Fumetto* o farina di pulone.

II Gruppo. — Dalla lavorazione del riso sbramato:

1) *Puletta* o *pulino* derivante dalla sgrassatrice.
2) *Pula vergine* di provenienza dalla prima sbiancatrice.
3) *Pula bianca* dalla seconda sbiancatrice.
4) *Farinaccio* dalle spazzolatrici.

III Gruppo. — Frammenti che si ottengono durante la lavorazione del riso:

1) *Gemma di riso*, contiene, accanto a frammentini di questo cereale, residui di altri semi di piante infeste crescenti nelle risaie.

2) La *puntina*, contiene ancora siffatti semi, ma è più ricca in frammenti del granello di riso.

3) Il *pistino*, frammenti piccoli di riso mercantile.

4) La *risina* e la *mezza grana*. Riso mercantile rotto in frammenti alquanto più grossi.

5) *Semolino di riso*, proveniente dalla risina o dalla mezza grana, macinate e setacciate a semolino.

6) *Farina di riso* in polvere più fina.

7) *Farina finissima di riso* impalpabile.

Ebbi gentilmente la massima parte di questi prodotti secondarii della lavorazione del riso dal Cav. Enrico Bianchi di Vercelli, che vivamente ringrazio.

Io stesso prelevai i varii campioni che ho analizzati dai diversi macchinari in lavorazione, perciò posso rendermi garante della loro origine industriale.

Il *pulone* ha l'aspetto macroscopico delle glumelle staccate dal *risone* o *riso vestito*, ed è facile da identificarsi.

La *ruschetta* è in frammentini irregolari di colore giallognolo, che ricordano la crusca di frumento: quando è cilindrata serve appunto per sofisticare questo alimento del bestiame. Mentre

però la crusca del frumento è molto nutritiva, la ruschetta invece, come si vedrà, contiene una minore quantità di sostanze nutrienti.

Il *fumetto* è una farina di pulone in frammenti irregolari minutissimi di colore giallo. Con una lente è facile distinguere i frammenti delle glumelle del risone, sovra ricordate. Anche il fumetto ha un valore alimentare minore dei prodotti similari ricavati dal frumento, ad esempio il cruschello.

La *puletta* è il prodotto più grossolano che si stacca dal riso sbramato e contiene ancora molte particelle di pulone provenienti da quei grani di riso che sono sfuggiti dalla prima decorticazione: perciò si può considerare come un prodotto di transizione fra i cascami del primo gruppo e quelli del secondo. In questa sostanza si nota già una maggior ricchezza in grassi ed in sostanze azotate.

La *pula vergine* è costituita da una polvere grossolana di colore giallognolo, ruvida al tatto, che al microscopio dimostra frammenti a cellule poligonali appartenenti all'ipoderma, frammischiati ad altri frustoli a cellule allungate in direzione tangenziale, costituenti l'epicarpio, ed a scarsi globuli di amido.

La *pula bianca*, in polvere di colore bianco sporco, alquanto meno ruvida della precedente, a sapore dolciastro, al microscopio mostra di non contenere quasi affatto cellule sclerosate, invece contiene numerose cellule dell'epicarpio, numerosissimi granuli di amido e qualche cellula aleuronica.

Il *farinaccio* è una polvere impalpabile, bianca a colore leggermente giallognolo, che ricorda la farina di castagne ed ha sapore dolce ben manifesto. Al microscopio è possibile ancora osservare la presenza di numerosissimi granuli di amido con frequenti cellule corticali ed aleuroniche. I frammenti corticali sono molto piccoli.

La *gemma di riso* è in frammenti minuti per lo più giallognoli, ma anche rosei e nerastri, che si dimostrano alla lente costituiti da piccole sementi di piante infestanti il riso. Macinata dà una polvere grigio-giallognola, che presenta odore agliaceo manifesto. In essa si notano anche numerosi frammenti di riso rotto e di pulone.

Nella *puntina* i semi sovraccennati sono piuttosto rari, mentre sovrabbondano i frantumi di riso rotto.

È da rilevarsi per tutti questi prodotti, che, mentre si differenziano fra loro quelli più caratteristici (es.: pulone, pula vergine, farinaccio, gemma di riso, mezzagrana), gli altri invece costituiscono come dei prodotti di transizione e di passaggio.

La seguente tabella raccoglie la composizione chimica di siffatti prodotti come risulta dai miei saggi analitici:

Cascami del riso	Acqua	Ceneri totali	Grassi	Azoto	Albuminoidi grezzi (1)	Cellulosa	Sostanze estrattive non azotate ed amido (2)	Titolo
	%	%	%	%	%	%	%	
1) Pulone.	10.28	17.74	1.18	0.58	3.28	34.80	32.70	4.46
2) Ruschetta.	10.98	16.18	1.25	0.55	3.15	34.75	33.85	4.40
3) Fumetto	10.75	18.26	1.33	0.58	3.30	34.45	32.01	5.05
4) Puletta (3)	12.10	20.07	10.81	1.85	10.18	15.13	31.71	22.37
5) Pula vergine . . .	11.42	11.17	14.87	2.39	13.62	7.81	41.11	29.79
6) Pula bianca. . . .	12.80	6.16	9.70	2.08	11.85	2.38	56.74	22.70
7) Farinaccio	10.96	7.94	9.85	2.35	13.39	2.82	55.04	24.53
8) Gemma di riso. . .	12.05	7.59	10.70	1.77	10.09	3.45	56.12	21.76
9) Puntina	12.84	4.42	9.35	1.86	10.60	3.70	59.09	20.97
10) Pistino	12.75	2.35	2.72	1.37	7.61	0.78	74.42	—
11) Mezzagrana	12.84	1.38	0.78	1.25	7.12	0.68	77.20	—
12) Semolino di riso . .	12.08	0.68	0.75	1.30	7.41	0.65	78.43	—
13) Farina di riso . . .	12.42	0.50	0.74	1.32	7.52	0.67	78.15	—
14) Farina di riso finissima	13.05	0.45	0.65	1.35	7.69	0.58	77.58	—

(1) $N \times 5.7$.
(2) Per differenza.
(3) Contiene terriccio, che aumenta sensibilmente il tenore delle ceneri.

Delle ceneri e dell'anidride fosforica nelle sue varie forme. — L'esame complessivo del sovrascritto specchietto, come si è già osservato per il riso, non lascia anche pei cascami di sua lavorazione intravvedere quale è l'importanza delle materie minerali contenute nelle varie qualità di cascami e sembrerebbe a prima vista che il pulone ed i suoi sottoprodotti abbiano, per il

loro contenuto in sostanze minerali, una importanza molto più notevole di quello che non sia realmente.

Per raffrontare le ceneri di tutte queste varietà di cascami ho creduto opportuno per ogni sostanza analizzata determinare la proporzione di cenere che è solubile in acido cloridrico al 10 % e quella invece che è insolubile in detto solvente, raffrontando infine quanto rimane indisciolto a 100 p. di ceneri totali:

Cascami del riso	Ceneri totali %	Ceneri insolubili in acido cloridrico %	Ceneri solubili in acido cloridrico %	Ceneri insolubili in acido cloridrico al 10 % in 100 p. di ceneri
1) Pulone	17.74	14.74	3.02	83
2) Ruschetta	16.18	15.38	0.80	95
3) Fumetto	18.26	16.04	2.20	88
4) Puletta	20.07	14.34	5.73	71
5) Pula vergine . . .	11.17	2.76	8.41	24
6) Pula bianca	6.16	1.39	4.77	22
7) Farinaccio	7.94	1.43	6.51	18
8) Gemma di riso . .	7.59	3.83	3.76	50
9) Puntina	4.42	0.89	3.53	20
10) Pistino	2.35	0.47	1.88	20
11) Mezzagrana	1.38	0.32	1.06	23
12) Semolino di riso . .	0.68	0.15	0.53	22
13) Farina di riso . . .	0.50	0.10	0.40	20
14) Farina di riso finissima	0.45	0.08	0.37	18

Il rapporto delle ceneri insolubili in acido cloridrico sovra 100 p. di ceneri totali dice prima di ogni cosa, che il risone ed i suoi sottoprodotti sono i più ricchi di ceneri insolubili, appunto perchè sono ricchissimi di silice, mentre la pula vergine, la pula bianca ed il farinaccio ne sono più poveri, appunto perchè le ceneri di questi ultimi prodotti sono per la massima parte costituite da fosfati alcalini ed alcalino-terrosi, raggiungendo spesso l'anidride fosforica il 50 % delle ceneri stesse.

Lo studio delle ceneri così prospettato presenta grande importanza per due ragioni:

1° Perchè ci fa apprezzare nel dovuto riguardo il valore nutritivo per il bestiame della pula vergine, della pula bianca e del farinaccio: quest'ultimo dopo determinati trattamenti potrebbe anche servire per l'alimentazione umana.

2° Perchè ci permette di poter scoprire le falsificazioni della pula vergine.

Essendo infatti nota la percentuale di ceneri insolubili contenute nel pulone, che si aggirano intorno all'85 %, e quelle della pula vergine, che possiamo ritenere uguali al 25 %, denominando con C la cenere insolubile in acido cloridrico al 10 % per 100 p. di ceneri trovate in un campione di pula vergine commerciale, sarà facile calcolare con qualche approssimazione la quantità di pulone aggiunto come sofisticante alla pula vergine commerciale risolvendo la seguente eguaglianza:

$$x = \frac{100\,(C - 25)}{85 - 25}.$$

Nella quale eguaglianza x sarà la quantità di pulone che è stato addizionato al campione oggetto dell'analisi.

A questo risultato si può anche arrivare determinando la quantità di cellulosa L, che è contenuta nel prodotto da analizzare e tenendo calcolo che, mentre il pulone contiene circa il 34 % di cellulosa, la pula vergine non ne contiene che l'8 %; perciò si potrà applicare la seguente eguaglianza:

$$x = \frac{100\,(L - 8)}{(34 - 8)}.$$

La quantità di pulone trovato con questa seconda eguaglianza deve essere uguale a quello riscontrato precedentemente.

Anche il dosamento dell'anidride fosforica totale nelle sue forme fitinica e lecitinica ha grande importanza per giudicare del potere nutritivo di questi cascami; anzi io proporrei nel titolo commerciale, che si richiede per questi prodotti e che si ottiene sommando i grassi agli albuminoidi calcolati (N × 6,25), di far cenno del valore dell'anidride fosforica totale.

Questo nuovo coefficiente si potrebbe scrivere sotto forma

di denominatore in una frazione il cui numeratore fosse costituito dal titolo sovrascritto:

$$\frac{\text{Grassi} + \text{albuminoidi calcolati}}{\text{anidride fosforica totale}}.$$

Non credo sia opportuno dilungarmi sovra i metodi che possono servire per la determinazione dell'anidride fosforica totale e lecitinica, poichè questi metodi sono già descritti in tutti i trattati; ma desidero esporre brevemente un metodo volumetrico, che permette seguendo Heubner e Stadler (1) di determinare l'anidride fosforica fitinica contenuta nei cascami della lavorazione del riso e nel riso medesimo.

Per questo dosamento occorrono:

1) Una soluzione $\frac{N}{50}$ di allume ferrico che contenga in un litro gr. 9.64 di allume ferrico ammonico sciolto in acido cloridrico al 6 $^0/_{00}$.

2) Una soluzione al 6 $^0/_{00}$ di acido cloridrico, ottenuta diluendo ad un litro cm^3 15 di acido cloridrico fumante a densità 1.18.

3) Una soluzione al 3 $^0/_{00}$ di solfocianato di ammonio. Un cm^3 di soluzione $\frac{N}{50}$ di allume ferrico sovrascritta corrisponde a gr. 0,00304 di anidride fosforica fitinica.

Per il dosamento si pesano gr. 10 di sostanza da analizzare, si spappolano con acido cloridrico a 6 $^0/_{00}$ e si portano con questa stessa soluzione a 100 cm^3, si lascia a sè per 6 ore, si filtra per filtro secco e del filtrato se ne prelevano 20 cm^3, che si addizionano di cm^3 10 della soluzione di solfocianato di ammonio n. 3, indi con una buretta graduata a goccia a goccia si aggiunge la soluzione $\frac{N}{50}$ di allume ferrico, fino ad ottenere una lieve colorazione rossa.

In seguito si leggono i cm^3 di soluzione di allume ferrico adoperati, che possiamo designare uguali ad *N*.

In un altro palloncino si mettono 50 cm^3 di acido cloridrico al 6 $^0/_{00}$ e cm^3 10 di soluzione di solfocianato di ammonio, aggiungendo a goccia a goccia la soluzione di allume ferrico, sino

(1) " Journal amer. chem. soc. ", 1917, *39*, 2506.

ad ottenere una colorazione rossa della stessa intensità della precedente e si leggono i cm³ n di soluzione $\frac{N}{50}$ adoperati per la prova in bianco.

La differenza $N - n$ darà il numero di cm³ necessarii per precipitare l'anidride fosforica fitinica contenuta in 5 gr. di prodotto analizzato; si troverà quindi col seguente calcolo la quantità contenuta in 100 parti di sostanza:

$$[(N - n)\, 0{,}00304] \,.\, 20.$$

Ecco i risultati ottenuti nelle varie determinazioni:

Cascami del riso	Anidride fosforica			Lecitina	Anidride fosforica rapportata a 100 p. di ceneri	Titolo da me proposto
	totale %	fitinica %	lecitinica %	%		
1) Pulone	tracce	tracce	minime	0	—	4.46 / tracce
2) Ruschetta	"	"	"	0	—	4.40 / tracce
3) Fumetto	"	"	"	0	—	5.05 / tracce
4) Puletta	2.73	1.95	0.026	0.283	13	22.37 / 2.73
5) Pula vergine . . .	5.36	4.75	0.035	0.381	48	29.79 / 5.36
6) Pula bianca	3.87	3.65	0.030	0.327	62	22.70 / 3.87
7) Farinaccio	4.08	3.15	0.028	0.305	51	24.53 / 4.08
8) Gemma di riso . .	2.34	1.69	0.020	0.218	30	21.76 / 2.34
9) Puntina	1.81	0.88	0.007	0.015	41	19.95 / 1.81
10) Pistino	0.399	0.094	—	—	—	—
11) Mezzagrana	0.35	0.07	—	—	—	—
12) Semolino di riso . .	0.36	0.08	—	—	—	—
13) Farina di riso . . .	0.38	0.07	—	—	—	—
14) Farina di riso finissima	0.27	0.05	—	—	—	—

L'esame chimico dei composti sovrascritti ci dimostra come i cascami del riso e specialmente la pula vergine, la pula bianca ed il farinaccio siano ricchissimi di anidride fosforica, e come l'85 % di questa si trovi sotto forma fitinica.

Quindi a ragione il compianto Prof. Guareschi ammoniva che la eccessiva lavorazione del riso diminuisce immensamente il suo potere nutritivo, il qual potere non si può soltanto misurare col criterio delle *calorie*, come si faceva in passato.

Queste analisi chimiche dei prodotti secondarii della lavorazione del riso in un quadro riassuntivo mancavano ancora in Italia. Uno sguardo complessivo a siffatto quadro ci serve a dimostrare la somma di energia e l'utilità delle sostanze, che si separano dal riso colla brillatura.

La vitamina della pula del riso e la sua estrazione. — Credo opportuno di riassumere alcune osservazioni pratiche intorno alla vitamina della pula di riso.

Un chilogrammo di pula vergine di riso venne trattato con due litri di alcool ad 85°, scaldando a ricadere a 60°-70° per tre ore, indi si filtrò e si riprese con nuovo alcool il prodotto rimasto sul filtro.

Il filtrato si evaporò a b. m. ed a pressione ridotta sino a scacciare tutto l'alcool, si riprese con etere per separare i grassi, le lecitine ed altre impurezze, indi si evaporò ancora a debole calore a b. m.

L'estratto rimasto venne acidulato con acido solforico diluito, e si trattò con una soluzione al 30 % di acido fosfovolframico, ottenendo un abbondante precipitato fioccoso.

Dopo alcune ore il precipitato si raccolse alla pompa e si lavò leggermente con acido solforico molto diluito.

Raccolto questo, lo si trattò con barite caustica sino ad ottenere un liquido a reazione leggerissimamente alcalina. Nel filtrato si fece precipitare l'eccesso di barite, addizionando a piccolissime porzioni acido solforico e si filtrò per separare il solfato di bario.

Il filtrato si lasciò evaporare nel vuoto a temperatura ordinaria sopra l'acido solforico. Rimase un leggiero residuo giallognolo a consistenza sciropposa, che si trasformò poi a completa essicazione in residuo solido di pochi decigrammi amorfo.

Questo residuo è costituito dalla vitamina grezza del riso, denominata anche *orizanina* (1).

Esso infatti, oltre al contenere azoto, presenta le seguenti reazioni:

1) col reattivo di Millon per riscaldamento si colora in rosso;

2) coll'acido picrico dà precipitato fioccoso giallo;

3) col tannino dà precipitato amorfo;

4) coll'acido fosfomolibdico dà precipitato intenso;

5) col tannino dà precipitato amorfo;

6) col ioduro di potassio iodurato dà intorbidamento bruno.

Non ho creduto opportuno far subire ulteriori depurazioni a questo lieve residuo: la sua soluzione presenta come caratteristica un gradevole profumo, che ricorda le minestre dei legumi (fagiuoli, ceci, lenticchie): questo odore, mentre emana dal riso sbramato specialmente quando venga trattato con una piccola porzione di carbonato sodico, non si svolge invece dal riso lavorato e specialmente da quello profondamente brillato.

Questo semplice saggio alla portata di tutti serve già a dimostrarci che, mentre il riso sbramato contiene l'*orizanina* e quindi riesce molto utile per l'alimentazione, quello invece brillato non contiene più siffatta vitamina, ciò che è poi meglio provato dalla analisi chimica, la quale non permette di estrarre dal riso lavorato alcuna sostanza, che abbia carattere ricordante siffatta *orizanina*.

***

Da quanto è sovra scritto si possono pertanto trarre le seguenti conclusioni:

1) I cascami della lavorazione del riso che derivano dal pulone sono tutti poverissimi di sostanze nutritive.

2) Quelli del 2° gruppo che si separano dal riso sbramato sono invece ricchissimi di prodotti fosforati organici ed

(1) Suzuki-Simamura ed Odake, " Biochemis. Zeitsch. ", 1912, *43*, 89.

inorganici, di grassi e di albuminoidi azotati. In esso si notano, accanto alla fitina, le vitamine, che si localizzano negli strati esterni del granello del riso.

3) Quelli del 3° gruppo si devono distinguere in due sottogruppi: il primo comprende prodotti che sono soltanto adoperati nell'alimentazione del bestiame, come la gemma di riso e la puntina; il secondo sottogruppo contiene prodotti di notevole valore alimentare per la nutrizione dell'uomo, che possono assimilarsi al riso per la loro composizione chimica.

4) Le numerose ed utili sostanze nutritive che si separano colla brillatura del riso dal granello di questo cereale dànno ragione a quegli Autori, che consigliano di lavorare il riso con maggiore parsimonia.

Laboratorio chimico Municipale.
Torino, Giugno 1919.

La curvatura delle funi portanti dotate di rigidezza elastica

Nota del Socio nazionale residente MODESTO PANETTI

1. — Nelle funi metalliche, adoperate come rotaie dei trasporti aerei, ha una funzione di rilievo la rigidezza, ossia la capacità di resistere all'incurvamento, che nella teoria matematica dei fili flessibili si suppone nulla.

In vero, mentre questi si dovrebbero disporre esattamente secondo una funicolare delle forze a cui sono soggetti, le funi, dotate di rigidezza, assumono una configurazione alquanto diversa.

Ora la rigidezza di una fune metallica è conseguenza della rigidezza elastica dei suoi fili e delle resistenze di attrito che si sviluppano nei loro punti di contatto e provocano una dispersione di energia meccanica in conseguenza dei moti relativi di essi nel piegamento e nel raddrizzamento della fune.

Questo secondo fenomeno ha caratteri affatto distinti dal primo, perchè non invertibile, e la sua natura non fu ancora analizzata.

Invece le conseguenze della rigidezza elastica si possono studiare con la ben nota teoria della flessione delle verghe soggette contemporaneamente a sforzo normale. Occorre perciò saper misurare la rigidezza elastica di una fune, e ciò si fa definendo come suo momento d'inerzia J la somma dei momenti d'inerzia dei fili che la costituiscono, e come modulo di elasticità E una grandezza deducibile dal modulo del materiale di cui i fili sono fabbricati, moltiplicandolo per un coefficiente di riduzione che dipende dalla *formazione* della fune e dall'*inclinazione di avvolgimento dei fili.*

Per funi costituite di fili tutti dello stesso diametro d si avrà

$$J = F\left(\frac{d}{4}\right)^2 \tag{1}$$

detta F la somma delle sezioni rette dei fili.

2. — Risulta allora un'analogia fra il comportamento delle funi portanti e quello delle travi ad arco. In entrambi i sistemi, se le forze applicate sono tutte verticali (carichi), la superficie compresa fra l'asse geometrico del corpo resistente e la funicolare dei carichi è il diagramma dei momenti flettenti.

Questi si misurano col prodotto delle ordinate η di detto diagramma per la proiezione orizzontale H della risultante delle forze T relativa ad un punto A dell'asse geometrico della fune o della trave ad arco.

Tale proiezione ha inoltre valore costante per tutta la fune o per tutto l'arco ed è la sua *tensione* o la sua *spinta orizzontale.*

Dal punto di vista del procedimento di risoluzione c'è però fra i due problemi una differenza fondamentale:

nel problema dell'arco, essendo grande la rigidezza EJ, le deformazioni dell'asse geometrico sono senza influenza sensibile sui valori delle ordinate η, e si considera quindi come noto l'asse suddetto ed incognita la funicolare dei carichi limitante il diagramma dei momenti flettenti;

nel problema della fune portante, essendo piccola la rigidezza, si ritiene determinata dalla grandezza del tenditore la tensione orizzontale; quindi della funicolare dei carichi sono certamente note le ordinate rispetto ad una sua corda, per esempio, a quella che ne riunisce le intersezioni con le verticali degli appoggi (*lato di chiusa*). Se poi le condizioni di fissamento agli estremi sono tali da escludervi i momenti di flessione (cerniere) la funicolare è senz'altro definita anche in posizione rispetto agli appoggi (Caso 1). Se invece gli appoggi sono sagome curve di una certa estensione, sulle quali la fune si adagia, rimane indeterminata la posizione della retta di chiusa della funicolare rispetto alla congiungente i vertici degli appoggi stessi. Occorre allora calcolare due parametri di posizione della funicolare perchè risulti interamente definita (Caso 2).

È inoltre ignota la figura di equilibrio dell'asse geometrico della fune.

3. — È dunque più complicato il problema della fune rigida, tanto più che, mentre la funicolare dei carichi, dedotti i suoi parametri di posizione e la sua tensione orizzontale H, si ottiene tutta immediatamente sia per via analitica con semplici quadrature, sia per via grafica con una costruzione diretta, la curva di equilibrio della fune dipende da una equazione differenziale, che mette in relazione la sua curvatura in ogni punto col momento flettente $H\eta$, definito esso stesso dalla linea che si cerca.

Per via grafica si dovrebbe quindi dedurre con una costruzione indiretta come inviluppo dei suoi cerchi osculatori determinati successivamente ciascuno per mezzo degli elementi geometrici forniti da quello che precede. Per via analitica, date le curvature piccolissime che si ammettono nelle applicazioni tecniche, e le piccole differenze di livello fra gli appoggi, si riduce all'integrazione dell'equazione differenziale

$$EJ\frac{d^2y}{dx^2} = H\eta, \tag{2}$$

valida nel riferimento a due assi xy, il secondo dei quali è verticale e positivo verso l'alto.

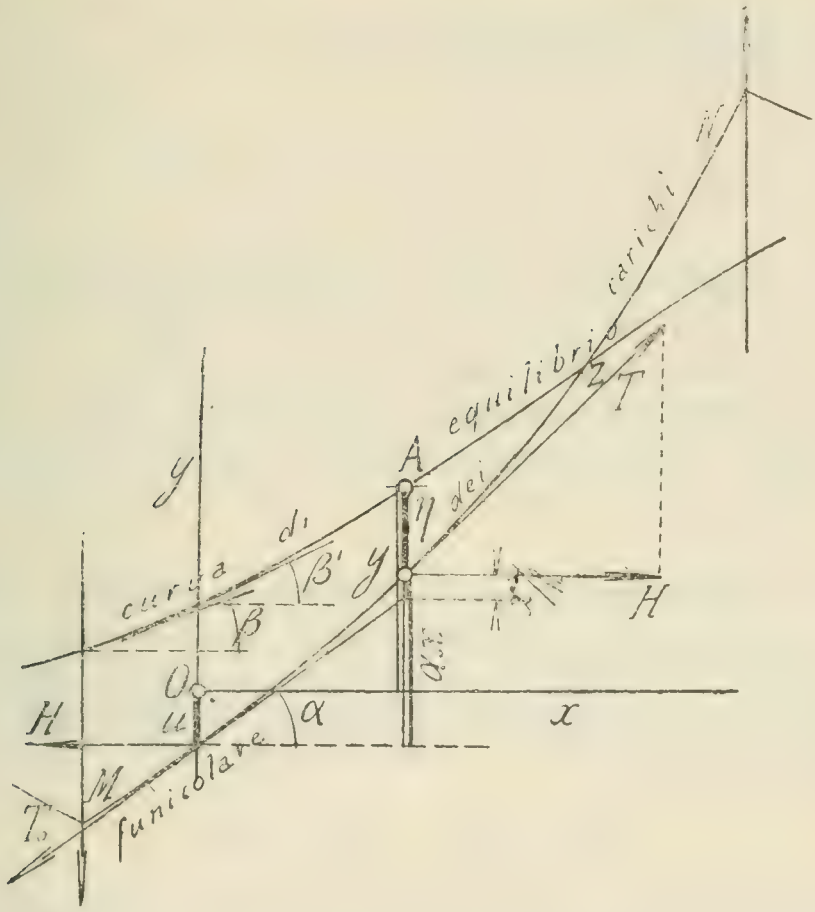
4. — L'equazione (2) è già stata risolta in alcuni casi, e fu anche messo in evidenza che la curva di equilibrio della fune presenta un flesso Z fra ogni appoggio (dove la concavità è rivolta verso l'alto) ed il primo carico concentrato (dove è rivolta verso il basso).

Scopo della presente nota è di tracciare il procedimento generale di risoluzione e di dedurre alcune espressioni della curvatura della fune sotto i carichi concentrati, che possono essere utilmente impiegate nei calcoli di progetto. Verrà contemporaneamente rilevato che in corrispondenza dei flessi sopra citati la curva funicolare dei carichi e la curva di equilibrio della fune non sono tangenti, come in talune trattazioni del problema è stato supposto inesattamente, ma si tagliano sotto un angolo piccolissimo.

5. — Consideriamo un tratto di fune compreso fra due carichi concentrati e soggetto ad un carico ripartito di grandezza q costante per unità di proiezione x della lunghezza della fune. La funicolare sarà un arco di parabola di parametro

$$h = 2H/q\,, \tag{3}$$

il quale ai suoi estremi MN si riunirà con punti angolosi ad altri archi di parabola di ugual parametro. La risultante T re-



lativa ad un punto qualunque A della fune sarà tangente all'arco di parabola testè definito nel punto situato sulla verticale di A.

Diremo α l'inclinazione della funicolare corrispondente al punto di ascissa $x = 0$ ed u il segmento da essa intercettato sull'asse $-y$. L'ordinata η del diagramma dei momenti flettenti, che è anche diagramma delle curvature per l'equazione (2),

si può esprimere, come risulta dalla figura e dall'equazione della parabola di parametro h riferita alla sua tangente, scrivendo

$$\eta = u + y - \alpha x - \frac{x^2}{h}.$$

Posto quindi $a^2 = EJ/H$ si ha l'equazione differenziale della curva di equilibrio della fune

$$a^2 y'' = u + y - \alpha x - \frac{x^2}{h} \tag{4}$$

valida per tutto il tratto considerato.

Il suo integrale generale

$$y = A e^{\frac{x}{a}} + B e^{-\frac{x}{a}} + \alpha x + \frac{x^2}{h} + \frac{2a^2}{h} - u \tag{5}$$

contiene le costanti A B u determinabili nei singoli casi per mezzo dei valori speciali di y, y' ed y'' nei punti del tronco di curva che hanno caratteri geometrico-meccanici noti. Contiene pure la α nota se la funicolare dei carichi è determinata (caso 1 del n° 2), da lasciarsi indeterminata per dedurla poi con le condizioni di posa della tesata nell'altro caso (2 del n° 2).

6. — Nel caso generale il problema dovrebbe trattarsi riferendo ogni tronco n della curva di equilibrio ad una coppia di assi $x\,y$ con l'origine in un suo estremo: quello adiacente al tronco $n - 1$ già considerato. Le condizioni determinatrici delle costanti sono allora

$$(y)_{x=0} = 0 \qquad (y')_{x=0} = \beta, \tag{6}$$

essendo β l'inclinazione sull'orizzontale della tangente alla curva di equilibrio nel punto finale del tronco precedente $n - 1$, che coincide con quella del punto iniziale del tronco n.

Quanto alla u essa è semplicemente la distanza verticale della curva di equilibrio dalla funicolare sulla ordinata di separazione fra i tronchi $n - 1$ ed n.

Dalle (6) si deduce

$$A = \frac{u}{2} - \frac{a^2}{h} + \frac{1}{2} a (\beta - \alpha) \qquad B = \frac{u}{2} - \frac{a^2}{h} - \frac{1}{2} a (\beta - \alpha). \tag{7}$$

Supposto il Caso 1 sull'appoggio sinistro l'origine delle due curve è la stessa ($u = 0$) ed essendo determinata la funicolare sarà nota α non β. Procedendo di tronco in tronco si giungerà all'appoggio destro di cui è fissata l'ordinata estrema. La condizione servirà a determinare β.

Supposto il Caso 2, e ritenute in una prima indagine prive di attrito le sagome di appoggio di equazione

$$f(xy) = 0 \tag{8}$$

avremo lungo il tratto di fune ad esse aderente T costante e la reazione normale uguale a T/ρ se ρ è il raggio di curvatura della sagoma.

Rimarrebbe allora indeterminato il punto nel quale la fune si stacca da un appoggio e aderisce all'altro, ma, data la piccolezza degli spostamenti orizzontali di tali punti rispetto alla luce L della tesata si potrà ritenere questa definita.

Sarebbero però ignote sul 1° appoggio la u e la β e si determinerebbero con le condizioni del 2° appoggio:

la y finale della curva di equilibrio soddisfacente alla (8);

la y' finale soddisfacente all'equazione che si deduce differenziando la (8).

7. — Poichè in un punto di ascissa x l'inclinazione della funicolare è $\alpha + \frac{2x}{h}$, risulta dalla (5) derivata rispetto ad x che la differenza fra l'inclinazione della curva di equilibrio e l'inclinazione della funicolare è

$$\delta = \frac{A}{a} e^{\frac{x}{a}} - \frac{B}{a} e^{-\frac{x}{a}}.$$

Se quello fosse un punto di flesso sarebbe

$$y'' = 0 \quad \text{ossia} \quad \frac{A}{a} e^{\frac{x}{a}} + \frac{B}{a} e^{-\frac{x}{a}} = -\frac{2a}{h}.$$

Ne discende che nel flesso le due curve si tagliano con una inclinazione relativa

$$\epsilon = -2\frac{B}{a} e^{-\frac{x}{a}} - \frac{2a}{h}. \tag{9}$$

8. — Importa ora rendersi conto della grandezza di alcuni termini delle formole precedenti:

Ritenuto che, per la piccolezza delle massime inclinazioni delle funi portanti, sia lecito sostituire la proiezione orizzontale della curva di equilibrio alla sua lunghezza, si può ammettere:

a) che il carico q coincida col peso proprio della fune per unità di lunghezza;

b) che la tensione orizzontale H si possa sostituire alla massima tensione a cui la fune è soggetta.

Quindi, se F è la sua sezione resistente, già considerata nella (1), sarà

(10) $H : F = k$ il carico di esercizio relativo al solo sforzo di trazione;

(11) $q : F = \gamma$ il peso specifico della fune, calcolato conteggiando il peso delle parti inerti e non il loro volume, anzi apprezzando il volume dei fili come se fossero diritti e quindi lunghi soltanto quanto la fune.

Per cavi semplici compatti come quelli usati sulle teleferiche $\gamma = 8400$ kg./m² e $k = 25$ kg./mm² almeno.

Combinando la (1) e la (10) si deduce

$$a^2 = \frac{E}{k}\left(\frac{\delta}{4}\right)^2,$$

e quindi per $E = 600 \div 700\, k$, risulta mediamente

$$a = 6\delta. \tag{12}$$

Si tratta dunque di una lunghezza piccolissima rispetto alle dimensioni longitudinali di una tesata.

Combinando la (3), la (10) e la (11) risulta

$$h = 2\, k/\gamma. \tag{13}$$

Adunque il parametro della parabola funicolare è una lunghezza grandissima (per i valori medi di k e di γ sopra ricordati uguale circa a 6000 m.).

9. — Dalle considerazioni premesse risulta che l'esponenziale positivo della (5) riesce al termine di ciascun tronco grandissimo e quello negativo piccolissimo, che i termini aventi a divisore h sono di regola trascurabili, sicchè per approssimazione, anche a piccola distanza dall'origine, si può porre

$$(14)\quad \begin{cases} y = A e^{\frac{x}{a}} + \alpha x - u \quad \text{essendo} \quad A = \frac{u}{2} + \frac{1}{2} a (\beta - \alpha) \\ y' = \frac{A}{a} e^{\frac{x}{a}} + \alpha . \end{cases}$$

In genere nelle applicazioni tecniche, per le quali le inclinazioni delle funi portanti sono in ogni punto piccole, dev'essere il coefficiente A una lunghezza minima, acciocchè diviso per a e moltiplicato per un numero grandissimo $e^{x/a}$ dia piccoli valori di y'.

Ciò rende la risoluzione numerica di questo problema assai malagevole, dovendosi eseguire operazioni con numeri grandissimi e piccolissimi.

In particolare l'angolo di intersezione delle due curve nei punti di flesso (formola 9) è minimo ma diverso da zero.

10. — Ha rilevante importanza nelle applicazioni l'espressione della curvatura sotto i carichi concentrati, perchè da essa dipende il cimento a flessione della fune portante.

Limitandoci per ora al caso semplicissimo di una tesata con appoggi a ugual livello e carico concentrato P in metà, si ha, riferendo il semitronco di destra della curva di equilibrio all'asse x tangente nel suo punto più basso

$$\beta = 0 \qquad \alpha = \frac{P}{2H},$$

onde A e B determinati in funzione di u.

Se poi si indica con l la distanza orizzontale del flesso dal vertice della curva di equilibrio, senza distinguere il Caso 1° dal 2°, con la condizione $(y'')_{x=l} = 0$ si deduce

$$u = a\alpha \operatorname{tang} h \left(\frac{l}{a}\right) + \frac{2a^2}{h} \left[1 - \frac{1}{\cos h \left(\frac{l}{a}\right)} \right],$$

dove è perfettamente lecito nel calcolo numerico sostituire l'unità a tangh (l/a) e ∞ a cosh (l/a).

Nell'origine (mezzaria della tesata) la curvatura è dunque

$$\frac{1}{\rho} = \frac{u}{a^2} = \frac{\alpha}{a} + \frac{2a}{h}$$

e il secondo termine, per quanto è stato detto, è trascurabile rispetto al primo, sicchè si deduce la formola già nota del raggio di curvatura sotto il carico

$$\rho = \frac{a}{\alpha} = 2\,\frac{\sqrt{EJH}}{P}\,.$$

Calcolo dei logaritmi naturali con la serie esponenziale

Nota del S. Ten. IRENEO ZAVAGNA

Per calcolare i logaritmi naturali si ricorre di solito agli sviluppi in serie derivati dalla serie di Mercator a. 1668:

$$-1 < x \leqq 1 \,.\, \supset \,.\, \log(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \ldots$$

di cui un caso particolare:

$$\log 2 = 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + \ldots$$

era già noto all'italiano Mengoli nell'a. 1659 (*).

Qui mi propongo di far vedere come si possa anche calcolare il logaritmo di un numero ricorrendo direttamente alla definizione:

$$x = \log a \,.=.\, e^x = a$$

ove sviluppo e^x nella serie esponenziale:

$$1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \ldots = a$$

e tratto questa equazione come un'equazione numerica. Seguo per far ciò il metodo esposto nello scritto del Prof. G. Peano, *Risoluzione graduale delle Equazioni numeriche*, negli " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", che però qui diventa molto semplice. Così pure uso le notazioni ivi contenute.

(*) G. Vacca, *Sulle scoperte di Pietro Mengoli*, " R. Acc. Lincei ", 19, XII, 1915.

Questo metodo, oltre ad essere direttamente derivato dalla definizione del logaritmo, ha il vantaggio di rendere più breve il calcolo quando si tratti del logaritmo di numeri irrazionali, e non si voglia far uso di tavole.

Per esempio ne faccio l'applicazione al calcolo di $\log \pi$.

Secondochè si avrà $\pi e^{-x} \gtreqless 1$, sarà anche $\log \pi \gtreqless x$, e siccome $e < \pi < e^2$ si avrà come prima approssimazione che il $\log \pi$ è compreso fra 1 e 2, ossia:

$$V_0 \log \pi = 1.$$

Calcolo quindi con la serie esponenziale πe^{-1}:

$$\begin{array}{lcl}
+\pi/2! & \epsilon & +1{\cdot}57079\ 63267 + \theta X^{-10} \\
-\pi/3! & \epsilon & -0{\cdot}52359\ 87755 - \theta X^{-10} \\
+\pi/4! & \epsilon & +0{\cdot}13089\ 96938 + \theta X^{-10} \\
-\pi/5! & \epsilon & -0{\cdot}02617\ 99387 - \theta X^{-10} \\
+\pi/6! & \epsilon & +0{\cdot}00436\ 33231 + \theta X^{-10} \\
-\pi/7! & \epsilon & -0{\cdot}00062\ 33318 - \theta X^{-10} \\
+\pi/8! & \epsilon & +0{\cdot}00007\ 79164 + \theta X^{-10} \\
-\pi/9! & \epsilon & -0{\cdot}\qquad 86573 - \theta X^{-10} \\
+\pi/10! & \epsilon & +0{\cdot}\qquad 08657 + \theta X^{-10} \\
-\pi/11! & \epsilon & -0{\cdot}\qquad 00787 - \theta X^{-10} \\
+\pi/12! & \epsilon & +0{\cdot}\qquad 00065 + \theta X^{-10} \\
-\pi/13! & \epsilon & -0{\cdot}\qquad 00005 - \theta X^{-10} \\
 & & \qquad\qquad + \theta X^{-10} \\
\hline
\pi e^{-1} & \epsilon & 1{\cdot}15572\ 73497 + (7\theta - 6\theta) X^{-10}.
\end{array}$$

Si ottiene il numero della seconda riga dividendo quello della prima per 3, quello della terza dividendo il precedente per 4 e così via.

Moltiplico il risultato così ottenuto per $e^{-0{\cdot}1}$ essendo 0·1 il valore del suo primo termine decimale, ossia:

$$T_1 \pi e^{-1} = 0{\cdot}1.$$

Con p indico " il valore precedente ", notazione che si trova in Eulero.

Allora $\pi e^{-1\cdot 1}$, od usando la notazione di Hamilton:

$\pi \exp -1\cdot 1\,\epsilon$

$$
\begin{array}{lll}
\pi e^{-1}\ \epsilon & +1\cdot 15572\ 73497 & +(7\theta-6\theta)\,X^{-10} \\
p\times -0\cdot 1\ \ \epsilon & -0\cdot 11557\ 27349 & -2\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 1/2\ \epsilon & +0\cdot 00577\ 86367 & +\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 1/3\ \epsilon & -0\cdot 00019\ 26212 & -\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 1/4\ \epsilon & +0\cdot\ \ \ \ \ \ \ \ \ 48155 & +\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 1/5\ \epsilon & -0\cdot\ \ \ \ \ \ \ \ \ 00963 & -\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 1/6\ \epsilon & +0\cdot\ \ \ \ \ \ \ \ \ 00016 & +\theta X^{-10} \\
 & & -\theta X^{-10} \\
\hline
\pi \exp -1\cdot 1\ \epsilon & 1\cdot 04574\ 53511 & +(10\theta-11\theta)\,X^{-10}.
\end{array}
$$

Dunque è: $\pi \exp -1\cdot 1 > 1$ e quindi: $\log \pi > 1\cdot 1$.
Se calcolo invece:

$$\pi \exp -1\cdot 2 = \pi \exp -1\cdot 1 \times \exp -0\cdot 1 =$$
$$= 1\cdot 045\ldots - 0\cdot 104\ldots + 0\cdot 005\ldots - \ldots = 0\cdot 94\ldots$$

ottengo una quantità minore di 1, e perciò:

$$1\cdot 1 < \log \pi < 1\cdot 2,$$

ossia:

$$V_1 \log \pi = 1\cdot 1.$$

Moltiplico ora $\pi \exp -1\cdot 1$ per $\exp -0\cdot 04$ dove il 4 è la prima cifra significativa della mantissa di $\pi \exp -1\cdot 1$, cioè: $T_2\, \pi \exp -1\cdot 1 = 0\cdot 04$.

$\pi\exp -1\cdot 1 \times \pi \exp -0\cdot 04 = \pi \exp -1\cdot 14\,\epsilon$

$$
\begin{array}{lll}
\pi \exp -1\cdot 1\ \ \epsilon & +1\cdot 04574\ 53511 & +(10\theta-11\theta)\,X^{-10} \\
p\times -0\cdot 04\ \ \ \epsilon & -0\cdot 04182\ 98140 & -\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 04/2\ \epsilon & +0\cdot 00083\ 65962 & +\theta X^{-10} \\
[p\times -0\cdot 04\ \ \ \epsilon & -0\cdot 00003\ 34638 & -\theta X^{-10}] \\
p\times -0\cdot 04/3\ \epsilon & -0\cdot 00001\ 11546 & -\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 04/4\ \epsilon & +0\cdot\ \ \ \ \ \ \ \ \ 01115 & +\theta X^{-10} \\
p\times -0\cdot 04/5\ \epsilon & -0\cdot\ \ \ \ \ \ \ \ \ 00008 & -\theta X^{-10} \\
 & & +\theta X^{-10} \\
\hline
\pi \exp -1\cdot 14\ \epsilon & 1\cdot 00474\ 10894 & +(13\theta-14\theta)\,X^{-10}.
\end{array}
$$

Osservo che da qui in poi racchiudo fra parentesi quadra quei termini che mi servono solo per eseguire le operazioni intermedie e quindi essi non vanno considerati quando si eseguisce la somma algebrica.

Così ho trovato: $\pi \exp -1{\cdot}14 > 1$ e sarebbe facile vedere, come nel caso precedente, che $\pi \exp -1{\cdot}15 < 1$. Quindi si ha:

$$V_2 \log \pi = 1{\cdot}14.$$

Proseguendo nello stesso modo, moltiplico $\pi \exp -1{\cdot}14$ per $\exp -0{\cdot}004$, cioè per l'esponenziale di $T_3\, \pi \exp -1{\cdot}14$:

$$\pi \exp -1{\cdot}14 \times \exp -0{\cdot}004 = \pi \exp -1{\cdot}144\ \epsilon$$

$$\begin{array}{lll}
\pi \exp -1{\cdot}14 & \epsilon & +1{\cdot}00474\ 10894 + (13\theta - 14\theta)\, X^{-10} \\
p \times -0{\cdot}004 & \epsilon & -0{\cdot}00401\ 89643 - \theta X^{-10} \\
p \times -0{\cdot}004/2 & \epsilon & +0{\cdot}\ \ 80379 + \theta X^{-10} \\
[p \times -0{\cdot}004 & \epsilon & -0{\cdot}\ \ 00321 - \theta X^{-10}] \\
p \times -0{\cdot}004/3 & \epsilon & -0.\ \ 00107 - \theta X^{-10} \\
 & & \qquad\qquad\qquad + \theta X^{-10} \\
\hline
\pi \exp -1{\cdot}144 & \epsilon & 1{\cdot}00073\ 01523 + (15\theta - 16\theta)\, X^{-10}.
\end{array}$$

Ho ottenuto così: $\pi \exp -1{\cdot}144 > 1$, e potrei verificare che $\pi \exp -1{\cdot}145 < 1$. Quindi ho:

$$V_3 \log \pi = 1{\cdot}144.$$

Moltiplico ancora $\pi \exp -1{\cdot}144$ per $\exp -0{\cdot}0007$, essendo

$$T_4\, \pi \exp -1{\cdot}144 = 0{\cdot}0007.$$

$$\begin{array}{lll}
\pi \exp -1{\cdot}144 & \epsilon & +1{\cdot}00073\ 01523 + (15\theta - 16\theta)\, X^{-10} \\
p \times -0{\cdot}0007 & \epsilon & -0{\cdot}00070\ 05111 - \theta X^{-10} \\
[p \times -0{\cdot}0007 & \epsilon & +0{\cdot}\ \ 04903 + \theta X^{-10}] \\
p \times -0{\cdot}0007/2 & \epsilon & +0{\cdot}\ \ 02451 + \theta X^{-10} \\
 & & \qquad\qquad\qquad - \theta X^{-10} \\
\hline
\pi \exp -1{\cdot}1447 & \epsilon & 1{\cdot}00002\ 98863 + (16\theta - 18\theta)\, X^{-10}.
\end{array}$$

Potrei verificare come precedentemente che:

$$V_4 \log \pi = 1{\cdot}1447.$$

Giunto a questo punto osservo che:

$$\pi e^{-x} = 1 + \log \pi e^{-x} + (\log \pi e^{-x})^2/2! + \ldots$$

Ma, nel caso presente, il valore di $\log \pi e^{-x}$ può essere al massimo di ordine -5, essendo:

$$\pi e^{-x} = 1{\cdot}00002\ldots,$$

il suo quadrato può essere quindi al massimo di ordine -10. Perciò tutte le cifre fino all'ottavo posto decimale apparterranno al $\log \pi e^{x}$ e la nona potrà essere diminuita di un'unità.

Ma essendo:

$$\log \pi e^{-x} = \log \pi - x,$$

dove x è il valore di $\log \pi$ con quattro cifre decimali, tutte queste cifre fino all'ottava apparterranno anche al $\log \pi$, a meno che non si tratti di una successione di molti 9 o di molti 0, nel qual caso ci si sarebbe accorti durante il calcolo.

Più chiaramente:

$$\begin{array}{lcl}
\pi \exp -1{\cdot}1447 & \epsilon & +1{\cdot}00002\ 98863 + (16\theta - 18\theta)\,X^{-10} \\
p \times -0{\cdot}00002 & \epsilon & -0{\cdot}00002\ 00005 - \theta X^{-10} \\
p \times -0{\cdot}00002/2 & \epsilon & +0{\cdot}\ \ 00002 + \theta X^{-10} \\
 & & \qquad\qquad\qquad + \theta X^{-10} \\
\hline
\pi \exp -1{\cdot}14472 & \epsilon & 1{\cdot}00000\ 98860 + (17\theta - 20\theta)\,X^{-10} \\
p \times -0{\cdot}00000988 & \epsilon & -0{\cdot}\ \ 98800 - \theta X^{-10} \\
 & & \qquad\qquad\qquad + \theta X^{-10} \\
\hline
\pi \exp -1{\cdot}14472988 & \epsilon & 1{\cdot}00000\ 00060 + (18\theta - 21\theta)\,X^{-10} \\
 & \epsilon & 1 + (39 - 78)\,\theta X^{-10}
\end{array}$$

Quindi questo prodotto è maggiore di 1. Aumento il logaritmo di un'unità dell'ultimo ordine:

$$\begin{array}{lll} \pi \exp - 1{\cdot}14472988 & \epsilon\ 1 + (39^{-}78)\,\theta\,X^{-10} \\ \quad p \times - X^{-8} & \epsilon\ \ - 100\,\theta\,X^{-10} - \theta\,X^{-10} \\ & \qquad\qquad\qquad + \theta\,X^{-10} \\ \hline \pi \exp - 1{\cdot}14472989 & \epsilon\ 1 - (21^{-}62)\,\theta\,X^{-10} \end{array}$$

Questo prodotto è minore di 1.
Ho dunque così ottenuto:

$$V_8 \log \pi = 1{\cdot}14472\ 988.$$

Il numero π calcolato con la serie esponenziale

Nota del Ten. CARLO BERSANO

È noto, da Eulero in poi, che le funzioni goniometriche si possono definire analiticamente con la relazione:

$$x \in q \,.\, \supset \,.\, e^{ix} = \cos x + i \sin x,$$

e, ciò che fa lo stesso, con le serie di Newton:

$$\cos x = 1 - x^2/2! + x^4/4! - \ldots$$
$$\sin x = x - x^3/3! + x^5/5! - \ldots$$

E il numero π si definisce per via analitica dicendo che π è la minima radice positiva dell'equazione $\sin \pi = 0$, ovvero della equazione $\cos \pi/2 = 0$, ossia dell'equazione $e^{i\pi/2} = i$. Si possono calcolare le cifre della radice di questa equazione numerica, sotto una qualunque delle sue forme, applicando il procedimento indicato dal Prof. Peano nel suo articolo *Risoluzione graduale delle equazioni numeriche*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 11 maggio 1919.

Così intendo di fare. Il metodo di calcolo di π risulta tanto semplice quanto altri metodi ed è più diretto.

Uso le notazioni conformi al citato articolo.

Cerco la parte intera di π/2 sostituendo nella serie $\cos x = 1 - x^2/2! + x^4/4! - \ldots$ ad x i successivi valori 1, 2, 3 ...

Dò ad x il valore 1 ed ho: $\cos 1 > 1 - 1/2! = 0{\cdot}5 > 0$;

Dò ad x il valore 2 ed ho: $\cos 2 < 1 - 2^2/2! + 2^4/4! = -0{\cdot}44.. < 0$.

Dunque la radice π/2 sarà compresa fra 1 e 2, ossia $V(\pi/2) = 1$; " il valore intero di π/2 è 1 ".

Spingo il calcolo di $e^i = \cos 1 + i \sin 1$, a 10 cifre decimali. Ricorro perciò alla serie esponenziale, che conviene assumere sotto la forma:

$$a\, e^x = a + p \times x + p \times x/2 + p \times x/3 + \ldots,$$

ove p indica il termine " precedente ". È una notazione che si trova in Eulero ed è molto comoda per il calcolo numerico. Invece di e^x, scrivo $\exp x$, conforme Hamilton, ed uso questa notazione quando x è un esponente complicato.

$$\begin{array}{lll}
 & & 1^{\cdot} \\
p \times i & = & + i\, 1^{\cdot} \\
p \times i/2 & = & - \;\; 0{\cdot}5 \\
p \times i/3 & \epsilon & - i\, 0{\cdot}166\;666\;6666 - i\,\theta X^{-10} \\
p \times i/4 & \epsilon & + \;\; 0{\cdot}\;41\;666\;6666 + \;\theta X^{-10} \\
p \times i/5 & \epsilon & + i\, 0{\cdot}\;\;8\;333\;3333 + i\,\theta X^{-10} \\
p \times i/6 & \epsilon & - \;\; 0{\cdot}\;\;1\;388\;8888 - \;\theta X^{-10} \\
p \times i/7 & \epsilon & - i\, 0{\cdot}\;\;\;\;198\;4126 - i\,\theta X^{-10} \\
p \times i/8 & \epsilon & + \;\; 0{\cdot}\;\;\;\;\;24\;8015 + \;\theta X^{-10} \\
p \times i/9 & \epsilon & + i\, 0{\cdot}\;\;\;\;\;\;2\;7557 + i\,\theta X^{-10} \\
p \times i/10 & \epsilon & - \;\; 0{\cdot}\;\;\;\;\;\;\;\;2755 - \;\theta X^{-10} \\
p \times i/11 & \epsilon & - i\, 0{\cdot}\;\;\;\;\;\;\;\;\;250 - i\,\theta X^{-10} \\
p \times i/12 & \epsilon & + \;\; 0{\cdot}\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;20 + \;\theta X^{-10} \\
p \times i/13 & \epsilon & + i\, 0{\cdot}\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;1 + i\,\theta X^{-10} \\
p \times i/14 & \epsilon & - \;\; 0{\cdot}\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;

Moltiplico e^i, ora calcolato, per $e^{i \times 0{\cdot}5} = \exp(i \times 0{\cdot}5)$, ove 5 è la cifra dei decimi nella parte di e^i, cioè $0{\cdot}5 = V_1 \cos 1$.

$$
\begin{array}{lll}
e^i \in & & 0{\cdot}540\ 302\ 3055 + 6\theta X^{-10} \\
 & & + i\, 0{\cdot}841\ 470\ 9846 + i\, 6\theta X^{-10} \\
p \times i/2 & \in & + i\, 0{\cdot}270\ 151\ 1527 + i\, 3\theta X^{-10} \\
 & & - 0{\cdot}420\ 735\ 4923 - 3\theta X^{-10} \\
p \times i/4 & \in & - 0{\cdot}067\ 537\ 7881 - \theta X^{-10} \\
 & & - i\, 0{\cdot}105\ 183\ 8730 - i\, \theta X^{-10} \\
p \times i/6 & \in & - i\, 0{\cdot}\ 11\ 256\ 2980 - i\, \theta X^{-10} \\
 & & + 0{\cdot}\ 17\ 530\ 6455 + \theta X^{-10} \\
p \times i/8 & \in & + 0{\cdot}\ 1\ 407\ 0372 + \theta X^{-10} \\
 & & + i\, 0{\cdot}\ 2\ 191\ 3306 + i\, \theta X^{-10} \\
p \times i/10 & \in & + i\, 0{\cdot}\ 140\ 7037 + i\, \theta X^{-10} \\
 & & - 0{\cdot}\ 219\ 1330 - \theta X^{-10} \\
p \times i/12 & \in & - 0{\cdot}\ 11\ 7253 - \theta X^{-10} \\
 & & - i\, 0{\cdot}\ 18\ 2610 - i\, \theta X^{\ 10} \\
p \times i/14 & \in & - i\, 0{\cdot}\ 0\ 8337 - i\, \theta X^{-10} \\
 & & + 0{\cdot}\ 1\ 3043 + \theta X^{-10} \\
p \times i/16 & \in & + 0{\cdot}\ 523 + \theta X^{-10} \\
 & & + i\, 0{\cdot}\ 815 + i\, \theta X^{-10} \\
p \times i/18 & \in & + i\, 0{\cdot}\ 29 + i\, \theta X^{-10} \\
 & & - 0{\cdot}\ 45 - \theta X^{-10} \\
p \times i/20 & \in & - 0{\cdot}\ 1 - \theta X^{-10} \\
 & & - i\, 0{\cdot}\ 2 - i\, \theta X^{-10} \\
p \times i/22 & \in & - i\, 0{\cdot} - i\, \theta X^{-10} \\
 & & + 0{\cdot} + \theta X^{-10} \\
\hline
\exp(i \times 1{\cdot}5) & \in & 0{\cdot}070\ 737\ 2015 + (11\theta - 8\theta)\, X^{-10} \\
 & & + i[0{\cdot}997\ 494\ 9863 + (13\theta - 6\theta)\, X^{-10}];
\end{array}
$$

$$\exp(i \times 1{\cdot}5) \in 0{\cdot}070\ 737\ 2007 + 19\theta X^{-10} + \\ + i\,(0{\cdot}997\ 494\ 9857 + 19\theta X^{-10}).$$

Si legge qui: $\cos 1{\cdot}5 = 0{\cdot}070 \ldots > 0$. Ridotta l'espressione ai centesimi ho: $\exp(i \times 1{\cdot}5) \in 0{\cdot}07 + \theta X^{-2} + i\,(0{\cdot}99 + \theta X^{-2})$. Moltiplico per $\exp(i \times 0{\cdot}1)$ avrò così:

$$
\begin{array}{ll}
\exp(i \times 1{\cdot}5) \in & 0{\cdot}07 + \theta X^{-2} + i\, 0{\cdot}99 + \theta X^{-2} \\
p \times i \times 0{\cdot}1 \in & - 0{\cdot}09 + \theta X^{-2} + \ldots\ldots\ldots \\
\hline
\exp(i \times 1{\cdot}6) \in & - 0{\cdot}02 + (\theta - \theta)\, X^{-2} + i \ldots
\end{array}
$$

La parte reale, ossia $\cos 1{\cdot}6 < 0$, concludo quindi:

$$V_1 (\pi/2) = 1{\cdot}5.$$

Moltiplico $\exp(i \times 1{\cdot}5)$, ora calcolato per $\exp(i \times 0{\cdot}07)$, ove 7 è la cifra dei centesimi della parte reale di $\exp(i \times 1{\cdot}5)$, cioè $V_2 \cos 1{\cdot}5 = 0{\cdot}07$. Così avrò $\exp(i \times 1{\cdot}57)$.

$$\begin{array}{lll}
\exp(i\times 1{\cdot}5) \in & & 0{\cdot}070\ 737\ 2007 + 19\theta X^{-10} \\
 & + i & 0{\cdot}997\ 494\ 9857 + i\,19\theta X^{-10} \\
p \times i\,0{\cdot}07 \in & + i & 0{\cdot}\ 04\ 951\ 6040 + i\ \theta X^{-10} \\
 & - & 0{\cdot}\ 69\ 824\ 6486 - 6\theta X^{-10} \\
p \times i\,0{\cdot}07/2 \in & [- & 0{\cdot}\ 346\ 6120 - 2\theta X^{-10}] \\
 & - & 0{\cdot}\ 173\ 3060 - \theta X^{-10} \\
 & [- i & 0{\cdot}\ 4\ 887\ 7248 - i\ 3\theta X^{-10}] \\
 & - i & 0{\cdot}\ 2\ 443\ 8624 - i\ 5\theta X^{-10} \\
p \times i\,0{\cdot}07/3 \in & [- i & 0{\cdot}\ 12\ 1310 - i\ 4\theta X^{-10}] \\
 & - i & 0{\cdot}\ 4\ 0436 - i\ 2\theta X^{-10} \\
 & [+ & 0{\cdot}\ 171\ 0702 + 2\theta X^{-10}] \\
 & + & 0{\cdot}\ 57\ 0234 + \theta X^{-10} \\
p \times i\,0{\cdot}07/4 \in & [+ & 0{\cdot}\ 2828 + 2\theta X^{-10}] \\
 & + & 0{\cdot}\ 707 + \theta X^{-10} \\
 & [+ i & 0{\cdot}\ 3\ 9914 + i\ 2\theta X^{-10}] \\
 & + i & 0{\cdot}\ 9978 + i\ \theta X^{-10} \\
p \times i\,0{\cdot}07/5 \in & [+ i & 0{\cdot}\ 49 + i\ \theta X^{-10}] \\
 & + i & 0{\cdot}\ 9 + i\ \theta X^{-10} \\
 & [- & 0{\cdot}\ 693 - 5\theta X^{-10}] \\
 & - & 0{\cdot}\ 138 - \theta X^{-10} \\
p \times i\,0{\cdot}07/6 \in & - & 0{\cdot}\ - \theta X^{-10} \\
 & - i & 0{\cdot}\ 1 - i\ \theta X^{-10} \\
\hline
\exp(i\times 1{\cdot}57) \in & & 0{\cdot}000\ 796\ 3264 + (20\theta - 9\theta)X^{-10} \\
 & + i[& 0{\cdot}999\ 999\ 6824 + (22\theta - 8\theta)X^{-10}];
\end{array}$$

$$\exp(i \times 1{\cdot}57) \in 0{\cdot}000\ 796\ 3255 + 29\theta X^{-10} + \\ + i\,(0{\cdot}999\ 999\ 6816 + 30\theta X^{-10}).$$

[Nella somma ho trascurato i termini tra parentesi quadre, i quali sono eguali a $p \times i\,0{\cdot}07$].

Ho così $\cos 1{\cdot}57 = 0{\cdot}0007 \ldots > 0$. Riduco l'espressione ai dieci millesimi (X^{-4}) ed ho:

$$\exp(i \times 1{\cdot}57) \in 0{\cdot}0007 + \theta X^{-4} + i\,(0{\cdot}9999 + \theta X^{-4})$$

e, moltiplicando per $\exp(i \times 0{\cdot}01)$, ottengo $\exp(i \times 1{\cdot}58)$:

$$\begin{array}{rl}
\exp(i \times 1{\cdot}57) \in & 0{\cdot}0007 + \theta X^{-4} + i\,(0{\cdot}9999 + \theta X^{-4}) \\
p \times i \times X^{-2} \in & -\,0{\cdot}0099 + \theta X^{-4} + \ldots\ldots\ldots \\
\hline
\exp(i \times 1{\cdot}58) \in & -\,0{\cdot}0092 + (\theta - \theta)\,X^{4} + i \ldots
\end{array}$$

La parte reale, ossia $\cos 1{\cdot}58 < 0$, concludo quindi che

$$V_2\,(\pi/2) = 1{\cdot}57.$$

Moltiplico $\exp(i \times 1{\cdot}57)$, ora calcolato, per $\exp(i \times 0{\cdot}000\ 7963)$ dove 7963 sono le quattro prime cifre, diverse da zero, della parte reale di $\exp(i \times 1{\cdot}57)$:

$$V_7 \cos(1{\cdot}57) = 0{\cdot}000\ 7963.$$

Avrò così:

$$\begin{array}{rl}
\exp(i \times 1{\cdot}57) \in & 0.000\ 796\ 3255 + 29\theta X^{-10} \\
 & +\,i\,0{\cdot}999\ 999\ 6816 + i\,30\theta X^{-10} \\
p \times i \times 0{\cdot}000\ 7963 \in & +\,i\,0{\cdot}\qquad\quad 6325 + i\,26\theta X^{-10} \\
 & -\,0{\cdot}\qquad 796\ 2975 - 26\theta X^{-10} \\
p \times i \times 0{\cdot}000\ 7963/2 \in & -\,0{\cdot}\qquad\qquad\qquad - \theta X^{-10} \\
 & -\,i\,0{\cdot}\qquad\quad 3162 - i\,13\theta X^{-10} \\
p \times i \times 0{\cdot}000\ 7963/3 \in & +\,0{\cdot}\qquad\qquad\qquad + \theta X^{-10} \\
\hline
\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7963) \in & 0{\cdot}000\ 000\ 0280 + (30\theta - 27\theta)\,X^{-10} \\
 & +\,i\,[0{\cdot}999\ 999\ 9979 + (56\theta - 13\theta)\,X^{-10}], \\
\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7963) \in & 0{\cdot}000\ 000\ 0253 + 57\theta X^{-10} \\
 & +\,i\,(0{\cdot}999\ 999\ 9966 + 69\theta X^{-10})
\end{array}$$

Ho così che $\cos(1{\cdot}570\ 7963) = 0{\cdot}000\ 000\ 0253 \ldots > 0$. Riduco l'espressione a 8 cifre decimali ed ho:

$$\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7963) \in 0{\cdot}0000\ 0002 + \theta X^{-8} + \\ + i\,(0{\cdot}9999\ 9999 + \theta X^{-8}).$$

Moltiplicando per $\exp(i \times X^{-7})$ ho $\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7964)$:

$$
\begin{array}{rl}
\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7963)\,\epsilon & 0{\cdot}0\ 000\ 0002 + \theta X^{-8} \\
 & + i\,0{\cdot}9\ 999\ 9999 + i\,\theta X^{-8} \\
p \times i X^{-7}\,\epsilon & + i\ \ldots\ldots\ldots \\
 & - \ 0{\cdot}0\ 000\ 0009 - \theta X^{-8} \\
\hline
\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7964)\,\epsilon & - \ 0{\cdot}0\ 000\ 0007 + (\theta - \theta)\, X^{-10} + i \ldots\ldots
\end{array}
$$

Quindi $\cos(1{\cdot}570\ 7964) < 0$ e posso concludere che:

$$V_7(\pi/2) = 1{\cdot}570\ 7963.$$

Ora, dall'$\exp(i \times 1{\cdot}570\ 7963)$, posso dedurre, per analogia con quanto ho detto finora, che l'ottava cifra decimale di π 2 è un 2 o un 3. Sono quindi certo che $V_7 \pi = 3{\cdot}141\ 5926$.

Torino, giugno 1919.

Sul modo di ottenere un "quarto d'onda" acromatico. Due sferometri sensibilissimi

Nota di ELIGIO PERUCCA

È possibile ottenere una lamina birifrangente, che, attraversata perpendicolarmente da un raggio luminoso, produca un ritardo di fase di 90° tra le due vibrazioni, tra loro ortogonali, che la attraversano, qualunque sia la frequenza di vibrazione entro lo spettro visibile?

Poichè il ritardo di 90° in fase corrisponde a un ritardo di $^1/_4$ in lunghezza d'onda, si potrà dire brevemente: è possibile ottenere una lamina birifrangente che sia $^1/_4 \lambda$ per tutti i valori di λ, almeno nello spettro visibile?

Questo può considerarsi come il caso particolare più importante del problema generale: si può ottenere una lamina birifrangente che produca il ritardo di uno stesso numero m di lunghezze d'onda tra le due vibrazioni ortogonali che trasmette, qualunque sia il valore di λ entro lo spettro visibile? La birifrangenza di una tale lamina si dirà *acromatica*, secondo il termine datole dal Brace, che, vari anni sono, ne ha fatto argomento di un suo lavoro [1].

Nessuna lamina birifrangente soddisfa al problema posto, perchè per tutti i cristalli birifrangenti il ritardo di fase cresce al diminuire di λ.

La risoluzione sufficentemente approssimata risulta possibile sovrapponendo con gli assi incrociati due lamine di cristalli

---

[1] D. B. Brace, *On achromatic Polarisation and differential double Refraction*, " Phil. Mag. ", 48, pag. 345, 1899 e successivamente un suo allievo: E. S. Rendtorff, *On differential double Refraction*, " Phil. Mag. ", 1, pag. 539, 1901.

diversi opportuni. Risoluto il problema per un certo valore di m, p. es. $m = 1$, esso è risoluto per qualunque altro valore, pur di variare opportunamente lo spessore delle due lamine tenendone costante il rapporto.

Se si riuscisse a dare una risoluzione praticamente soddisfacente a questo problema, ne risentirebbero in particolare notevole vantaggio tutti gli sperimentatori che, dovendo compiere misure sullo stato di polarizzazione di una vibrazione luminosa, hanno bisogno di una lamina $^1/_4\,\lambda$.

È ciò che ha tentato il Brace; ora, la sua disposizione sperimentale richiede che le sostanze cristalline da esaminare siano tagliate a prisma ad angolo rifrangente molto piccolo (qualche grado). E ciò non è facile proprio per quei minerali (muscovite, gesso) che, unitamente al quarzo, meglio risolvono il problema. I quali, inoltre, non hanno sempre gli stessi caratteri fisici, in particolare non hanno sempre la stessa dispersione di birifrangenza; cosicchè da ogni campione da esaminare occorrerebbe ricavare un prismetto. Questa è la ragione, io credo, per cui il lavoro di Brace non è stato preso in considerazione dai costruttori, mentre che noterò (pag. 1030) che i prismi di Brace possono essere sostituiti da cunei a gradinata (fig. 4) che si ottengono facilmente per sfaldatura col gesso e specialmente con la mica.

Fatto sta che sono in uso esclusivamente le disposizioni classiche $^1/_4\,\lambda$:

1) La *mica* $^1/_4\,\lambda$. Ordinariamente (1) essa è $^1/_4\,\lambda$ per $\lambda = 589\,\mu\mu$, è ancora sol $^2/_9\,\lambda$ per $\lambda = 670\,\mu\mu$, ed è circa $^1/_3\,\lambda$ per $\lambda = 450\,\mu\mu$. La muscovite riunisce in sè, per la costruzione di questo $^1/_4\,\lambda$, numerosi vantaggi: poco costosa, relativamente poco birifrangente, non fragile, sfaldabilissima, è (1), tra tutte le sostanze utilizzabili, quella in cui è minore la variazione del ritardo di fase con λ.

2) Il *compensatore di Bravais* a tinta uniforme (2). Dopo essere stato opportunamente tarato (3) può servire come $^1/_4\,\lambda$ per

---

(1) Nel caso, del resto frequente, della dispersione di birifrangenza trovata dal Pulfrich (" Wied. Ann. ", 30, p. 499, 1887).

(2) V. p. es. Bouasse, *Physique*, 1ª ediz., vol. V, p. 150.

(3) P. es. col metodo di L. Chaumont (" Ann. de Phys. ", 4, p. 202, 1915) o con quello anche più sensibile da me indicato (" N. Cim. ", 6, p. 179, 1913).

ogni radiazione: ma l'apparecchio non permette misure molto accurate a causa delle riflessioni multiple che avvengono sulle facce delle lamine di quarzo che lo compongono. Con uno di questi compensatori, costruito da Fuess per l'Istituto Fisico di Pisa, non mi riescì di oltrepassare la sensibilità di $^1/_{1000}\lambda$ nelle misure di birifrangenza: invece sia il metodo di Brace (1), sia quello da me indicato alcuni anni or sono (2), raggiungono una sensibilità venti volte maggiore.

Un miglioramento notevole del compensatore di Bravais si otterrebbe certamente con la sua immersione in apposita vaschetta contenente un liquido di indice opportuno, così da eliminare quasi totalmente l'influenza delle riflessioni multiple. Spiacemi non essere ora in grado di compiere questa prova.

3) Il *parallelepipedo di Fresnel*, $^1/_4\lambda$ praticamente esatto (3) per tutto lo spettro visibile. Esso produce un ritardo di $^3/_4\lambda$ della vibrazione che avviene nel piano di incidenza rispetto all'altra, dunque la prima funge da vibrazione accelerata di $^1/_4\lambda$ rispetto all'altra. Ma, prescindendo dagli errori di costruzione e in particolare dalla birifrangenza accidentale del vetro, il parallelepipedo di Fresnel ha il grave difetto di spostare il raggio luminoso, onde non ne è comodo l'uso.

Questo difetto è stato eliminato nei *prismi di Oxley* (4), fondati sullo stesso principio del parallelepipedo di Fresnel. Ma lo spessore di vetro attraversato dai raggi luminosi è tale che risulta difficile eliminare la birifrangenza accidentale; inoltre le due componenti in cui si immagina scomposta la vibrazione incidente, vengono diversamente indebolite attraverso il prisma, onde questo trasmette una vibrazione circolare se la vibrazione

(1) " Phys. Rew. ", 18, p. 70, 1904; 19, p. 218, 1904. — L. B. Tuckerman, jr. " Nebr. Univ. Studies ", 9, 2°, 1909. — A. Q. Tool, " Phys. Rew. ", 31, p. 1, 1910. — E. Perucca, " N. Cim. ", vol. 5, p. 351, 1913. — C. Bergholm, " An. der Phys. ", 43, p. 1, 1914; 44, p. 1053, 1914. — O. Hebecker, Inaug. Diss. Gött., 1914.

(2) " N. Cim. ", 6, p. 179, 1913.

(3) Dal Billet, *Optique*: per $\lambda = 656\,\mu\mu$; $589\,\mu\mu$; $435\,\mu\mu$ è rispettivamente $\frac{89{,}7}{90}\cdot\frac{1}{4}\lambda$; $\frac{1}{4}\lambda$; $\frac{91{,}1}{90}\cdot\frac{1}{4}\lambda$.

(4) " Chem. News. ", 102, p. 190, 1910.

rettilinea incidente è a 49° e non a 45° rispetto al piano di simmetria. Così il vantaggio di questi prismi risulta problematico, e la questione del $^1/_4\,\lambda$ acromatico resta ancora aperta.

Si considerino due lamine birifrangenti, a facce parallele, di spessore s_1 ed s_2. Le si sovrappongano orientate in modo che i piani x, y tra loro ortogonali, passanti per la normale alle lamine (che sarà poi il raggio luminoso) e contenenti le vibrazioni luminose trasmesse, coincidano nelle due lamine. Siano n_{1x}, n_{1y} gli indici rispetto al vuoto, o, sensibilmente, rispetto all'aria, della prima lamina per le vibrazioni che avvengono nel piano x e nel piano y rispettivamente; siano n_{2x}, n_{2y} le cose analoghe per la seconda lamina.

Gli indici n_{1x}, n_{1y}; n_{2x}, n_{2y} saranno funzioni di λ, e così pure $n_{1x} - n_{1y}$, $n_{2x} - n_{2y}$. Il ritardo della vibrazione in x rispetto alla vibrazione in y, espresso in lunghezze d'onda è nelle due lamine rispettivamente:

$$\frac{n_{1x} - n_{1y}}{\lambda}\, s_1 \qquad \frac{n_{2x} - n_{2y}}{\lambda}\, s_2$$

e potrà risultare positivo o negativo (ritardo o anticipo) secondo che la vibrazione nel piano x è più lenta ($n_x > n_y$) o più veloce ($n_x < n_y$) dell'altra [1].

In tutte le sostanze che si prestano a fornire lamine birifrangenti, la *birifrangenza* $\frac{|n_x - n_y|}{\lambda}$ cresce al diminuire di λ, anzi molto spesso già $|n_x - n_y|$ cresce al diminuire di λ. Quindi non si conosce alcuna lamina birifrangente che produca lo stesso ritardo di fase per qualunque λ dello spettro visibile; le lamine di muscoviti per cui $|n_x - n_y|$ diminuisce con λ, sono tra le lamine birifrangenti in cui il ritardo di fase varia più lentamente con λ (p. es. $^1/_4\,\lambda$ nel giallo, $^1/_3\,\lambda$ nell'indaco, come già si è accennato).

Il ritardo di fase dovuto alle due lamine, orientate come si è detto, sarà:

$$\frac{n_{1x} - n_{1y}}{\lambda}\, s_1 + \frac{n_{2x} - n_{2y}}{\lambda}\, s_2\,,$$

---

[1] Si trascurano le riflessioni multiple dei raggi trasmessi dalle lamine birifrangenti, il cui effetto è stato recentemente studiato da M. Berek ("An. der Phys.", 58, pag. 165, 1919.

e la condizione a cui si vuol soddisfare è:

$$(1) \qquad \frac{n_{1x} - n_{1y}}{\lambda} s_1 + \frac{n_{2x} - n_{2y}}{\lambda} s_2 = 1$$

con s_1, s_2 costanti rispetto a λ, da determinarsi; λ variabile entro lo spettro visibile; $n_{1x} - n_{1y}$, $n_{2x} - n_{2y}$ funzioni di λ una delle quali si potrà ritenere arbitraria, l'altra viene dalla (1) determinata in conseguenza.

Dalla forma della condizione (1) si deduce che, trovato il modo di soddisfarla, basterà variare s_1 ed s_2 ma non il rapporto $\frac{s_1}{s_2}$ e si otterranno le soluzioni della

$$\frac{n_{1x} - n_{1y}}{\lambda} s_1 + \frac{n_{2x} - n_{2y}}{\lambda} s_2 = m$$

con m qualunque e costante rispetto a λ, s_1, s_2.

Abbiamo notato che $\frac{n_x - n_y}{\lambda}$ cresce in ogni caso al diminuire di λ, sarà dunque necessario che $(n_{1x} - n_{1y})$; $(n_{2x} - n_{2y})$ nella (1) abbiano segno contrario, cioè *le lamine siano incrociate.*

E la (1) si potrà scrivere:

$$\frac{(n_{1x} - n_{1y})}{\lambda} s_1 - \frac{(n_{2y} - n_{2x})}{\lambda} s_2 = 1$$

dove *tutte e due le differenze sono positive.* La prima lamina ritarda la vibrazione nel piano x di $\frac{(n_{1x} - n_{1y})}{\lambda} s_1$ lunghezze d'onda; la seconda la accelera di $\frac{(n_{2y} - n_{2x})}{\lambda} s_2$ lunghezze d'onda, una di meno.

Se ne ricava:

$$(2) \qquad n_{2y} - n_{2x} = \frac{s_1}{s_2}\left(n_{1x} - n_{1y}\right) - \frac{1}{s_2}\lambda = \frac{s_1}{s_2}\left[\left(n_{1x} - n_{1y}\right) - \frac{1}{s_1}\lambda\right]$$

cioè la curva di dispersione della differenza degli indici per la seconda lamina (quella che produce un ritardo minore tra le due vibrazioni ortogonali) si deve ottenere dalla curva analoga per la prima lamina, riducendone la scala delle ordinate in un

determinato rapporto (quello degli spessori delle lamine), e riferendola poi alla retta $y = \frac{1}{s_2}\lambda$ come asse delle ascisse; o anche: riferendola alla retta $y = \frac{1}{s_1}\lambda$ come asse delle ascisse e poi riducendone la scala delle ordinate in un certo rapporto (quello degli spessori).

Inversamente: se due curve di dispersione della differenza degli indici si possono pensare ottenute l'una dall'altra con la rotazione dell'asse delle ascisse e col cambiamento della scala delle ordinate, esse appartengono a lamine che, incrociate, sotto spessori opportuni, dànno luogo a birifrangenza acromatica. Gli spessori delle lamine sono legati alle due operazioni indicate in modo semplicissimo; converrà che s_1 ed s_2 non siano nè troppo piccoli nè troppo grandi, da un lato per evitare la fragilità, dall'altro per evitare l'impiego di lamine di ordine troppo elevato. E infatti in questo caso occorre tener conto anche della diversa variabilità della birifrangenza nelle due lamine al variare delle condizioni esterne, p. es. della temperatura (v. infatti a pag. 1021 il sistema quarzo-gesso).

Una delle due lamine può avere una curva qualunque di dispersione della differenza degli indici, p. es. la curva regolare I (quarzo, fig. 1). O questa lamina funziona da lamina *1* (quella che produce ritardo di fase maggiore) e allora la lamina *2* deve avere una curva di dispersione ancor convessa verso l'asse delle ascisse (infatti dalla (2)

$$\frac{d^2(n_{1x} - n_{1y})}{d\lambda^2} = \frac{s_2}{s_1}\,\frac{d^2(n_{2y} - n_{2x})}{d\lambda^2}$$

cioè le derivate seconde hanno egual segno, quindi anche i raggi di curvatura), ma in proporzione sempre più bassa man mano che si procede verso le λ maggiori (curva II, scala per le ordinate eventualmente diversa da quella usata per la curva I). O questa lamina funziona da lamina *2* (quella che dà il ritardo di fase minore) e allora la lamina *1* deve avere una curva di dispersione della forma III (scala per le ordinate eventualmente diversa da quella che serve per le curve I e II) ancor convessa verso l'asse delle λ, ma in proporzione sempre più alta man mano che si procede verso le λ maggiori. Così nella fig. 1, *se*

I è la curva $n_x - n_y$ *per il quarzo*, II è nella stessa scala la curva $n_x - n_y$ di una sostanza che risolve il problema ($1 \equiv$ quarzo, spessore $s_1 = 1$ mm.; $2 \equiv$ quest'altra sostanza, spessore $s_2 = \frac{917}{970}$ mm. dànno un sistema che produce il ritardo di un'onda per tutte le radiazioni dello spettro visibile); III è nella stessa scala la

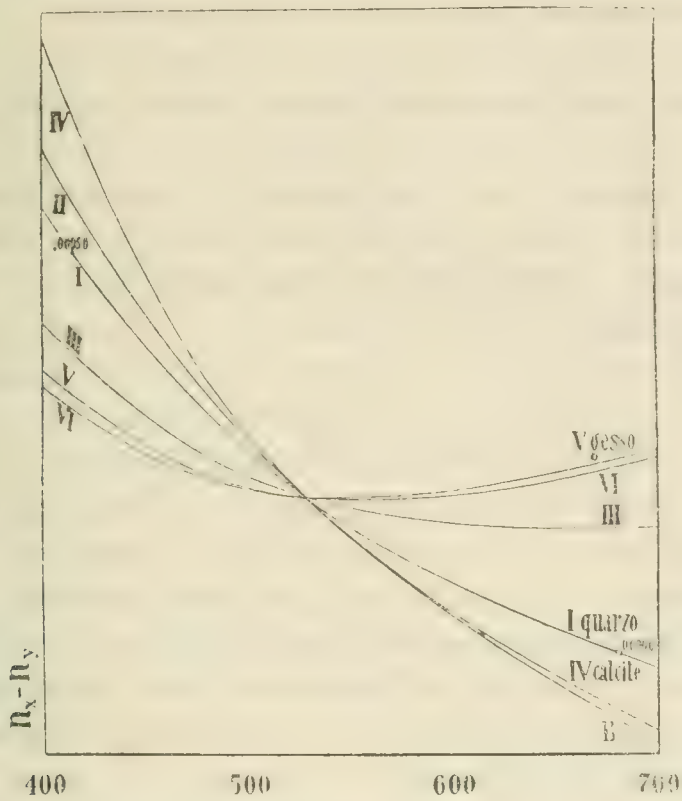


Fig. 1.

curva $n_x - n_y$ di una terza sostanza che ancor risolve il problema se unita al quarzo (questa volta: $1 \equiv$ questa terza sostanza, spessore $s_1 = 2$ mm.; $2 \equiv$ quarzo, spessore $\frac{1772}{912}$ mm. circa, e la prima lamina produce ora costantemente il ritardo di un'onda in più della lamina di quarzo).

Abbiamo già detto che *le curve* $n_{1x} - n_{1y}$; $n_{2y} - n_{2x}$ *devono essere ambedue convesse o ambedue concave verso l'asse* λ. Notiamo ancora che, data la forma delle curve sperimentali $n_x - n_y$ nello spettro visibile o poco fuori di esso, si può escludere che mediante l'aggiunta (o la sottrazione) del termine proporzionale a λ e mediante un cambiamento di scala, si possa giungere da una qualunque di esse ad un'altra che la tagli due volte. Ond'è che

se per due curve sperimentali ciò succede, esse corrispondono a sostanze che solo approssimativamente si prestano alla risoluzione del nostro problema; l'approssimazione potrà però essere sufficiente.

Queste due osservazioni qualitative sono utili perchè permettono già di scegliere, tra le curve sperimentali $n_x - n_y$, quelle che possono risolvere il nostro problema.

Disgraziatamente le misure sperimentali che a noi possano servire non sono abbondanti perchè ordinariamente troppo poco precise.

Tra i cristalli che forniscono più comunemente le lamine birifrangenti, quarzo e calcite sono stati bene studiati, meno bene il gesso, pochissimo la mica (muscovite) e si capirà tra breve il perchè.

La IV della fig. 1 è, in iscala opportuna ($^1/_{19}$ circa di quella del quarzo), la curva $n_x - n_y$ per la calcite.

La V è, in iscala delle ordinate circa $^{92}/_{97}$ di quella pel quarzo, la curva $n_x - n_y$ di un gesso [1]; la VI è nella stessa scala la curva calcolata da quella del quarzo mediante la (2). Questo gesso e il quarzo darebbero sotto spessori opportuni un sistema birifrangente acromatico praticamente perfetto, in particolare darebbero $^1/_4 \lambda$ valevole per tutto lo spettro visibile, con un'approssimazione anche superiore a quella che si ha col parallelepipedo di Fresnel.

Per riunire nel grafico i dati sperimentali relativi alle sostanze accennate, sembrerebbe sufficiente aggiungervi la curva $n_x - n_y$ per la muscovite. Ma occorre invece avvertire che dalle misure già conosciute di $n_x - n_y$ non è possibile ottenere alcuna conclusione degna di fede.

E infatti, a parte gli errori spesso sensibili da cui tali determinazioni sono affette, errori che toccano la penultima e qualche volta la terz'ultima cifra decimale pubblicata, le differenze tra i risultati ottenuti dai vari sperimentatori indicano chiaramente che, lievemente per il quarzo e la calcite, notevolmente per il gesso e la mica, le curve di dispersione di birifrangenza variano di forma da un esemplare a un altro.

---

[1] Misure di von Lang riportate nel Müller-Pouillet, *Lehrbuch der Physik*, II, p. 917, 10ª ediz., 1909.

Così non risulterebbero ugualmente adatti alla costruzione di lamine a birifrangenza acromatica i gessi studiati da Quincke, Pulfrich, Dufet, Mülheim (1) e Hutchinson e Tutton (2).

Inoltre, la forte variazione della birifrangenza con la temperatura di questo minerale rispetto alla variazione analoga del quarzo fa sì che il $^1/_4\,\lambda$ acromatico così costruito non potrebbe servire bene che entro un campo di temperatura di pochissimi gradi.

Per la mica (muscovite) i dati sperimentali sono molto scarsi. E infatti essi si riducono a qualche misura di indici per la riga D; ai valori di Pulfrich (3) per $\lambda = 670{,}8$ Li; 589,3 Na; 535,1 Tl; e infine alle curve di dispersione di birifrangenza (ritardo in λ e non differenza degli indici) date incidentalmente dal Cotton e Mouton (4). La variabilità della forma della curva da un esemplare all'altro è tale da escludere la possibilità di ricavarne conseguenze generali, ma appunto per questo sorge la speranza che sia facile trovare tra le muscoviti, già diffuse in commercio per le loro applicazioni industriali, quelle le cui proprietà ottiche si prestano alla risoluzione del problema che ci interessa.

Di alcune di queste muscoviti, di provenienza non conosciuta perchè acquistate dal commercio, ho fatto un esame rapido, usufruendo dell'apparecchio di misura delle vibrazioni luminose ellittiche, che avevo montato per altre esperienze. Procedevo in due modi:

1) di una lamina di mica molto sottile ($5 \div 10$ micron) analizzavo per varie λ la vibrazione ellittica trasmessa e precisamente il rapporto degli assi quando la lamina sia posta a 45° rispetto al piano della vibrazione data dal polarizzatore. In queste misure potrebbe servire il parallelepipedo di Fresnel come $^1/_4\,\lambda$; io usavo, per tutte le λ dello spettro, una lamina di mica che era $^1/_4\,\lambda$ per $\lambda = 597\ \mu\mu$. E infatti, col metodo di misura da me indicato (5), si ha il grande vantaggio di non dover

---

(1) H. Dufet, *Données numériques d'optique*, II, p. 512, 1899.
(2) *Tables annuelles de constantes et données numériques*, III, p. 429, 1912.
(3) " Wied. Ann. ", 30, p. 499, 1887.
(4) " Ann. de Chim. et de Phys. ", 20, p. 280, 1910.
(5) " N. Cim. ", 6, 179, 1913.

conoscere l'ordine del compensatore, conviene che questo sia circa $^1/_4\,\lambda$. Si ottiene così facilmente la curva di birifrangenza con misure affette da un errore relativo di $^1/_{500}$ circa (1). Per dedurne con pari precisione i valori $n_x - n_y$ occorre misurare a meno di $^1/_{500}$ lo spessore della lamina usata. Onde l'artifizio da me usato (v. pag. 1031).

2) trovare la lunghezza d'onda per cui una lamina di spessore noto è $^1/_4\,\lambda$, o $^1/_2\,\lambda$, o $1\,\lambda$ esatto. Ottenevo facilmente una lamina pressochè *un'onda*, avente l'una faccia ottenuta per sfaldatura regolare, l'altra a bella posta sfaldata irregolarmente a scalinata atta a fornire, entro un paio di cm² una decina di zone, ciascuna di spessore uniforme, di alcuni mm², sufficente alle misure polarimetriche. Gli spessori delle zone così scelte risultavano distribuiti piuttosto uniformemente tra 100 e 150 μ e venivano misurati fino al decimo di micron (v. pag. 1031). Determinavo la lunghezza d'onda per cui la lamina sotto lo spessore considerato era esattamente *un'onda*. Analogamente per $^1/_2\,\lambda$ e $^1/_4\,\lambda$. In quest'ultimo caso serve il metodo di Chaumont o quello da me indicato (2); nel 2° e nel 1° caso serve il metodo di analisi di vibrazioni ellittiche cercando per interpolazione la λ per cui la vibrazione trasmessa è ancora rettilinea.

L'uso del semplice *babinet* può già essere sufficiente (vedi pag. 1027), ma occorre sperimentare su spessori cristallini molto maggiori (producenti un ritardo di alcune lunghezze d'onda). D'altra parte il metodo che si fonda sull'analisi della vibrazione ellittica trasmessa, oltre che esser meno comodo, è possibile soltanto per quelle lunghezze d'onda che si prestano a misure polarimetriche, non superiori quindi a $\lambda = 670$ μμ nè inferiori a $\lambda = 450$ μμ circa.

Ho ottenuto così varie curve di dispersione di birifrangenza della muscovite, esaminata perpendicolarmente ai piani di sfaldatura.

(1) Indicando con tg φ il rapporto degli assi dell'ellisse trasmessa, φ risultava compreso tra 10° e 15°, e i valori sperimentali risultavano affetti da un errore probabile di 1′30″ ÷ 2′0″. L. Chaumont („ Ann. de Phys. „, 4, p. 180, 1915) con un metodo analogo e di pari sensibilità, ma con apparecchi costruiti da Jobin, raggiungeva un errore probabile di 30″ su 10°.

(2) V. lavori citati a nota 1 e 2 di p. 1015.

I valori di $n_x - n_y$ hanno variato per $\lambda = 589{,}3$ D da 0,00450 circa a 0,00540; la forma delle curve variava anch'essa da esemplare ad esemplare, il più spesso simile a quella che si deduce dai valori di Pulfrich, in altri casi era sensibilmente parallela all'asse delle ascisse, e lievemente convessa verso questo asse, quale occorre, in unione al quarzo, per avere la birifrangenza acromatica.

Così, mentre viene confermata la possibilità di trovare una muscovite che risolva il problema [1], è anche stabilita l'impossibilità di risolverlo usufruendo di dati sperimentali sulla dispersione di birifrangenza non dedotti dagli stessi campioni che devono servire alla costruzione della lamina a birifrangenza acromatica.

Poichè, dunque, vi sono ragioni che permettono di limitare la ricerca ad una coppia di sostanze di cui una è il quarzo (e l'altra precipuamente muscovite), *indicherò una semplice disposizione sperimentale che permette l'esame della dispersione di birifrangenza di lamine cristalline a facce parallele, confrontandola con quella del quarzo. Con questa disposizione si distinguono facilmente le lamine che, insieme con una di quarzo, possono servire a costruire un* $^1/_4\,\lambda$ *acromatico.*

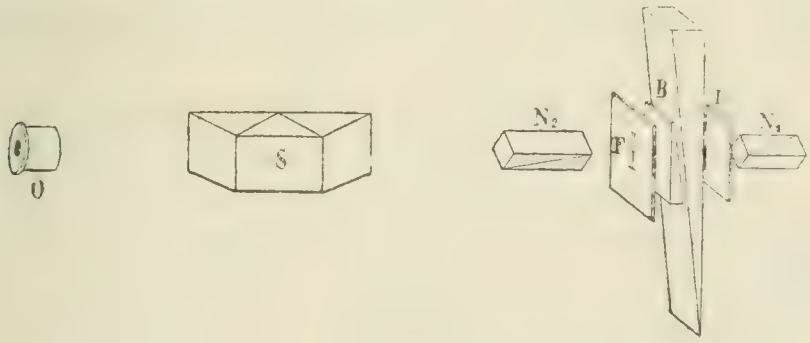


Fig. 2.

Tra nicol incrociati N_1 N_2 (fig. 2) sia montato nel solito modo un compensatore di Babinet B (biette di quarzo). Con luce

---

[1] Si noti che la variazione della birifrangenza con la temperatura è molto piccola nella muscovite, come nel quarzo. Una lamina acromatica quarzo-muscovite non ha dunque il grave difetto notato a p. 1021 per la lamina quarzo-gesso.

bianca esso darà le frange ben note: la centrale acromatica è quella corrispondente al ritardo nullo di fase tra le due componenti trasmesse dal compensatore. Le altre hanno i bordi iridescenti; solo poche frange sono visibili oltre quella acromatica, poi l'illuminazione torna uniforme, bianca. Si esamini il sistema di frange con uno spettroscopio S la cui fenditura F giaccia nel piano del *babinet* e sia perpendicolare allo spigolo rifrangente delle biette di quarzo, quindi perpendicolare alle frange. (La fig. 2 mostra schematicamente la disposizione: O è l'oculare dello spettroscopio di cui non sono disegnate le lenti del collimatore, e l'obiettivo del cannocchiale di osservazione). Si otterrà uno spettro solcato da frange trasversali, che corrono dal rosso al violetto. Una, quella acromatica in luce bianca, è rettilinea, perpendicolare alla fenditura dello spettroscopio e (p. es.) orizzontale, le altre sono curve, più fitte nel violetto, più rade nel rosso (fig. 3 *c*): ognuna di queste frange corrisponde a un ritardo di fase costante, di un numero intero di lunghezze d'onda. Le frange curve successive hanno le ordinate corrispondenti (distanze dalla frangia rettilinea, per la stessa lunghezza d'onda) crescenti in ragione aritmetica. Così che è facile ottenere graficamente tutte le frange curve quando se ne conosca una, il suo *ordine* (il numero intero che indica il ritardo che le corrisponde in lunghezze d'onda) e l'asse delle ascisse, cioè la posizione della frangia di ordine zero.

Più generalmente nello spettro ottenuto con la disposizione indicata, le linee di ritardo costante (tra le quali sono caso particolare le frange corrispondenti a un ritardo di un numero intero di lunghezze d'onda) si ottengono da una delle frange curve, variandone in un rapporto costante le ordinate.

Le frange curve che così si osservano nello spettro, o, più opportunamente, si fotografano, sono in relazione semplicissima con la curva di dispersione di birifrangenza del quarzo, specialmente se lo spettroscopio dà uno spettro normale.

Diciamo y l'ordinata di un punto di una delle frange curve rispetto alla frangia rettilinea; in tal punto la differenza di spessore dei due cunei del *babinet* è $2\,y\,sen\,\alpha$, dove α è l'angolo rifrangente dei cunei.

Dunque y è proporzionale per ogni λ allo spessore di una

lamina di quarzo che dà un ritardo di fase costante. Il ritardo corrispondente in lunghezze d'onda è

$$\frac{2\,y \operatorname{sen} \alpha\,(n_x - n_y)}{\lambda}$$

ed è costante per qualunque λ ed eguale all'ordine m della frangia curva considerata, dunque:

$$y = \frac{\lambda \,.\, m}{(n_x - n_y)} \cdot \frac{2}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{K}{\dfrac{n_x - n_y}{\lambda}}$$

y è proporzionale all'inversa della funzione $\frac{n_x - n_y}{\lambda}$ di λ cioè *della birifrangenza.*

Si introduca in L immediatamente innanzi al *babinet* e perpendicolarmente al raggio luminoso una lamina birifrangente a facce parallele, avente gli assi coincidenti con quelli del *babinet.* Il sistema di frange curve considerate viene spostato e deformato. Ruotando di 90° attorno al raggio luminoso la lamina introdotta, le curve si spostano e si deformano; se il ritardo della lamina birifrangente introdotta è di alcune lunghezze d'onda, si presentano le figure d'interferenza della luce polarizzata schematicamente rappresentate nelle fig. 3 *a* (azimut iniziale 0° rispetto al *babinet*), 3 *b* (22°), 3 *c* (45°), 3 *d* (67°), 3 *e* (90°). La fig. 3 *c* corrisponde a quella che si ha in assenza della lamina birifrangente; e, infatti, se questa è a 45° rispetto agli assi del *babinet*, la vibrazione rettilinea data dal polarizzatore l'attraversa senza deformarsi. Le fig. 3 *a* e 3 *e* corrispondono a fase somma o differenza delle fasi della lamina e del *babinet* in ogni punto. Le fig. 3 *b* e 3 *d* sono facilmente interpretabili in modo analogo: le tacche scure sono allineate lungo le lunghezze d'onda per cui la lamina introdotta produce un ritardo di n onde (n intero) e quindi non modifica l'estinzione iniziale esistente lungo le frange del semplice *babinet.* Queste tacche scure indicano anche le frange (*cannelures*) che si otterrebbero dalla stessa lamina birifrangente, se con essa si producesse un ordinario spettro *cannelé.*

A noi interessano i casi 3 *a* e 3 *e.* Fissiamoci al caso 3 *a.* Spostando in un certo senso il cuneo mobile del *babinet.* tutto

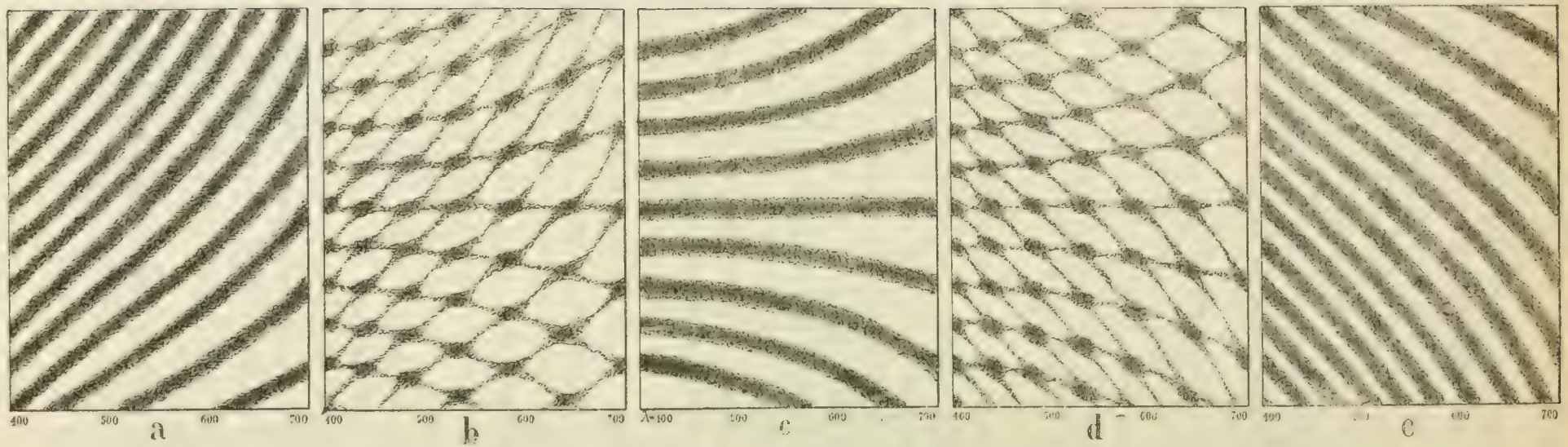

400
500
600
700
a
400
500
600
700
b
λ=400
500
c
600
700
400
500
d
600
700
400
c
600
700

Fig. 3.

il sistema di frange si sposta nello stesso senso senza deformarsi. A noi occorre che la corsa del cuneo mobile sia sufficiente a portare nel campo di osservazione un fascio di frange di cui le più alte (per stare all'es. della figura) sono ancor concave verso l'alto, le più basse sono invece concave verso il basso [1].

E qui i casi sono tre:

1) Una delle frange è rettilinea e orizzontale.

2) Si trovano due frange contigue, l'una concava verso l'alto, l'altra verso il basso, e tali che tra esse può inserirsi una retta orizzontale che sia anche linea di ritardo di fase costante (ma non più di un numero intero di lunghezza d'onda). Ciò si può verificare facilmente su di una fotografia con un'approssimazione di $^1/_{50} \div ^1/_{100}$ di λ.

3) Non solo nessuna frangia è rettilinea e orizzontale, ma le frange passano dalla forma concava verso l'alto a quella concava verso il basso in modo da doversi escludere che una linea di ritardo di fase costante possa assumere forma rettilinea orizzontale, sia pure approssimativamente.

Nel 1° caso esiste dunque uno spessore costante di quarzo, che, unito allo spessore costante della lamina birifrangente in esame, produce complessivamente nella vibrazione luminosa trasmessa un ritardo di fase indipendente dalla lunghezza d'onda di questa e differenza dei ritardi di fase che lamina e quarzo separatamente introducono. *Se questo ritardo di fase è nullo,* la prova permette semplicemente di concludere che la lamina esaminata ha la stessa dispersione di birifrangenza del quarzo con cui è costruito il *babinet*; *si ha così un metodo semplice e, se si usano ordini un po' elevati, molto sensibile per confrontare le curve di dispersione di birifrangenza di lamine di quarzo di diversa provenienza.*

Se questo ritardo di fase non è nullo, la lamina introdotta e il quarzo del babinet *si prestano a costruire una lamina a birifrangenza acromatica.*

---

[1] Poichè conviene che l'ordine delle lamine introdotte sia piuttosto elevato (ritardo di una decina di lunghezze d'onda e anche più), non tutti i compensatori di Babinet si prestano; occorrerà eventualmente incollare in opportuno orientamento una lamina di quarzo parallela all'asse e a facce parallele su di una delle biette del compensatore.

Il 2° caso si può considerare come il più favorevole, perchè coincide con la seconda parte del precedente e *permette di concludere senz'altro che la lamina in esame e il quarzo del babinet si prestano a costruire una lamina a birifrangenza acromatica.*

Il 3° caso esclude la possibilità di ottenere birifrangenza acromatica dalla lamina considerata, accoppiata al quarzo, di cui è fatto il babinet.

Con l'intermediario del quarzo del *babinet* può ancora farsi il confronto tra la dispersione di birifrangenza di due lamine birifrangenti e decidere se esse, incrociate e sotto opportuno rapporto degli spessori, si prestano a formare una lamina a birifrangenza acromatica. Ma la cosa non è più facile e immediata come nel caso precedente.

Esaminando diverse lamine di spessore $1 \div 3$ mm. di gesso, mica, quarzo, aragonite, topazio, nitrato di potassio, ho ottenuto i vari casi.

Si noterà subito che, supposto pure che si presentino i casi più favorevoli 1° e 2°, si cade nel problema della determinazione del ritardo di fase prodotto da una lamina birifrangente a facce parallele. E infatti sol così si potrà determinare l'ordine della lamina a birifrangenza acromatica trovata, e, quindi, noti gli spessori corrispondenti del quarzo e della sostanza di cui è fatta la lamina, si potranno finalmente calcolare gli spessori pel $^1/_4\,\lambda$ acromatico.

Se si tratta di una lamina di quarzo in cui la dispersione di birifrangenza non è molto diversa da campione a campione, si può fondare la misura dell'ordine della lamina sullo spostamento della frangia acromatica del *babinet* usato con luce bianca nel modo solito. Si è sicuri di fissare senza sbagliare la frangia acromatica, anche con ordini discretamente elevati.

Qui si tratta invece di cercare l'ordine di una lamina a dispersione di birifrangenza volutamente diversa da quella del quarzo, *anzi si cerca proprio una frangia acromatica* [1] in cui

[1] La disposizione indicata nelle pagine precedenti si riduce appunto a questa ricerca, ma, senza l'uso dello spettroscopio, risulta più scomodo e meno preciso assicurarsi dell'acromatismo di una frangia; d'altra parte, è praticamente difficile accorgersi di essere nel caso 2), che è pure l'unico

l'ordine corrispondente pel quarzo, che il *babinet* ci fa conoscere immediatamente, non sia eguale all'ordine della lamina introdotta, ordine che è necessario conoscere.

Brace [1] ha risoluto il problema sfruttando la forma a cuneo delle lamine che esaminava. Se si esamina lo spettro *cannelé* ottenuto per l'introduzione del cuneo tra nicol incrociati, come descrive il Brace, al crescere (p. es.) dello spessore del cuneo in corrispondenza della fenditura dello spettroscopio, si noterà uno spostamento delle *cannelures* verso la parte rossa dello spettro; ma è maggiore il numero delle *cannelures* che entrano nel campo dello spettroscopio dalla parte violetta, del numero di quelle che escono dal campo dalla parte rossa; così, al crescere dello spessore della lamina, cresce, come è evidente, il numero di *cannelures* che sono nel campo dello spettroscopio. Si fissino nello spettro due lunghezze d'onda λ_1 e λ_2, l'una p. es. nel rosso, l'altra nel bleu. Il numero di *cannelures* dello spettro tra λ_1 e λ_2 è dato da

$$\frac{(n_x\lambda_2 - n_y\lambda_2)\,s}{\lambda_2} - \frac{(n_x\lambda_1 - n_y\lambda_1)\,s}{\lambda_1} = \left[\frac{(n_x\lambda_2 - n_y\lambda_2)}{\lambda_2} - \frac{(n_x\lambda_1 - n_y\lambda_1)}{\lambda_1}\right] s$$

(dove i simboli hanno significato evidente), dunque proporzionale allo spessore s. Anche l'ordine della lamina per λ_1 (p. es.) è proporzionale ad s, perchè è

$$\frac{n_x\lambda_1 - n_y\lambda_1}{\lambda_1} \cdot s \,.$$

Se s cresce (si sposta opportunamente il cuneo avanti alla fenditura dello spettroscopio), in corrispondenza di λ_1 passano tante *cannelures* quanto è l'aumento dell'ordine della lamina. Se si fa crescere s finchè tra λ_1 e λ_2 risultino comprese p. es. il numero doppio di *cannelures* di quelle originariamente esistenti, vuol dire che s è raddoppiato. Se, durante questa operazione, sono

---

caso favorevole che si presenti, essendo il caso 1) qualche volta uno specialissimo caso 2), ma indicando più spesso una eguaglianza di dispersione di birifrangenza tra quarzo e lamina introdotta.

[1] Lav. cit.

passate N *cannelures* in corrispondenza di λ_1, l'ordine della lamina, per la lunghezza d'onda λ_1, è cresciuto di N unità; ma tale ordine è raddoppiato se raddoppiato è lo spessore; dunque, l'ordine finale della lamina è $2N$ e l'ordine iniziale era N (1).

Ho già notato quanto sia scomodo dover ottenere cunei di ciascuna sostanza da esaminare, in particolare di mica; onde ritengo più pratico trovare l'ordine della lamina in istudio per una λ particolare, p. es. $\lambda = 546{,}1$ Hg, dalla misura di spessori (2) e da alcune misure preliminari atte a fornire con approssimazione crescente la birifrangenza della lamina (lamina sottile, di ordine inferiore ad *1*; il *babinet* usato in luce monocromatica ne dà l'ordine ad $^1/_{100}$; lamina 10 volte tanto (circa) in ispessore, si ricava l'ordine dalla determinazione precedente senza tema di sbagliare di una unità, lo si misura sperimentalmente; l'ordine verrà determinato a meno di $^1/_{100}$ di unità, cioè a meno di $^1/_{1000}$, e così via fino a determinare, senza incertezza di un intero, gli ordini corrispondenti agli spessori che servono per le esperienze di pag. 1025. Le lamine di gesso e mica per sfaldatura e la misura di spessori si fanno tanto facilmente che questo metodo risulta molto più semplice di quello di analisi della vibrazione luminosa trasmessa: richiede però, come già si è accennato, lamine spesse (per es. dell'ordine di 1 mm. per la mica).

Che se anche si dovesse ora ricorrere al metodo indicato dal Brace per la determinazione dell'ordine, si noti che: 1° lo si farebbe solo sul materiale che, presentando i casi 1° e 2° di pag. 1027 (e specialmente il 2°), ha già indicato di poter servire alla costruzione dell' $^1/_4\,\lambda$ acromatico; 2° per la mica si può sostituire al cuneo una lamina a gradinata (fig. 4) facilmente ottenibile eseguendo lievi intaccature sulla faccia iniziale e successive asportazioni di straterelli per

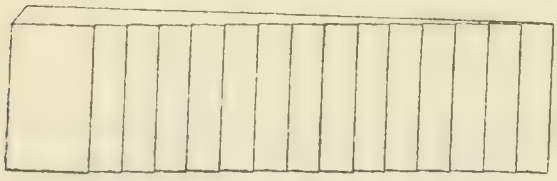


Fig. 4.

(1) La dimostrazione del Brace, oltre che più lunga, è esposta in modo da far erroneamente pensare che ciò si abbia solo quando $n_x - n_y$ sia una funzione di λ di forma particolare.

(2) V. p. 1031-1033.

sfaldatura; gli straterelli possono avere spessore fino a circa 0,1 mm. (così si ha variazione di una sola unità, circa, nell'ordine, passando da un gradino all'altro).

Concludendo, a me sembra che la disposizione sperimentale di pag. 1023 offra dei notevoli vantaggi pratici, in quanto che permette di scegliere con facilità quelle sostanze dalle quali, abbinate al quarzo, si può ottenere una combinazione acromatica. Si va incontro a qualche complicazione se si vuole escludere il quarzo dalla lamina acromatica. Scelte le sostanze birifrangenti opportune, si dovranno infine calcolare gli spessori delle due lamine componenti il $^1/_4\,\lambda$ acromatico, onde passare alla loro esecuzione.

Sulla misura degli spessori.

Dalla conclusione delle pagine precedenti risulta la necessità di poter compiere facilmente misure molto accurate degli *spessori di lamine cristalline.*

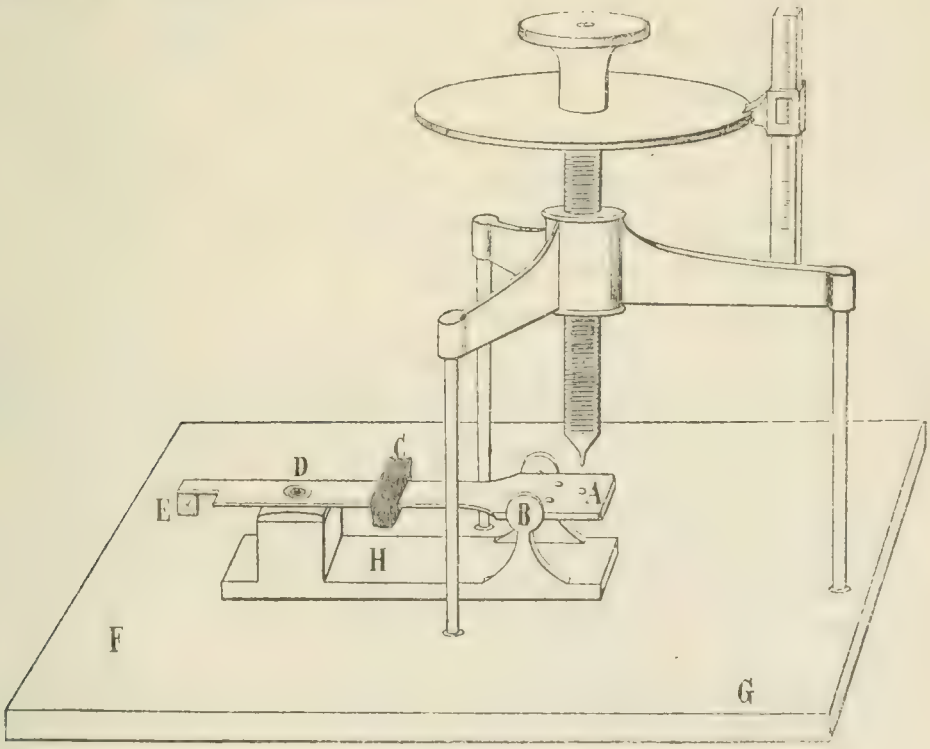


Fig. 5.

La fig. 5 mostra chiaramente quale modificazione io abbia apportato ad uno sferometro ordinario, per aumentarne la sen-

sibilità. La leva EA di lastra di vetro, girevole attorno a un perno B ben lavorato e senza giuoco, porta il contrappeso C, con che si potrà regolare la pressione della punta contro la semisferetta A, e quindi la pressione sulla lamina da misurare. In E è una lastrina verticale con su inciso un reticolo di due segni in croce. Nella posizione di riposo, la leva poggia in D su di una superficie sferica di piccola curvatura; ivi si formano gli anelli di Newton.

L'indicazione del contatto tra la punta e la lamina di cui si misura lo spessore, la quale vien poggiata sulle tre semisferette disegnate in figura, ed una delle quali è A, si ottiene:

1° o ad un microscopio (ingrandimento, un centinaio di diametri) fornito di reticolo e fissato rigidamente in F al piatto G che sostiene lo strumento (questo microscopio è puntato sul reticolo E; in figura non è disegnato);

2° o esaminando gli anelli di Newton in D mediante un oculare anch'esso fisso alla piattaforma G e puntato su D, fornito di reticolo di foggia opportuna. Si abbassa la punta dello sferometro finchè essa tocca il corpo di cui si vuol misurare lo spessore, posto su A; allora gli anelli cominciano a spostarsi; si porta a coincidere col reticolo uno degli anelli, di ordine prefissato, che vanno formandosi (1°, 2° o 3° al massimo in luce bianca). Ci si deve assicurare che nella posizione di riposo la zona centrale degli anelli corrisponda sempre all'ordine 0, cioè ivi esista effettivo contatto tra le due facce. Ciò è verificabile facilmente premendo lievemente su D, quando l'apparecchio è nella posizione di riposo e assicurandosi che con ciò non si formano nuovi anelli al centro dei preesistenti. In queste condizioni si è di regola quando siano ben pulite le due facce che concorrono a formare gli anelli.

Così la sensibilità è di ca. $^1/_{25}$ di frangia, quindi di ca. 0,01 μ. La precisione non può essere tale per tutte le cause di errore che influenzano la misura; incostanza e conoscenza non sufficentemente precisa del passo della vite, variazione del passo con la temperatura; infine, eseguita anche la taratura della vite micrometrica con un metodo interferometrico, non si è sicuri che la vite riprenda la sua posizione, quando così ci dice la graduazione di essa.

Per la misura di piccoli spessori (fino ad alcune decine di

micron, per la misura della dispersione di birifrangenza dall'analisi della vibrazione ellittica trasmessa) si ottiene una sensibilità e una precisione pari alla sensibilità dell'apparecchio precedente con il seguente metodo interferometrico:

Su di una robusta piattaforma di metallo AB (fig. 6) poggia una lastra di cristallo CD mediante le due punte G, H e un

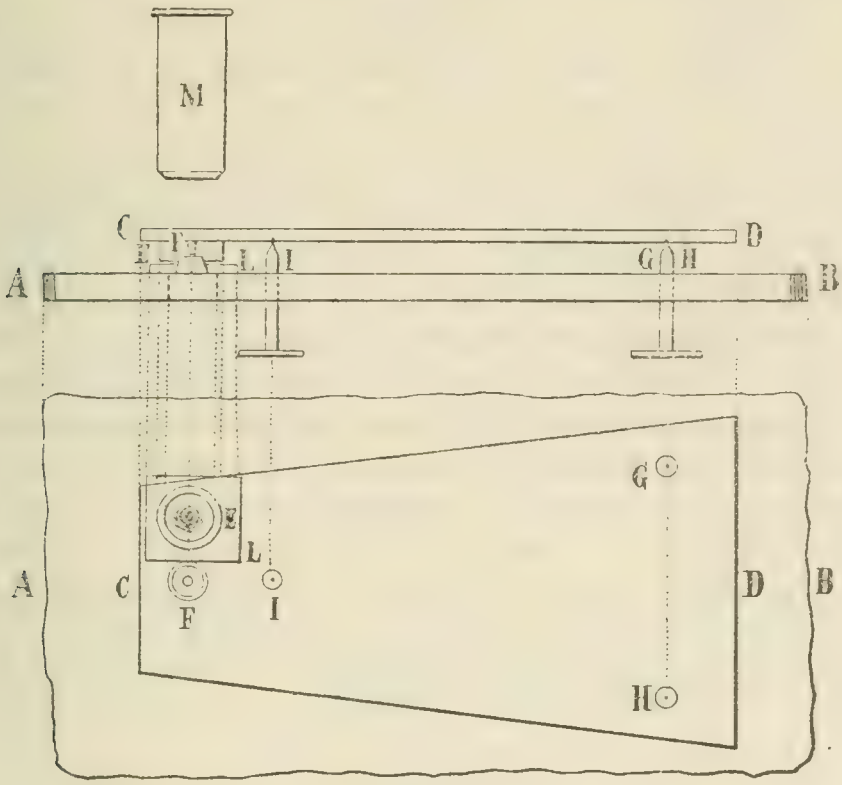


Fig. 6.

dischetto di vetro masticato sulla piattaforma, al quale si contrappone una punta F unita alla lastra CD [1].

Accanto ad F sulla piattaforma AB si trova un foro ricoperto superiormente da una lastra L di vetro a facce piane e parallele; sulla faccia inferiore di CD è masticata, mediante la faccia piana, la lente piano-convessa E. Le cose sono aggiustate in modo che EF nella pianta disegnata in fig. 6, sia parallela a GH, e non è difficile, manovrando le viti G, H, di far sì che E ed L non si tocchino, ma siano così vicini che già in

[1] Anche qui avevo tre punti d'appoggio della lamina da misurare: uno è F (v. fig. 5), gli altri non sono segnati in figura.

luce bianca si vedano gli anelli di Newton. Questi si producono illuminando dal disotto, con luce monocromatica, p. es. 546,1 Hg, il foro fatto nella lamina $A\,B$, e vengono esaminati con un oculare M, unito rigidamente alla piattaforma $A\,B$, fornito di reticolo di forma opportuna e posto ben perpendicolare alla superficie superiore del vetrino L.

Per eseguire una misura di spessore, si avvita la vite I fino a sollevare F dal suo appoggio di una distanza sensibilmente superiore allo spessore da misurare; si contano mediante M gli anelli che così spariscono; si introduce in F la laminetta di cui si cerca lo spessore; si riabbassa dolcemente $C\,D$ svitando la vite I e si contano gli anelli che così si formano. La differenza tra il numero d'anelli contati nelle due osservazioni dà lo spessore cercato in $^1/_2$ lunghezze d'onda della luce usata. Si può anche qui apprezzare $^1/_{25}$ di frangia.

Con luce ben monocromatica e con due viti ben graduate G, H e piuttosto distanti tra loro, si potrebbero ottenere senza grande difficoltà misure di spessori fino a qualche cm., con la precisione di $^1/_{50}\,\lambda$, cioè di circa $0{,}01\,\mu$.

Ho potuto compiere la parte sperimentale di questo lavoro grazie all'ospitalità concessami dal Prof. Pochettino, al quale porgo i miei più vivi ringraziamenti.

R. Istituto Fisico dell'Università di Torino.
Maggio-Giugno 1919.

Una nuova specie del genere " Lymphosporidium „

Nota del Dr LUIGI COGNETTI DE MARTIIS

(con una tavola)

Il genere *Lymphosporidium* venne istituito da G. N. Calkins nel 1900 per un interessante protozoo parassita in varî organi e tessuti di *Salvelinus fontinalis* Mitch. I pesci infetti dal parassita erano morti in grandissimo numero in una peschiera privata di Long Island nello Stato di New-York. L'eminente protozoologo americano potè seguire il ciclo del parassita nei rapporti col corpo dell'ospitatore, e così lo riassume. Il protozoo penetrerebbe nel pesce probabilmente per le vie digerenti, forse allo stadio di spore; queste sviluppandosi nell'intestino divengono altrettanti sporozoiti, che, attraversando l'epitelio intestinale, raggiungono le vie linfatiche. Qui gli sporozoiti si cambiano in organismi ameboidi che si addentrano nei fasci muscolari e in questi giungono a maturità come parassiti intercellulari o " possibly „ intracellulari. Questi in seguito escono dai muscoli e producono le spore, che, poste in libertà nella cavità del corpo o nella linfa, si disperdono in tutte le parti del corpo (1).

Il carattere più spiccato di *Lymph. truttae* è dato dall'assenza di un nucleo ben definito durante tutto il suo ciclo. Le spore, piriformi, spesse 2-3 μ, sono formate di citoplasma denso, omogeneo, dotato di grande affinità pei coloranti cromatinici; ciascuna spora produce otto sporozoiti sferoidali, spessi circa μ 0,5 (2).

Gli organismi ameboidi derivati per accrescimento degli sporozoiti rassomigliano dapprima alle spore, senza mostrare tuttavia la medesima

(1) Nei muscoli della parete del corpo accumuli di spore occluderebbero i canalini linfatici, determinando atrofia di tessuti e conseguentemente le pustole e le ulcerazioni caratteristiche dei pesci malati o morti.

(2) Calkins studiò sezioni di materiale fissato in liquido di Flemming forte, in sublimato, o in acido picro-acetico di Boveri, e tinto con ematossilina ferrica, tripla colorazione di Flemming, o con tionina, in contrasto con eosina.

struttura compatta nel citoplasma, e in seguito, crescendo ancora, divengono ameboidi. In questo stadio il citoplasma mostra una struttura alveolo-reticolare, un ecto- e un endoplasma sono poco distinti. " The " body of the cell is well filled with distinctly staining granules, and " for a long time the animals were overlooked because of their striking " resemblance to the nuclei of muscle cells „ (p. 518). Gli organismi ameboidi maturi per la formazione delle spore raggiungono 25-30 μ in lunghezza. La formazione delle spore è verosimilmente preceduta dalla unione di due o più individui in una massa tondeggiante, spessa 25-30 μ, che non pare sia avvolta da membrana cistica; i granuli intensamente colorabili scompaiono dalle regioni periferiche e appaiono raccolti in parecchie masse nell'interno dell'organismo sporulante. Queste masse sono le spore.

Pur avendo stretta analogia nel modo di vita con i *Mixosporidi*, che sono appunto parassiti comuni nei pesci, *Lymph.* non può, secondo Calkins, annoverarsi fra i detti Sporozoi, nè può essere classificato fra i Coccididi o fra i Sarcosporidi o fra gli Emosporidi.

Nel suo trattato sui Protozoi (1910), Calkins accoglie il genere *Lymph.*, unitamente a *Serumsporidium* di Pfeiffer (1895) e a *Blanchardina* di Labbé (1899), in un gruppo *incertae sedis*, *Serumsporidia*, ch'egli annovera fra gli Sporozoi, come già fecero Labbé (loc. cit.) e, prima ancora, Wasielewski (1896) (1), quando il gruppo non comprendeva che il gen. *Lymph.* Tale gruppo, elevato al grado di ordine, e accresciuto del gen. *Botellus* di Moniez (1887), venne pure accolto da Minchin nella sua monografia sugli Sporozoi (1903, p. 312), mentre Delage e Hérouard (1896, p. 300), che ritennero *Botellus* = *Serumsporidium*, avevano collocato i *Serumsporidia* di Pfeiffer in appendice agli Sporozoi, assieme ad altri piccoli gruppi. Caullery e Mesnil (1905, p. 163) proposero la fusione del gen. *Blanchardina* col gen. *Serosporidium*, e — con dubbio — l'ammissione di quest'ultimo nel gruppo degli Haplosporidi, da essi istituito pochi anni prima (1899) come ordine degli Sporozoi, e precisamente nella fam. *Coelosporidiidae*; del genere *Lymph.* essi non tennero conto nella discussione delle tre famiglie del nuovo gruppo e delle forme che con esse presentano qualche affinità. Nel trattato di Doflein (1909 e 1911) gli Haplosporidi sono considerati come ordine della sottoclasse Neosporidia, da aggiungere a quelli dei Cnidosporidi e dei Sarcosporidi; in appendice agli Sporozoi sono annoverati i gen. *Serumsp.*, *Botellus*, *Blanchardina*, *Lymph.* Minchin nel suo recente trattato (1913 e 1917, p. 425) pone dubitativamente i Serumsporidia di Pfeiffer fra gli Haplosporidi, che considera come ordine

(1) Questo autore modificò il nome Serumsporidia in Serosporidia.

a parte dei Neosporidi (1913 e 1917, p. 399), ma non fa cenno del gen. *Lymph.* Quest'ultimo è invece considerato nella sua monografia sui Cnidosporidi da Auerbach (1910), senza però pronunciarsi sulla sua posizione sistematica. Va infine ricordata la distribuzione dei gen. sopranominati proposta da Poche (1913), che pone provvisoriamente il genere *Serumsp.* di Pfeiffer (incl. *Blanchardina*) nell'ordine degli Haplosporidi, mentre — a cagione della scarsa conoscenza che se ne ha — considera *Lymph.* di Calkins e *Botellus* di Moniez come generi *incertae sedis* della superclasse Plasmodroma (1). Il prudente riserbo di Poche non è fuor di luogo; *Lymph.* ha invero caratteri che lasciano incerti sulla sua posizione sistematica. Lo stesso carattere del nucleo diffuso è ripetuto in alcuni Rizopodi e Flagellati, come già fece notare Calkins (1900, p. 518), ma questo autore, come sopra è detto, annoverò il suo genere fra gli Sporozoi (2).

La conoscenza di un nuovo *Lymph.* riesce quindi interessante, non solo dal punto di vista sistematico, ma specialmente nei riguardi della citologia, giacchè esso viene ad accrescere il numero delle forme a nucleo diffuso, e ancora per ciò che ha tratto alla parassitologia. La nuova specie non è parassita di pesci come quella scoperta da Calkins, bensì di un oligochete del gen. *Pheretima* (3), proveniente dalla Nuova Guinea settentrionale. Essa vive e si riproduce negli organi fagocitarî segmentali (4), disposti a fianco del vaso dorsale sopra l'intestino.

Il materiale che servì per le mie ricerche era fissato in alcool: lo esaminai in sezioni tinte con emallume acido Mayer

---

(1) Suddivisa nelle cinque classi: Flagellata, Rhizopoda, Cnidosporidia, Sporozoa, Haplozooidea.

(2) Col nome di *Lymph. equi* venne descritto da Gasperini (1905-1915) il protozoo parassita che produce la malattia contagiosa, propria degli equini, distinta col nome di farcino, o linfangite farcinosa, o linfosporidiosi equina. Questo parassita non pare possa classificarsi accanto a quello descritto da Calkins col nome *Lymph. truttae*: si attende la pubblicazione del lavoro di Gasperini con la descrizione particolareggiata dell'agente specifico del farcino, al quale converrà meglio un altro nome generico.

(3) *Pheretima (Parapheretima) Beaufortii* Cogn.; per la sua descrizione rimando ai miei lavori (1911 e 1911[a]) sugli Oligocheti della N. Guinea; per altri Protozoi parassiti che essa ospita, vedasi la mia recente nota preliminare (1918).

(4) Altrimenti detti ghiandole linfatiche; per la descrizione si consultino i lavori di Schneider (1896) e di Thapar (ubi lit.).

o con ematossilina ferrica Heidenhain, e con coloranti di contrasto (eosina, congorinto, orange g.).

Tutti gli stadî che mi fu dato di osservare sono caratterizzati da una spiccata affinità del loro citoplasma pel colorante cromatinico (1). Lo stadio che può considerarsi pressochè iniziale nel ciclo del parassita è rappresentato da piccole amebe anucleate (fig. 2 e 3), di forma variabilissima. Ne trovai un gran numero dentro ad una grossa cisti di ? Haplosporidio, situata in un organo fagocitario, frammiste alle spore stesse (fig. 3 *sp.*). La loro lunghezza è di circa 5-6 μ; deformandosi si assottigliano in qualche tratto fino a ridursi allo spessore d'una frazione di μ; i lobi sono arrotondati. Non è possibile distinguere un eso- e un endoplasma: tutto il citoplasma mostra una struttura reticolare a maglie più o meno larghe. Il margine della cellula, i filamenti del reticolo e i nodi di quest'ultimo trattengono il colorante sopra ricordato; l'eosina non ha presa su alcuna parte.

Nel giudicare la pertinenza dei piccoli ameboidi a *Lymph.* mi è naturalmente venuto il dubbio che essi fossero nuclei di linfociti dell'oligochete ospitatore, oppure che fossero giovani organismi di ? Haplosporidio usciti dall'involucro sporale.

L'una e l'altra ipotesi possono essere combattute dal fatto che in altri cumuli di spore uninucleate di ? Haplosporidio non trovai i piccoli ameboidi. Il contenuto di ogni spora (fig. 3 *sp.*) consta di una celluletta tondeggiante (2), provvista di un piccolo nucleo e di un protoplasma mediocremente eosinofilo; mentre i piccoli ameboidi hanno tutt'altro aspetto e dimensione sensibilmente maggiore. Il nucleo dei linfociti ha qualche rassomiglianza con i piccoli ameboidi in questione, ed è su per giù grande lo stesso, ma ne differisce per l'aspetto granuloso del contenuto (cromatina) e per una minore deformabilità (3). Nè va dimenticato che attorno ad ogni nucleo di linfociti si trova sempre il citoplasma disposto a

---

(1) Emallume acido Mayer con ulteriore trattamento con soluzione di allume potassico all'1 : 100.

(2) Verosimilmente coartata per azione disidratante del fissatore (alcool).

(3) Ricordo qui la rassomiglianza notata da Calkins (1900, p. 518) fra gli organismi ameboidi di *Lymph. truttae* e i nuclei delle fibre muscolari dell'ospitatore.

mo' di alone più o meno deformato, a struttura di regola omogenea (fig. 1 e 13, *lf.*), mentre attorno ai piccoli organismi ameboidi non si osserva alcun alone, anche se esaminati nelle migliori condizioni, cioè isolati dalle spore a cui sono commisti.

Si comprende d'altra parte come non sia agevole riconoscere i piccoli ameboidi della specie in discorso qualora si presentino mescolati intimamente a dei linfociti o alle cellule connettive degli organi fagocitarî. L'abbondanza di piccoli ameboidi nella cisti di ? Haplosporidio è probabile indice di chimiotropismo.

Grossi esemplari ameboidi si trovano frequenti, interposti agli elementi degli organi fagocitarî o mescolati ai varî materiali inclusi in questi organi. Se ne distinguono di due sorta: privi di nuclei e provvisti di nuclei, tutti assai variabili di forma.

I primi ritengo derivino per accrescimento dagli ameboidi piccoli sopra descritti. Come quelli si tingono intensamente col colorante nucleare, ma presentano un citomitoma più compatto. Neppure nei grossi ameboidi è possibile distinguere eso- ed endoplasma. È caratteristica la presenza di vacuoli più o meno ampî, disposti in prevalenza nella regione centrale (fig. 4). Di regola negli esemplari più grossi, questa è occupata da un'unica ampia lacuna, a contorno irregolare e mal definito, deformata in rapporto alla configurazione esterna dell'esemplare (fig. 5, 6, 7). I lobopodi, pronunciatissimi, e talora assai intensamente colorati, hanno aspetti molto varî, e sono non di rado collegati alla porzione centrale da esili peduncoli, cilindrici o laminari. Lobopodi acuminati possono presentarsi, indice probabilmente d'una fase di retrazione (fig. 6). Talvolta tutto l'organismo si presenta come un insieme di lobi peduncolati, e assume aspetto dendritico per riduzione estrema della parte centrale (fig. 8). In tale condizione vacuoli o lacune non sono più riconoscibili: verosimilmente il liquido in essi raccolto s'è diffuso fra le maglie del citoplasma in modo uniforme.

Le dimensioni dei più grossi ameboidi privi di nuclei osservati s'aggirano intorno ai 20-25 μ (1).

---

(1) Simile grandezza raggiungono gli ameboidi adulti di *Lymph. truttae* Calk. Vedasi a pag. 1041 la descrizione degli ameboidi provvisti di nuclei.

Un altro stadio in cui si presenta la specie in discorso negli organi fagocitari dell'ospitatore, è quello di forma *ovoide* lunga 21-38 μ, spessa 9-12 μ. Anche in questo stadio si mantiene ben palese l'affinità del citoplasma per il colorante nucleare. La struttura del citoplasma è simile a quella che s'osserva nei grossi ameboidi: il citomitoma compatto è distribuito prevalentemente alla periferia, mentre nella regione centrale si trovano vacuoli irregolari, sostituiti non di rado da un'unica ampia lacuna (fig. 9, 11, 13).

Nella forma ovoide è costante un differenziamento polare: una delle estremità presenta un mucrone più o meno palese (fig. 9-13), lungo di regola 1-2 μ, raramente più lungo (fig. 11) o forcuto (fig. 10). Quest'ultimo carattere sta ad indicare una mobilità del polo mucronato; l'altro polo è arrotondato.

Nella maggioranza degli ovoidi osservati notai pure che la metà dell'organismo cui appartiene il polo mucronato è foggiata a cupola, mentre l'altra metà è conica (fig. 12). Il mucrone può presentarsi meno colorato del rimanente citoplasma corticale (fig. 13).

Gli ovoidi si lasciano distinguere in due tipi: gli uni sono privi di addensamenti cromatinici, gli altri ne presentano un certo numero, distribuiti nella zona corticale. I caratteri di forma, di struttura e di colorabilità del citoplasma sono uguali nei due tipi; così gli uni come gli altri ovoidi possono mostrarsi liberi negli organi fagocitari, oppure avvolti da linfociti (fig. 11 e 13, *lf.*). Tra i linfociti e l'ovoide da essi circoscritto non è riconoscibile una membrana cistica. Lo stadio ovoide corrisponde tuttavia ad una fase di incistamento, preceduta, con tutta verosimiglianza, dalla fusione di due organismi ameboidi adulti. Il volume di un ovoide è sensibilmente superiore a quello di un grosso ameboide.

Gli addensamenti di cromatina che caratterizzano uno dei tipi di ovoidi hanno struttura compatta e sono disposti nel citomitoma col quale sono a diretto contatto, ma spiccano su questo per la colorazione più intensa (fig. 13). La loro forma è tondeggiante, il loro numero non è costante per i varî esemplari: ne contai da una ventina (1) a oltre una cinquantina. Il diametro è in ragione inversa della loro quantità: da poco meno

(1) In un esemplare tinto con ematossilina ferrica.

di 1 μ si giunge a poco più di 2 μ. È a credere che i piccoli addensamenti iniziali di cromatina si associno (? a 2 a 2) per formare i più grossi: quelli iniziali provengono probabilmente da granuli più piccoli disposti sul citomitoma, ma i piccoli granuli non sono risolvibili nei miei preparati.

Gli ovoidi conservano intensa colorabilità del citomitoma anche quando mostrano gli addensamenti di cromatina. A questi addensamenti si sarebbe tentati di dare il valore di spore, ma credo più giusto considerarli quali nuclei temporanei (1).

Invero un ultimo stadio in cui mi si presentò la nuova specie è quello, già sopra ricordato, di ameboide provvisto di nuclei: questo non sarebbe che un ovoide che ha riacquistato il movimento ameboide al termine della preparazione dei nuclei temporanei.

Non ho potuto osservare esemplari plurinucleati che mostrassero una forma transitoria fra l'ovoide e l'ameboide, notai però attorno a varî grossi ameboidi plurinucleati un invoglio simile di aspetto a quello formato dai linfociti attorno agli ovoidi; così dicasi dell'ameboide di cui una porzione è riprodotta nella fig. 14.

Il contorno degli ameboidi plurinucleati si presenta spesso frastagliato per suddivisione in molti lobi più o meno allungati, tondeggianti, clavati e talvolta acuminati (fig. 15 e 16).

Frequentissima è la disposizione dei nuclei nei lobi: ogni nucleo mostra quasi sempre un piccolo alone incoloro (2). Il citoplasma degli esemplari a contorno molto frastagliato appare meno tinto dall'emallume.

Anche gli ameboidi plurinucleati mostrano spesso delle lacune incolore nella regione centrale (fig. 14 e 17).

L'estrema deformabilità degli ameboidi plurinucleati induce a credere ch'essi possano scindersi in porzioni plurinucleate: si trovano invero negli organi fagocitarî dell'oligochete ospitatore degli ameboidi plurinucleati di dimensioni molto minori di quelle degli esemplari in parte riprodotti nelle fig. 14, 15 e 16; così dicasi degli ameboidi di fig. 17, 18 e 19. Anche nei piccoli ameboidi si nota la produzione di lobi, nei quali sono distribuiti i nuclei (fig. 19).

---

(1) Forse essi provengono ciascuno dalla mescolanza di cromatina già diffusa nel citomitoma degli ameboidi (? due) uniti a formare un ovoide.

(2) Non visibile negli ovoidi plurinucleati.

Sia i grossi che i piccoli ameboidi plurinucleati molto probabilmente si risolvono in altrettante piccole cellulette quanti sono i nuclei: ogni celluletta, per dissoluzione del nucleo, diverrebbe un piccolo ameboide anucleato.

Il reperto dei piccoli ameboidi anucleati lunghi 3-4 μ. mi fu agevolato dalla loro presenza in gran numero nella cisti di un altro parassita (v. sopra): riconoscerli quando sono insinuati fra le cellule degli organi fagocitarî, non è cosa facile. Meno facile è riconoscere le cellulette uninucleate: nei casi in cui mi parve ravvisarne piccoli gruppi, non mi riuscì di stabilire con esattezza se fossero separate o ancora riunite a formare un ameboide plurinucleato.

Il diametro di una celluletta nucleata dev'essere su per giù uguale a quello di un piccolo lobo nucleato di un ameboide, e cioè pari a 3-4 μ.

Il ciclo del nuovo *Lymph.* può così riassumersi:

a) piccoli ameboidi anucleati; *b)* ameboidi anucleati a citoplasma alveolare; *c)* grossi ameboidi anucleati a grandi cavità centrali; *d)* ? coniugazione; *e)* ovoidi mucronati senza nuclei; *f)* ovoidi mucronati plurinucleati; *g)* grossi ameboidi plurinucleati; *h)* ? produzione di cellulette uninucleate che si cambiano in *a)*.

Tale ciclo si compie per intero negli organi fagocitarî segmentali dell'oligochete ospitatore (1), ed è extracellulare.

Messo a confronto con quello di *L. truttae* si trova una discordanza pel fatto che in quest'ultima specie si ha la produzione di spore racchiudenti otto sporozoiti. Tale fenomeno, che forse potrebbe giustificare un ravvicinamento agli Sporozoi, non mi s'è rivelato nella nuova specie che ha tuttavia molta rassomiglianza con quella descritta da Calkins (2): in attesa che nuove ricerche confermino o scemino tale rassomiglianza, credo opportuno considerare la nuova specie come tipo di un sottogenere distinto che mi è grato denominare in omaggio all'eminente protozoologo americano.

---

(1) Non escludo ch'esso possa compiersi anche nel lume della cavità del corpo.

(2) Va pure fatta menzione della rassomiglianza del nuovo *Ly.* con *Ichthyophonus hoferi* Plehn e Mulsow, parassita dei Salmonidi, recentemente ripreso in esame da Neresheimer e Clodi (1914, ubi liter.) e annoverato fra i Ficomiceti.

Il genere *Lymphosporidium* dovrebbe quindi scindersi in:

subgen. LYMPHOSPORIDIUM, tipo *L.* (*L.*) *truttae* Calk.
e subgen. CALKINSELLA, tipo *L.* (*C.*) *pheretimae* n. sp.

La conoscenza di un *Lymph.* parassita in un oligochete può gettare un po' di luce sul modo d'infezione dei pesci: gli oligocheti acquatici sono uno degli alimenti prediletti di questi.

Dall'Istituto di Anatomia comparata della R. Università di Torino, Giugno 1919.

LAVORI CITATI

AUERBACH M., 1910, *Die Cnidosporidien*; Klinkhardt, Leipzig.

CALKINS G. N., 1900, *Lymphosporidium truttae, nov. gen., nov. sp. The càuse* ecc. " Zoologischer Anzeiger ", vol. 23, pag. 512-520, con 6 fig. nel testo.

ID., 1910, *The Protozoa*; Columbia Univ. Biol. Series VI.

CAULLERY M. e MESNIL F., 1899, *Sur les Haplosporidies, ordre nouv. des Sporozoaires.* " C. R. Acad. d. Sci. ", Paris, 1899, 16 oct.

ID. ID., 1905, *Recherches sur les Haplosporidies.* "Arch. de zool. expér. et gén. ", (4) 4, p. 101-181, tav. 11-13.

COGNETTI DE MARTIIS L., 1911, *Nuove specie dei gen.* " *Pheretima* " *e* " *Dichogaster* ". *Diagnosi preliminari.* " Boll. Musei Zool. e Anat. Comp. ". Torino, 26, n. 641.

ID., 1911, *Oligochaeta recueillis pendant la* " *Nederl. Nieuw-Guinea-Expeditie* " (1903). " Nova Guinea ", 5. fasc. 5. Brill, Leida.

ID., 1918, *Nuove Gregarine Monocistidee*, Nota preliminare. " Monitore Zool. Italiano ", 29, p. 147-149.

DELAGE Y. e HÉROUARD E., 1896, *Traité de zool. concrète*; T. I, *La cellule et les Protozoaires.*

DOFLEIN F., 1909 e 1911, *Lehrbuch der Protozoenkunde*, 2ª e 3ª ediz. Fischer, Jena.

GASPERINI G., 1905-1915. Vedasi la bibliografia nella monografia di questo autore: " *Linfosporidiosi equina* " in LUSTIG A., *Malattie infettive dell'uomo e degli animali*, vol. II, 1915. Vallardi, Milano.

LABBÉ A., 1899. *Sporozoa*, in: *Das Tierreich*, 5 Lief., Friedländer, Berlin.

MINCHIN E. A., 1903, *The Sporozoa*, in: RAY LANKESTER, *A Treatise on Zoology.* Part I, second fascicle. Black, London.

ID., 1912 e 1917, *An introduction to the study of the Protozoa.* 1ª e 2ª ediz. Arnold, London.

Moniez R., 1887. Vedansi le indicazioni bibliografiche in Labbé, 1899, p. 123.

Neresheimer E. e Clodi C., 1914, *Ichthyophonus hoferi* Plehn u. Mulsow *der Erreger der Taumelkrankheit der Salmoniden.* " Arch. f. Protistenk. „, 34, pp. 217-248, tav. 15-17.

Poche F., 1913, *Das System der Protozoa.* " Arch. f. Protistkde „, 30, p. 125-321.

Pfeiffer L., 1895. Vedansi le indicazioni bibliografiche in Labbé, 1899, p. 121.

Schneider G., 1896. *Ueber phagocytäre Organe und Chloragogenzellen der Oligocheten.* " Zeit. f. wiss. Zool. „, 61, p. 363-392, tav. 17-19.

Thapar, G. Singh, 1918. *The Lymph Grands in the genus* Pheretima, ecc. " Records Indian Mus. „, 15, pp. 69-76, tav. 6.

Wasielewski von ..., 1896. *Sporozoenkunde.* Fischer, Jena.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Tutte le figure vennero eseguite facendo uso della camera Nachet e dell'obbiettivo Koristka $^1/_{15}$ semi-apocromatico a immersione omogenea.

Fig. 1. Due linfociti di *Pheretima (Paraph.) Beaufortii* Cogn. × 1600.

Lymphosporidium (Calkinsella) pheretimae n. subgen. n. sp.

„ 2. Tre piccoli ameboidi anucleati. × 3000.
„ 3. Cinque id. × 1600 (*sp.* = spora di ? Haplosporidio).
„ 4. Grosso ameboide anucleato. × 1600.
„ 5, 6, 7. Porzioni di grossi ameboidi anucleati. × 1600.
„ 8. Grosso ameboide anucleato dendromorfo. × 800.
„ 9. Porzione di ovoide anucleato. × 1600.
„ 10. Estremità mucronata di ovoide anucleato. × 1600.
„ 11. Ovoide anucleato avvolto da linfociti (*lf.*). × 1600.
„ 12. Contorno di ovoide visto di lato. × 1600.
„ 13. Ovoide nucleato al quale aderiscono due linfociti (*lf.*). × 1600.
„ 14. Porzione di grosso ameboide plurinucleato. × 1600.
„ 15. Grosso ameboide plurinucleato. × 1600.
„ 16. Porzione id. × 800.
„ 17-19. Piccoli ameboidi plurinucleati. × 1600.

L'Accademico Segretario
Carlo Fabrizio Parona

CLASSI UNITE

Adunanza del 22 Giugno 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, i Soci Salvadori, Segre, Jadanza, Guidi, Parona, Grassi, Panetti, Sacco, Majorana;

e della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, i Soci Pizzi, De Sanctis, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Patetta. Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini, Segretario della Classe, che funge da Segretario delle Classi unite.

È scusata l'assenza dei Soci D'Ovidio e Mattirolo.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente delle Classi unite del giorno 8 corr. Il Socio Einaudi ringrazia l'Accademia per le condoglianze fattegli.

L'Accademico Segretario dà lettura della nota ministeriale con la quale si notifica che con decreto luogotenenziale in corso sono state approvate le elezioni del Socio Andrea Naccari a Presidente e del Socio Francesco Ruffini a Vicepresidente dell'Accademia, per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922. Legge inoltre altra nota ministeriale che notifica non avere il Ministero assegnata alcuna indennità di rappresentanza ai delegati delle Accademie alla riunione interalleata indetta dalla Académie des Inscriptions et Belles Lettres in Parigi.

Si procede alla votazione per l'assegnazione del Premio Gautieri di Filosofia (triennio 1915-1917). Giusta l'art. 7 del Regolamento, il Presidente mette a partito la proposta della Commissione che il premio sia diviso per metà tra l'opera di G. Saitta *Il pensiero di Vincenzo Gioberti* e quella di A. Levi *La filosofia politica di G. Mazzini*. La votazione si fa a schede segrete. Votano 20 Soci, essendo entrati nell'aula a votazione compiuta i Soci Panetti e Valmaggi. E il risultato della votazione è il seguente: 18 sì, 1 no, 1 scheda bianca. Perciò il Presidente dichiara attribuito il premio, venendo diviso per metà tra le due, alle opere di G. Saitta e A. Levi.

Si passa alla votazione per la integrazione della Commissione per il Premio Bressa, conforme all'art. 4 del Regolamento.

Vota prima la Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. I votanti sono 10. Risultano eletti i Soci Somigliana e Majorana.

Vota poi la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. I votanti sono 12. Risultano eletti i Soci Ruffini e Schiaparelli. Perciò la Commissione per il Premio Bressa risulta integrata coi Soci Somigliana e Majorana di una Classe, Ruffini e Schiaparelli dell'altra.

Si procede alla votazione per la integrazione della Commissione per il Premio Vallauri, conforme all'art. 4 del Regolamento. Vota la sola Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. I votanti sono 10. Risultano eletti a integrare la Commissione i Soci Jadanza e Sacco.

Il Socio Maiorana svolge la sua proposta che, durante il periodo delle vacanze accademiche, sia permessa ai Soci la presentazione di *Note* personali a integrazione del numero annuo stabilito dall'Accademia per la pubblicazione negli *Atti*; ma, in seguito a varie osservazioni del Presidente, anche a nome del Consiglio d'Amministrazione, e dei Soci De Sanctis e Stampini, i quali convengono sostanzialmente nel ritenere che non si possa accogliere la proposta Majorana senza contravvenire all'art. 26

dello Statuto accademico, il Socio Majorana ritira la sua proposta. Ma rimane inteso che sarà sempre libera l'Accademia di modificare lo Statuto, nel senso desiderato dal Socio Majorana, in adunanza espressamente convocata per la riforma dell'art. 26 citato.

Il Socio De Sanctis, riferendosi all'atto verbale dell'adunanza precedente, notifica, anche a nome del Socio Patetta, non essere ancora pervenute da Parigi le proposte relative alla costituzione definitiva della *Union académique* di cui si è discorso nella detta adunanza, mentre è necessario che nella seconda quindicina del mese d'ottobre i Delegati dell'Accademia siano muniti di pieni poteri, in seguito ad espresso mandato, per partecipare al comitato esecutivo che dovrà riunirsi di nuovo a Parigi. Si conviene perciò che, non appena arriveranno le proposte che s'aspettano, si indirà una adunanza straordinaria delle Classi unite.

Il Presidente augura buone vacanze accademiche ai Soci, che ricambiano l'augurio.

Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Giugno 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci Pizzi, De Sanctis, Sforza, Einaudi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Vidari, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, e Stampini Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente del giorno 8 corr.

Il Presidente dà comunicazione di una nota ministeriale, la quale annunzia che sono state approvate le rielezioni del Socio S. E. Paolo Boselli a Direttore e del Socio Ettore Stampini a Segretario della Classe per il triennio dal 20 aprile 1919 al 19 aprile 1922.

L'Accademico Segretario Stampini presenta alla Classe un magnifico album in cui sono contenute tutte le lettere pervenute al Comitato promotore per le onoranze a S. E. Paolo Boselli, per ringraziarlo dell'invio della speciale pubblicazione in tale circostanza fatta, a cura del detto Comitato, dall'Istituto italiano di Arti grafiche di Bergamo, della quale pubblicazione fu a suo tempo offerto un esemplare in omaggio all'Accademia. Legge, a tal riguardo, una lettera dell'Ing. Comm. Edoardo Baravalle, Presidente di quel Comitato, al quale la Classe unanime delibera siano rese le dovute azioni di grazie, appro-

vando in pari tempo che l'Album sia conservato nell'archivio della Reale Accademia.

L'Accademico Segretario presenta poi il *Discorso pronunciato dal Presidente on. Paolo Boselli nell'adunanza plenaria del 19 marzo 1919* dell'Istituto storico italiano, inviato dall'autore, Direttore della nostra Classe, all'Accademia. La Classe ringrazia. Presenta inoltre, quale omaggio del Comando del Deposito del 3° Reggimento Alpini all'Accademia, la pubblicazione fatta per la *Commemorazione degli Ufficiali del 3° Reggimento Alpini caduti per la Patria* (Torino, Tip. Schioppo, 1919), in cui è compreso il discorso letto in tale circostanza, il 23 febbraio u. s., da esso Socio Stampini. La Classe delibera che sia vivamente ringraziato il Colonnello comandante il Deposito del 3° Regg^to^ Alpini per il gradito omaggio.

Sono pure presentate dall'Accademico Segretario le seguenti pubblicazioni inviate dal Comando Supremo dell'Esercito (Ufficio stampa e propaganda): *Il II° Corpo d'Armata sulla fronte francese. Aprile-Novembre 1918; Azione delle Truppe Ausiliarie in Francia. Aprile-Novembre 1918; La Battaglia di Vittorio Veneto nei bollettini ufficiali italiani ed austriaci. 24 ottobre - 5 novembre 1918.* La Classe ringrazia. È inoltre data comunicazione della Relazione, ora stampata, presentata alla R. Accademia di archeologia, lettere e belle arti di Napoli dal Socio residente di quell'Accademia Giulio Emanuele Rizzo sulla proposta della " Società Piemontese di archeologia e belle arti ", per la ricostruzione dell'*Ara Pacis Augustae*. L'Accademico Segretario richiama in particolar guisa l'attenzione della Classe sulla data dell'ordine del giorno approvato da quella Accademia, che è l'11 marzo u. s., per mettere in rilievo che della grave questione, e sostanzialmente nel senso giustamente voluto dall'Accademia Napoletana, si occupò assai prima la nostra Classe, nella sua adunanza del 5 gennaio u. s., esprimendo il suo avviso in proposito, e che, nella successiva adunanza del 19 gennaio, il Socio De Sanctis fece alla Classe un'ampia esposizione dei motivi per i quali la

proposta della Società Piemontese non doveva essere accolta, significando il suo dissenso " di archeologo e di cittadino „ dalla proposta stessa.

Dal Socio Schiaparelli sono presentate alla Classe due monografie di Pasquale Baldi, una prima che ha per titolo *Il Santuario del Cenacolo* ed è stampata *Pro manuscripto* per cura della Associazione Nazionale per i Missionari italiani, alla quale è dovuta la stampa altresì dell'altra, che porta il titolo *La questione dei Luoghi Santi in particolare. I Santuari contestati,* e fa seguito ad una precedente pubblicazione già presentata alla nostra Classe, la quale ringrazia per i nuovi pregevoli scritti.

Sono presentate, e saranno pubblicate negli *Atti*, le seguenti *Note*:

1° *Epigrammi callimachei.* Nota IIª del Prof. Giorgio Pasquali, presentata dal Socio Patetta;

2° *Les réfugiés et les ouvriers italiens en France en 1849.* Nota di George Bourgin, presentata dal Socio Prato anche a nome del Socio Einaudi;

3° *Sull'infondata leggenda della " Tomba di David „ sottostante al Santuario del Cenacolo.* Nota del Socio corrispondente Carlo Nallino, presentata dal Socio Schiaparelli;

4° *Sensazioni muscolo-tendineo-articolari e sensazioni derivate.* Nota del Prof. Ettore Galli, presentata dal Socio Stampini a nome del Socio Vidari;

5° *Settecento canoro.* Nota IIª del Socio Cian (*);

6° *Scorci Tacitiani.* Nota del Socio Valmaggi;

7° *Sul sistema di accentuazione delle parole greche in latino.* Nota della Dott.ª Anna Teresa Mesturini, presentata dal Socio Stampini anche a nome del Socio Valmaggi.

Il Presidente, augurando alla Classe felici ferie accademiche, scioglie l'adunanza, mentre i presenti gli ricambiano il cortese augurio.

(*) Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

LETTURE

Osservazioni critiche intorno alla teoria dell'ammortamento dell'imposta e teoria delle variazioni nei redditi e nei valori capitali susseguenti all'imposta

Note I–II del Socio nazionale residente LUIGI EINAUDI

Capitolo Primo.

Appunti per la storia della teoria.

I. La controversia Adams-Seligman intorno all'ammortamento dell'imposta — Loro concordanza nell'affermare che solo l'imposta speciale e non quella generale dà luogo ad ammortamento. Nel " carico medio " tributario determinante il ribasso nel saggio dell'interesse entrerebbero però, secondo l'Adams, tutte le imposte generali o speciali, uniformi o differenziate — Fallacia della teoria corrente fondata sui rapporti fra campo d'imposizione tassato e campo esente — La negazione della possibilità di studiare gli effetti dell'imposta sul saggio dell'interesse da parte dello Seligman e sua contraddizione con i ragionamenti dello stesso autore . . . . . *Pag.* 1055

II. Richiamo ad una nota dello scrivente apposta alla memoria *Intorno al concetto del reddito imponibile* ecc., presentata nel 1912 a questa Accademia — Distinzione fra diminuzione nel reddito netto provocata dall'imposta e diminuzione nel saggio dell'interesse — L'imposta generale ed uniforme può diversamente influire sul saggio dell'interesse, a seconda che il suo impiego sia più, ugualmente o meno fecondo dell'impiego privato corrispondente della ricchezza — Si fa l'ipotesi neutra di uguale fecondità e di invariabilità conseguente nel saggio dell'interesse — Se ne deduce che anche l'imposta generale ed uniforme si ammortizza . . . . . „ 1063

III. Richiami alla teoria classica dei rapporti fra imposta e saggio dell'interesse — Riserve di Giovanni Stuart Mill alla tesi che l'imposta generale produca una diminuzione nel saggio dell'interesse, nel caso che essa agisca come stimolo alle invenzioni o come freno alla accumulazione — Consenso dello Smith, del Mill e dell'Edgeworth nell'affermare che, se l'imposta generale scoraggia lo spirito di accumulazione, tende a rialzare il saggio dell'interesse — Distinzione del Jarach tra l'imposta incidente su rendita e su reddito marginale dei capitali: in quest'ul-

timo caso il saggio dell'interesse, prima ridotto, tende a restituirsi al suo livello iniziale — Tesi dinamica del Borgatta, per cui da un iniziale rialzo nel saggio corrente dell'interesse dovuto all'imposta si giunge in ultimo ad un ribasso, persino al disotto del livello iniziale — Secondo il Griziotti, anche le imposte personali e progressive possono dar luogo ad ammortamento. Anch'egli combatte la tesi dell'esclusività dell'ammortamento in caso di imposta speciale o differenziale e dimostra che anche all'imposta generale può seguire ammortamento, essendo assurdo credere che l'imposta generale possa far diminuire costantemente il saggio dell'interesse . . . . . *Pag.* 1067

CAPITOLO SECONDO.

Contributo alla teoria.
In generale.

IV. Indeterminatezza del concetto di imposta generale ed uniforme sui redditi. Si fanno convenzioni opportune all'uopo, le quali conducono a mutarlo in quello di imposta " neutra „ — Avvertenze intorno alla differenza fra il concetto dell'imposta " neutra „ e quello dell'imposta ad aliquota aritmeticamente costante — Anche l'imposta ad aliquota variabile (progressiva e differenziata) e quella che esenta il risparmio nonchè un " sistema „ d'imposte possono essere neutre ossia generali ed uniformi . . . . . „ 1073

V. Si fa la premessa del *rebus sic stantibus* — Come essa sia stata svalutata dalle moderne teorie dell'equilibrio economico — Essa è identica alla ipotesi della imposta-grandine — Come l'imposta-grandine diminuisca i redditi, cresca il saggio dell'interesse ed in doppia maniera falcidii i valori capitali . . . . . „ 1076

VI. L'ipotesi dell'imposta-grandine non è valida. L'imposta non è fatto di natura, ma fatto dell'uomo — Oscilla tra i due sistemi dell'imposta-taglia e dell'imposta-economica — La scuola politica e la scuola economica della pubblica finanza — Secondo quest'ultima l'imposta segue la legge generale della ripartizione più economica della ricchezza — La pretesa decurtazione del reddito in conseguenza dell'imposta è un fantasma irreale — L'imposta è condizione necessaria per ottenere il reddito massimo — Si corregge la teoria esposta dallo scrivente nel 1912: richiamo alla nota tabella mengeriana — Non si può parlare, salvochè ai margini, di destinazioni più o meno feconde ad imposte o ad usi privati, ma di quella destinazione la quale dia il massimo risultato utile . . . . . „ 1077

VII. Si dimostra che la teoria ora svolta non cade nel sofisma di supporre distrutto un fattore della produzione, quindi annullata tutta la produzione, e quindi dovuta questa interamente ad esso — Neppure riproduce l'erronea dottrina dell'imposta-beneficio, dell'imposta riproduttiva: lo Stato collabora alla produzione dei beni materiali ed intellettuali in conformità dell'essere suo di ente politico . . . „ 1082

VIII. Le obbiezioni rivolte alla teoria economica dell'imposta dai seguaci della teoria politica o sociologica di essa: incapacità dei cittadini a dare un giudizio sulla utilità dei pubblici servizi; giudizio dato dai delegati e non dai cittadini, spesso sbagliato, dato nel proprio interesse, senza mandato, con mezzi illusori — La teoria economica dell'imposta sarebbe una formula politica (Mosca), un mito (Sorel), una derivazione (Pareto). Essa è invece la risultante del gioco di forze politiche — Se la critica fosse esatta, varrebbe anche per i fatti economici privati. Gli uomini sono invero incapaci a dare un giudizio intorno ai beni privati; ed il giudizio stesso non è dato dagli interessati, ma dalla moda e dal costume. Gran numero di azioni illogiche, nel campo della vita privata; forse maggiore che nella vita pubblica. Inconsistenza del carattere " volontario " delle azioni private contrapposto al carattere " forzoso " delle azioni pubbliche . . . . . *Pag.* 1084

IX. Lo schema mengeriano giova non solo come prima approssimazione, ma raffigura, forse meglio di quanto non accada per i bisogni privati, i fatti veramente tipici e fondamentali della pubblica finanza — Anche l'imposta-taglia è migliore dell'assenza di imposte — La definizione di H. Stanley Jevons della capacità contributiva della collettività come l'eccedenza di produzione oltre il necessario per serbare il tenor di vita — Errori e scarti pubblici non più rilevanti degli errori e scarti privati — Esempi di spese pubbliche grandemente produttive, specie per effetti cumulantisi lentamente nel tempo — Lo schema non è una raffigurazione ideale della realtà; ma un quadro di tendenze ognora più vive nella società moderna — Coincidenza fra tesi storica e schema teorico della ripartizione della ricchezza — Ragioni della repugnanza degli economisti alla tesi dei sociologi: questi, per tenersi al concreto, negano i fatti veramente fondamentali e permanenti . „ 1089

X. Si riafferma che l'imposta, in prima approssimazione, alla lunga aumenta i redditi, riduce il saggio d'interesse e cresce i valori capitali — Si domanda: qual valore hanno discussioni intorno all'ammortamento dell'imposta, le quali partono dalla premessa insussistente della riduzione dei redditi conseguente all'imposta? . . . . . „ 1096

XI. Diversità dei due effetti dell'imposta: la riduzione del saggio dell'interesse opera ugualmente per tutti gli impieghi, l'aumento nel flusso complessivo dei redditi consente variazioni in sensi diversi del volume dei singoli redditi. I singoli redditi, pur disponendosi attorno ad una linea mediana ascendente, scendono e salgono in proporzioni variabili; e sono quindi ancor maggiori gli scarti tra le variazioni dei valori capitali — Lento maturarsi degli effetti dell'imposta. Prima del momento terminale si possono verificare diminuzioni nei redditi e nei valori capitali per effetto dell'imposta . . . . . „ 1098

XII. Il confronto tra l'assenza e l'esistenza dell'imposta è assurdo. Il confronto reale è tra un più ed un meno di imposta — Le discussioni tributarie non guardano al grosso delle imposte, ma ai margini, alle aggiunte d'imposta confrontate alle aggiunte ai servizi pubblici — E qui risorgono le tre ipotesi degli usi più, ugualmente o meno fe-

conde dell'imposta e dei consumi privati; le soluzioni date per queste ipotesi marginali debbono essere qualificate nella stessa guisa della soluzione generale: i casi singoli differiscono dalle medie *Pag.* 1101

XIII. La posizione marginale del problema rende possibili diverse soluzioni: rialzo, costanza e ribasso nel saggio dell'interesse e variazioni inverse nei valori capitali. Le soluzioni variano uniformemente nel senso di un minor rialzo o di un più accentuato ribasso nei saggi di interesse e di variazioni in aumento nei valori capitali, se si bada agli effetti delle dosi intramarginali di imposta — Riassunto generale della teoria „ 1104

CAPITOLO TERZO.

Problemi particolari.

XIV. Come le parole " capitalizzazione della libertà dell'imposta „ ed " ammortamento dell'imposta „ male si applichino alle " variazioni nei valori capitali „ conseguenti all'imposta neutra — Si ricorda la distinzione tra l'imposta neutra o generale e quella parziale o speciale. A quest'ultima è da riservare l'uso della terminologia corrente — Concordanze e differenze negli effetti dell'imposta neutra e di quella parziale — Affermare che l'ammortamento e la capitalizzazione hanno luogo solo per l'imposta parziale non deve essere interpretato nel senso di un ritorno alla teoria corrente . . . . „ 1106

XV. Esempi di imposte intermedie tra il tipo neutro e quello parziale: l'aumento ordinato in Italia nel 1894 dal 13,20 al 20 % dell'aliquota dell'imposta di ricchezza mobile per i titoli di debito pubblico — Secondo la teoria corrente, il corso dei titoli avrebbe dovuto ridursi. L'incremento invece avvenuto è una riprova storica della bontà della teoria qui svolta . . . . . „ 1109

XVI. I redditi colpiti da imposta ad aliquota costante si capitalizzano al netto, quelli colpiti da imposta ad aliquota variabile al lordo — Analogia dell'imposta personale ad aliquota variabile con il canone passivo ipotecario — Anche l'imposta ad aliquota variabile può essere neutra o parziale — Diversi suoi effetti e fondamento del canone della temperanza nella progressività . . . . . „ 1111

XVII. Effetti sui capitali vincolati dell'imposta ad aliquota variabile, a seconda che essa è neutra ovvero parziale — Incoraggiamento ai contribuenti nel primo tipo, scoraggiamento nel secondo tipo; senza vantaggio per i contribuenti infimi esentati dall'imposta — Diverso ambiente in cui avviene la democratizzazione delle fortune: di prosperità nel primo tipo e di miseria nel secondo — Spinta a vincolare i risparmi in impieghi durevoli nel primo, a tenerli disponibili nel secondo caso — *Nota* sull'immoralità o moralità della fuga dei contribuenti, ovvero della condotta del legislatore nel secondo tipo . „ 1114

XVIII. Effetti dei due tipi d'imposta, neutra o parziale, sul risparmio nuovo. Maggiori incassi dell'erario, maggiori redditi netti, minor saggio effet-

tivo e maggiore potenzialità di frutto nel caso dell'imposta neutra in confronto all'imposta parziale . . . . . *Pag.* 1118
XIX. Studio del problema del riscatto dell'imposta in rapporto al passaggio dal tipo di imposta ad aliquota costante a quello ad aliquota variabile — Si fa l'ipotesi del *rebus sic stantibus* e si distingue il caso dell'imposta incidente sul contribuente colpito ed ammortizzata da quella dell'imposta trasferita e quindi non ammortizzata — Si dimostra che l'operazione di riscatto fa perdere il prezzo di riscatto al secondo contribuente e ne altera la situazione economica in confronto al primo — Condizioni necessarie ad osservarsi per rendere equa la operazione del riscatto e difficoltà di osservarle . . . . . „ 1121
XX. L'ammortamento dell'imposta ripartita in ragione dei valori capitali — Prima si fa il caso dei capitali produttivi di redditi fissi — Se il valor capitale percosso è quello nominale l'imposta riduce a zero il valor capitale quando il saggio dell'imposta diventi uguale al saggio di frutto — Se il valor capitale percosso è quello corrente, questo non si riduce mai a zero, qualunque sia il saggio dell'imposta — Differenze che con i risultati ora detti si riscontrano nel caso dei capitali produttivi di redditi variabili . . . . . „ 1126

Capitolo Primo.

Appunti per la storia della teoria.

I.

Nel corso di un' elegante partita d'armi scientifica tra i professori T. S. Adams ed Edwin R. Seligman (1) ambi gli schermidori si accordano sostanzialmente nell'affermare che una imposta può essere ammortizzata solo quando essa sia speciale ovvero superiore al livello medio delle imposte. È la antica pacifica (2) dottrina secondo cui l'imposta generale non dà e l'imposta speciale o differenziale dà luogo all'ammortamento.

---

(1) T. S. Adams, *Tax Exemption through Tax Capitalization* (in " The American Economic Review „, June 1916, pagg. 271-287) ed Edwin R. A. Seligman, *Tax Exemption through Tax Capitalization: A Reply* (id., december 1916, pagg. 790-807.

(2) Salvo le eccezioni che verranno dette in seguito. Sul carattere pacifico della dottrina, cfr. B. Griziotti, *Teoria dell'ammortamento delle imposte e sue applicazioni* (in " Giornale degli Economisti „, gennaio, febbraio ed aprile 1918, § 11).

Il prof. Seligman aveva da tempo esposto la teoria così: " Quando una imposta speciale è stabilita su una qualunque " categoria di beni ad esclusione di tutte le altre, l'imposta, " in certe condizioni, cadrà interamente sul proprietario origi- " nario del bene — e cioè su colui che lo possedeva prima dello " stabilimento dell'imposta — e non sul futuro compratore; " perchè l'imposta sarà scontata mercè il deprezzamento del " valore capitale del bene di una somma uguale al valore ca- " pitalizzato dell'imposta. Per esempio, se il rendimento nor- " male degli impieghi di capitale è il 5 per cento e se si sta- " bilisce una imposta dell'uno per cento su tutte le obbligazioni " ferroviarie, il prezzo di queste cadrà dalla pari ad ottanta. " Il nuovo compratore non sopporterà in realtà il peso dell'im- " posta; perchè sebbene il suo reddito netto su ogni obbliga- " zione del valore [nominale] di 100 dollari sia soltanto di 4 dol- " lari, egli godrà tuttavia il frutto del 5 per cento sul suo " investimento. Quattro per cento su 100 è lo stesso del cinque " per cento su 80. Nello stesso modo, quando imposte disu- " guali sono prelevate su differenti specie di beni, l'eccesso del- " l'imposta sui beni sovratassati al disopra del saggio generale " dell'imposta sarà capitalizzato, così da esentare virtualmente " i futuri possessori da questo carico differenziale. L'imposta " cadrà sul primo possessore, la cui proprietà sarà diminuita in " valore per un ammontare equivalente alla capitalizzazione " dell'eccesso di imposta ". Subito dopo, elencando le condizioni alle quali è subordinato questo processo di " ammortamento " dell'imposta, lo Seligman novera come prima " l'ineguaglianza dell'imposta ". " Se non vi è eccesso, non vi è nulla da capi- " talizzare. La teoria dell'ammortamento si applica soltanto alle " imposte le quali sono esclusive [speciali] o le quali eccedono di " un definito ammontare le altre imposte. L'ineguaglianza di " tassazione è la pietra angolare della capitalizzazione " (1).

L'Adams in sostanza su questo punto è in pieno accordo con la teoria dominante; poichè egli nota essere " il saggio di " capitalizzazione una risultante di tutte le condizioni [oppor-

(1) Cfr. *The shifting and incidence of taxation*, 3ª ed., New York, 1910, 221-22 e 223.

" tunities] conosciute di investimento e di tutte le imposte co-
" nosciute. Esso registra automaticamente il peso medio dei
" tributi. Se Tizio compra una ricchezza durevole, egli ne capi-
" talizza il frutto netto o reddito ad un saggio che è minore
" quando il peso generale delle imposte è alto, e maggiore
" quando il peso generale delle imposte è basso. Egli paga l'esi-
" stente saggio medio di imposte in virtù del saggio di capi-
" talizzazione che è costretto ad adottare nei suoi calcoli. Il
" nuovo compratore „ perciò non compra il bene libero da im-
" posta, lo compra libero da ogni eccesso di imposta oltre il
" corso medio „ (art. cit. pag. 278).

La differenza tra i due autori è formale: lo Seligman preferisce dire che viene capitalizzata la imposta speciale o differenziale; l'Adams afferma che lo stesso risultato si ottiene perchè il saggio di interesse è modificato solo dall'imposta generale o media e non da quella speciale o differenziale. Lo Seligman si limita a dire che, se un titolo del valore nominale di 100 e del frutto di 5 è esente da tributo, ove il saggio dell'interesse corrente sia del 5 % ha il prezzo di 100; ed ove venga colpito da un tributo di 1, il prezzo del titolo non varia se il tributo è generale, ribassa ad 80 se il tributo è speciale al titolo. Nella affermazione è implicita quest'altra: che il prezzo del titolo non varia nel caso di imposta generale, *perchè*, sebbene il reddito sia diminuito da 5 a 4, è scemato nel tempo stesso *il saggio del rendimento netto* in *tutti* gli investimenti dal 5 al 4 % e quindi le 4 lire nette, capitalizzandosi oramai al 4 %, corrispondono sempre al capitale invariato di 100. Invece il prezzo del titolo ribassa nel caso di imposta speciale o differenziale perchè, essendo *il saggio del rendimento netto* in generale rimasto del 5 %, le residue 4 lire di reddito netto, capitalizzandosi sempre al 5 per cento, corrispondono ad un capitale di 80.

L'Adams, con una qualche quasi impalpabile diversità di linguaggio, aggiunge alla tesi dello Seligman precisamente la motivazione mancante: affermare che " il compratore compera il bene libero da ogni eccesso di imposta oltre il carico medio „ equivalendo invero ad affermare che il " carico medio „ delle imposte produce una corrispondente diminuzione del saggio del rendimento netto dei beni durevoli e quindi lascia invariato il

valore capitale dei beni stessi, mentre l' " ultra carico „ non influisce sul saggio del rendimento e quindi provoca una diminuzione nel valore capitale del bene il cui reddito è diminuito. Se una differenza v'ha tra le due formule, parmi stia in ciò: che a costituire il " carico medio „ delle imposte, — il quale determinerebbe quel ribasso nel saggio dei rendimenti netti da cui dipende l'invariabilità nel valor capitale dei beni pur colpiti dal carico medio tributario — entrano le imposte generali e speciali, uniformi e differenziate. Il carico medio o " general tax burden „ sarebbe una specie di media fra imposte alte e basse che gravano sui diversi investimenti, una di quelle medie che gli statistici chiamano ponderate. Questo " carico medio „ farebbe diminuire il saggio medio del rendimento degli investimenti, in base a cui si compie il processo di capitalizzazione; epperciò, se il carico medio è di 1 ed il saggio di rendimento scema da 5 a 4, esso non varia i valori capitali; poichè come prima 5 lire annue di reddito al 5 % valevano 100, oggi 4 lire annue al 4 % continuano a valere 100. Solo l'*eccesso* di tassazione oltre il carico medio diminuisce i valori capitali, perchè esso lascia invariato il saggio di capitalizzazione al 5 % se tale esso era prima e perciò 4 lire di reddito valgono 80 e non più 100. In che cosa i termini " uguaglianza di tassazione „ o " imposta inclusiva o generale „ preferiti dallo Seligman differiscano dai termini " carico medio „ o " carico generale „ delle imposte preferiti dall'Adams è questione sottile di interpretazione che il lettore prudente farà bene di lasciare districare ai valorosi combattenti. In realtà sembra che l'imposta " generale „ la quale non sarebbe capitalizzata, non debba essere solo quella che il legislatore chiama con questo nome e neppure l'imposta gravante su tutti i redditi. Anche molte imposte " speciali „ possono costituire un'imposta " generale „ quando esse nel loro insieme finiscano di colpire tutti o pressochè tutti i redditi. E. se vi siano dieci imposte digradanti nelle loro aliquote dal 10 all'1 % dei redditi, non pare che debba considerarsi " generale „ solo la quota di imposta fino all'1 % poichè anche le quote superiori fino al 2 od al 3 % e forse più in su sono applicate abbastanza largamente da potersi chiamare " generali „. Epperciò il concetto di imposta " generale „ tende a convertirsi in quello di " media „ il che è altra prova della indeterminatezza sua.

Forse, la predilezione dello Seligman per la terminologia dell' " imposta inclusiva od esclusiva „ dipende dalla virtù dimostrativa che egli sembra attribuire all'argomento del " campo tassato „ e del " campo esente dall'imposta „ in materia di ammortamento dell'imposta. È noto invero quale sia l'argomento principe addotto per dimostrare che solo l'imposta parziale od esclusiva può produrre l'effetto di una diminuzione del valore capitale dei beni il cui reddito è soggetto all'imposta.

Se, dice la teoria dominante, il campo tassato è insignificante in confronto al campo esente dall' imposta, il reddito netto 4 (5 lordo meno 1 imposta) continuerà a capitalizzarsi al saggio del 5 % ed equivarrà ad un capitale 80. Ma se il campo tassato è relativamente importante " il prezzo del titolo tassato " non cadrà ad 80, ma forse solo ad 81 ; poichè l'imposizione " del tributo su una così gran parte del capitale esistente del " paese probabilmente eserciterà un'influenza, sebbene leggera, " sul saggio generale dell' interesse, e può ridurlo dal 5 per " cento a forse 4 e $^7/_8$ o 4 e $^5/_{16}$. Se un forte ammontare di ca- " pitale è trasferito dai titoli tassati ad altri titoli, la crescente " richiesta di questi, che prima si vendevano alla pari, ne au- " menterà il prezzo a un po' più della pari. Siccome però il " reddito netto di questi ultimi rimane di 5 dollari, ciò equi- " vale a dire che il saggio di interesse sugli investimenti è un " po' inferiore al 5 %. Ma se il saggio generale dell'interesse " cade alquanto al disotto del 5 per cento, il valore di mercato " dei titoli tassati sarà ora un po' superiore ad 80 „ (1). Conducendo il ragionamento alla sua logica conclusione, si dovrebbe affermare che, a mano a mano che il campo tassato si amplia e si restringe il campo esente, più forte sarà l'influenza che l'emigrazione dei capitali dal primo al secondo campo eserciterà nel senso di diminuire il saggio dell'interesse, sicchè alla fine, quando nulla più rimarrà di esente, il saggio di interesse avrà subìto la massima riduzione, che la teoria dominante afferma uguale alla falcidia del reddito operata dall'imposta. Su questa

(1) Ho voluto riprodurre le parole con cui lo Seligman elegantemente espone questo punto della teoria dominante dell'ammortamento, in *The Income Tax*, New York, 1911, pag. 605, testo e nota (3).

base ragionando, la teoria dominante affermerebbe il seguente teorema : *un'imposta sui redditi di capitale tende a cagionare una riduzione tanto più forte nel saggio dell'interesse corrente sul mercato ed una corrispondente falcidia tanto meno rilevante nei valori capitali quanto più il campo di sua applicazione si estende; finchè la riduzione nel saggio giunge al massimo, percentualmente uguale all'aliquota dell'imposta e la falcidia nei valori capitali si annulla quando l'imposta diventa generale ed uniforme su tutti i redditi.*

Il processo logico il quale conduce alla proposizione ora enunciata è fallace. La teoria suppone invero che colui il quale vede falcidiato dall'imposta da 5 a 4 il reddito netto del suo titolo abbia interesse a vender questo, per reimpiegarne il ricavo in un titolo esente. Ma ciò non è, perchè, nessun fatto nuovo essendo finora intervenuto a modificare il saggio dell'interesse corrente sul mercato, questo rimane al 5 $^0/_0$; ed a tal saggio tanto vale serbare in portafoglio, al ridotto prezzo di 80, un titolo che rende 4, quanto reinvestirne il ricavo a 100 in un titolo il quale frutta 5. L'equilibrio tra i due titoli è perfetto ai due prezzi di 80 e 100; nè v'è motivo per un qualsiasi spostamento di capitali dall'uno altro impiego. Se lo spostamento si operasse, sarebbe antieconomico; poichè il venditore del titolo tassato, colle sue vendite ne farebbe ribassare il prezzo, ad es., a 79, mentre farebbe crescere il prezzo del titolo esente a 101, ossia realizzerebbe un reddito di 4 lire ad un prezzo (79) che gli darebbe un frutto del 5,06 $^0/_0$, per fare un investimento ad un prezzo (101) che gli offrirebbe un reddito di appena il 4,95 $^0/_0$. Il che è assurdo. I due prezzi non essendo in equilibrio tra di loro debbono ritornare ad 80 e 100. Nè si può ammettere che lo spostamento avvenga per via dei risparmi nuovi, i quali si volgerebbero piuttosto verso gli impieghi esenti che verso quelli tassati; poichè quale mai maggiore convenienza v'è a comprare un reddito perpetuo di 5 lire a 100 che uno di 4 ad 80? (1).

---

(1) Uno spostamento può verificarsi solo nel periodo di tempo corrente fra la prima previsione dell'imposta futura e la sua deliberazione definitiva. Ma da esso si può qui fare astrazione, perchè è un mezzo per non pagare l'imposta. Argomento degno di studio, ma diverso da quello che qui ci occupa degli effetti di un'imposta oramai assisa e pagata di fatto in misura uguale a quella voluta dal legislatore.

Che se trattisi di risparmi *nuovi* rivolti ad impieghi nuovi; prima di poter concludere che l'imposta ha per effetto di ridurre più o meno, a seconda del campo di sua applicazione, il saggio dell'interesse, bisognerebbe poter dimostrare: 1° che il capitale occorrente a produrre un dato reddito netto è maggiore nei campi tassati che nei campi esenti; 2° che l'imposta non viene trasferita sui consumatori dei capitali; 3° che i produttori di capitale debbono accollarsi l'onere dell'imposta attraverso una riduzione nel saggio dell'interesse, il che val quanto dire del saggio di frutto degli impieghi nuovi. Il punto in discussione è dunque veramente questo: se l'imposta diminuisca la fecondità netta dei risparmi nuovi. Sul qual punto qui non occorre intrattenerci essendo appunto l'oggetto principale della presente memoria. Non mai però la soluzione del problema dovrà trovarsi in una pretesa capacità di spostamento dei risparmi nuovi dai campi di impiego nuovi tassati a quelli esenti; poichè se l'imposta viene trasferita in avanti sui consumatori, essa non è capitalizzata; se incide in tutto od in parte sui risparmiatori, ciò non può essere accaduto se non per una contrazione del margine di impiego del risparmio, quindi per una causa generale — minor fecondità degli impieghi nuovi — che riduce la domanda generale dei capitali stessi e ne fa scemare il prezzo netto o saggio dell'interesse. Lo " spostamento „ non può essere la causa di un fatto il quale, se esistente, avrebbe le sue radici in una causa più profonda, che è l'isterilimento relativo degli impieghi nuovi dovuto alla imposta.

Un momento veramente notabile del dibattito è questo: che lo Seligman, mosso dalla sua predilezione per i termini " imposta generale „ ed " imposta speciale „ e dei correlativi " generalità del campo di applicazione delle imposte „, " specialità del campo tassato „ e " campo immune da tassazione (*taxless field*) „ vivacemente si oppone a tener conto dei vari effetti oscuri, insignificanti, indiretti e del tutto trascurabili delle imposte sul saggio dell'interesse (*it is far simpler to ignore the various obscure, insignificant, indirect and wholly negligible effects of taxation upon interest rates*, i nart. cit. pag. 802). Tanto più notabile appare questo atteggiamento in quanto nella pagina precedente aveva ricordato con vigore che la teoria dell'ammortamento dell'imposta è nulla più di un'estensione dell'ordi-

naria teoria del valore e della ricchezza. " Quando un tale " compra una certa ricchezza durevole paga per essa una somma " uguale alla capitalizzazione del reddito presunto annualmente " ricorrente „ (art. cit. pag. 801). E ciò, se ha da significar qualcosa, vuol dire che egli capitalizza un reddito annuo di 4 o 5 lire *in base ad un dato saggio di interesse*. Del pari, quando egli assevera che un'imposta generale la quale diminuisce il reddito annuo da 5 a 4 lire lascia il valor capitale invariato a 100, che cos' altro afferma implicitamente fuorchè avere l' imposta *generale* la virtù di ribassare il saggio di interesse dal 5 al 4 per cento, cosicchè il risultato del processo di capitalizzazione sia sempre 100? E quando sostiene che l'imposta speciale la quale diminuisce il reddito annuo ugualmente da 5 a 4 lire ha invece per effetto di ridurre il capitale da 100 ad 80, che cosa mette in luce se non che l'imposta *speciale* lascia invariato il saggio di interesse al 5 %, cosicchè il nuovo reddito di 4 lire, capitalizzato al vecchio saggio di interesse del 5 %, corrisponde ad un capitale di 80? Come si possa " capitalizzare „ senza l'uso di un dato saggio di interesse è affatto incomprensibile; ed è ancor più incomprensibile come si possa sostenere che gli effetti della tassazione sul saggio di interesse sono affatto trascurabili (*wholly negligible*) quando nientemeno a quella causa " imposta generale „ di 1 su 100 di capitale o 5 di reddito si è attribuito implicitamente l'effetto di ridurre di 1, dal 5 al 4 %, il saggio di capitalizzazione dei redditi.

Lo Seligman è tuttavia così ostile ad accettare le illazioni più ovvie del suo stesso ragionamento che ad un certo punto scrive: " [La proposizione dell'Adams, secondo cui il saggio di capitalizzazione registra automaticamente il carico medio tributario] " evidentemente significa che le imposte sul " capitale sono diffuse fra tutti i possessori di capitale in virtù " di una diminuzione nel saggio generale dell'interesse. Questa " è in verità una teoria nuova (*a new proposition*) e sarebbe " importante se vera. Ma è dessa vera? La tassazione influisce " davvero sul saggio dell' interesse? La tassazione generale di " tutte le industrie o la tassazione speciale di una qualsiasi in- " dustria riduce i saggi di interesse così da costringere tutti i " possessori di capitale a sopportare l'onere delle imposte? La " mera affermazione positiva del professore Adams non basta.

" Trattasi certamente di qualchecosa che non si legge in nessun
" libro; e il professore Adams aveva verso i suoi lettori l'ob-
" bligo di darne la dimostrazione „ (art. cit., pag. 799).

II.

Non ritornerò sulla dimostrazione già data che la " nuova teoria „, che " il qualcosa che non si legge in nessun libro „ trovavasi *implicitamente* ammesso nella teoria stessa accettata dallo Seligman: negare l'attitudine dell'imposta generale ad ammortizzarsi equivalendo invero ad affermare che il reddito scemato dall'imposta stessa si capitalizza ad un saggio di interesse diminuito nella medesima proporzione.

In una lunga nota (1) della memoria *Intorno al concetto di reddito imponibile e di un sistema d'imposte sul reddito consumato* presentato a questa Accademia nella sua tornata del 23 giugno 1912 lo scrivente aveva appunto discusso *esplicitamente* il problema della influenza dell'imposta sul saggio dell'interesse. Contrariamente alla dottrina corrente, espressa in modo lapidario dallo Seligman nella frase già ricordata: " l'ineguaglianza di tassazione è la pietra angolare della capitalizzazione „ io avevo cercato dimostrare invece vera la tesi che anche l'imposta *generale* ed *uniforme* sui redditi delle cose può produrre una corrispondente riduzione del valor capitale delle cose. E, com'era naturale, per dimostrare la tesi partivo dalla ricerca dell'influenza che una siffatta imposta generale ed uniforme sui redditi può avere sul saggio dell'interesse. Riproduco, testualmente, la dimostrazione data sette anni fa, con le stesse parole d'allora: " Perchè l'im-
" posta generale ed uniforme del 10 % sui redditi netti non si
" risolvesse in una decapitazione dei valori capitali corrispondenti,
" bisognerebbe supporre che, dato un saggio dell'interesse cor-
" rente, prima dell'imposta, del 5 %, questo saggio corrente
" abbia, *in conseguenza di un'imposta generale ed uniforme del 10 %*
" *sui redditi netti delle cose feconde di frutti*, a ridursi al 4,50 %.
" Se questo effetto si verificasse, allora, chiaramente, un'annualità

(1) A carte 79-81 dell'estratto; e 287-89 del volume LXIII della serie II delle *Memorie*.

" perpetua di reddito di 5 lire, la quale prima dell'imposta aveva " un valore attuale capitale di 100 lire, per essere il saggio del- " l'interesse del 5 %, conserverebbe, dopo l'imposta del 10 %, " la quale la trasforma in una annualità perpetua di lire 4,50, " l'antico valore attuale capitale di 100 lire, capitalizzandosi ora " al nuovo saggio di interesse del 4,50 %. Ma, e qui sta tutto " il nodo della questione, nessuno ha mai spiegato, con argomenti " plausibili, perchè una imposta generale ed uniforme del 10 % " debba avere questo mirabile effetto di ridurre il saggio del- " l'interesse precisamente dal 5 al 4,50 %. Certamente quell'im- " posta riduce, od almeno si può ritenere riduca in un primissimo " momento, i *redditi* netti del 10 %; ma questa è una verità " differentissima dall'altra che essa riduca il *saggio di interesse*; " ben potendo i redditi essere decurtati dall'imposta, e tuttavia " capitalizzarsi a norma dell'antico *saggio* di interesse, che i " fautori della teoria dell'ammortamento limitato alle imposte " speciali o differenziate non hanno affatto dimostrato perchè " dovesse variare in conseguenza dell'imposta generale ed uni- " forme ".

La risoluzione del problema dipendeva perciò dalla soluzione data a quest'altro: quali sono gli effetti di un'imposta generale ed uniforme sul saggio di interesse? " È evidente — continuavo — " che il problema, ben lungi dall'essere così semplice come im- " magina la dottrina corrente, deve essere impostato nel quadro " complesso degli effetti che l'introduzione di un'imposta nuova " produce sull'equilibrio precedente dell'intiero aggregato econo- " mico, di cui il saggio d'interesse è uno dei molteplici dati " variabili ". E qui, dopo aver notato come sarebbe ozioso ed assurdo discorrere dell'introduzione *ex-novo* di un'imposta generale ed uniforme sui redditi netti in un paese dove prima non esistessero imposte e quindi non esistesse lo Stato, ozioso per noi che viviamo in una società a lavoro diviso, ed assurdo, essendochè in siffatta ipotesi non esisterebbero nemmeno contribuenti forniti di reddito capace di sopportare l'imposta, osservavo che il vero problema il quale di fatto deve ognora essere risoluto è quello " degli effetti dei successivi aumenti, che si " possono concepire per infinitesime quantità, di una esistente " imposta per sopperire agli incrementi successivi dei veri o " supposti bisogni pubblici ". Gli effetti erano studiati nella nota

badando all'*uso* che gli uomini di governo possono fare dei mezzi finanziari messi a loro disposizione dall'incremento d'imposta:

α) l'uso può essere così vantaggioso ai consociati come quello a cui i consociati medesimi avrebbero destinato il numerario loro tolto dall'imposta. " Il che vuol dire che la destina-
" zione ad usi pubblici è parsa migliore della destinazione ad
" usi privati solo di una infinitesima quantità che si può prati-
" camente trascurare come irrilevante, sebbene decisiva nella
" bilancia degli usi a cui la ricchezza può essere destinata.
" In queste condizioni l'incremento dell'imposta non produce
" alcuna variazione sensibile nella quantità di produzione, in
" confronto a quella che si sarebbe avuta se l'imposta non fosse
" esistita; la quantità dei redditi non sarebbe nei due casi
" diversa; gli uomini non sarebbero fatti propensi a risparmiare
" più o meno nell'uno o nell'altro caso; sul mercato dei capitali
" la quantità offerta di nuovo risparmio non sarebbe, *per fatto*
" *dell'imposta*, variata; e quindi non v'è ragione alcuna perchè
" l'incremento dell'imposta possa esercitare un rilevabile effetto
" sul saggio dell'interesse, il quale rimane perciò al livello a
" cui si sarebbe trovato senza l'imposta „.

β) l'uso può essere più vantaggioso di quello che si sarebbe fatto dai contribuenti per fini privati. " L'imposta in questo caso
" agisce come un campo nuovo offerto all'impiego del risparmio.
" Suppongasi l'occupazione di una colonia fertilissima, alle cui
" moderate spese debba servire l'incremento d'imposta. In un
" primo momento la possibilità di potere, mediante l'imposta,
" ottenere quel fine fecondissimo, rompe l'antica proporzione tra
" consumi e risparmi. Il saggio di interesse per poco aumenta,
" per la domanda nuova del governo e per il desiderio di par-
" tecipare agli impieghi promettitori di larghi utili futuri; ma
" poi, a mano a mano che si colgono i frutti sempre più opimi
" della colonia o dell'altro impiego pubblico dell'imposta, i redditi
" degli uomini crescono, aumentano le quantità di beni presenti
" e ne diminuisce la valutazione in confronto ai beni futuri.
" In conseguenza non dell'imposta per sè medesima, ma dell'uso
" fecondo dell'imposta, gli uomini si fanno più ricchi, e, per
" l'incapacità a tutto consumare subito, risparmiano maggior-
" mente in un campo d'investimento oramai mietuto. Onde il
" saggio d'interesse in fine diminuisce. La qual verità già la

" sapienza antica aveva nettamente veduto, quando diceva che " una delle condizioni della riduzione del saggio dell'interesse " proprio e non solo della quota di rischio era l'esistenza di un " governo buono, quieto, forte; intendendosi con ciò che un " governo non dedito ad estorsioni ed a spese inutili giova a " promuovere, alla pari della laboriosità, della perizia nelle arti, " della previdenza e delle altre virtù umane, l'incremento della " ricchezza e quindi, a parità di altre circostanze, a diminuire " il saggio dell'interesse ".

γ) l'uso a cui dai governanti è applicato l'incremento d'imposta è meno fecondo di quello che sarebbe preferito dai contribuenti per scopi privati. " L'imposta quindi distrugge ric- " chezza; e tende a far crescere il saggio d'interesse, sia subito, " per la diminuzione del nuovo risparmio, sia permanentemente " perchè il reddito annuo del paese risulta minore di quello che " sarebbe se l'incremento d'imposta avesse potuto rivolgersi a " fecondare utili campi d'investimento agricoli ed industriali. " Gli uomini sono fatti dall'imposta più poveri, quindi pregiano " grandissimamente i beni presenti, di cui vi è così tanta scarsità: " ed il saggio d'interesse appare cresciuto ".

Conchiudevo dicendo essere còmpito dell'indagine storica dimostrare quale di queste tre ipotesi fosse più frequentemente realizzata. Era mia impressione allora che il caso tipico fosse il terzo, per la incapacità dei governanti di amministrar bene le funzioni essenziali e fecondissime dello Stato, come la giustizia e la pubblica sicurezza e persino, talvolta, la difesa e l'incremento della propria nazionalità e per la loro propensione alle spese stravaganti e popolaresche. Non potendosi però escludere la possibilità anche del secondo caso, proprio dei periodi in che compaiono nel mondo i genî politici i quali hanno la visione delle vie nuove della nazione, per essere imparziali si è supposto normale il caso neutro o primo. " L'accoglimento " — dicevasi — " dell'ipotesi neutra di immobilità del saggio dell'interesse appare " legittimo, essendo questo il caso dell'equilibrio quando si sup- " pongono governanti che siano anche perfetti uomini economici " medi e nulla più, i quali curino la distribuzione della ricchezza " tra i diversi usi, pubblici o privati, presenti o futuri, in guisa " che la fecondità marginale di essa sia la medesima in tutti " gli impieghi. Cosicchè, rimanendo invariato, in conseguenza

" dell'imposta, il saggio dell'interesse si deve concludere che
" anche l'imposta generale ed uniforme sui redditi netti si tra-
" duce in una corrispondente diminuzione del valor capitale
" attuale della cosa feconda di reddito ".

III.

La teoria svolta nella nota sovra riprodotta avrebbe potuto essere innanzitutto utilmente integrata tenendo conto dell'influenza diretta che una imposta generale ed uniforme sui redditi può esercitare sul saggio dell'interesse. Qui la teoria classica non manca di rilievi importanti per quanto si riferisce al saggio dei " profitti ", che spesso gli autori, quando pensano ai profitti " netti ", in sostanza identificano col saggio dell'interesse. Lo stesso Seligman (1) non manca di accennare all'ostacolo che l'imposta porrebbe all'accumulazione se essa (quando sia uniforme su tutto il capitale o su tutti gli interessi) fosse così alta da diminuire il rendimento del capitale al disotto di quello che Mill chiama il " minimo pratico (the practical minimum) ". È noto come il Mill (2) ritenesse non trasferibile l'imposta generale ed uguale sui profitti, non potendo il capitalista liberarsene col trasferire il capitale dal campo tassato al campo immune.

È questo, come si vide sopra, il fondamento tacito anche della teoria della non ammortabilità dell'imposta generale sui redditi: come può ammortizzarsi una imposta che riduce ugualmente tutti i redditi netti nella stessa ragione, sicchè tutti debbono continuare a scambiarsi nella stessa ragione? Uguali i redditi, uguali i capitali: prima, i redditi perpetui di 5 all'anno si scambiavano tra loro in ragione di 100 all'anno; dopo l'imposta, i redditi di 4,50, tutti essendo ridotti a 4,50, continueranno a scambiarsi in ragione di 100. Nessuno aveva osservato che se è vero che l'imposta riduca tutti i redditi netti da 5 a 4,50 " questa " — scrivevo nel 1912 — " è una verità differentissima " dall'altra che essa riduca il saggio di interesse; ben potendo " i redditi essere decurtati dall'imposta e tuttavia capitalizzarsi

(1) In *Shifting*, pag. 328; e nella traduz. it. in " Biblioteca dell'Economista ", serie V, vol. XVI, pag. 211.

(2) John Stuart Mill, *Principles of Political Economy*, lib. V, cap. III, § 3.

" a norma dell'antico saggio di interesse ". Questa osservazione fondamentale non fece lo Stuart Mill; ma egli qualificò largamente la tesi generale della non traslazione e della incidenza dell'imposta generale ed uguale sui percettori dei profitti netti, notando che in realtà essa si applica in circostanze assai difficili a verificarsi; quando cioè, in una società stazionaria, i capitalisti mantengono invariato, senza mai crescerlo, il capitale esistente, sia che a ciò siano indotti dall'abito o dalla poca voglia di impoverirsi. In tali circostanze il saggio netto dei profitti si ridurrebbe, ad es., dal 5 al 4,50 %, e l'imposta inciderebbe permanentemente sui percettori dei profitti annui. Ma il Mill reputava maggiormente probabile uno dei due casi seguenti:

1) che l'imposta " crescendo la difficoltà di farsi una fortuna o di ottenere un reddito bastevole a vivere coll'impiego del capitale " agisca " come uno stimolo alle invenzioni ed alla loro utilizzazione ". In tal caso, i profitti possono rialzare in modo da far ricuperare in tutto od in parte al capitalista la perdita subita per causa dell'imposta;

2) che essendo il saggio del profitto ridotto al minimo pratico, l'imposta possa frenare lo spirito di accumulazione o spingere il capitale all'estero od in speculazioni improduttive, sicchè il saggio dei profitti dopo un periodo abbastanza lungo (dieci o venti anni, secondo il Mill) tornerebbe, per la minor abbondanza del capitale, ad essere quello stesso che sarebbe stato senza l'imposta; e questa sarebbe trasferita su altre categorie di persone.

Già Adamo Smith (Libro V, cap. II, art. II) aveva qualificato la sua affermazione generale che " un'imposta sull'interesse del capitale non potrebbe crescere il saggio dell'interesse, nell'ipotesi che la massa del capitale esistente nel paese rimanga invariata dopo l'imposta " osservando che in realtà la massa medesima varia, potendo il capitale abbandonare il paese in cui esso fosse soggetto ad inquisizioni vessatorie. Da queste ed altre ammissioni di economisti classici e moderni aveva potuto l'Edgeworth trarre la conclusione che, in quanto l'imposta generale scoraggi lo spirito di accumulazione " il saggio di interesse sarebbe corrispondentemente cresciuto in un lungo periodo di tempo " (1).

(1) F. Y. Edgeworth, *The pure theory of taxation*, in " Economic

In grado maggiore o minore, la tesi che l'imposta generale eserciti un'influenza sul saggio dell'interesse ha il consenso di tutti gli studiosi. Citerò tra gli ultimi lo Jarach, il quale in una nota da me presentata a questa Accademia nella tornata del 12 febbraio 1911 (1) aveva distinto due casi:

1) quello in cui precedentemente all'imposta, la produttività dei capitali fosse prima molto elevata, " sì da concedere al risparmiatore non solo la nota rendita del risparmiatore, rendita differenziale, ma anche una rendita marginale „. Il caso si avvererebbe nei paesi nuovi o nei tempi di grandi rivolgimenti tecnici, quando il capitale è scarso rispetto agli investimenti o tra popoli dotati di scarso spirito di previdenza, presso cui l'aumento di rimunerazione del risparmio non riesce a crescerne la produzione, riducendo l'elevato tenor di vita. In questo caso l'imposta ridurrrebbe in un primo momento il saggio del profitto netto, prima assai elevato, ad es., del 10 %, al 9 %; nè vi sarebbe traslazione successiva, sicchè l'imposta inciderebbe definitivamente sui capitalisti;

2) quello più frequente in cui l'imposta, riducendo la produttività del capitale, diminuisce la convenienza del risparmio in rapporto al costo suo di produzione (sacrificio dell'aspettativa) e scema di conseguenza la quantità del risparmio prodotto. E quindi " il saggio netto del profitto „ — espressione che dal contesto della nota si rileva essere equivalente all'altra " saggio dell'interesse „ — il quale s'era ridotto in un primo momento per virtù dell'imposta dal 5 al 4,50 %, tende a risalire verso il 5 %, mercè trasferimento dell'imposta in avanti, su consumatori, operai, percettori di rendite.

Accogliendo la tesi particolare sostenuta nella mia *nota* alla memoria citata, il prof. Gino Borgatta collocò la trattazione dell'influenza che l'imposta generale ha sul saggio dell'interesse in un ampio quadro dei rapporti dinamici di interdipendenza osservabili fra pressione tributaria, forme e variazioni di organizza-

---

Journal „, VII (1897), pag. 49; tradotto in " Biblioteca dell'Economista „, serie V, vol. XVI, pag. 287.

(1) Cesare Jarach, *Gli effetti di una imposta generale ed uniforme sui profitti* (in " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „, vol. XLVI, pag. 13 e segg. dell'estratto).

zione statale, stadî storici di economia stazionaria o progressiva, vicende politiche, movimenti d'idee (1). Le conclusioni dell'A., caratterizzate dalla tendenza sua a considerare l'imposta come un punto di un vasto sistema di forze in equilibrio, il quale continuamente si sposta e trasforma, si possono così riassumere con le sue stesse parole: " La dinamica parte dunque da un movi- " mento iniziale in cui l'imposta *rialza* i saggi correnti di inte- " resse [attraverso *riduzioni* delle quantità di redditi attuali " scambiati con futuri e quindi della massa degli scambi nel " tempo] e si svolge collo svolgersi delle trasformazioni dei suoi " proventi, in modo da ridurre in misura non indicabile " in " generale „ l'iniziale rialzo, non escluso *sotto il livello* che il " saggio d'interesse avrebbe avuto *se non fosse intervenuta l'im-* " *posta* cogli assorbimenti e trasformazioni di redditi privati " attuali che determina „ (pag. 411). E cioè il Borgatta accoglie esplicitamente il punto di vista da me sovra esposto, che gli effetti dell'imposta generale sul saggio d'interesse e quindi sulla capitalizzazione sua siano differenti a seconda che il provento dell'imposta sia impiegato " in modo più, ugualmente o meno utile (economicamente) di quello che n'avrebbe fatto il mercato economico privato „ (p. 402); e propende a ritenere che non sia esclusa la possibilità che per tal guisa il saggio d'interesse si riduca persino al disotto di quello che senza imposta si sarebbe avuto.

Una trattazione ampia e feconda di importanti applicazioni della teoria dell'ammortamento delle imposte ha compiuto il prof. Benvenuto Griziotti (2). Nella memoria dell'A. la teoria dell'ammortamento è riguardata sotto tutti i suoi aspetti, sicchè essa merita attenzione anche da punti di vista differenti da quello che qui ci interessa, dei suoi rapporti con la generalità o spe-

(1) Gino Borgatta, *L'Economia dinamica. Studio critico su i problemi dinamici nell'economia pura*, Torino, U.T.E.T., pag. 374-411, *passim*. Il volume del Borgatta non è ancora reso di pubblica ragione; ma le pagine da 1 a 358 furono date in visione a me ed a parecchi altri studiosi e presentate a concorsi fin dal dic. 1914; quelle da pag. 359 a 457 dall'estate del 1915.

(2) Benvenuto Griziotti, *Teoria dell'ammortamento delle imposte e sue applicazioni*. Estratto dal " Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica „, gennaio, febbraio, aprile 1918, " Athenaeum „, Roma, 1918.

cialità dell'imposta. Intorno al punto qui discusso, l'A. fa le osservazioni seguenti:

I) " Anche le imposte personali, in quanto si ripercuotono e finiscono per incidere durevolmente ogni e qualunque persona, che gode il reddito di un capitale, dànno luogo ad ammortamento ". Laddove parrebbe che l'ammortamento accada anche nelle imposte generali a tipo personale, solo quando esse incidono una persona *in quanto essa ha il godimento del reddito di un capitale.*

II) Ma la riserva non pare abbia grandissima importanza, se l'A., dopo una fine analisi degli effetti di un'imposta progressiva sul reddito, conclude che l'imposta medesima, per indole sua a tipo generale e non speciale, può provocare un rialzo nel saggio dell'interesse e attraverso a questo rialzo, una riduzione generale ed uniforme di valore di tutti quanti i capitali vincolati, anche se appartenenti a contribuenti esenti dall'imposta.

Alla proposizione (I) il Griziotti giunge considerando il caso di un'imposta sui salari, con esenzioni di minimi e progressività di aliquota la quale si ripercota, come è possibile, sugli imprenditori e scemi quindi il valor capitale dell'impresa. Alla (II) riflettendo all'influenza che l'imposta progressiva può avere a scemare la quantità dei risparmi prodotti o conservati in paese da parte dei maggiori capitalisti, quantità non compensata dalla produzione, costante, di risparmio da parte dei capitalisti esenti dal tributo; sicchè il saggio dell'interesse aumenta sul mercato in funzione dell'elasticità della domanda e dell'offerta dei capitali o della composizione della classe dei possessori di capitali disponibili (pag. 7-10 dell'estratto).

Ma esplicitamente il Griziotti nel § 11 (pag. 15-19) espone e combatte " la teoria dominante, la quale ritiene che il deprez-
" zamento dei beni e l'ammortamento delle imposte avvengano
" soltanto in misura dell'eccedenza di un'imposta sulla pressione
" media esercitata dalle altre ". E la combatte partendo dalla considerazione che " se un'imposta generale e uniforme riduce
" in uguale misura i redditi di tutti i capitali vincolati, mentre
" rimane la stessa la ragione dell'interesse, si avrà un deprez-
" zamento uniforme rispetto a tutti questi capitali. Se ciò non
" fosse e un'imposta generale lasciasse inalterato il prezzo dei
" beni, mentre ne diminuisce il reddito, bisognerebbe credere che

" un'imposta generale avrebbe costantemente la virtù di dimi-
" nuire il tasso dell'interesse. Soltanto, infatti, quando scema il
" tasso di capitalizzazione un bene, di cui è diminuito il reddito,
" può avere lo stesso valore di prima. Purtroppo il fisco non ha
" mai avuto la fortuna di potere accrescere le imposte a suo
" piacere e fare nello stesso tempo mitigare il tasso dell'inte-
" resse! Di questa potestà, se l'avesse, certo si varrebbe durante
" questi anni di guerra, in cui crescono i bisogni dell'erario e
" sale il tasso dell'interesse! „ (pag. 17).

Sebbene qui il Griziotti si limiti ad affermare che l'imposta generale ed uniforme non ha la virtù di diminuire il saggio dell'interesse nè affermi esplicitamente che lo lascia costante, si può dal contesto del suo discorso e dagli esempi arrecati (cfr. pag. 17-18) dedurre che egli considera normale il caso della costanza del saggio dell'interesse, nonostante l'incidenza dell'imposta generale ed uniforme. Su qual fondamento egli poggi siffatta sua implicita opinione, non è detto in questo § 12, nel quale il problema è trattato di proposito; sebbene l'A. accenni nel brano or ora citato all'" assurdità „ di supporre senz'altro che un fatto come l'imposta abbia, per vie non designate, il miracoloso effetto di produrre un altro fatto, tutto diverso, come il ribasso del saggio dell'interesse. Dalla frase ora citata parrebbe anche potersi dedurre che, nell'opinione dello scrittore, le imposte hanno normalmente e specie " in questi anni di guerra „ il risultato contrario, ossia quello di un aumento nel saggio dell'interesse. Ma, non rientrando probabilmente nei propositi dell'A. dilungarsi su tal punto, il problema non è approfondito.

Tuttavia, benchè non abbia posto e risoluto esplicitamente il problema fondamentale: *quale è l'influenza che un'imposta generale ed uniforme esercita sul saggio dell'interesse e quindi sull'ammortamento dell'imposta?* la memoria del Griziotti colla sua insistente affermazione, quasi si trattasse di un assioma evidente per sè stesso, del canone logico del " fermo restando il saggio dell'interesse „ è un altro anello della catena di scritti italiani, anteriori e posteriori alla polemica Adams-Seligman, il cui consenso conforta a riprendere in esame la teoria corrente della impossibilità dell'ammortamento di una imposta generale ed uniforme.

Capitolo Secondo.

Contributo alla teoria.
In generale.

IV.

Il problema non si imposta in maniera univoca, essendo incerto persino in che veramente consista la differenza tra imposta generale e speciale. Occorre considerare la differenza rispetto all'oggetto colpito? — imposte le quali colpiscono il reddito dei soli terreni o dei soli fabbricati o di tutti i capitali, dei soli capitali vincolati od anche di quelli disponibili —; ovvero rispetto alle persone contribuenti? — tutti colpiti con uguale percentuale, ovvero gli uni esenti e gli altri assoggettati ad imposte più o meno gravi a seconda dell'altezza del loro reddito —; ovvero rispetto al territorio d'imposizione? — imposta mondiale, statale, provinciale o comunale? Nè qui han termine i quesiti: considereremo noi generale ed uniforme una imposta la quale colpisca con aliquota uniforme redditi diversamente rischiosi? o quella la quale gravi soltanto sui redditi di capitale, lasciando esenti i capitali senza reddito ed i redditi di capitali personali?

Domande sottili, a cui le risposte possono essere molte e divergenti e determinate in parte dalla soluzione che sia data al problema medesimo che qui si vuole discutere. Giova perciò, in un primo momento, seguendo un procedimento logico usato in molte scienze per non rimanere immobili al limitare della ricerca o dubitosi intorno al modo migliore di risolvere quesiti che solo la ricerca stessa consentirà di risolvere, fare la convenzione che esista una imposta la quale incida — sia subito sia in seguito ad un processo di traslazione — con uguale peso tutti i redditi uguali. Suppongasi cioè:

1) che si abbia un'idea chiara di ciò che si intende per " redditi uguali „;

2) che l'imposta lasci perfettamente liberi gli uomini di produrre questo o quel reddito, di destinarlo a questo o quell'uso di consumo necessario o di comodità o di lusso, di investirlo in questo o quell'impiego, duraturo o temporaneo;

3) che l'imposta non spinga gli uomini a trasportare i loro capitali da uno Stato all'altro, da una città o regione all'altra del medesimo Stato;

4) che essa non induca gli uomini ad affrettare o posticipare l'epoca di utilizzazione dei loro capitali investiti speculativamente: foreste, aree fabbricabili, azioni di imprese a lunga scadenza, in confronto a quanto accade con i capitali impegnati a breve scadenza;

5) che essa non renda relativamente conveniente produrre uomini istruiti piuttostochè macchine atte ad aiutare gli uomini istruiti;

6) che essa non muti le tendenze comparative delle diverse categorie di contribuenti all'uso del proprio reddito a scopo di consumo o di risparmio.

Il concetto dell'imposta " generale ed uniforme „ si identifica così col concetto dell'imposta " neutra „; la quale incide con ugual peso su redditi aventi valore uguale nell'unità di tempo considerata, sì da lasciare invariato il giudizio di ogni uomo riguardo ad ogni unità di reddito. Se l'imposta non è neutra, non pare possa essere detta generale ed uniforme; non essendo tale quella imposta che pesa più su un'unità che sull'altra del reddito e spinge l'uomo a desiderare di possedere più la seconda della prima o ad usarla in un modo piuttosto che in un altro.

Perciò il concetto dell'imposta generale ed uniforme intesa nel senso di imposta neutra non coincide col concetto dell'imposta ad aliquota costante — ad es., imposta proporzionale del 10 % su tutti i redditi. Questa può essere invece parziale o disuguale se tassa ugualmente redditi diversi per quantità, vistosi o piccoli, o per indole, di lavoro, misti o di capitale, *prima* della loro riduzione ad un comune denominatore. Invece chiameremo imposta neutra o " generale ed uniforme „ l'imposta ad aliquota variabile secondo l'ammontare (progressiva) o secondo la natura del reddito (differenziata) quando la progressività ed il differenziamento siano operazioni necessarie per ridurre i redditi a comune denominatore. La variabilità dell'aliquota può non avere per risultato e per iscopo di far variare il peso dell'imposta gravante su due individui che si trovano in condizioni uguali, ma anzi di renderlo uguale. Far pagare il 10 % d'imposta ai redditi di capitale ed il 5 % ai redditi di lavoro non è un diversificare l'imposta; ma

un'uguagliarla *sostanzialmente* attraverso una diversificazione formale; e così il far pagare l'1 % a chi ha 1000 lire di reddito ed il 10 % a chi ne ha 100.000.

Un'imposta apparentemente " speciale „ può essere " generale „ anche per un'altra ragione: essa invero può essere parte di un complesso di tributi, il quale, sotto varie denominazioni, tende ad attuare il canone dell'uguaglianza. Così l'imposta successoria può essere necessaria per incidere convenientemente sui redditi provenienti da capitali in misura proporzionata all'incidenza sui redditi di lavoro; e le imposte di manomorta e di negoziazione per parificare la situazione dei patrimoni degli enti morali e delle società commerciali a quote trasmissibili in confronto ai patrimoni spettanti a persone fisiche od a società con carature non trasmissibili senza il consenso dei soci. Le imposte sui consumi possono essere necessarie per colpire adeguatamente i redditi di coloro che di fatto o di diritto sono esenti dalle imposte sui redditi e sui patrimoni. Ogni sistema tributario concreto è un sistema di contrappesi; sicchè per lo più soltanto il " sistema „ e non ciascuna delle sue parti distinte merita il nome di imposta " neutra „ o " generale „.

Nell'attuare così il canone dell'uguaglianza, il legislatore può commettere errori, i quali tolgono in parte all'imposta differenziata il suo carattere neutro ed allora essa cade nel novero delle imposte " speciali „ o " parziali „, le quali sono quelle che non posseggono i connotati sovra elencati dell'imposta " neutra „. Una imposta *apparentemente* " generale ed uniforme „ può *in realtà* essere " speciale o parziale „; come accade, a cagion d'esempio, per le imposte le quali colpiscono uniformemente i redditi guadagnati, e quindi tassano la parte destinata a risparmio il doppio di quella destinata a consumo (1).

---

(1) Per tutte le questioni relative al canone dell' " uguaglianza „ in tema di tributi ed alla doppia tassazione del risparmio mi riferisco, per brevità, alla citata mia Memoria *Intorno al concetto* ecc., *passim*.

V.

Solitamente, quando si vogliono studiare gli effetti di una imposta, sia di quella neutra o imparziale o generale, sia di quella speciale o parziale, si pone la premessa, frequente nel ragionamento economico, del *rebus sic stantibus*, ossia si suppongono invariati tutti gli altri dati dell'equilibrio economico, di cui si vogliono studiare le variazioni, in seguito ad una variazione dell'imposta. Già le moderne teorie dell'equilibrio hanno svalutata la premessa, mettendo in luce la interdipendenza di tutti i dati dell'equilibrio non solo economico, ma politico e sociale, sicchè variando l'uno variano gli altri e tutti vengono ad assumere una nuova posizione, diversa dall'antica. Nel caso nostro, la premessa potrebbe ancora giovare come schema logico atto a raffigurare che cosa accadrebbe se l'imposta fosse simile alla grandine, la quale, senza costo e senza compenso per gli uomini, porta via i frutti della terra. Se in qualche misteriosa maniera intervenisse una forza estranea agli uomini per impossessarsi, senza lasciar traccie, del 10 % dei loro redditi, il risultato sarebbe un aumento degli sforzi necessari ad ottenere una data rimunerazione, un'aggiunta agli ostacoli opposti dalla natura alla utilizzazione dei suoi beni.

La decurtazione di tutti i redditi nella misura del 10 % scema la massa dei beni disponibili nel momento presente e ne accresce il valore in confronto ai beni futuri. Se beni presenti e beni futuri (a un anno data) si scambiarono nella ragione di 100 a 105, ora si cambieranno nella ragione 100 a 105,50. Il saggio dell'interesse aumenta.

La quale verità si dimostra altresì osservando che dapprima si produceva una quantità M di risparmio, perchè la dose marginale del risparmio prodotto godeva sul mercato di una rimunerazione m; e questa, pur dando ai risparmiatori intra-marginali una rendita uguale alla differenza fra m ed il costo c del risparmio (sacrificio dell'aspettativa), era precisamente uguale a c per il risparmiatore marginale. Ma, essendo ora la remunerazione del risparmio ridotta ad $m - \frac{m}{10}$, essa è altresì per il

risparmiatore marginale minore di *c*. Quindi il risparmio si contrae ed il suo prezzo *m* deve mutare. Quale sia per essere il nuovo prezzo *m*, dipende dalla elasticità delle due curve di offerta e di richiesta di risparmio; ed è chiaro che esso si fisserà ad un punto imprecisato, ma più elevato di *m*. Il che vuol dire che il saggio dell'interesse, fatta la premessa del *rebus sic stantibus*, tende ad aumentare. Perciò l'imposta generale ed uniforme sui redditi, facendo salire il saggio dell'interesse, ad es., dal 5 al 5,50 %, opera in duplice maniera a ridurre i valori capitali corrispondenti a quei redditi, prima falcidiando l'ammontare dei redditi e poi crescendone il saggio di capitalizzazione. Il reddito di 5 si capitalizzava prima, al 5 %, in 100 lire; lo scemato reddito di 4,50, capitalizzato al 5,50 %, vale solo più 81,81 lire.

VI.

Ma l'imposta non è simile alla grandine. Essa è dovuta alla volontà degli uomini ed ha quindi effetti ben diversi — in peggio od in meglio — di un fatto imprevedibile ed indeprecabile della natura. Essa può essere simile alla " taglia estorta da un brigante „ (1), perchè esatta da un governo straniero o tirannico e sperperata in malo modo senza vantaggio della collettività. È il caso segnalato nella nota alla memoria del 1912, dato il quale si ha l'effetto di un rialzo nel saggio dell'interesse, maggiore, a parer mio, di quello che si sarebbe avuto nel caso dell'imposta-grandine. Infatti, quest'ultima produce l'unico risultato di rendere meno fecondo il lavoro dell'uomo, di una quantità che l'esperienza può misurare in modo esatto. Ma chi può misurare e prevedere le estorsioni di un governo tirannico? Un paese può prosperare nonostante le grandinate; non può sollevarsi dalla miseria più nera quando sia posto sotto l'incubo delle estorsioni imprevedibili di un governo oppressivo.

---

(1) L'espressione è di M. Pantaleoni, in *Scritti varii di economia*, Palermo, 1904, pag. 155. Si veggano però sotto (§ IX) osservazioni dimostranti che anche l'imposta-taglia produce effetti assai vantaggiosi in confronto all'assenza dell'imposta. Gli effetti considerati nel testo dell'imposta-taglia sono quelli che si avrebbero ai margini (cfr. sotto § XII).

Appartengono alla categoria delle imposte-estorsioni quelle, assai frequenti in verità, le quali siano congegnate in maniera da tornare vantaggiose alla classe governante più che alla collettività governata, sia per il modo della loro ripartizione sia per l'uso al quale esse sono destinate. Una scuola di finanzieri valorosi tende a considerare quello finanziario come un fatto sovratutto politico ed a dare sommo rilievo alla circostanza che la quantità e la ripartizione delle imposte sono determinate non in seguito ad un calcolo economico da privati individui consapevoli dei fini da raggiungere, sibbene in seguito ad un calcolo politico da corpi politici, i quali vogliono raggiungere scopi, i quali solo in apparenza si identificano con il vantaggio effettivo della collettività. Citano questi studiosi moltissimi fatti, per cui la teoria di quegli altri scrittori, i quali applicano le norme del calcolo economico di convenienza alla pubblica finanza, sarebbe lontana dal raffigurare la realtà effettuale.

Secondo questa, che può dirsi la scuola economica od edonistica della pubblica finanza, in un regime di governo democratico, o rappresentativo o cooperativo, i cittadini delegano a proprii deputati il calcolo dei vantaggi dei servizi pubblici e dei modi del loro sopperimento; ed i deputati si decidono ad istituire un servizio nuovo ed al relativo prelievo di imposta se reputino in tal caso maggiore il vantaggio della collettività di quello che s'avrebbe conservando la ricchezza a fini privati. Trattasi di una applicazione del teorema generale della ripartizione della ricchezza all'uopo più fecondo: se giovi di più prelevare 100 con l'imposta per l'erezione di scuole o per la costruzione di una fortezza, ovvero lasciare le stesse 100 al contribuente per soddisfare ai bisogni privati di cibo o di vestito o di divertimento. Ed il teorema dice che la ricchezza deve essere ripartita in maniera da soddisfare ai bisogni più urgenti e via via a quelli meno sentiti in modo che la soddisfazione marginale ricavata dalle ultime dosi della ricchezza sia per ogni cittadino uguale.

Ove la ricchezza sia così ripartita, è chiaro che il prelievo dell'imposta deve essere considerato utile per il contribuente, anzi atto a procurargli il massimo di utilità. L'imposta diventa una delle condizioni, l'esistenza delle quali consente ad una collettività di produrre il massimo di ricchezza, di toccare l'ottimo

nella ripartizione di essa fra i singoli e la più conveniente distribuzione fra consumo e risparmio. Quindi l'imposta non che provocare un aumento nello sforzo che l'uomo deve fare per procacciarsi il reddito, è la condizione necessaria per ridurre al minimo quello sforzo e per rendere massimo il reddito. Dire, in tali condizioni, che l'imposta del 10 % decurta il reddito è enunciare una proposizione formalmente esatta, ma in sostanza lontanissima dalla verità. Tanto irreale e tanto fantastica, come quella che farebbe un imprenditore, il quale si lagnasse di dover pagare salari agli operai o materie prime ai fornitori e considerasse questi pagamenti come una decurtazione del suo reddito. Ognun sa invece che per l'imprenditore non è un danno sopportare i costi necessari ed utili della sua impresa; ma anzi una condizione per rendere massimo il suo reddito. È un danno pagare salari ad operai fannulloni o comperare una materia prima disadatta; ma è un vantaggio poter remunerare convenientemente operai capaci o acquistare materie prime atte ad ottenere prodotti finiti che egli venderà con profitto. Così è dell'imposta: dannosa se male impiegata, utilissima se usata secondo la regola della più conveniente distribuzione della ricchezza.

Tra i due casi estremi, dell'imposta-taglia e dell'imposta economica, chi scrive era nel 1912 rimasto incerto; e pur propendendo a reputare più frequente di fatto una approssimazione all'imposta-taglia per la incapacità dei governanti a provvedere persino ai còmpiti fondamentali della giustizia e della sicurezza e per la rarità dell'apparizione di " genî politici „ capaci ad applicare le norme del calcolo economico al prelievo della imposta ed al suo impiego, aveva scelto una via di mezzo, quella per cui l'imposta sarebbe stata impiegata ad un uso precisamente così vantaggioso come quello a cui i consociati medesimi avrebbero destinato il numerario loro tolto.

A siffatta conclusione ero stato condotto dal pensare che in siffatta maniera — oltre a restare imparziale tra le estreme opinioni di coloro che ritengono l'imposta generalmente impiegata dai politici in modo meno ovvero più fecondo dei modi privati di impiegare la medesima ricchezza — io seguivo altresì il criterio puro economico, secondo cui gli uomini di governo dovrebbero curare la distribuzione della ricchezza tra

i diversi usi pubblici e privati, presenti e futuri, in guisa che la fecondità marginale di essa sia la medesima in tutti gli impieghi.

Il che è esatto, ma non dà una immagine compiuta della realtà.

VII	4						
VI	5	4					
V	6	5	4				
IV	7	6	5	4			
III	8	7	6	5	4		
II	9	8	7	6	5	4	
I	10	9	8	7	6	5	4
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*

Nella nota tabella mengeriana, l'uomo il quale possiede una sola dose di ricchezza, la destina al suddisfacimento della dose I del bisogno *A*, perchè questa gli dà il massimo di utilità 10; se ne possiede 3 dosi, ne destina due al soddisfacimento della dose I e II di *A* ed una al suddisfacimento della dose I del bisogno *B*. E così via, finchè ove possegga 28 unità di ricchezza, le destina a far acquisto di 7 dosi del bisogno *A*, 6 di *B*, 5 di *C*, 4 di *D*, 3 di *E*, 2 di *F* ed 1 di *G*, in guisa che la utilità marginale delle ultime dosi soddisfatte dei diversi bisogni sia uguale in ogni caso a 4. È elementare che così avvenga la ripartizione della ricchezza e che ogni altra ripartizione sia antieconomica. Ed è del pari evidente che alcuni di questi bisogni possono essere di godimenti immediati privati (cibo, vestito), altri di godimenti immediati pubblici (sicurezza, giustizia, difesa nazionale), altri ancora di godimenti futuri privati (risparmio per vecchiaia o famiglia, o arricchimento) o pubblici (rimboschimento a lunga scadenza). Il bisogno può essere di godimento fisico od intellettuale o di pregustazione di future ricchezze; e sempre il soddisfacimento dei singoli bisogni deve avvenire secondo la regola dell'uguaglianza della utilità delle soddisfazioni marginali.

Ma ciò non vuol dire affatto che per l'uomo sia indifferente

la destinazione di *una data dose* di ricchezza al pagamento dell'imposta (soddisfacimento di un bisogno pubblico) piuttostochè al soddisfacimento di un bisogno privato. La tabella dimostra che se *A* è un bisogno privato immediato e *B* un bisogno immediato pubblico, lo spostare anche solo l'ultima dose di ricchezza dall'uno all'altro uso sarebbe dannoso. Dannoso non destinare al cibo (*A*) la VII dose di ricchezza che recava all'uomo l'utilità 4 per destinarla al pagamento di una VII dose di imposta (*B*) che darebbe l'utilità 3; ma ugualmente dannoso non pagare la VI dose di imposta, con utilità 4, per avere una VIII dose di cibo, che darebbe una utilità di 3.

Ecco dunque dimostrato che il destinare *ai margini* una dose di ricchezza piuttosto al pagamento dell'imposta che alla soddisfazione di bisogni privati è cagione della più conveniente distribuzione della ricchezza e dà luogo al massimo della sua fecondità. Se ciò è vero al margine per le ultime dosi disponibili di ricchezza, è tanto più vero per le dosi precedenti. Al margine può talvolta dubitarsi, trattandosi di differenze infinitesime, quando le unità di misura della ricchezza siano assai piccole, se più convenga l'un impiego che l'altro. Talvolta l'uomo può essere indotto a decidersi più per impulso d'istinto che di ragionamento. Ma al disotto dei margini la scelta non è dubbia. Non pagare l'imposta *B* nella misura di sei dosi equivarrebbe a rinunciare alle utilità 9, 8, 7, 6, 5 e 4 per avere in cambio, ove pure la cosa fosse pensabile e possibile, utilità di 3, 2 ed 1, ossia utilità di gran lunga inferiori.

Il ragionamento puro economico non porta dunque, come avevo supposto nel 1912, a considerare la destinazione ad imposta ugualmente feconda come la destinazione a qualunque altro uso privato, presente o futuro, ma a collocare la destinazione ad imposta nel suo proprio luogo nel quadro generale della ripartizione della ricchezza ed a concludere che la destinazione di una certa quota di ricchezza ad imposta e di quella quota precisamente la quale risulta dalla osservanza della legge della ripartizione più conveniente della ricchezza è condizione necessaria per rendere massima la fecondità della ricchezza posseduta dall'uomo. Non destinare sei dosi di ricchezza ad imposta destinata ad usi pubblici presenti (*B*) e tre dosi di ricchezza ad imposta destinata ad usi pubblici futuri (*E*) vorrebbe

dire non solo una diminuzione gravissima nella fecondità di quelle $6 + 3 = 9$ dosi di ricchezza, ma un isterilimento delle residue 19 dosi destinate ad usi privati immediati (*A*, *C* e *G*) e futuri (*D* ed *F*). Nello stesso modo come non è pensabile e possibile, salvochè forse per una prima dose, il soddisfacimento del bisogno del cibo senza quello del bisogno di bere, vestir panni, aver casa, così non è nè pensabile nè possibile vivere, allevar figli, risparmiare, così come si conviene ad uomo, se lo Stato non garantisce le condizioni del vivere civile e non apparecchia migliori condizioni per l'avvenire. Nello schema teorico, la destinazione di una certa dose complessiva di ricchezza ad imposta e la sua conversione in beni pubblici non è, salvo per le quantità infinitesimamente piccole poste ai margini, più o meno feconda della destinazione di quella medesima dose ad impieghi privati. Essa, se il calcolo fu condotto correttamente, è la destinazione la quale dà il *massimo* risultato pensabile. Destinare ad imposta una quantità maggiore o minore, sarebbe un errore economico.

VII.

La esposizione che si è ora fatta della teoria della imposta come fattore della massima produttività complessiva della ricchezza non è, badisi, la ripetizione del sofisma per cui si usa l'artificio di supporre per un istante scomparso o soppresso o distrutto uno dei fattori della produzione e si conclude: ecco distrutta la produzione intiera ed ecco dimostrato che tutto il prodotto spetta al fattore scomparso, perchè senza di lui la produzione si riduce da 100 a zero e, con lui, ritorna a 100. Usò quel sofisma il Marx per il fattore lavoro; e si potrebbe a volta a volta usare per il capitale, per la terra, per lo spirito di organizzazione, per lo Stato. Poichè, per tutti, la scomparsa del fattore considerato importa la distruzione della ricchezza totale, ognuno di essi con egual diritto può arrogarsi la paternità dell'intiera produzione. Il che se è vero per ognuno di essi separatamente considerato, è erroneo per tutti insieme presi. Il massimo di produttività è uno solo e questo si raggiunge con *una data* combinazione dei varii fattori, quella che l'esperienza dimostra la più conveniente. La teoria economica

finanziaria afferma che in quella data combinazione entra anche lo Stato e che quindi il pagamento di una data imposta, quella dimostrata più conveniente dall'esperienza, è condizione necessaria poichè lo Stato intervenga nella misura più opportuna, come fattore di quella combinazione complessa, la quale appunto dà luogo al massimo di produttività. Lo Stato non è l'unico, nè il primo in grado tra i fattori produttivi; ma alla pari degli altri è un fattore che, dove più dove meno, a seconda dei risultati ambiti, deve intervenire perchè si abbia la combinazione più economica.

Nè il discorrere di Stato come " fattore produttivo „ deve lasciar credere che qui si voglia risuscitare la teoria dell'imposta-beneficio, dell'imposta riproduttiva. È verità oramai pacifica che l'imposta non si misura alla stregua del vantaggio o beneficio ricevuto dal singolo contribuente che la paga. L'imposta si paga appunto perchè non è assolutamente conoscibile il vantaggio speciale o divisibile che il singolo ricava da certi servizi pubblici, come la giustizia o la difesa, detti perciò indivisibili. Se quel vantaggio particolare fosse conosciuto sarebbe inutile ricorrere all'imposta, bastando lo strumento consueto del prezzo, privato o pubblico. Ma questa verità non contraddice in nulla all'altra che l'imposta, come massa complessiva di mezzi forniti allo Stato, dia modo allo Stato di agire come fattore della produzione nel modo economico che sopra si è detto. Naturalmente lo Stato agisce come fattore produttivo in conformità all'esser suo: non cioè come industriale od organizzatore della produzione, ma come ente politico: soldato, magistrato, educatore, difensore degli interessi generali, esercente quelle imprese che non sarebbero affatto o sarebbero male esercite dai privati imprenditori. In tal guisa esso collabora al raggiungimento della meta che è la massima produzione di beni materiali e spirituali, alla massima elevazione degli uomini. Non sempre l'azione dello Stato è intesa all'arricchimento dei singoli; chè anzi può darsi il contrario: che a certuni singoli lo Stato tolga assai e poco dia. Non l'eguaglianza fra il dare e l'avere dei singoli è il fine dell'imposta; sibbene l'elevazione massima della collettività.

VIII.

La teoria economica dell'imposta, pur così chiarita, resta male accetta ai teorici della finanza come fatto politico. Obbiettano costoro che la destinazione di una certa dose di ricchezza ad imposta non è il risultato di un calcolo economico ma di un calcolo politico. La decisione di pagare 100 o 1000 o altra somma a titolo d'imposta non è una decisione libera, consaputa dell'uomo, il quale paragoni costi e vantaggi, soddisfazioni private e pubbliche, presenti e future; è invece una decisione imposta forzosamente all'uomo dai suoi reggitori. È vero che i cittadini sono chiamati a pagare sei dosi di ricchezza per l'imposta B e tre dosi per l'imposta E; ma è assolutamente impossibile affermare che ciò accada in quanto essi ritengono che il soddisfacimento di B e di E in quella misura procuri le utilità indicate nella tabella meangeriana, perchè:

— i cittadini sono incapaci di dare un giudizio intorno alla utilità dei pubblici servigi, sia singolarmente considerati, sia nel loro complesso (1).

---

(1) Gino Borgatta, *L'Economia dinamica* cit., pag. 370 e segg., *passim*: " Negli individui cui sono assorbite porzioni di reddito per le spese pub- " bliche o che godono scientemente e, più spesso, inconsapevolmente i " servizi resi dagli enti pubblici, non esiste una nozione ed un calcolo " complessivo, per quanto poco approssimativo, della utilità, in rapporto al " *loro sistema di bisogni*, dei servizi rendibili dall'ente pubblico, dei proce- " dimenti da compiere per farli produrre nel modo più economico, nè lo " svolgimento d'un'attività logica diretta a questa massima soddisfazione " attraverso la *personale* partecipazione al meccanismo *politico*, scelta dei " rappresentanti, governanti, reazioni, giudizi, influenze sulla loro azione. " I servizi e beni pubblici non fanno che per gruppi limitatissimi parte " dei sistemi di utilità soggettivamente rappresentate e valutate. Come è " impossibile alla stessa *scienza*, cioè ad uno studio metodico e generale " del fenomeno, un calcolo, per quanto grossolano, dell'utilità *economica* " dei servizi ed organizzazione *pubblica* mantenuta e resa possibile dai " proventi fiscali, a tanto maggior ragione è inconcepibile una valutazione " *individuale* dell'utilità dei processi *indivisi* non valutabili nel loro effetto " *complessivo*... L'immensa maggioranza degli individui ha una nozione af- " fatto vaga, limitata, unilaterale, imprecisa, se non inesistente, dell'orga- " nismo politico e della sua azione come organo economico produttore

— il giudizio sull'utilità è dato non dagli interessati, ma dai loro delegati;

— il giudizio può essere sbagliato, anche quando i delegati col massimo zelo e con studi penetranti cercano di interpretare la volontà manifestata od inconsapevole dei cittadini;

— il giudizio dei cittadini è non di rado in aperto contrasto con quello dei delegati; reputando i primi inutili e forse anco dannose certe spese pubbliche a cui è destinato il provento delle imposte, e preferendo tener per sè ed usare a fini privati, da essi considerati più urgenti, le somme che pure sono costretti a pagare a titolo d'imposta;

— il giudizio intorno alle pubbliche spese è spesso dato dai delegati senza aver ricevuto alcun mandato dai cittadini, poichè questi si trovano, sovratutto per le spese più importanti, come le guerre, dinanzi al fatto compiuto, al quale non giova ribellarsi;

— anche quando alle pubbliche spese sembra che i cittadini abbiano dato il proprio assenso preventivo, esso è stato carpito con svariatissime e sottili arti, fra cui assai frequente quella di far credere assai minore la spesa di quello che in realtà sia, o pagabile il conto da altre classi, da altre nazioni (indennità di guerra), dalle generazioni venture (debito pubblico);

— sicchè è giocoforza concludere che il giudizio intorno alle imposte non è un giudizio economico dato dai cittadini intorno alla più conveniente ripartizione della ricchezza propria; ma un giudizio politico dato dai delegati intorno alla convenienza di servirsi del potere per prelevare imposte a carico dei cittadini

---

" diretto o complementare di servizi utili... I rapporti *attivi* della maggio-
" ranza nella formazione dei pretesi gruppi *delegati* a capo dell'organizza-
" zione politica non si svolgono che rarissimamente e per zone limitate di
" rapporti, sulla base di ragionamenti di calcolo dell'utilità economica e
" dei costi finanziari dei servizi che i gruppi dirigenti produrranno. La
" partecipazione al fenomeno politico avviene attraverso moventi *sentimen-*
" *tali* — politici, giuridici, sociali, religiosi — nei quali il problema finan-
" ziario entra bensì spesso, ma non come *oggetto di un calcolo rigoroso* da parte
" di maggioranze amministrate e gruppi dirigenti, di elettori ed eletti,
" piuttosto come *un elemento atto ad usufruire e partecipare ai moventi*
" *sentimentali che dominano l'equilibrio, i rapporti, i movimenti dei gruppi*
" *politici.*

a vantaggio proprio e delle classi e dei gruppi sociali che essi più particolarmente rappresentano. Questo è il calcolo vero, fondamentale, compiuto da coloro i quali in realtà votano le imposte; e farebbe d'uopo supporre che i delegati (sovrani e ministri, autocrati od eletti) non sapessero o non volessero giovarsi della forza che essi posseggono, per immaginare che essi non facessero il calcolo politico della convenienza del prelievo delle imposte in modo confacente ai proprii interessi, curandosi di quelli dei consociati solo entro i limiti della necessità di non eccitarne troppo il malcontento e di non spingerli a cambiamenti di governo, a rivolte ed a rivoluzioni. La teoria dell'imposta prelevata e ripartita a norma della legge della più conveniente distribuzione della ricchezza è una *formula politica*, come la direbbe il Mosca, un *mito* come vorrebbe il Sorel, od una *derivazione*, come la chiamerebbe il Pareto, atta a velare la realtà, che è l'imposta prelevata e ripartita a norma delle convenienze della classe governante. L'ammontare dell'imposta e la sua ripartizione sono la resultante del gioco delle forze politiche ; la teoria economica è lo strumento elegante di cui si serve la classe politica dominante per tener contenti i contribuenti; e fa parte di quel ricettario di cui con tanta dottrina il compianto Puviani tessè la storia nella sua *Teoria delle illusioni finanziarie*.

Supponiamo che i fatti addotti dai teorici della tesi politica della finanza siano indiscutibili, calzanti e rilevanti. È una concessione provvisoria fatta per chiarire il problema. Io dico che da ciò non sarebbe dimostrata illogica la applicazione dello schema mengeriano alla ripartizione del reddito fra scopi pubblici e scopi privati. Dall'ipotesi che gli uomini non sono individualmente capaci a dare un giudizio ragionato dell'utilità dei pubblici servizi e che il giudizio è dato dai dirigenti per scopi proprii e differenti dal vantaggio dei singoli cittadini non discende affatto la illazione che lo schema mengeriano sia inapplicabile ai fatti finanziari.

Se così fosse, esso sarebbe inapplicabile anche ai fatti economici privati. Non è vero infatti :

1) che gli uomini siano sempre capaci di dare un giudizio intorno alla utilità effettiva dei beni e servigi privati che essi " volontariamente „ acquistano. Per lo più, quella utilità è un mito, un frutto di credenze, di immaginazione, di costumi,

non un fatto di ragionamento consaputo. Non occorre citare l'esempio dell'alcoolista il quale immagina di trovare un'utilità nel veleno che lo trarrà alla delinquenza, alla miseria ed alla morte anticipata. Ma qual'è mai la merce della cui utilità l'uomo medio sia capace a fare una valutazione esatta? Basta riflettere al divario enorme esistente fra le tabelle correnti nei libri di igiene e di medicina pratica intorno al valor nutritivo comparativo degli alimenti e le predilezioni, spesso inverse, dei consumatori per rimanere persuasi quanto poco consapevoli e ragionate siano quasi tutte le azioni degli uomini rivolte al soddisfacimento dei loro bisogni privati, tanto poco logiche che la scienza medesima in moltissimi casi non è riuscita a scoprirne il fondamento ed a tracciarne le leggi;

2) che il giudizio intorno alla convenienza di soddisfare questi o quei bisogni privati, in questa o quella misura relativa sia dato dagli interessati. È dato per lo più dalla moda, dal costume, dall'esempio altrui. Perchè le classi borghesi usano avere in casa una stanza chiamata " salotto „? Perchè le donne usano certe foggie di vestito, portano gioielli? perchè gli uomini fumano? Perchè gli operai poco apprezzano la casa ed i contadini vanno spesso scalzi?

— che il giudizio sia frutto di una volontà chiara e mirante ad un fine. L'uomo " politico „ plaude ad una guerra, ad una pace, ad un progetto di spesa perchè il suo giornale gli fa credere che il fine si otterrà con piccolo sacrificio o con sacrificio altrui e con grandi risultati. L'uomo " privato „ compra lo specifico che gli viene segnalato dal giornale, il libro che gli raccomanda il libraio, i numeri del lotto raccomandati dall'infallibile frate della quarta pagina; la donna vana acquista i brillanti od il cappellino perchè la sarta non gli discorre del prezzo, e la nota è mandata in seguito al marito od all'amante. Quale differenza sostanziale vi è tra i due generi di azione? Non è probabile che le azioni " illogiche „ siano di gran lunga più numerose e più imponenti nel campo della vita privata, e le spese da esse determinate assorbano una porzione di gran lunga maggiore del reddito di quanto facciano le conclamate azioni illogiche di carattere pubblico?

— vorrebbesi forse insistere sul carattere " volontario „ delle azioni private e su quello " forzoso „ delle azioni pub-

bliche per legittimare una differenza così profonda tra di esse come la possibilità di creare o non creare una scienza " economica " o " finanziaria " fondata sul calcolo utilitario? Ma trattasi di una differenza puramente formale, la quale non ha alcun valore dinanzi al tribunale della scienza. Qui non si vuole affrontare la questione filosofica intorno alla libertà o necessità delle azioni umane; ma è certissimo che il criterio di decisione del problema secolare non sta nell'essere l'una azione " comandata " e l'altra lasciata " libera " dal legislatore. Ambe le specie di azioni, sia quelle *legalmente* volontarie sia quelle *legalmente* libere, possono essere considerate frutto di necessità o di libera volontà, a seconda che filosoficamente si imposti il problema. Tra i fattori determinanti le azioni degli uomini, moltissimi pensatori — e la loro opinione parmi la più fondata — noverano la volontà consapevole e chiara dell'uomo il quale vuole raggiungere un fine e conosce ed attua volontariamente i mezzi atti a raggiungerlo. Tra i fini ve ne possono essere di quelli pubblici e il mezzo volontariamente scelto per raggiungerli è il " comando " dello Stato. Non si nega l'importanza dell'intervento del legislatore nel far diventare obbligatorio il pagamento dell'imposta da libero che era, legalmente, il pagamento del prezzo; ma si deve negare perentoriamente che quell'intervento possa far giudicare libero l'atto del pagare il prezzo per chi sia portato a reputarlo la conseguenza *necessaria* di fattori preesistenti o costrittivo l'atto del pagamento dell'imposta per chi ritenga che anche l'uomo " politico " sia capace di determinarsi ad agire, direttamente o per mezzo di delegati, per un atto libero di volontà.

Anche il giudizio intorno ai bisogni privati individuali non è dunque un giudizio economico puro; ma è giudizio sociologico complesso, il quale dovrebbe tener conto di numerosissime forze economiche, psicologiche, sociali, famigliari, di costumanze, di imperativi del dovere che tutti confluiscono al risultato verificatosi.

Ciò non ha impedito agli economisti di tracciare in una prima approssimazione lo schema mengeriano e di trovarlo utile per orizzontarsi in mezzo alla selva selvaggia dei fatti umani. Ciò non deve impedire ai finanzieri di adottare il medesimo schema allo stesso intento di primo orientamento.

IX.

Dico di più, rinunciando a quella provvisoria ammissione dianzi fatta della rilevanza dei fatti addotti dai sociologisti della finanza: quel primo orientamento risponde, forse meglio di quanto non accada nel campo dei bisogni privati, alla necessità di tener conto dei fatti veramente tipici e fondamentali della pubblica finanza.

Ed invero la teoria sociologica o politica della finanza troppo ha trascurato il nucleo essenziale per attardarsi attorno alle frangie eleganti ed interessanti, ma poco rilevanti del fatto finanziario. Non bisogna dimenticare che gli errori di giudizio, le spese pubbliche inutili, non desiderate dai cittadini e vantaggiose solo ai ceti dirigenti sono la frangia; ma il nucleo sostanzioso sono le spese pubbliche fondamentali, utili alle collettività, necessarie per permettere il funzionamento del meccanismo economico e sociale. Pur nella ipotesi estrema di governo incapace, tirannico, di imposte esorbitanti, sperperate da un piccolo gruppo di dirigenti a proprio beneficio, è tanto grande la necessità di un governo *qualsisia*, di un ordine politico qualunque, che la destinazione di una parte del proprio reddito ad imposta è di solito una delle operazioni più convenienti che l'uomo possa compiere. Un governo efficiente, capace è fuor di dubbio migliore di un governo corrotto e inetto, un governo libero in confronto ad un governo tirannico; ma un governo corrotto, inetto e tirannico, un qualsiasi capo banda o comitato terroristico di salute pubblica, è di gran lunga preferibile alla mancanza di governo, all'anarchia.

Gli uomini possono dimenticare esperienze antiche e recenti, possono abituarsi siffattamente all'idea che un governo esiste da non percepire più la sua necessità ed utilità. La domanda dei pubblici servizi può passare per i singoli nella regione dell'inconscio ed essere compiuta dai dirigenti in modo diverso e lontano dai desideri effettivi e presenti dei cittadini. Tuttociò non è molto diverso da quanto accade nel campo del soddisfacimento dei bisogni privati, dove molti atti si compiono in modo riflesso, senza paragone consapevole fra numerario speso ed utilità del bisogno soddisfatto, per consuetudine, per rispetto umano, per

orrore del cambiamento. Tutto ciò è anche pura crosta sottilissima. Rompasi questa per qualche imprevisto accidente, frantumisi per un istante la macchina dello Stato e si vedranno gli uomini disperatamente invocare lo Stato, uno Stato, un governo, un despota pur di essere salvati dalla fame, dalla miseria, dalla rovina, dall'anarchia! Tutto gli uomini sono disposti a dare tutta la propria ricchezza eccedente l'indispensabile per vivere, pur di avere uno Stato; perchè essi vedono che solo l'esistenza di uno Stato consente ad essi di vivere.

Vedasi perciò come sia fondamentalmente nel vero H. Stanley Jevons, quando nel corso di un suo luminoso scritto sui principii della finanza definisce la capacità contributiva della collettività come il sovrappiù della produzione del paese oltre ciò che è necessario a serbare in vita gli uomini secondo il tenor di vita prevalente nel tempo e nel paese considerato (1). *Tutto il prodotto umano sociale*, salvo l'indispensabile per la vita degli individui: ecco ciò che lo Stato potrebbe prelevare senza danno e col consenso volonteroso degli individui, se questi volessero paragonare il costo dell'imposta col danno della inesistenza dello Stato. E poichè nessun governo, come osserva lo stesso autore, spinge le imposte sino ad esaurire tutta la capacità contributiva e per lo più un grande margine è lasciato libero fra le imposte di fatto e quelle che teoricamente si potrebbero stabilire e consentire, giuocoforza è concludere che di fatto e probabilmente nel maggior numero dei casi le valutazioni dei governi sono contenute entro i limiti della prudenza; e che se errori e scarti vi sono, se non si possono negare gli sprechi, questi non eccedono le dimensioni consuete negli atti umani e sono spesso, probabilmente nella massima parte dei casi, sorpassati dagli errori, dagli scarti e dagli sprechi che frequentissimi si osservano nella vita privata.

Aggiungasi non essere frequente che l'impiego della ricchezza a scopi privati sia capace di dare rendimenti così ele-

---

(1) " The taxable capacity of any community may be briefly defined " as the surplus produce of the people above what is necessary to maintain " existence according to the standard of life prevailing at the time in the " country concerned ". *Principles of Finance*, pag. 241. È il saggio quinto di una serie su *The Art of Economic Development* pubblicata da H. Stanley Jevons nel suo " Indian Journal of Economics ", N^ri 5 e 6.

vati come quelli che sono talvolta possibili nel caso di giudiziosi impieghi pubblici. Rilievi importanti ha compiuto a questo proposito il citato autore per il gruppo di pubbliche spese indirizzate a migliorare l'ambiente in cui l'uomo vive (pag. 259 e segg.). Vi sono spese, come quelle per l'illuminazione, il piano regolatore, i giardini e gli edifici pubblici che non aumentano direttamente il reddito dei consociati, ma dànno luogo ad imposte pagate volentieri, perchè i contribuenti sentono essere il vantaggio della spesa pubblica maggiore dei godimenti superflui privati a cui si è dovuto rinunciare. Se la spesa fu fatta per scopi di pubblica igiene e per la costruzione di città-giardino, essa produce ben presto un incremento così grande nella capacità fisica e mentale di lavoro, da aumentare nel corso di pochi anni la capacità contributiva del due o trecento per cento di più di quel che sarebbe accaduto se le imposte non si fossero pagate e nulla si fosse fatto. Le spese economicamente riproduttive a distanza di tempo, come la costruzione di ferrovie, magazzini generali, ponti, canali irrigatorii, e quelle socialmente produttive, compiute per l'educazione popolare, per il miglioramento del regime della proprietà o per l'istruzione agricola hanno un effetto caratteristico sul reddito sociale e sulla capacità contributiva. " Per i primi anni la spesa, rendendo necessaria una tassazione cresciuta sia per pagare gli interessi e " le rate di ammortamento sul suo costo capitale, come nel caso " di un'opera pubblica, o per fronteggiare le iniziali ordinarie " impostazioni di bilancio, come nel caso dell'educazione, non è " controbilanciata da alcun aumento nella capacità contributiva. " Questo incremento si produce solo grazie al crescere dei frutti " indiretti dell'opera pubblica, od al miglioramento della capa- " cità generale produttiva della popolazione in virtù dell'opera " di educazione. Ma l'incremento della capacità contributiva " dovuto a questa causa, sebbene cominci lentamente, procede " con una velocità continuamente accelerata — ad interesse " composto, per così dire — durante un mezzo secolo o più. " L' incremento della capacità contributiva ha luogo per via di " azioni e reazioni economiche ad un saggio crescente quando " numerosi provvedimenti somiglianti sono stati adottati e giun- " gono contemporaneamente a maturazione. Se fosse possibile di " accertare separatamente l'incremento di capacità contributiva

" dovuto ad una qualunque opera pubblica o ad un piano di edu-
" cazione concepito ed attuato con sapienza e successo normali,
" si vedrebbe quasi certamente che siffatto incremento dopo
" quaranta o cinquanta anni è uguale ad un'altissima percen-
" tuale sul costo capitale iniziale — da 50 a 100 o 200 per
" cento all'anno. Una ferrovia, un canale d'irrigazione può fa-
" cilmente, dopo trent'anni, ripagare il suo costo ogni anno sotto
" forma di incremento nella capacità contributiva [*ossia* nella
" eccedenza del reddito sociale oltre il necessario a condurre la
" vita secondo il tenore usuale di vita]. Naturalmente l'imposta
" assorbe di solito soltanto una piccola frazione di siffatto in-
" cremento della capacità contributiva. Gli uomini possono go-
" dere maggior copia degli agi e lussi della vita, i quali a loro
" volta diventano consumi convenzionalmente necessari; e sono
" altresì in grado di risparmiare e di investire di più, il che di
" nuovo accresce il reddito sociale ed ulteriormente aumenta la
" capacità contributiva. Se noi dovessimo calcolare il futuro
" rendimento ricavabile, sotto forma di capacità contributiva,
" dalle spese per l'educazione, assumendo come spesa iniziale
" il totale della spesa occorsa in un periodo di tre anni — anche
" senza supporre una educazione del tipo più efficace — noi
" constateremmo probabilmente che trent'anni più tardi l'incre-
" mento della capacità contributiva imputabile — ove fosse pos-
" sibile di calcolarla a sè — alla spesa per l'educazione sarebbe
" uguale all'intiera spesa iniziale triennale. Ciò equivale ad un
" rendimento, dopo lunga attesa, del 300 per cento all'anno, ove
" si consideri la spesa per l'educazione come fatta in conto
" capitale " (*loco cit.*, pag. 261-3).

Questa non è una raffigurazione idealmente rosea della realtà; è lo schema di tendenze le quali sempre più vivacemente influenzano la vita pubblica di tutti i paesi civili. La cresciuta educazione civica, l'interessamento universale alla cosa pubblica rendono oggi più sensibili gli uomini all'utile impiego della ricchezza prelevata con l'imposta. Si avverte dappertutto, anche nei paesi a forme di governo rozze, inerti e non rappresentative, uno sforzo di innalzare il tenore della vita pubblica, di agire favorevolmente sulla produzione economica, di migliorare l'educazione mediante l'accorto impiego del pubblico denaro. Vi sono ancora e vi saranno sempre deviazioni, errori, anche gravissimi;

ma non si può non avvertire al disotto degli errori di giudizio e delle sopraffazioni di classe questa vasta corrente di crescente interessamento alla cosa pubblica, di raffinamento sensibile nella scelta dei fini pubblici da raggiungere e nel loro paragone coi fini privati a cui si deve perciò rinunciare. Il fatto dominante è questo: che la destinazione di una parte della ricchezza a fini pubblici è un'operazione economicamente feconda, pur facendo l'ipotesi di determinazioni individualmente inconsapevoli e di governi corrotti, inetti e tirannici; e che il campo dell'inconscio tende a ristringersi vieppiù a vantaggio delle azioni consapevolmente compiute dagli individui, a mezzo dei loro rappresentanti, per raggiungere il massimo di utilità con un giudizioso impiego delle somme deliberatamente pagate a titolo d'imposta. Quanto più questa tendenza si afferma nella realtà, quanto più gli uomini — non fa d'uopo ricorrere, come supponevo nel 1912, ai genî politici — di ordinaria abilità ed onestà si addestrano al governo della cosa pubblica ed applicano a questo governo le norme ordinarie di amministrazione, tanto più cresce, con velocità accelerata nel tempo, la fecondità degli impieghi pubblici della ricchezza; e tanto più probabile diventa di scoprire, con tentativi numerosi e ripetuti, attraverso insuccessi svariati ed educativi, *la* ripartizione, variabile di volta in volta e da luogo a luogo, della ricchezza tra fini pubblici e fini privati, la quale è capace di rendere feconda di un risultato massimo la ricchezza totale posseduta dagli individui componenti la collettività.

La tesi *storica* della ripartizione della ricchezza non contraddice dunque, anzi conferma, lo *schema* teorico; e ad una diversa conclusione può venire solo chi si attardi ad ingigantire i nei, a far svolazzare le frangie della costituzione politico-finanziaria degli Stati dei varii tempi e paesi e trascuri di guardare al disotto del fatto transeunte, dell'accidente superficiale il nucleo fondamentale, l'idea dominante che crea gli Stati, li fa vivere e li fa prosperare.

Può sembrare strano che dalla penna di uno studioso, appartenente alla schiera degli economisti detti volgarmente " liberisti „ sia uscita una raffigurazione così ottimista dello Stato e delle sue funzioni; e chi ripensi alle critiche acerbe che lo scrivente rivolse prima e durante la guerra e continuerà dopo a rivolgere alla burocrazia, all'allargamento delle funzioni dello

Stato, allo sperpero del denaro pubblico, non mancherà di tacciarlo di contraddizione. A torto, essendo ovvio che l'epiteto di " liberista „ applicato agli economisti è privo di significato, ed essendo caratteristica degli economisti dichiarare preferibili certe azioni non perchè compiute dagli individui, ma perchè più economiche, più feconde, a parità di costo di altre, sia che esse siano compiute dagli individui o dallo Stato. Questa è la sola ed aurea norma di condotta economica. Affermare che gli economisti sono contrari allo Stato è dir cosa altrettanto insensata come chi dicesse che certi astronomi sono nemici del sole, della luna o delle nuvole.

Può sembrare anche strano che uno studioso di economia manifesti una così aperta ripugnanza per quelle spiegazioni dei fatti finanziari che hanno un apparente chiarissimo carattere economico, come quella che fa dipendere l'ammontare e la distribuzione delle imposte dall' interesse delle classi dominanti. Ma anche qui sembra a me che tutta la tradizione classica economica repugni a menar per buone quelle spiegazioni dell'economismo storico che erano divenute di moda vent'anni addietro e che oggi risorgono sotto le spoglie del sociologismo integrale. Forse ciò accade perchè gli economisti, essendo abituati a veder le linee essenziali dei fatti, difficilmente si persuadono a considerare rilevanti e decisivi gli svariati fatti, fatterelli ed aneddoti che i sociologisti vanno raccattando, su per le gazzette odierne o per le cronache rese venerande dal tempo, a provare che gli uomini non sanno quel che si fanno quando delegano ad altri il governo della cosa pubblica o che i delegati pensano soltanto a far prosperar sè stessi od i loro affiliati. I fatti addotti dai sociologi non sono falsi. Sono però unilaterali e non riescono a dare la teoria compiuta. Accanto all'uomo privato ed all'uomo di governo egoista, curante solo dei proprii interessi e di quelli della propria classe, desideroso di godere dei pubblici servigi e di farne pagare altrui il costo, vi è l'uomo " politico „, il quale vede la necessità di far parte dello Stato, di " ricrearsi „ in esso, di raggiungere fini che senza lo Stato sarebbero inconcepibili. L'uomo " politico „ sa od intuisce che egli è un " altro „ appunto per la sua appartenenza al corpo collettivo; sa od intuisce che la sua fortuna, i suoi redditi, le sue maniere di vita sono condizionate dall'esistenza degli altri uo-

mini e dello Stato; sa che, pagando l'imposta, egli non dà cosa creata da lui, ma cosa creata dallo Stato o da lui quale parte dello Stato.

Entro certi limiti è arbitrario partire dall'ipotesi dell'uomo " egoista „ o da quella dell'uomo " politico „ nel costruire la teoria dell'imposta, considerando l'altra ipotesi come un coefficiente di correzione di quella scelta. Sembra tuttavia più corretto preferire in prima approssimazione l'ipotesi dell'uomo " politico „ come quella che: 1° è propria del concetto di Stato; mentre quella dell'uomo " egoista „ gli è contrastante; 2° si conforma all'esperienza storica di una sempre maggiore consapevolezza nell'uomo della sua natura politica, dei suoi obblighi verso i consociati e dell'assurdità di concepire se stesso come un'entità a sè stante, mentre il suo essere medesimo è concepibile solo come parte di un tutto, che è il corpo politico.

Vero è che l'uomo " politico „ non cessa di essere egoista; e pur apprezzando i vantaggi della vita collettiva e dell'esistenza prospera dello Stato, tenta di goderne accollando altrui l'onere delle imposte occorrenti ai compiti pubblici. Ed è grande perciò l'utilità delle ricerche rivolte a chiarire i calcoli e le azioni con cui gli uomini effettivamente ripartono tra loro i carichi tributari ed i risultati dei tentativi compiuti da ognuno per godere il massimo dei benefici e sopportare il minimo degli oneri statali. Ma queste ricerche utilissime non debbono partire dalla negazione della verità di prima approssimazione, secondo cui l'applicazione della ricchezza al pagamento dell'imposta è un caso particolare della legge generale della ripartizione più conveniente della ricchezza; bensì devono essere rivolte a correggerla e ad integrarla. Se così si opera, si vede che quella legge non soltanto è una verità di prima approssimazione, non è soltanto una verità astratta, la quale concretamente non sembra neppure verificarsi, tanto è deformata dagli egoismi individuali, dalle lotte fra gruppi politici e di classe, ma è una mèta verso cui faticosamente gli uomini camminano. Le esperienze successive persuadono sempre più gli uomini della necessità di sottomettersi ad una legge comune; più ancora li persuadono della necessità di dar opera consapevole e volontaria alla creazione di questa legge comune, alla sua esecuzione, al sopperimento dei mezzi atti a renderla attiva e fruttuosa.

Se anche questa coscienza politica sia poco diffusa nella generalità, avvertita dai più solo in momenti eccezionali, essa innegabilmente si diffonde, si radica nell'animo umano ed inspira in una crescente misura le azioni della eletta dirigente e quelle anche delle moltitudini governate. Da schema astratto, utile per orizzontare gli studiosi ed atta a classificare le azioni umane essa diventa a poco a poco mèta da raggiungere, norma consapevolmente voluta ed ubbidita. Essa è la norma permanente storicamente sempre esistita, sebbene solo gradatamente divenuta capace di indirizzare in modo consapevole le azioni umane. Le altre regole di condotta appaiono, in suo confronto, transeunti, variabili da tempo a tempo. Scopo della ricerca scientifica è di tener conto sia della legge permanente, che da astratta ed impalpabile, diventa sempre più concreta e consapevolmente osservata, sia delle leggi particolari di ogni tempo e luogo. Sarebbe certamente erroneo negare queste; ma non è meno grave l'errore di coloro che, per amore del concreto e del vero evidente, negano quelle realtà più vere che sono le idee astratte, le forze fondamentali e semplici le quali son quelle che veramente muovono gli uomini. Per orrore dell'astrattezza cadono essi in astrattezze più grandi, mai neppure immaginate da coloro che alle loro leggi diedero sempre il valore di prime approssimazioni soggette a successive correzioni ed integrazioni.

X.

Se questa è la verità fondamentale e permanente alla quale necessariamente si è condotti quando si saggi lo schema teorico della ottima ripartizione della ricchezza fra scopi pubblici e privati alla prova della esperienza storica, fa d'uopo logicamente concludere che il pagamento dell'imposta non diminuisce anzi cresce la quantità di reddito posta a disposizione degli uomini. L'imposta aumenta il flusso del reddito presente, perchè essa rende massima la fecondità dei risparmi impiegati nella produzione, massima la produttività del lavoro, massimi lo spirito di intrapresa e la capacità inventiva degli uomini.

Quindi le tre ipotesi della imposta *più* o *meno* od *ugualmente* feconda degli impieghi privati della ricchezza, che io avevo messe innanzi nel 1912 come atte a spiegare le diverse situa-

zioni effettive debbono *in prima approssimazione* essere sostituite da *una sola* e *diversa* ipotesi: che l'attribuzione di una parte del reddito ad imposta dia luogo ad *un massimo* di fecondità che non sarebbe possibile ottenere con un' altra ripartizione della ricchezza tra beni pubblici e privati. Vi è *una* ripartizione, vi è *una data massa d'imposta* che è capace di ottenere il massimo risultato. Entro i limiti in cui lo schema si attua nella realtà — e tutto fa credere che esso si attui per il nucleo più rilevante delle spese pubbliche ed in proporzioni assai maggiori di quanto non si creda dai più — l'imposta fa sì che il flusso della ricchezza nuovamente creata sia un massimo. Potrà l'imposta in qualche momento contrarre il flusso dei beni presenti, perchè essa indirizza il lavoro degli uomini a produrre beni futuri — strade, ponti, ferrovie, scuole —; ma la contrazione è momentanea, e dà luogo ben presto ad una nuova espansione che porta il reddito collettivo ad una altezza maggiore. Alla lunga l'imposta fa aumentare il reddito o dividendo nazionale presente; ed è costretta perciò a svalutare i beni presenti in confronto ai beni futuri. *Il saggio di interesse scema a causa dell'imposta.* Questa è la conclusione ultima a cui tutta l'indagine compiuta fin qui necessariamente reca.

Se è vera la conclusione, non può negarsi del pari che l'imposta cresce il valor capitale dei beni fecondi di reddito. Il reddito, che sarebbe stato di 3 se un'ipotesi così irreale come l' " assenza dell'imposta „ potesse per un istante concepirsi, diventa di 6, ossia giunge al suo massimo, *a causa dell'imposta.* Nel tempo stesso il saggio dell'interesse che sarebbe stato del 6 per cento — le cifre e le percentuali sono tutte ipotetiche e meramente esemplificative — diventa, *sempre a causa dell'imposta* — del 3 %. Quindi i valori capitali crescono per doppia guisa: per l'aumento del reddito, da 3 a 6, e per la diminuzione del saggio dell'interesse, dal 6 al 3 % e passano, nelle ipotesi fatte, da 50 a 200 (1). Precisamente l'opposto di quanto

(1) Il teorema ora dimostrato può spiegare la ragione per la quale non di rado le previsioni di diminuzione dei redditi e dei valori capitali in seguito a forti inasprimenti di imposta non si sono verificate. In mezzo all'intrecciarsi dei fatti sociali, i quali non permettono per lo più di individuare la causa determinante di un dato movimento economico, non è

si suppone normalmente accadere fatta la premessa del *rebus sic stantibus* (cfr. sopra § V). Quale significato hanno in questa ipotesi che raffigura la condizione *normale*, i discorsi intorno all'ammortamento dell'imposta? Questi suppongono che l'imposta abbia cagionato una diminuzione di redditi e sono rivolti a sapere se questa diminuzione a sua volta dia luogo ad una diminuzione o meno del saggio dell'interesse e ad una proporzionata o più che proporzionata riduzione dei valori capitali corrispondenti al reddito scemato. Caduta la premessa della diminuzione, cadono le illazioni relative.

XI.

È necessario invece ragionare intorno alle illazioni che si possono ricavare dalle vere conseguenze dell'imposta. Le quali sono, se ben si guarda, due, diversissime per indole: l'incremento nel flusso dei redditi, ad ipotesi da 3 a 6, e la caduta nel saggio dell'interesse, ad ipotesi dal 6 al 3 per cento. Dico che questi due fatti son diversi per indole; ed invero il saggio dell'interesse cade *ugualmente* per tutti gli impieghi, mentre il flusso dei redditi, pur crescendo come volume, a così dire, di acque scorrenti, si riparte poi per rivoli variamente modulati a favore dei singoli cittadini. Il saggio dell'interesse è fissato sul mercato, in modo uguale per tutti. Se in uno stato ordinato, tranquillo, progressivo, la massa del risparmio cresce, il saggio dell'interesse tende a scemare a favore di tutti coloro che hanno bisogno di capitali. Il suo calare è una forza la quale spinge all'insù, *uniformemente*, i valori capitali. Ma il flusso del reddito cresce come volume complessivo di acqua corrente solo fino al momento della sua suddivisione; nè v'è ragione di affermare che la medesima rata di incremento si verifichi in tutti i rivoli in cui il fiume si spezza per giungere ai singoli. L'imposta, già fu osservato dianzi, è una delle condizioni del massimo incre-

---

azzardato notare che forse la mancata verifica derivò dall'essere stata l'imposta destinata all'uso di massima fecondità od almeno ad un uso di rilevante fecondità relativa; sicchè sarebbe stato assurdo che i redditi ed i valori capitali scemassero. Dovevano logicamente aumentare. Era sbagliata la previsione, perchè derivata da erronee premesse teoriche.

mento della produzione in generale; ma il suo pagamento da parte del singolo non è bilanciato da un proporzionato incremento del reddito del singolo medesimo. La media del reddito aumenta, per ipotesi, da 3 a 6; ma ben può darsi che il 6 sia la media di redditi differenti, più o meno cresciuti, talvolta stazionari e persino diminuiti in confronto al loro livello nell'ipotesi irreale dell'assenza di imposta. Con esemplificazione empirica, si potrebbe rappresentare il fatto con le seguenti ipotesi numeriche:

	I	II	III	IV	V	Medie
Redditi						
Prima dell'imposta:						
Ammontare del reddito	2	2.5	3	3.5	9	4
Saggio dell'interesse %	*6*	*6*	*6*	*6*	*6*	*6*
Valori capitali . . .	33.33	41.66	50	58.33	150	66.66
Dopo l'imposta:						
Ammontare del reddito	5	8	6	8	6	6.60
Saggio dell'interesse %	*3*	*3*	*3*	*3*	*3*	*3*
Valori capitali . . .	166.66	266.66	200	266.66	200	220
Variazioni in conseguenza dell'imposta:						
Ammontare del reddito:						
assoluto	+ 3	+ 5.5	+ 3	+ 4.5	— 3	+ 2.60
relativo %	+ *150*	+ *220*	+ *100*	+ *128*	— *33.33*	+ *65*
Saggio dell'interesse:						
assoluto	— 3	— 3	— 3	— 3	— 3	— 3
relativo %	— *50*	— *50*	— *50*	— *50*	— *50*	— *50*
Valori capitali:						
assoluti	+ 133.33	+ 225	+ 150	+ 208.33	+ 50	+ 153.33
relativi %	+ *400*	+ *540*	+ *300*	+ *357*	+ *33.33*	+ *230*

Badando al flusso del reddito nel caso mediano ed alle sue variazioni di valor capitale, il raddoppiamento nel reddito congiunto al dimezzamento nel saggio dell'interesse doveva produrre l'effetto di un aumento a quattro volte tanto nei valori capitali (+ 300 %). Nella media, essendo il reddito aumentato del 65 % ed il saggio dell'interesse diminuito del 50 %, i valori capitali aumentarono del 230 %. Ma nei casi singoli gli effetti possono essere differentissimi. Vi sono redditi che crescono moltissimo come il II, aumentato del 220 % perchè l'azione dello Stato riuscì per lui, più debole fisicamente o più avvantaggiato dalla sicurezza, dalla educazione e dalla viabilità, giovevole in sommo grado.

Vi sono altri redditi come il V, i quali dovettero subire un positivo decremento, a causa, ad es., di una accentuata politica sociale livellatrice dello Stato, del 33.33 % (1). Essendo questi redditi variamente cresciuti o scemati, capitalizzati a norma di un dimezzato saggio di interesse, la capitalizzazione dà aumenti variabili dal 33.33 al 540 %. Non vi è diminuzione di valori capitali; ma questi si sarebbero avuti se, ad ipotesi, nel caso V il reddito fosse scemato da 9 a 3; chè, al 6 ed al 3 % d'interesse rispettivamente, i valori capitali sarebbero stati di 150 e 100. La diminuzione nel reddito sarebbe stata del 66,66 % e nel valore capitale del 33,33 %.

Il risultato descritto nella tabellina esemplificativa è un risultato *terminale*. Quando l'azione dell'imposta come fattore produttivo si è esaurita, quelli sono i risultati. Ma innanzi che si esaurisca si debbono traversare molte posizioni intermedie. Il fattore " Stato " agisce con la regola degli interessi composti; lentissimi dapprima, i suoi effetti si vanno adagio adagio cumulando, sicchè alla fine, dopo un certo tempo, di solito lungo, divengono grandiosi. La generazione che venne dopo l'unità d'Italia dal 1860 sin verso il 1898, subì i costi della unificazione, e scarsamente ne godè i frutti, i quali cominciarono a cogliersi dopo il 1900 (2). Nel periodo intermedio della maturazione molto si parla della pressione delle imposte e del loro ammortamento, quale si rileva anche empiricamente dalla diminuzione dei valori capitali (inchiesta agraria, indagini sui prezzi dei terreni, studi preliminari alla nuova catastazione deliberata nel 1886). E questa diminuzione può essere in parte dovuta alla incapacità degli uomini di apprezzare e valutare gli effetti lontani della politica tributaria presente, che pare oppressiva (bilanci di Quintino Sella) ed è invece lungiveggente. Poi, nel periodo

---

(1) Per la dimostrazione che questo tipo di imposta non contraddice all'ipotesi dell'imposta neutra, vedi § V, in fine.

(2) Questa è *una* delle spiegazioni che possono darsi del lento sviluppo economico italiano fin verso il 1898 e di quello più rapido avvenuto in seguito. Non fa d'uopo ricordare che altre spiegazioni sono anche vere e, insieme con quella, concorrono a spiegare il fatto concreto. Riterrei però scorretto non tener conto del lento accumularsi ed improvviso esplodere degli effetti del fattore " unificazione nazionale " quando si voglia dare un giudizio compiuto della recente storia politica ed economica del nostro paese.

di maturazione, è facile scordarsi che tra i fattori dell'incremento dei valori capitali vi sono anche le imposte pazientemente pagate per decenni e concorrenti a creare quella macchina statale, la quale, sebbene imperfetta, è di gran lunga più adatta dei meschini e frazionati meccanismi esistenti prima del 1860 a cooperare al rinnovamento economico del paese.

XII.

Da un altro punto di vista occorre ancora qualificare il risultato sovra descritto. Esso, per necessità di esposizione, si fonda su un confronto assurdo fra ciò che accade in realtà, in regime di imposta assisa secondo il principio economico e ciò che sarebbe accaduto in assenza di imposta. Il confronto è assurdo perchè, ripetasi, l'assenza dall'imposta è una ipotesi impossibile a verificarsi. Di fatto, il confronto non si può fare tra l'assenza e l'esistenza dell'imposta, ma tra *un più* ed *un meno* di imposta. Esiste una scala di equilibrî, i quali sono caratterizzati, dal nostro punto di vista, da una dose maggiore o minore del fattore " imposta „ in confronto agli altri fattori " lavoro „, " capitale „, " organizzazione „, ecc. Trattasi, per tentativi successivi, di scoprire quell' equilibrio, in cui la dose di imposta sia la più appropriata. Il tipo di ragionamento adatto a risolvere i problemi degli effetti delle imposte, non è quello che bada al grosso delle imposte esistenti per far fronte ai servizi pubblici pacificamente ammessi; è invece quello che ha riguardo ai margini, alle aggiunte d'imposta che si debbono fare per ottenere un servizio nuovo o un'aggiunta ai servizi antichi. Qui nasce la vera discussione; e si disputa se sia più opportuno lasciare ai privati quella data somma di reddito affinchè essi possano soddisfare a dati consumi privati, attuali o prospettivi, ovvero assorbirla con l'imposta per soddisfare bisogni pubblici, anch'essi presenti o futuri.

Qui, *ai margini*, può innestarsi la teoria, da me svolta nel 1912 e sopra riprodotta nel § II, la quale poneva le tre ipotesi dell'uso *più, ugualmente* o *meno* fecondo dell'imposta in confronto all'uso che della stessa ricchezza sarebbe stato fatto dai privati. Le soluzioni per i casi di maggiore (α) o di minore (γ) fecondità sono quelle già esposte (rispettivamente nei § X e V).

Quella (β) di uguale fecondità è la stessa che nel 1912 erasi assunta come normale (cfr. § II). Le cifre numeriche sono arbitrariamente scelte e giovano a risparmiare l'uso di molte parole. Sia l'imposta del 20 %.

	α	β	γ
Prima dell'imposta:			
1. Ammontare dei redditi	5	5	5
2. *Saggio dell'interesse* %	*5*	*5*	*5*
3. Valori capitali	100	100	100
Immediatamente dopo l'imposta:			
4. Ammontare dell'imposta	1	1	1
5. Ammontare dei redditi ridotti	4	4	4
6. *Saggio dell'interesse* %	*5*	*5*	*5*
7. Valori capitali	80	80	80
Ad effetti esauriti dell'imposta:			
8. Ammontare dei redditi nuovi (cifra da confrontare con 1)	8	5	3
9. Ammontare dell'imposta	1.60	1	0.60
10. Ammontare dei redditi netti nuovi	6.40	4	2.40
11. *Saggio dell'interesse* %	*4*	*5*	*6*
12. Valori capitali	160	80	40
13. Valore capitale ideale dei servigi pubblici ottenuti mercè l'imposta	[40]	[20]	[10]
14. Somma di 12 e 13, da confrontarsi con 3 . .	[200]	[100]	[50]

S'intende che le variazioni nel saggio dell'interesse, sono, come osservai dianzi, uniformi per tutti gli impieghi; mentre le variazioni nei valori capitali indicate nello schema segnano solo una tendenza *media*, la quale nei casi singoli, applicandosi il saggio d'interesse scemato invariato o cresciuto a redditi diversamente influenzati dall'imposta, può dar luogo a casi concreti variabilissimi. Avendo già fornito una rappresentazione del modo con cui nella realtà il fenomeno variamente si atteggia, rinvio ad essa (sopra § XI) chi voglia ulteriori sviluppi, che qui sarebbero una superflua esercitazione scolastica.

Le tre fasi cronologiche del processo indicate nello schema sono la prima puramente *ipotetica*; la seconda *provvisoria* e la terza *stabile*. Quella ipotetica raffigura lo stato di fatto che si sarebbe avuto in assenza dell'aggiunta di imposta. Quella provvisoria corrisponde ad una prima fase di adattamento quando

l'imposta è stata appena prelevata e non ha ancora potuto esercitare alcun effetto, salvo quello della falcidia, sui redditi, rimanendo ancora invariato il saggio dell'interesse. Durante questa fase transitoria si verifica l'ammortamento dell'imposta con riduzione dei valori capitali. La seconda fase dura più o meno a lungo, talvolta decenni, se gli effetti dell'imposta sono lenti e cumulativi nel tempo (cfr. sopra § IX). La terza fase definitiva, è quella in cui si veggono i vari effetti dell'imposta, che è di fare aumentare notevolmente i redditi netti ed i valori capitali nel caso α, di farli scemare amendue nella stessa proporzione in cui l'imposta subito falcidia i redditi nel caso β e di farli scemare assai di più nel caso γ. La capacità più o meno grande degli uomini di prevedere la fase ultima reagisce sulla durata della fase intermedia e sulla importanza delle variazioni dei valori capitali essendo manifesto che, nonostante la temporanea riduzione dei redditi a 4, ove gli uomini prevedessero, nel caso α, il loro successivo aumento a 6,40 ed il rialzo dei valori capitali a 160, mai più i valori capitali cadrebbero ad 80, ma da 100 tenderebbero a spostarsi più o meno rapidamente verso 160. Parimenti nel caso γ non si attarderebbero sull'80, ma per la previsione del ribasso dei redditi a 2,40 tenderebbero verso 40. Non fa d'uopo che il mercato sia consapevole del legame fra l'imposta e gli effetti che esso apprezza; basta che veda e preveda gli effetti, affinchè il movimento si delinei subito.

È superfluo avvertire che i casi α, β, γ sono casi tipici e che nella realtà si possono dare, come fu già osservato ripetutamente, infinite situazioni intermedie con effetti correlativi. Non è inutile invece avvertire che nel caso β la scelta fra l'uso pubblico e l'uso privato della dose marginale di ricchezza dicesi dubbia perchè chi la deve fare è l'uomo " politico " il quale confronta il vantaggio di avere un reddito 5 ed un valore capitale 100 tutto destinato a fini privati con l'altro vantaggio di possedere un reddito 4 ed un capitale 80 destinati a fini privati ed insieme servizi pubblici pel valore annuo 1, privi questi ultimi di valore capitale solo perchè non è usanza del mercato capitalizzare i servizi pubblici. Queste due quantità sono equivalenti. A rendere possibile un confronto esatto tra le due situazioni prima e dopo l'imposta (ad effetti esauriti) si sono indicate alcune cifre tra parentesi quadre.

XIII.

Pur astenendoci dall'affermare la prevalenza effettuale del caso α su quello β o γ e limitando il còmpito dell'indagine teorica a determinare gli effetti del verificarsi di una qualunque delle tre ipotesi, che lo studioso di finanza assume come dati di fatto ugualmente possibili, è chiaro che la posizione *marginale* di quei tre casi consente un'ulteriore interessante illazione. Se invero *al margine* la scelta fra spesa pubblica e spesa privata è dubbia, essendo ambedue ugualmente feconde, non dubbia, per logica necessità, dovette essere la scelta per somme precedentemente devolute ad imposta. L'applicazione del reddito ad imposta è un caso del tipo universale delle applicazioni di ricchezza, le quali sono feconde di rendita sino al margine di convenienza. Se la dose marginale d'imposta dà (caso β) un vantaggio differenziale *zero* in confronto alla produttività che quella medesima dose avrebbe avuto se altrimenti impiegata — ossia ha una produttività pubblica uguale alla produttività privata — è evidente che la *precedente* dose d'imposta dava un vantaggio differenziale positivo e quelle ancor precedenti nell'ordine di applicazione un vantaggio differenziale sempre maggiore. Quindi è certo che nel caso β, se la applicazione marginale dell'imposta dovette lasciare invariato il saggio di interesse, le applicazioni precedenti od intramarginali lo dovettero scemare, dando luogo nel complesso con ogni probabilità non solo ad una diminuzione nei valori capitali meno che proporzionale al saggio dell'imposta, ma benanco ad un aumento. A maggior ragione ciò accadde nel caso α, dove già al margine si avvertiva una diminuzione nel saggio dell'interesse; nè è escluso che, pur nel caso γ, si possa avere una attenuazione fortissima nella tendenza dei valori capitali a ribassare in proporzione maggiore della falcidia fatta subire dall'imposta al reddito, potendosi persino giungere ad un aumento nei valori capitali medesimi.

Se quest'ultima forse non irrilevante conclusione viene combinata con quella tratta sopra dalla variabilità estrema dei redditi da caso a caso in conseguenza dell'imposta, grandemente si afforza la conclusione finale alla quale ci conducono le precedenti ricerche: esservi una indefinita gamma di effetti prodotti

dall'imposta, i quali vanno da abbassamenti notevoli dei valori capitali sino a rialzi probabilmente assai più numerosi e rilevanti. Nelle grandi linee e supponendo un governo anche mediocremente organizzato ed efficace, l'imposta è un fermento che consente la combinazione più produttiva dei fattori economici, gonfia il volume del flusso dei redditi, deprezza i beni presenti in confronto ai beni futuri e fa ribassare il saggio dell'interesse. Essa contribuisce perciò a sollevare il livello generale dei valori capitali, ma questo livello generale è la media di livelli diversi, alcuni dei quali dall'imposta sono spinti assai in su, per il contemporaneo ribasso generale del saggio dell'interesse e rialzo individuale del reddito al di là del nuovo livello medio dei redditi, mentre altri possono essere spinti in giù, perchè il reddito scemò di più, per fatto dell'imposta, di quanto non sia scemato il saggio dell'interesse.

Su questo mare di valori capitali, continuamente ondulato ed in subbuglio, altre forze agiscono a crescere il tumulto apparente delle onde che portano su e giù redditi e valori capitali. La mala educazione politica, l'ignoranza, i torbidi sociali rendono imperfetta la macchina di governo; sicchè funzionando male e con forti attriti e rilevanti sprechi, alcuni redditi scemano, temporaneamente si contrae il medesimo flusso dei redditi, il saggio dell'interesse aumenta ed i valori capitali si si riducono, non in confronto a tempi di assoluta anarchia, ma a quelli di governo ordinato, consapevole, procacciante il vantaggio della collettività. Diventano, in queste epoche di torbidi, più numerosi i casi di deprezzamento dei valori capitali e più vasta la distanza tra apprezzamenti e deprezzamenti estremi. Mentre in tempi normali, di reggimento democratico — inteso questo nel senso di ossequio alla legge deliberata dalla maggioranza formatasi in seguito a libera e pubblica discussione — sembra debbano diventare rari i casi di deprezzamento dei valori capitali e spesseggiare quelli di apprezzamento dovuti all'imposta. Quale parentela gli apprezzamenti ed i deprezzamenti tributari nei valori capitali ora descritti abbiano colla capitalizzazione della libertà e coll'ammortamento dell'imposta può essere interessante indagare dopochè si sia ben precisato il valore logico delle consuete indagini compiute intorno agli effetti dell'imposta partendo dall'ipotesi del *rebus sic stantibus*. Sia le-

cito sperare che lo studio ora condotto intorno agli apprezzamenti e deprezzamenti effettivi non sia parso meno rilevante e meno suscettivo di feconde integrazioni od applicazione di quello corrente intorno ad apprezzamenti o deprezzamenti immaginari.

Capitolo Terzo.

Problemi particolari.

XIV.

Tra i molti problemi particolari, i quali meriterebbero tutti di essere partitamente discussi, alcuni vogliono essere qui rilevati e fra di essi questo appunto del significato del concetto corrente della capitalizzazione della libertà e dell'ammortamento dell'imposta. Il problema è in gran parte di convenzioni che noi possiamo ad arbitrio fare intorno al significato da darsi a certe parole. Se noi, per non cadere in arbitrî nuovi, ci teniamo stretti al significato tradizionale, vediamo che le parole " capitalizzazione della libertà dell'imposta „ ed " ammortamento dell'imposta „ male si applicano ai fenomeni di variazione nei valori capitali, che abbiamo veduto essere la conseguenza di una imposta " neutra „ ovverosia " uniforme e generale sui redditi „. Non si può parlare di " capitalizzazione della libertà dell'imposta „ poichè il contribuente non fu liberato dall'imposta, ma la pagò; e ciononostante il reddito suo crebbe e, per il scemare del saggio dell'interesse, ancor più crebbero i valori capitali relativi. Nè pare conveniente discorrere di " ammortamento dell'imposta „ in un campo in cui sono tanto rare le riduzioni di reddito ed ancor più rare le diminuzioni di valori capitali; ed in cui le prime e sovratutto le seconde non sono proporzionate all'ammontare dell'imposta. L'ammortamento dell'imposta parrebbe essere un fatto transitorio del periodo intermedio in cui l'imposta non ha ancora agito sui redditi e sui valori capitali; ma è dubbia la convenienza di adoperare, come feci tuttavia, in mancanza di altre parole accettate, nel paragrafo precedente, quell'espressione, poichè l'ammortamento del periodo intermedio è un fatto destinato a non durare, anzi a non comin-

ciare neppure ad esistere, quando gli uomini chiaramente prevedono la fase terza ed ultima.

Per non crescere perciò la confusione delle lingue e delle idee in una materia così intricata, io sarei portato a distinguere nettamente, anche nella terminologia usata, fra il caso dell'imposta " neutra ", della quale fin qui si parlò ed il caso dell'imposta " particolare " o " speciale " o " parziale " (cfr. sopra § IV).

Per chiarezza sarei propenso ad attribuire ai soli effetti dell'imposta " neutra " la terminologia fin qui usata di " variazioni nei redditi " e di " variazioni nei valori capitali ". È una terminologia atta a far risaltare l'idea che gli effetti prodotti dall'imposta neutra sono dello stesso genere di quelli cagionati da un mutamento qualsiasi nell'equilibrio economico precedente e ad escludere l'introdursi in maniera inavvertita dell'idea differentissima che l'aumento dei valori capitali sia dovuto ad una capitalizzazione dell'immunità dell'imposta ed il decremento ad un ammortamento di quel dato ammontare di imposta da cui il contribuente fu colpito.

Riserverei invece la terminologia tradizionale di " capitalizzazione della libertà " e di " ammortamento dell'imposta " al caso dell'imposta non neutra o speciale o parziale. E ciò perchè di fatto gli effetti dei due tipi d'imposta mi paiono *in parte* differenti. Dico " in parte " perchè non v'è ragione di affermare che l'imposta speciale non produca *anche* gli effetti medesimi dell'imposta neutra. Anch'essa dà un provento all'erario; e questo provento è impiegato a soddisfare bisogni pubblici, alla pari di quello dell'imposta neutra. Perciò tutti gli effetti di " variazioni " nei redditi, nel saggio d'interesse e nei valori capitali derivanti dall'imposta neutra, derivano anche dall'imposta speciale. Con qualche differenza: 1) *di misura*, essendo probabile che il provento dell'imposta speciale sia meno vistoso di quello dell'imposta generale e quindi meno capace di produrre variazioni sia in un senso sia in un altro. La variazione può essere così piccola da potersi reputare trascurabile; 2) *di direzione*, essendo probabile che un'imposta speciale, neppure rientrante in un sistema di imposte equilibrate tra di loro, abbia carattere di persecuzione contro una classe od un gruppo di contribuenti e si avvicini al tipo dell'imposta-taglia (cfr. sopra § VI). Quindi è probabile che essa produca effetti del tipo γ (diminuzioni di red-

diti, rialzo nel saggio dell'interesse e diminuzione più che proporzionata dei valori capitali) piuttostochè effetti del tipo α e β (cfr. § XII).

Ma oltre questi effetti comuni all'imposta generale o neutra, l'imposta speciale o parziale ne produce di suoi proprî. Se noi supponiamo, per non complicare la discussione, che gli effetti " generali " dell'imposta speciale — quelli detti sopra — siano nulli, per la trascurabile rilevanza di essa, si può affermare che nulla sia la variazione del valore capitale del reddito colpito dall'imposta in rapporto alla moneta od alle merci in generale. Non si è verificato nessun sollevamento od abbassamento generale dei valori capitali, come sarebbe stato il caso per un'imposta generale. Ma si è verificato uno spostamento del valore capitale del reddito colpito in confronto ai redditi esenti. Se il saggio di interesse era ed è del 5 %, se i redditi in generale rimangono fermi a 5 — qui si può fare l'ipotesi del *rebus sic stantibus*, perchè l'imposta di cui si discorre è troppo piccola cosa per esercitare un effetto qualsiasi sul complesso equilibrio economico — ma un solo reddito viene dall'imposta 1 ridotto a 4, questo si capitalizza sempre al 5 % e corrisponde ad un valore capitale di 80. Ecco il caso classico dell'ammortamento dell'imposta. Per converso, se tutti i redditi, salvo uno, sono colpiti dall'imposta — sarebbe erroneo aggiungere: se tutti i redditi sono *ridotti* dall'imposta, potendo invece essere, come vedemmo, rialzati — e se in conseguenza dell'imposta il nuovo saggio di interesse risulta del 4 per cento; e se v'è un solo reddito, di peso irrilevante, il quale sia esente dall'imposta — non giova aggiungere: *rimanga invariato*, ben potendo darsi ed essendo probabilissimo che anche quel reddito sia, con gli altri — rialzato in conseguenza dell'imposta generalmente pagata — questo reddito, che era di 5 prima dell'imposta gravante su altri, e si capitalizzava al 5 %, ossia a 100 ed ora è diventato, grazie all'imposta altrui, di 6 e si capitalizza al 4 per cento, vale attualmente 150. Gli altri redditi che erano di 5, dopo aver pagato 1, sono tornati a 5, per il beneficio diffuso dei servizi pubblici e si capitalizzano al 4 invece che al 5 %. Valgono 125 invece di 100. Quest'unico vale 150 invece di 100. La differenza in più di 25 può dirsi raffigurare il caso classico della capitalizzazione della libertà dell'imposta.

La teoria ora svolta non deve essere interpretata nel senso di un ritorno alla teoria corrente, la quale afferma che solo le imposte speciali e non le generali dànno luogo a capitalizzazioni ed ammortamenti. Tutto il discorso fin qui fatto protesterebbe contro siffatta frettolosa interpretazione. L'unica ragione per cui ritengo conveniente di riservare i nomi di " ammortamento dell'imposta „ e di " capitalizzazione della libertà dell'imposta „ al caso dell'imposta speciale è di chiarificazione terminologica. Amendue i tipi d'imposta, generale e speciale, producono variazioni nei valori capitali. Ma il primo tipo, di imposta generale, produce quegli effetti perchè la sua introduzione non lascia invariato l'equilibrio economico generale; e le variazioni nei valori capitali sono conseguenza della premessa del *rebus sic* NON *stantibus*. Mentre il secondo tipo, dell'imposta speciale, *tende* a produrre, in grado tanto più rilevante quanto più è accentuata la sua parzialità e quindi irrilevante il suo peso, variazioni nei valori capitali determinate dalla premessa del *rebus sic stantibus*. Le prime variazioni sono sovratutto nei valori capitali *in genere* confrontati con *la moneta* o con *le merci*. Le seconde sono sovratutto variazioni in *alcuni* valori capitali in confronto ad *altri* valori capitali di beni fecondi di reddito. I due generi di variazioni sono sufficientemente distinti perchè sia giustificato l'uso di due terminologie differenti, quella di " variazioni nei valori capitali „ per indicare il primo genere, e quelle classiche di " capitalizzazione della libertà „ e di " ammortamento „ per indicare il secondo genere. Nulla vieta, a cui non piaccia la terminologia proposta, di invertirla o di proporne addirittura una nuova e tutta diversa. Importa soltanto che siano mantenute distinte le idee, a cui le terminologie proposte si riferiscono.

XV.

Tra i casi estremi di imposta generale e di imposta speciale, vi sono casi numerosi intermedi, in cui l'imposta speciale non è così ristretta e così poco rilevante da non produrre effetti simili a quelli dell'imposta generale e tali da controbilanciare e perfino da annullare gli effetti che sarebbero dovuti alla sua specialità. Un esempio significante è quello dell'aumento nel

saggio dell'imposta di ricchezza mobile dal 13,20 al 20 % decretato in Italia nel 1894. Quell'aumento in apparenza fu generale; in realtà, per il congegno della discriminazione sui redditi, colpì in particolarissimo modo i redditi dei portatori di titoli di debito pubblico, a carico di cui soltanto — l'aggiunta dei titoli di debito comunale e provinciale e delle società sussidiate dagli enti pubblici praticamente aveva scarso peso — l'aliquota fu aumentata dal 13,20 al 20 %, mentre gli altri redditi di capitale la videro crescere solo dal 13,20 al 15 %. Per la differenziale del 5 %, l'imposta fu dunque " parziale ", anzi creata " in odio " dei portatori dei titoli di debito pubblico. Secondo la teoria corrente, interpretata alla lettera ed assunta come forza unica operante sui valori capitali, il corso del consolidato 5 % lordo avrebbe dovuto *ridursi* di una somma capitale corrispondente alla diminuzione nel reddito di L. 0,25 dovuto alla parte speciale dell'aumento d'imposta, capitalizzato al saggio corrente d'interesse che allora in cifra tonda poteva valutarsi al 5 %. Poteva dunque pronosticarsi un ribasso nei corsi del consolidato di circa 5 lire. Invece i corsi verificatisi prima e dopo il 1894 furono i seguenti (1):

Anno	Corso annuo	Rendita netta	Saggio di frutto e d'interesse
1891	93.41	4.34	4.65
1892	94.42	4.34	4.60
1893	94.94	4.34	4.57
1894	88.28	4.34	4.92
1895	93.18	4	4.29
1896	93.20	4	4.29
1897	97.37	4	4.11
1898	99.49	4	4.02
1899	100.81	4	3.97
1900	100.01	4	4

È chiaro che l'imposta " speciale " non era qui tanto speciale e tanto odiosa quanto sarebbe stato necessario per produrre l'effetto dell'ammortamento. Essa, sebbene ristretta ai soli portatori di titoli di debito pubblico, era però abbastanza fe-

(1) Cito da pag. 55 dello studio di Achille Necco, *Il corso dei titoli di borsa in Italia dal 1861 al 1912*, Torino, 1915.

conda di entrata cospicua per il tesoro, da poter esercitare una influenza rilevante sui servizi pubblici e sull'equilibrio finanziario generale dello Stato. Essa poteva inoltre essere considerata come un contrappeso ad altre imposte le quali gravavano su altre classi di contribuenti; sicchè non senza ragione si potrebbe affermare essere i caratteri di generalità soverchianti su quelli di specialità. Cadde, per di più, in un momento in cui l'opera sua fu singolarmente feconda. Contribuì a ristaurare il pareggio del bilancio. Ristabilì il credito dello Stato che era singolarmente scosso. Permise che lo Stato non sospendesse alcuni servizi pubblici essenziali alla vita del paese. Fu un fermento eccitatore di sentimenti favorevoli alla solidità politica e finanziaria dello Stato. Perciò il saggio d'interesse che prima cresceva e tendeva al 5 %, dopo, per quella sorta di impieghi pubblici, cominciò a scemare e gradatamente si ridusse al 4 per cento. Non fu l'imposta la sola cagione del ribasso; ma, per quanto empiricamente se ne possa giudicare, ne fu reputata la principale cagione da molti osservatori sennati. Epperciò, come dice la teoria esposta in questa memoria, l'imposta, avendo provocato un ribasso nel saggio dell'interesse, cagionò non un ribasso di 5 lire, ma un rialzo immediato di altrettanto nel valore capitale del consolidato colpito, rialzo che col tempo e con l'intervenire di altre circostanze, vieppiù crebbe.

XVI.

Degno di rilievo è altresì il comportarsi dei valori capitali, a seconda che l'imposta è ad aliquota costante o variabile. Una osservazione rimarchevole fece in questo proposito il Griziotti, quando osservò che l'imposta progressiva sul reddito lascia invariata la spinta al risparmio e alle precedenti condizioni di interesse solo presso i capitalisti, che hanno un reddito inferiore al minimo imponibile. Gli altri possono essere indotti a far emigrare o trattenere i loro capitali all'estero ed i risparmiatori marginali preferiranno di destinare i loro redditi alla soddisfazione di bisogni immediati. Se l'accumulazione dei capitalisti esenti non bilancia la minor produzione od introduzione di risparmio da parte dei colpiti, il saggio dell'interesse tenderà a salire. Salirà tanto più, quanto più nel paese il capitale è con-

centrato nelle mani dei ricchi gravemente colpiti. Sicchè, essendo generale l'influenza del nuovo saggio d'interesse, scemano di valore tutti i capitali vincolati, compresi quelli appartenenti ai capitalisti esenti. Scemano nella stessa misura i capitali colpiti e quelli esenti, sebbene soltanto il reddito dei primi sia diminuito (1). Il qual fatto, si può osservare, deriva da una circostanza degna di nota e finora non messa abbastanza in luce: ed è che i redditi (cresciuti, non toccati o scemati dall'imposta) si capitalizzano al nuovo saggio di interesse (variato dall'imposta, come sopra) ora al netto ed ora al lordo dell'imposta, che formalmente li percuote. L'imposta è ad aliquota costante e colpisce i redditi nella stessa misura aritmetica da chiunque siano goduti? Il mercato non capitalizza 5, ma 5 — 1 ossia 4. Questo è il succo di verità che si contiene nella teoria dell'universale ammortamento dell'imposta generale; ma è verità formale, perchè tanto il reddito lordo di 5 quanto il saggio di interesse possono essere uguali, maggiori o minori di quelli che sarebbero stati senza l'imposta. A parte i veri effetti dell'imposta, che da questa considerazione non sono toccati, sta di fatto che il mercato capitalizza i redditi, qualunque ne sia l'ammontare e comunque questo sia influenzato dall'imposta, al *netto* nel caso di imposte ad aliquota costante (per lo più imposte reali).

Se l'imposta è ad aliquota variabile, come sono per lo più le imposte personali, il mercato si comporta in confronto ai beni fecondi di reddito nella stessa maniera come di fronte ad una casa o fondo rustico gravato da ipoteca o canone fondiario passivo. Capitalizza i redditi *al lordo*. Siano tre fondi:

	Reddito netto prima dell'imposta o gravame	Ammontare dell'imposta o gravame	Reddito netto da ogni peso	Saggio di interesse	Valore capitale di mercato
A, gravato di imposta sui terreni	5000	1000	4000	5 %	80.000
B, gravato di interesse ipotecario o canone fondiario	5000	1000	4000	5 %	100.000
C, a causa di cui il contribuente è soggetto ad imposta person.	5000	1000	4000	5 %	100.000

(1) Fin qui il Griziotti nella citata *Teoria dell'ammortamento*, ecc., pag. 9 dell'estratto.

Nel caso A, il mercato valuta in 80.000 il valor capitale del fondo, perchè il suo reddito oggettivamente, per tutti i possibili venditori ed acquirenti, è ridotto a 4000 lire. Nel caso B, il mercato applica il saggio di interesse non a 4000, ma a 5000 lire di reddito, perchè l'onere di 1000 lire è un accidente, che può esser fatto scomparire dal proprietario, ove il voglia o possa, con il rimborso della somma mutuata od il riscatto del canone. Finchè il gravame dura, l'acquirente che ha stipulato il prezzo in L. 100.000, versa però al venditore solo L. 80.000 ove si accolli il gravame. Questa è la consuetudine voluta dal buon senso.

Nel caso C, il mercato applica il saggio di interesse al reddito di 5000 lire, perchè l'imposta di 1000 lire non è inerente al bene, nè lo segue presso tutti i possessori, ma varia da caso a caso ed è nulla, piccola o rilevante a seconda delle condizioni personali del contribuente. Perciò il mercato capitalizza i redditi lordi.

Questa, come dissi, è la forma tecnica, con cui si compie sul mercato il processo di capitalizzazione. Naturalmente il mercato assume gli ammontari di reddito, netti o lordi, ed i saggi di interesse quali effettivamente esistono. Ed essi hanno già subìto le influenze dell'imposta.

Questa, anche quando è ad aliquota variabile, può essere, già fu osservato, neutra ovvero parziale. È neutra quando la scala delle progressività è congegnata in maniera tale che il peso dell'imposta viene effettivamente ad essere eguagliato tra contribuenti diversamente provveduti; quando, per la esenzione del risparmio, la graduazione non muta la bilancia tra il consumo presente ed il risparmio (cfr. § IV). Un'imposta di questo genere ha grande probabilità (veggansi le osservazioni svolte nei §§ da VI a XIII che qui si richiamano) di essere feconda di un aumento nel flusso dei redditi e di una diminuzione nel saggio dell'interesse e quindi di provocare, con tutte le riserve già fatte per i casi singoli, un rialzo generale nei valori capitali, sia dei beni colpiti che di quelli esenti. Il contrario effetto si verifica quando la scala della progressività è congegnata in modo da dare all'imposta fisonomia " parziale „ od " odiosa „: riduzione dei redditi colpiti, forse anche dei redditi esenti, rialzo del saggio dell'interesse e riduzione di valori capitali. Empiri-

camente, la teoria ora svolta è un'altra maniera di esprimere il vecchio canone tramandato dalla esperienza dei secoli che le imposte vogliono essere temperate; temperate anche nell'applicazione del criterio della progressività. L'economista non può che dare il suo consenso alla norma di condotta pratica che recentemente l'Edgevorth riassumeva così, approvando i metodi seguiti in Inghilterra: " Noi non abbiamo, in verità, coll'aste- " nerci compiutamente dalla progressività, schivata la difficoltà " di determinare il giusto mezzo; ma noi siamo stati sensibili " ai pericoli che minacciano l'opposto estremo. Noi ci siamo " avanzati con cautela e con successivi tentativi sul piano in- " clinato su cui sarebbe stato fatale precipitarsi „ (1). Norma generalissima in verità, ma sufficiente per orientare lo statista giudizioso.

XVII.

Lo statista sarebbe vieppiù indotto ad osservare la norma della temperanza ove analizzasse gli effetti diversi che una imposta ad aliquote variabili produce allorquando essa è più o meno feconda di risultati utili dell'uso privato della medesima ricchezza; essendo probabile che un'imposta a tipo neutro venga impiegata ad usi pubblici fecondi, ovvero un'imposta a tipo parziale sia dannosamente usata.

Nel quadro seguente si osservano gli effetti dei due tipi d'imposta facendo l'ipotesi di tre redditi, minimo medio, e grande, di redditi lordi i quali aumentano o diminuiscono e di saggi di interesse i quali scemano o crescono a seconda che si applica l'imposta a tipo neutro dell'1, 5 e 10 % ovvero quella parziale del 0, 10 e 30 %. Si parla di " imposta „, ma la parola si intende equivalente a " sistema d'imposte „ gravanti le tre specie di redditi:

Redditi e valori capitali prima dell'imposta

	A	*B*	*C*
Redditi	500	5.000	50.000
Saggio d'interesse % . .	5	5	5
Valori capitali	10.000	100.000	1.000.000

(1) F. Y. Edgeworth, *A Levy on Capital for the discharge of debt*, Oxford, 1919, pag. 24.

Redditi e valori capitali dopo l'imposta

	Imposta neutra miglioratrice			Imposta parziale peggioratrice		
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
Saggio dell'imposta % . . .	*1*	*5*	*10*	*0*	*10*	*30*
Capitali vincolati:						
Redditi lordi . .	600	6.000	60.000	450	4.500	45.000
Saggio d'int. %	*4*	*4*	*4*	*6*	*6*	*6*
Valori capitali	15.000	150.000	1.500.000	7.500	75.000	750.000
Ammontare dell'imposta . . .	6	300	6.000	—	450	13.500
Redditi netti . .	594	5.700	54.000	450	4.050	31.500
Saggio di frutto sui valori capitali nuovi effettivi % . .	*3.96*	*3.80*	*3.60*	*6*	*5.40*	*4.20*
„ sui valori capitali vecchi potenziali % .	*5.94*	*5.70*	*5.40*	*4.50*	*4.05*	*3.15*
Capitali disponibili:						
Valori capitali .	10.000	100.000	1.000.000	10.000	100.000	1.000.000
Saggio d'int. %	*4*	*4*	*4*	*6*	*6*	*6*
Redditi lordi . .	400	4.000	40.000	600	6.000	60.000
Ammontare dell'imposta . . .	4	200	4.000	—	600	18.000
Redditi netti . .	396	3.800	36.000	600	5.400	42.000
Saggio di frutto %	*3.96*	*3.80*	*3.60*	*6*	*5.40*	*4.20*

Gli effetti si considerano separatamente per i capitali " vincolati „, ossia già impiegati al momento dell'introduzione dell'imposta in terreni, in case, in imprese industriali, in mutui a lunga scadenza, e per i capitali " disponibili „, esistenti in moneta contante, in depositi o mutui a vista od a breve scadenza od in riporti di borsa. La distinzione non è sempre nettissima, potendo darsi impieghi a scadenze varie, non brevissime e non lunghe. Soltanto i depositi a vista od i tesori in contanti si sottraggono teoricamente alla capitalizzazione dell'imposta; per gli altri la capitalizzazione avviene entro i limiti di tempo per cui dura il vincolo. Nè v'è alcun impiego, il quale possa dirsi davvero vincolato in perpetuo; poichè il trascorrere del tempo consente alla lunga l'ammortamento di ogni capitale, anche il più

legato alla gleba e ridà libertà di movimento al suo possessore, Ma i due casi del vincolo perpetuo e della disponibilità assoluta giovano a fissare le idee; ed agevolmente possono essere calcolate le opportune soluzioni per le situazioni intermedie.

Interessano specialmente i seguenti rilievi allo schema:

a) L' imposta neutra cresce la materia imponibile: redditi e valori capitali; l'imposta parziale la scema.

b) L' imposta neutra scema bensì i saggi di frutto sui valori capitali quali sono cresciuti dopo l'imposta, più per i ricchi che per i poveri, ma migliora il saggio di frutto (5,94, 5,70 e 5,60) per *tutti* i contribuenti in confronto al saggio di frutto (5 %) che si sarebbe avuto senza l'imposta, sui valori capitali preesistenti. Il contribuente più ricco ricavò solo il 3,60 % di frutto sul capitale di L. 1.500.000 ora da lui posseduto; ma che monta quando quel 3,60 % equivale ad un 5,40 % sul capitale di 1.000.000 che in assenza dell'imposta avrebbe percepito? La qual verità non è forse da lui nettamente saputa; ma è *sentita* per conseguenza dalla sicurezza, della facilità e larghezza degli investimenti e della abbondanza dei redditi netti di cui gode. Il contrario accade nel caso dell'imposta parziale. Il ricco vede dal 5 % scemare il suo saggio di frutto al 4,20 % in rapporto allo scemato capitale di L. 750.000 da lui ora posseduto ed al 3,15 % in rapporto al capitale maggiore di 1 milione di lire che sarebbe da lui stato posseduto senza l'imposta. Sicchè egli si scoraggia. Ma non ne trae giovamento il povero; il quale, se in apparenza gode un frutto del 6 % netto da imposte sul suo capitale, vede questo ridursi da 10.000 a 7500 lire ed il saggio di frutto sul capitale potenziale suo al 4,50 %. Anche se egli non sa rimontare dagli effetti alla causa, sente la pressione del suo reddito scemato da 500 a 450 lire; e le falcidie gravanti il reddito del ricco gli paiono insufficienti in confronto alla sua miseria. La forza distruttrice dell'imposta parziale cresce col tempo: l'invidia e l'odio essendo passioni le quali via via alimentano se stesse fino alla esasperazione.

c) Ambi i tipi d'imposta tendono a spezzare i patrimoni ed a divulgare le fortune; poichè giova di più avere 100 patrimoni da 15.000 fruttiferi del 3,96 % che uno fruttifero del 3,60 %. Ma, come si osservò dianzi, tutte le classi continuano ad avere

interesse crescente a produrre redditi ed a formare capitali; sebbene, una volta formatili, abbiano interesse a spezzarli. Sicchè la democratizzazione delle fortune avviene in un ambiente di prosperità crescente. Mentre invece il livellamento operato dall'imposta parziale procede in una società a miseria crescente. Fanno il deserto della miseria e proclamano questa essere democrazia. Le fortune si spezzano nel primo caso; ma, poichè cresce la materia imponibile, bastano e forse avanzano le aliquote antiche dell'1, 5 e 10 % a fronteggiare il pubblico fabbisogno. Si spezzano altresì col tipo dell'imposta parziale, ma poichè la materia imponibile scema, le aliquote iniziali del 0, 10 e 30 % più non sono sufficienti ed occorre sovratutto crescere quelle che colpiscono le fortune medie od istituire imposte sulle fortune minori, le sole le quali, per il frazionamento delle grandi fortune, sono fiscalmente produttive. Sicchè è vana la speranza dei poveri di sfuggire al tributo, rigettandolo interamente sul ricco.

d) Ma forse gli effetti più rilevanti si riscontrano nel capitolo dei capitali disponibili. Qui, appunto perchè si tratta di depositi a vista o di tesori, l'imposta non produce variazioni nei valori capitali in nessun caso. Ma poichè il saggio d'interesse varia dal 5 al 4 od al 6 per cento nei due tipi d'imposta, i redditi lordi e netti scemano sempre e notevolmente nel caso dell'imposta neutra, e rialzano — salvo per i redditi netti dei maggiori contribuenti — nel caso dell'imposta parziale. Precisamente l'opposto di quel che accade per i capitali vincolati.

e) Il che dimostra che al contribuente conviene vincolare i capitali quando si trova dinnanzi all'imposta neutra e tenerli disponibili se è sotto la minaccia dell'imposta parziale. La prima imposta incoraggia gli investimenti in industrie, in costruzioni, in miglioramenti fecondi; la seconda spinge alla tesaurizzazione ed agli impieghi provvisori, facilmente liquidabili, puramente speculativi. I risparmiatori nel primo caso non hanno paure, si fissano al suolo, si rendono visibili al fisco ed offrono a questo ottima ed ampia materia imponibile. Nel secondo caso rabbrividiscono ad ogni stormir di foglie, si tengono sempre pronti alla fuga, prediligono le forme cambiarie di investimento, si fanno

piccoli e prendono il colore, non la sostanza dell'ambiente per nascondersi agli occhi del fisco (1).

XVIII.

Ma l'analisi degli effetti dei due tipi d'imposta sul capitale esistente (vincolato o disponibile) è per se stesso di ben scarsa importanza. Il capitale esistente può fuggire all'estero, può lasciarsi consumare dal tempo senza ricostituirsi; ma deve per lo più soggiacere alla percussione dell'imposta. Il contribuente

(1) Così si ribadiscono le osservazioni che altrove (Memoria citata *Intorno al concetto*, ecc., pag. 99-103) avevo fatto per dimostrare la convenienza degli Stati a seguire le regole della uguaglianza tributaria e a tenersi lontani dalle imposte parziali ed odiose. Poichè la fuga dei capitali all'estero presso gli Stati cuscinetto fa avvertiti dell'errore commesso gli Stati trasgressori delle buone norme tributarie e li invita a ripararlo, con loro vantaggio definitivo. A torto il Griziotti (in *L'imposta sulla ricchezza dopo la guerra* in " Giornale degli Economisti „, febbraio 1919, pag. 135) accusa questa teoria quasi di immoralità. Poichè immorale è ciò che produce il danno del proprio paese, non la norma che ne vuole il vantaggio. È immorale il sistema che, di fronte ad un fabbisogno pubblico di 3 o di 7 o di 10 miliardi all'anno, provoca, per la sua parzialità e disuguaglianza, la materia imponibile alla fuga e quindi immiserisce il paese e lo rende sempre meno capace di far fronte ai suoi impegni. Ed è morale soltanto il sistema opposto, che per la sua neutralità ed ossequio all'eguaglianza, cresce la materia imponibile e facilita il còmpito dello statista. Così va impostato il problema e non altrimenti. Ove fosse ufficio della scienza applicata di lodare o biasimar qualcuno, dovrebbero essere lodati i contribuenti che fuggono e gli Stati cuscinetto che offrono asilo ai fuggenti, perchè essi sono di stimolo a mutare le cattive leggi vigenti nei paesi da cui si fugge; e dovrebbero essere biasimati i governanti che deliberano le imposte odiose e confiscatrici. Chi reputi antiscientifiche le parole " lode „ o " biasimo „ adoperi le altre: " constatare l'esistenza di azioni utili o dannose al paese i cui legislatori stabiliscono imposte neutre o parziali „. Ad ogni modo è certo che la teoria degli Stati cuscinetto è essenziale per la pubblica finanza; e che nessuna taccia di immoralismo si può attaccare a coloro i quali constatano fatti reali, non controvertibili. Sembra inoltre che possa essere chiamata " idealistica „ solo quella teoria la quale dichiara le norme, con cui osservando la giustizia comparativa sia possibile di impedire l'immiserimento del proprio paese. Il che è tanto più necessario oggi, quando l'aumento della produzione e del risparmio è l'unico mezzo con cui si possa far fronte al peso gravissimo di tributi determinato dalla guerra.

non ha interesse a distruggere il proprio reddito, solo per non pagarne una parte al fisco. Può invece astenersi dal formare nuovi risparmi, dal crescere il proprio reddito. A questa stregua dell'influenza sul nuovo risparmio, si saggia sovratutto e direi esclusivamente la bontà di un qualunque sistema tributario. Il legislatore può escogitare tormenti e catene per i contribuenti che occultano od esportano i capitali esistenti ed i suoi sforzi possono anche essere fortunati. Ma egli è impotente contro chi rifiuta di diventare o di continuare ad essere risparmiatore. Qui è lo scoglio su cui si infrangono i tentativi dei governi comunistici ed espropriatori. Questa è la rupe contro cui inutilmente cozzano i legislatori che vogliono istituire imposte parziali ed odiose.

Nello schema seguente si cercò di delineare le conseguenze che avrebbero sul nuovo risparmio i due tipi descritti d'imposta. La ipotesi da cui si partì pare ragionevole: ed è che l'ammontare del risparmio sia una funzione crescente dell' ammontare del reddito. Poichè, *senza l'imposta*, i redditi sarebbero di 500, 5000 e 50.000 lire, si suppose che i percipienti avrebbero risparmiato rispettivamente il 5, il 10 ed il 30 % del rispettivo ammontare, Crescendo, *coll'imposta neutra*, i redditi netti a 594, 5700 e 54.000 lire, si suppone che le quote rispettivamente risparmiate sarebbero salite, con una lieve progressione, al 6, 12 e 35 per cento. Scemando, *coll'imposta parziale*, i redditi netti a 450, 4050 e 31.500 lire, fu supposto che le quote risparmiate sarebbero rispettivamente diminuite, con una *depressione più rapida*, per la notevole diminuzione del margine disponibile, al 4, 8 e 20 %. Le ipotesi sono empiriche, fatte a scopo esemplificativo; ma si può fondatamente asserire che esse rappresentino, se non la realtà, la tendenza alla realtà e possano servire di fondamento accettabile per le conclusioni di indole generale che se ne ricaveranno.

Veggansi ora i risparmi fatti annualmente, su questa base, dai tre contribuenti A, B e C, nei due casi tipici d'imposta già esemplificati nella precedente tabella. Nei calcoli, per evitare frazioni troppo piccole, si operò qualche leggero arrotondamento:

Risparmi annui nuovi, prima dell'imposta:

	A	*B*	*C*
Redditi netti	500	5.000	50.000
Proporzione del risparmio % .	*5*	*10*	*30*
Ammontare del risparmio . .	25	500	15.000

Risparmi annui nuovi, dopo l'imposta:

	Imposta neutra miglioratrice			Imposta parziale peggioratrice		
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
Redditi netti	594	5700	54.000	450	4050	31.500
Proporzione del risparmio % .	*6*	*12*	*35*	*4*	*8*	*20*
Ammontare del risparmio . .	36	700	19.000	18	325	6300
Saggio di interesse % . . .	*4*	*4*	*4*	*6*	*6*	*6*
Reddito lordo del risparmio .	1.44	28	760	1.08	19.50	378
Saggio dell'imposta % . . .	*1*	*5*	*10*	—	*10*	*30*
Ammontare dell'imposta . .	0.01	1.40	76	—	1.95	113.40
Reddito netto	1.43	26.60	674	1.08	17.55	264.60
Saggio di frutto sul risparmio effettivo %	*3.96*	*3.80*	*3.60*	*6*	*5.40*	*4.20*
„ „ risparmio potenziale che si sarebbe avuto in assenza d'imposta %	*5.70*	*5.32*	*4.49*	*4.32*	*3.51*	*1.76*

L'imposta neutra, crescendo i redditi netti ed il nuovo risparmio: 1° fa sì che l'erario incassi assai di più di quanto non ottiene con l'imposta parziale; 2° lascia a tutti i contribuenti redditi netti, dopo pagata l'imposta, notevolmente maggiori; 3° consente che il saggio di frutto dei risparmi effettivamente fatti sia notevolmente minore che non nel caso della imposta parziale. Il che vuol dire che i contribuenti sono spinti ad una maggiore produzione di risparmio e possono quindi contentarsi, pur godendo redditi molto maggiori, di un saggio di interesse minore — 4 invece che 6 % — con vantaggio degli imprenditori costretti a cercare capitali a prestito; 4° e contemporaneamente fa godere ai contribuenti minimi e medi un saggio di frutto superiore a quello che avrebbero avuto senza l'imposta, falcidiando solo il saggio di frutto dei contribuenti massimi, non tuttavia in misura perniciosa. Invece l'imposta parziale riduce il saggio di frutto sul risparmio potenziale per tutti i contribuenti e per tutti riduce lo stimolo alla capi-

talizzazione. Scarso reddito, scemato risparmio, scarso frutto del risparmio, sono tre anelli di una stessa catena, che spinge la società economica verso l'immiserimento progressivo.

XIX.

Una applicazione interessante del principio posto sopra (§ XVI) che nelle imposte ad aliquota costante il reddito si capitalizza al netto, mentre nelle imposte ad aliquota variabile il reddito si capitalizza al lordo, si ha nel passaggio dall' un sistema all'altro di aliquota. Giova a questo proposito analizzare gli effetti di uno spediente che fu altra volta adoperato e nuovamente si propone per facilitare il passaggio dal metodo dell'aliquota costante a quello dell'aliquota variabile. Voglio accennare al riscatto obbligatorio o facoltativo delle vecchie imposte reali, riscatto voluto sia per fornire un'entrata straordinaria allo Stato, sia per facilitare la istituzione di nuove imposte sul reddito o sul patrimonio a tipo personale (1).

---

(1) Su questo argomento, rinvio alla ottima monografia già citata di Benvenuto Griziotti, *Teoria dell'ammortamento delle imposte e sue applicazioni*, nella quale l'A. studia largamente gli esempi storici di riscatti effettuati (Pitt, in Inghilterra, 1798), tentati (Gianni, in Toscana, 1788), proposti (Scialoja, in Italia, 1866) e fa proposte sue per il riscatto delle vigenti imposte e sovrimposte italiane sui terreni, fabbricati e cat. A_1, A_2 e B della ricchezza mobile. Sembra a me che le considerazioni esposte in questo paragrafo del testo della presente nota consiglino a riprendere in esame la proposta di riscatto, così da distinguere gli effetti che essa avrebbe per i tributi o le parti di tributo incidenti sui contribuenti legali da quelli che essa avrebbe invece per i tributi o le parti di tributo probabilmente trasferiti in tutto od in parte sugli inquilini, o sui consumatori di capitali o di merci vendute dai contribuenti legali. Il Griziotti a pag. 7-8 della sua monografia ha chiaramente ricordato che non sempre le imposte reali hanno per effetto di ridurre il valore del capitale il cui reddito è oggetto di imposizione citando appunto l'esempio dell'imposta sui fabbricati, la quale entro certi limiti ed in certi casi viene trasferita sugli inquilini. A pag. 11 ha ricordato il caso dell'imposta sugli interessi dei mutui. Ma a queste riaffermazioni dei principî correnti della teoria della traslazione tributaria non pare abbia più posto mente nella elaborazione delle sue proposte concrete di riscatto delle imposte italiane; poichè esse si estendono a tutto l'ammontare delle citate imposte, senza alcuna eccezione (cfr. §§ 52-53, pag. 91-94). Ripetutamente l'A. ha affermato che l'operazione di riscatto

Per sfrondare il problema da tutti gli elementi non pertinenti strettamente al punto qui discusso suppongo viva ed operante la clausola del *rebus sic stantibus*; e facendo astrazione dagli effetti che in vario senso può avere l'uso pubblico del provento dell'imposta, suppongo che questo non varî nè l'ammontare dei redditi colpiti nè il saggio dell'interesse. L'unica circostanza differenziale da prendere in considerazione sia questa: che nell'un caso l'imposta incide sul contribuente colpito (A) e nell'altro intieramente si trasferisce da questo su altra persona (B).

L'imposta A può essere quella sui terreni agricoli non marginali, ovvero l'altra sui fabbricati in una città non progressiva o nei quartieri edilizi privilegiati di una città progressiva, ovvero ancora quella sugli interessi di mutui o sui redditi di imprese commerciali ed industriali in situazioni in cui il trasferimento non sia possibile.

---

non ha per iscopo di stabilire una nuova imposta, ma solo di commutare un onere annuo ripetuto nel corrispondente pagamento di una somma capitale per una volta tanto: " Poichè i proprietari acquistano e vendono la loro proprietà a prezzo inferiore di quanto varrebbe, se non fosse gravata di imposta, essi possono *senza sacrificio* pagare il capitale corrispondente al tributo, pur di liberarsi dall'onere annuo relativo „ (§ 28, pag. 57)..... " Posto che per il proprietario di un terreno la consolidazione della fondiaria è un fatto già avvenuto e che perciò il riscatto, obbligatorio o facoltativo, del tributo *non crea un nuovo onere nè produce sperequazioni tra i contribuenti*... „ (§ 29, pag. 62)..... " Innanzi tutto è da escludersi il carattere di confisca nel riscatto della fondiaria, perchè esso *non fa che trasformare in un'operazione finanziaria uno stato di fatto*, che si era prodotto coll'imposta fondiaria „ (§ 29, pag. 63). Dalle quali dichiarazioni si deduce, come del resto è pacifico, che il riscatto non deve imporre al contribuente un onere nuovo, un sacrificio diverso e maggiore da quello prima subìto, ma solo trasformare un onere ripartito in un certo numero di annualità in un onere unico immediato; nè esso deve mutare la situazione rispettiva preesistente dei contribuenti, ma conservare invariata la situazione di prima, che, se in origine era sperequata, col tempo ha cessato di esserlo. Il Griziotti, che pure aveva nella prima parte dello studio premesso che l'ammortamento non sempre si verifica, nell'applicare le sue premesse ha senz'altro supposto possibile il riscatto dell'imposta anche nei casi in cui l'ammortamento non può verificarsi. Perciò le sue proposte, contrariamente alle sue espresse intenzioni, creano nuovi oneri e, creandoli solo per taluni contribuenti, producono nuove sperequazioni. Risultato non voluto e tale da doversi evitare.

L'imposta B può essere la fondiaria sui terreni agricoli marginali, ovvero l'altra sui fabbricati nei quartieri non privilegiati (periferici) di una città progressiva, ovvero anche in diverse situazioni l'imposta mobiliare. Numerose situazioni intermedie si possono dare tra A e B, con soluzioni pure intermedie. L'imposta sia del 20 % del reddito, il saggio dell'interesse sia del 5 % e questo rimanga invariato, per la clausola del *rebus sic stantibus*, dopo l'imposta. Lo schema seguente mi pare atto a rappresentare la successione degli avvenimenti.

		A	*B*
1. Redditi prima dell'imposta		5000	5000
2. Saggio dell'interesse %		5	5
3. Valori capitali prima dell'imposta . .		100.000	100.000
4. Imposta		1000	1000
5. Ammontare di cui diminuisce il reddito in con seguenza dell'imposta		1000	—
6. Redditi netti dopo l'imposta		4000	5000
7. Valori capitali dopo l'imposta		80.000	100.000
8. Prezzo di riscatto dell'imposta di 1000 lire pagato dai contribuenti al 5 % . . .		20.000	20.000
9. Redditi netti *subito dopo* il riscatto . .		5000	6000
10. Valori capitali		100.000	120.000
11. Costo capitale dei fabbricati o delle imprese o dei risparmi *nuovi* atti a fare concorrenza ai capitali già vincolati al momento del riscatto	100.000		
12. Reddito di cui si possono contentare i capitali nuovi	5000		
13. Redditi netti *definitivi* dopo il riscatto e dopo divenuta attiva la concorrenza dei nuovi risparmi		5000	5000
14. Valori capitali definitivi id. id. . . .		100.000	100.000
15. Perdita subìta dai contribuenti in conseguenza del riscatto		—	20.000

Se per parafrasare l'argomentazione, noi supponiamo che A sia una casa centrale, in cui il fitto di lire 5000 sia il massimo che il proprietario può ottenere, con e senza l'imposta, data la sua situazione privilegiata e B sia una casa periferica in cui il fitto è adeguato al costo di produzione di nuove case nelle vicinanze, noi vediamo che l'imposta 1000 non è trasferita nel caso A, il cui proprietario già otteneva il *massimo*, sicchè il reddito netto scema a 4000; mentre è intieramente trasferita

nel caso B, sicchè il fitto cresce da 5000 a 6000 e, sotto detrazione di 1000 lire d'imposta, torna a dar luogo al reddito netto di 5000. Le due case, dopo l'imposta, si capitalizzano in 80.000 e 100.000 rispettivamente. Il proprietario di A perde 20.000, quello di B perde nulla. Se ora si fa l' operazione di riscatto, apparentemente lo Stato si comporta in modo equo, condonando ad amendue il pagamento dell'imposta annua perpetua di lire 1000 e chiedendo il prezzo di riscatto di L. 20.000. In un primo momento il reddito netto cresce di 1000 per amendue, a 5000 per A, a 6000 per B; ed i rispettivi valori capitali a 100.000 e 120.000. Nè l'uno nè l'altro ha perso alcunchè ed amendue si trovano in una situazione rispettiva invariata.

Ma il processo non si ferma a questo punto; chè le case nuove, alla periferia, continuano a fabbricarsi all' antico costo di lire 100.000; e poichè il saggio dell'interesse è rimasto al 5 per cento, i costruttori si possono contentare di un reddito netto di lire 5000. Le nuove imposte, di cui lo Stato avrà bisogno per far fronte all'incremento delle spese pubbliche sono a tipo personale, ad aliquota variabile; e la capitalizzazione di esse non si fa sul netto ma sul lordo; e quindi d'or innanzi L. 5000 di reddito annuo valgono in capitale lire 100.000, anche se il loro percettore dovrà pagare un' imposta parziale variabile a seconda delle sue particolari condizioni. Quindi le case nuove del costo di lire 100.000 che si possono affittare al prezzo annuo di lire 5000 fanno concorrenza alle analoghe case periferiche (B). Il fitto di queste non può sostenersi a lire 6000, ma deve cadere a 5000; ed il valore capitale deve discendere nuovamente a 100.000 lire. Ecco che il proprietario di B, il quale aveva sborsato il prezzo di riscatto di lire 20.000 nella speranza di avere un aumento di reddito di lire 1000, per il cessato pagamento dell'imposta, si vede sfumare tra mano l'incremento di reddito e perde il capitale sborsato. Da tal sciagura rimane esente il proprietario di A, il quale non era stato prima in grado di crescere il suo reddito oltre 1000 quando era stato colpito dall'imposta 1000, perchè già aveva toccato il massimo consentito dalla sua situazione monopolitica; nè v'è ragione che dopo rinunci al fitto di 5000 lire, il quale continua per lui ad essere il massimo reddito ottenibile e perciò quello effettiva-

mente ottenuto. La perdita in valor capitale per B e l'alterazione nei rapporti tra A e B non si sarebbero verificate se il riscatto non fosse avvenuto e se lo Stato avesse seguitato a prelevare sulle case nuove costruende l'imposta reale di 1000 lire.

Pare perciò di poter concludere validamente che, fatta l'ipotesi del *rebus sic stantibus*, l'operazione del riscatto non rende ossequio al canone dell'uguaglianza. Il riscatto produce conseguenze scorrette se applicato a B; e pare applicabile solo ad A. Se noi supponiamo invero abolite le imposte reali per tutti i contribuenti e reso obbligatorio il riscatto solo per i casi del tipo A, noi otteniamo i risultati seguenti (dove si rinvia, per le linee da 1 a 7, allo schema precedente):

		A	*B*
8. Prezzo di riscatto dell'imposta di 1000 lire pagata dai contribuenti al 5 %. .		20.000	—
9. Redditi netti *subito* dopo il riscatto . .		5000	6000
10. Valori capitali.		100.000	120.000
11. Costo capitale dei fabbricati *nuovi* atti a far concorrenza ai fabbricati già costrutti al momento del riscatto	100.000		—
12. Reddito di cui si possono contentare i fabbricati nuovi	5000		—
13. Redditi netti *definitivi* dopo il riscatto e dopo divenuta attiva la concorrenza dei nuovi fabbricati		5000	5000
14. Valore capitali definitivi c. s.		100.000	100.000
15. Perdita subìta o guadagno ottenuto dai contribuenti in conseguenza del riscatto		—	—

Ragione vorrebbe perciò che l'abolizione delle imposte reali vigenti fosse generale e l'obbligo del riscatto fosse limitato ai casi A. Non è compito di questa nota indagare se, entro questi limiti, l'operazione del riscatto sia conveniente per lo Stato e possibile praticamente, a causa dell'arbitrio insito nel giudizio di separazione tra i casi A ed i B. Sembra dubbia la possibilità di trovare periti atti a giudicare con sicura coscienza un problema così arduo teoricamente e così intricato in concreto. Ma è interessante rilevare come questa difficoltà, fin qui non avvertita in modo preciso, sia stata forse lo scoglio inconsapevole contro cui si sono infranti i tentativi di riscatto non strettamente limitato ai casi del tipo A o ad essi vicinissimi.

Quale sia il processo che si verificherebbe quando non si supponesse valida la clausola del *rebus sic stantibus*, non è agevole dire. Poichè tutte le numerose circostanze che nel decorso della presente nota furono esaminate e si vide essere feconde di risultanze svariate in sensi diversi dovrebbero ad una ad una essere riprese in esame per esaminarne le interferenze con le due ipotesi A e B, dell'incidenza e traslazione dell'imposta. Campo che si annuncia fecondo di illazioni forse impensate e che gioverebbe perciò esplorare a fondo. Per ora mi basti averlo additato, e mi sia consentito di affermare la necessità di distinguere, anche fatta la premessa del *rebus sic non stantibus*, attentamente i casi A dai casi B nel giudicare degli effetti dell'operazione di riscatto.

XX.

L'imposta sul reddito può prendere la forma di un'imposta repartita in ragione del valore capitale da cui il reddito deriva o che al reddito corrisponde. Non si vuole qui studiare compiutamente il problema dell'ammortamento delle imposte così repartite; ma solo di considerare, in tal proposito, il diverso comportamento dell'imposta a seconda che si assuma, a base di ripartizione, il valore *nominale* ovvero il valore *corrente* del capitale tassato.

Allo scopo di non complicare l'argomentazione, supponiamo: — valida la premessa del *rebus sic stantibus* — generale l'imposta — percossi i capitali di qualunque specie, fruttiferi ed infruttiferi, vincolati e disponibili, antichi e nuovi. Per brevità si tacciono le correzioni — del resto agevoli a calcolarsi — derivanti dai diversi possibili scostamenti dall'ipotesi fatta.

Facciasi prima il caso dei redditi *fissi*. Sia un reddito annuo perpetuo di 5 e sia del 5 per cento il saggio corrente di interesse. Quest'annualità di reddito, ove non fosse decurtata dall'imposta, avrebbe un valore capitale di 100.

Se il valor capitale percosso è quello *nominale*, la capitalizzazione del reddito avviene in base alla formula:

$$C = \frac{(r - I) \times 100}{i} \tag{I}$$

dove C è il valor capitale corrente del titolo
r „ il reddito annuo perpetuo „ „
I „ l'imposta annua perpetua gravante sul titolo
i „ il saggio corrente dell'interesse per ogni 100 lire.

Se facciamo r uguale a 5, $i = 5$ (per ogni cento lire), e diamo successivamente ad I i valori 0, 1, 2, 3, 4 e 5, abbiamo, applicando, che C assume successivamente i valori 100, 80, 60, 40, 20 e *zero*. A questo punto, ossia quando il saggio dell'imposta annua perpetua, 5 per ogni 100 lire di valor capitale nominale, è uguale al saggio di frutto, ossia al rapporto fra il reddito 5 ed il valor capitale nominale, il reddito netto viene tutto assorbito dall'imposta, e si riduce a zero. Un reddito *zero* non ha alcun valor capitale. Converrebbe perciò al proprietario abbandonare il titolo, che gli dà diritto di percepire il reddito di 5, non essendo per lui conveniente aver la noia, pur minima, di amministrarlo, per avere un reddito zero. *A fortiori*, nessuno amando i redditi *negativi*, l'abbandono si imporrebbe, ove il saggio dell'imposta fosse maggiore del saggio di frutto.

Solo se il reddito fosse duraturo, mentre l'imposta è temporanea, converrebbe al possessore del titolo tenere il titolo anche quando il saggio dell'imposta fosse superiore al saggio di frutto.

Un'imposta straordinaria, per una volta tanto, sul valor capitale nominale, costringerebbe invece il proprietario all'abbandono del titolo solo quando il suo ammontare superasse il valore attuale risultante dallo sconto, al saggio di interesse corrente, del prezzo di rimborso del titolo e delle intercorrenti annualità di reddito. In pratica, siccome il mercato in qualunque momento apprezza questi valori attuali, l'imposta sul capitale nominale costringe all'abbandono del titolo solo quando il suo ammontare, ridotto a valore attuale, sia uguale al prezzo corrente, comprensivo dei dietimi trascorsi di interessi. Vi è, dunque, sempre un punto che l'imposta sui valori capitali *nominali* non può superare, ed è quello che rende uguale il valore attuale dell'imposta al valore attuale o prezzo corrente del titolo. Se quel punto è superato, il contribuente ha interesse all'abbandono del titolo; il che vuol dire appunto che lo Stato non può assorbire coll'imposta, in una volta sola od a rate, un valore superiore al valore attuale del titolo.

Se, invece, il valor capitale percosso dall'imposta è quello *corrente*, il reddito netto residuo per il proprietario del titolo non può mai ridursi a zero e non è quindi mai conveniente l'abbandono del titolo.

Invero, se noi facciamo:

C = valore capitale corrente del titolo
r = reddito annuo perpetuo del titolo
i = saggio dell'interesse per ogni 100 lire
I = „ dell'imposta „ „ „ „

si ha:

$$C = \frac{r \times 100}{i + I} \tag{II}$$

dove I non è più un ammontare fisso, calcolabile direttamente in base al valor capitale nominale e deducibile da r per avere il reddito netto residuo da capitalizzare, come in (I), ma è una quantità variabile, il cui saggio è fissato dal legislatore ed il cui ammontare è in funzione del valore di C. L'imposta diventa un'aggiunta al saggio dell'interesse i ed in base alla somma di i e di I bisogna capitalizzare il reddito r del titolo.

Se facciamo r sempre uguale a 5, $i = 5$ per cento e diamo, successivamente, ad I i valori 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 100 e 1000 per cento, C assumerà i seguenti valori:

Se imposta = 0 per cento, $C = \frac{5 \times 100}{5 + 0} = 100$
„ 1 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 1} = 83.33$
„ 2 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 2} = 71.42$
„ 3 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 3} = 62.50$
„ 4 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 4} = 55.55$
„ 5 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 5} = 10$
„ 10 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 10} = 33.33$
„ 100 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 100} = 4.7619$
„ 1000 „ $C = \frac{5 \times 100}{5 + 1000} = 0.49751$

C diventa piccolissimo, ma non si annulla mai. Anche quando il saggio dell'imposta *annua* diventa del 1000 % del valor capitale *corrente* e sembra a primo aspetto assurdo che il contribuente la possa sopportare, si ha che la capitalizzazione del reddito di 5 lire annue avviene in base alla somma del saggio corrente dell'interesse 5 per cento e del saggio corrente dell'imposta 1000 per cento. Il contribuente deve ogni anno, per aver convenienza a tenere il titolo tassato a quella stravagante stregua del 1000 per cento, lucrare un reddito lordo del 1005 per cento sul valor capitale corrente, di cui 1000 trasferisce allo Stato e 5 tiene per sè. Ma se 1005 per cento è il saggio di capitalizzazione del reddito 5, il valor capitale corrente in base alla formula $C = \frac{r + 100}{i + I}$, risulta di 0,49751. Ed infatti un'imposta del 1000 per cento su un valore capitale di 0.49751 — questa invero è la base imponibile di un tributo gravante sul valor capitale *corrente* — è di 4.9751. Poichè il reddito del titolo è di 5, rimane al proprietario, dopo aver pagata l'imposta di 4.9751, un reddito residuo netto di 0.0249 che è precisamente il 5 per cento del capitale di 0.49751. Il titolo, del nominale di 100 lire, vale correntemente solo 49 centesimi circa ed a tal prezzo continua a negoziarsi, perchè frutta l'interesse corrente del 5 per cento e cioè di 2 centesimi e mezzo circa. Il nuovo acquirente non è più danneggiato dal pagamento di un'imposta del 1000 per cento, di quanto lo sarebbe da un'imposta dell'1 o del 0,10 per cento.

L'imposta può colpire redditi *variabili*: dividendi di azioni, frutti di terre, case, industrie. Qui è più difficile ragionarne l'aliquota in base al valor capitale *nominale*, che esiste solo per le azioni; ma non impossibile. Il legislatore può invero fissare arbitrariamente un valor capitale nominale dei beni e far variare l'imposta in base a quel valore arbitrario. È il caso di molte imposte antiche, a carattere catastale, per cui non si fecero da tempo revisioni dei valori imponibili. Di solito però, riconoscendosi ben presto che il valore capitale nominale non ha alcun rapporto con la realtà, si preferisce ragionar l'imposta in base al valor capitale corrente, più agevole a determinarsi e spesso il solo conosciuto, contrariamente a quanto accade per i redditi *fissi* (obbligazioni, cartelle fondiarie, capitali dati a mutuo) per cui il capitale nominale è un valore sempre noto, mentre spesso

il capitale corrente è un valore ignoto, specie per i capitali dati a mutuo, le rendite fondiarie perpetue e valori simili, per cui non esiste un mercato con negoziazioni frequenti.

A parte questa avvertenza, sembra che gli effetti dell'imposta siano, in principio, gli stessi per i redditi variabili che per i redditi fissi. Le divergenze si riducono alle seguenti:

Se l'imposta è ragionata in base ad un valore capitale *nominale* qualunque, il calcolo della convenienza dell'abbandono del titolo comporta qualche rischio ignoto per i redditi fissi. Per questi, l'abbandono conviene quando il saggio dell'imposta diventa uguale al saggio di frutto. Se il reddito è 5 e l'imposta è anche 5, il valor capitale del titolo diventa zero. Per i redditi variabili non basta che, essendo 5 il reddito presente, l'imposta sia 5, per consigliare l'abbandono del titolo. Può darsi che il contribuente preveda un rialzo futuro del reddito al disopra di 5; nel qual caso a lui converrà tenere il titolo, sebbene il reddito attuale netto sia zero. Anche un'imposta maggiore del reddito non è sufficiente a consigliare l'abbandono del titolo, quando si prevede un aumento futuro, più che compensatore, del reddito. Conversamente, non è consigliabile l'abbandono del titolo ancor prima che l'imposta uguagli il reddito, solo perchè si prevede che, rimanendo ferma l'imposta, il reddito si ridurrà al disotto dell'imposta. Conviene infatti al contribuente godere il residuo attivo finchè può essere percepito, salvo a fare l'abbandono del titolo, quando le due quantità, r ed I, siano divenute uguali.

Se l'imposta è stabilita in base al valore capitale *corrente*, la complicazione sta tutta nel ridurre i valori futuri annui di r, variabili di anno in anno, ad un valore r costante nel tempo. Di solito, i contraenti fanno questa riduzione in modo empirico, nelle borse e nei mercati dei valori fondiarii. In ogni dato momento, gli uomini, a torto od a ragione, stimano che quell'azione, quella casa, quella terra siano feconde di un reddito avvenire dato e per la sua capitalizzazione applicano un dato tasso d'interesse. La formula usata, in caso di imposta I stabilita sul valore capitale corrente, è sempre la (II). I valori C sono probabilmente più oscillanti di quanto non accade nel caso di redditi fissi; ma la variabilità è maggiore anche quando non esiste l'imposta.

Le osservazioni fatte sin qui dimostrano come bene a ragione i legislatori preferiscano le imposte sul valor capitale corrente

a quelle sul nominale. A parità di aliquota, la tendenza delle prime a scemare i valori capitali è assai meno accentuata di quella delle seconde. Valga il confronto:

Se l'imposta è del:	*Il valore capitale corrente per ogni 100 lire di valor nominale* (fatto $i = 5$) nel caso di imposta sul valor capitale nominale è di:	nel caso di imposta sul valor capitale corrente è di:
0 per cento . . .	100	100
1 „ . . .	80	83.33
2 „ . . .	60	71.42
3 „ . . .	40	62.50
4 „ . . .	20	55.55
5 „ . . .	0	50

Il momento della convenienza dell'abbandono non giunge mai nel tipo di imposta sui valori correnti ed i contribuenti conservano sempre un certo interesse a mantenere l'impiego. Ciò per i capitali esistenti. Per i capitali nuovi, che si vanno via via formando dopo l'introduzione dell'imposta, anche senza entrare nel vivo del problema, basti osservare genericamente che lo stimolo a risparmiare è più vivo e dura più a lungo col tipo dell'imposta sui valori correnti che con quella sui valori nominali.

Ragionando della convenienza da parte del contribuente di abbandonare il bene fecondo di reddito, sempre si è supposto che l'abbandono fosse giuridicamente possibile. L'ipotesi è la deduzione logica delle norme contenute in tutte le legislazioni per l'espropriazione dei beni appartenenti ai contribuenti morosi. Se l'imposta ha carattere reale, l'abbandono può farsi per ogni bene singolo. Se personale, deve riferirsi a tutto il patrimonio del contribuente, tutto essendo soggetto all'obbligo tributario.

Epigrammi callimachei

Nota I del Prof. GIORGIO PASQUALI

7.

Ἦλθε Θεαίτητος καθαρὴν ὁδόν. εἰ δ' ἐπὶ κισσόν
τὸν τεὸν οὐχ αὕτη, Βάκχε, κέλευθος ἄγει,
ἄλλων μὲν κήρυκες ἐπὶ βραχὺν οὔνομα καιρόν
φθέγξονται, κείνου δ' Ἑλλὰς ἀεὶ σοφίην.

La via che Teeteto batte, non mena all'edera dionisiaca; in altre parole egli non compone carmi per gli agoni scenici, non scrive nè tragedie nè commedie nè ditirambi (1). Ma le sue poesie sono tali che non per un momento ma per sempre la Grecia griderà alto il suo nome.

A quali carmi di Teeteto pensa qui Callimaco? Probabilmente non ad altri che a quelli dei quali ci è conservato ancora qualche saggio, a epigrammi. Tra i poeti dell'Antologia vi furono per lo meno due Teeteti. A un Teeteto *σχολαστικός*, cioè a un avvocato bizantino, sono attribuiti VI 27, IX 659, X 16 nel Palatino, XVI 221 nell'autografo del Planude. Ma suo è anche XVI 233, che fa esatto riscontro a XVI 221. In quello come in questo si celebra con vuoto *pathos* retorico la vittoria degli Ateniesi a Maratona; nell'uno e nell'altro i Medi sono

(1) In generale s'intende che Teeteto, presentatosi a un agone, fosse sconfitto e che Callimaco miri a consolarlo; ma l'immagine scelta dal poeta non s'accorda con quest'interpretazione: la via di Teeteto non conduce all'edera, ma corre in tutt'altra direzione. Non vedo perchè il Cessi (*Studi* XV, 1907, 88) affermi che Teeteto abbia scritto commedie, nè perchè sospetti che la lode di Callimaco celi lo scherno.

detti *Ἀσσύριοι*. A un altro poeta molto più antico e molto migliore appartengono *A. P.* VII 444, 499, 727, fors'anche VI 357. È verisimile che questo sia proprio l'amico di Callimaco: i versi sono di fattura abbastanza buona; i nomi propri *Ἀνταγόρας*, *Ἀρίστων*, *Μένων*, *Φιλέας* hanno una certa aria di antichità. VII 727 è scritto in un dorico non dozzinale. VII 499, l'epitafio di un Cireneo, ha la stessa forma che l'ep. 12 di Callimaco, se pur questo è assai più raffinato nei particolari (1). VII 444 è un epitafio in forma di narrazione, come l'ep. 20 di Callimaco, e come quello narra una sventura singolarmente pietosa da cui è stata percossa tutt'una famiglia (2); anche qui non mancano parole tutt'altro che volgari, quali *προσκηδέες* e *κάλπις*. Qualche dubbio può rimanere per VI 357: nel v. 2 *ὧδε καλοῖς χάριεν κείμενόν ἐστ' ὄνομα*, il *κείμενόν ἐστι* sembra pleonastico e prosaico; nel v. 5 *καὶ μὲν ἐγὼ φίλα εἰμί, καὶ ἐστί μοι οὗτος ἀδελφός*, offendono le troppe *correptiones in hiatu*, benchè quella del *μοι* conti poco e quella del *καί* nulla, e benchè VII 499 cominci

---

(1) Il morto incarica il viandante di dare ai parenti notizia della sua morte. La forma deriva da Asclepiade: cfr. Reitzenstein, *Epigramm und Skolion*, 160, che non ha avuto presente Teeteto.

Asclepiade VII 500.

Ὦ παρ' ἐμὸν στείχων κενὸν ἠρίον εἰπὸν ὁδῖτα
εἰς Χίον εὖτ' ἂν ἵκῃ, πατρὶ Μελησαγόρῃ
ὡς ἐμὲ μὲν καὶ νῆα καὶ ἐμπορίην κακὸς Εὖρος
ὤλεσεν, Εὐίππου δ' αὐτὸ λέλειπτ' ὄνομα.

Teeteto.

Ναυτίλοι ὦ πλώοντες, ὁ Κυρηναῖος Ἀρίστων
πάντας ὑπὲρ Ξενίου λίσσεται ὔμμε Διός
εἰπεῖν πατρὶ Μένωνι παρ' Ἰκαρίαις ὅτι πέτραις
κεῖται ἐν Αἰγαίῳ θυμὸν ἀφεὶς πελάγει.

Callimaco.

Κύζικον ἦν ἔλθῃς, ὀλίγος πόνος Ἱππακὸν εὑρεῖν
καὶ Διδύμην, ἀφανὴς οὔτι γὰρ ἡ γενεή,
καί σφιν ἀνιηρὸν μὲν ἐρεῖς ἔπος, ἔμπα δὲ λέξαι,
τοῦθ' ὅτι τὸν κείνων ὧδ' ἐπέχω Κριτίην.

(2) Poichè Teeteto carica le tinte, si potrebbe pensare che foss'egli l'imitatore; ambedue gli epigrammi sono di genere.

ναυτίλοι ὦ πλώοντες. Ma il vanto *κεῖμὶ γένος Μακεδών* conviene meglio al terzo secolo che a età posteriore, e *Νικάνωρ*, *Ἡγησώ*, particolarmente *Φίλα* sono nomi davvero antichi, e in uso appunto nella Macedonia e in genere nella Grecia settentrionale. E, se appartiene al nostro Teeteto quest'epigramma, sarà suo anche quello in onore di Pitagora citato da Diogene Laerzio VIII 48, e così anche quello per la morte di Crantore, pure serbato da Diogene (IV 25) (1).

Questi epigrammi sono, a esser sinceri, cosucce garbate e aggraziate, ma nulla più; e non s'intende a prima vista come Callimaco potesse andare in solluchero per robetta siffatta. Ma bisogna pur riflettere che a lui piacevano proprio i componimenti tenui e squisiti, così come nulla gli era più odioso di un carme grande ma non sufficientemente elaborato nei particolari, bisogna cioè riconoscere ch'egli giudicava con criteri diversi dai nostri. Chi riferisca la lode appunto agli epigrammi, capirà meglio il secondo distico.

Si suppone di solito, come si è detto, che questo si riferisca a vittorie in agoni tragici e comici, ma nè Callimaco aveva alcuna ragione di disprezzare la commedia o la tragedia, alle quali aveva anzi dedicato studi profondi (2), nè queste nel terzo secolo fiorivano sì da dar ombra agli altri generi. Le iscrizioni, invece, ci mostrano che in quest'età non vi era quasi festa religiosa che non fosse accompagnata da un concorso di *χοροὶ κύκλιοι* (3). Da quando la musica aveva preso la mano alla poesia, i generi più in voga presso il pubblico grosso erano il ditirambo e il nomo, e appunto le ampollosità dello stile ditirambico Callimaco, raffinato com'era, dovette avere in uggia. Non si può immaginare diversità d'ideali artistici maggiore che tra Callimaco dall'una parte, Cercida o anche il vecchio Timoteo dall'altra. Qualche anno più tardi Theodorida, per rinfacciare a

(1) Fozio (Lex. *ὕδωρ δὲ πίνων*) ne informa che l'epigramma in Cratino riportato da Ateneo, II 39c, era attribuito da alcuni ad Asclepiade, da altri a Teeteto. La controversia è anteriore ad Ateneo, poichè questi cita *ὁ ποιήσας τὸ ἐπίγραμμα*, come suole in casi dubbi. È verisimile che i critici antichi pensassero al nostro Teeteto, che dovè appunto essere su per giù contemporaneo di Asclepiade.

(2) Cfr. Cessi, *Studi* XV 1907, 72 sgg.

(3) V. p. e. le epigrafi raccolte dal Brink, *diss. Hal.* VII 71 sgg.

Mnasalca certe gonfiezze, che più stonavano nell'epigramma, chiama la Musa di costui (*A. P.* XIII 21) *κενά τε κλαγγὰν κάπιλακυθίστρια διθυραμβοχάνα*, a un dipresso: " un precipizio " di bocca aperta al ditirambo, risonante a vuoto, gonfia solo " di ampolle „ (1).

La menzione dell'edera conviene al ditirambo non meno bene che agli altri due generi dionisiaci; in un epigramma di cui in questi ultimi anni si è fatto un gran discorrere (*A. P.* XIII 28), Antigene, chè proprio egli sarà l'autore, scrive *κισσοφόροις ἐπὶ διθυράμβοις*. Che la corona di edera fosse il premio anche del vincitore ditirambico, mostra un'epigrafe attica del periodo macedonico (2), *I. G.* II 1367: in un catalogo delle vittorie del citaredo Nicocle di Taranto le parole *Λήναια διθυράμβῳ* sono racchiuse in un disegno che imita una corona di edera. Così pure in un decreto onorario, che porta la data dell'arconte Zopyro (186-185 secondo gli editori), *I. G.* II 420, le parole che celebrano la bravura dei fanciulli liberi e del loro maestro, dimostrata appunto in *κύκλιοι χοροί*, sono contenute in una corona d'edera.

Forse Callimaco, nello scrivere il secondo distico, ebbe la mente a un famoso vanto del poeta più celebre di ditirambi e di nomi, di colui che, sebbene dalla sua morte fossero passati cent'anni ricchi di siffatta produzione letteraria, era ancora considerato quale il classico insuperato di questi generi. Timoteo, vittorioso sul citaredo Phrynis di Mileto, aveva celebrato sè e insolentito l'avversario così: *μακάριος ἦσθα Τιμόθεος, εὖτε κῆρυξ εἶπε· νικᾷ Τιμόθεος Μιλήσιος τὸν Κάμωνος τὸν Ἰωνο-*

(1) So bene quanto dubbia sia la formazione della parola *διθυραμβοχάνα*, ma il senso della frase è chiaro.

(2) La corona di edera quale premio della commedia non è neppur essa attestata per tempo molto anteriore: la menzione più antica è nel decreto per il poeta comico *Ἄμφις* datato dall'arconte Nicocle (302-01), nel quale si ordina di coronarlo [*κιτ*]*τοῦ* [*στε*]*φάνῳ*: i supplementi sono sicuri: cfr. Wilhelm, " Athen. Mitt. „ XV 1890, 221. Il capo del tragico Philico nell'epigramma scoperto testè in un papiro (" Berliner Sitzungsberichte „ 1912, 548) è *κισσηρεφής*: v. Wilamowitz, *Sappho u. Simonides*, 228. Per i poeti augustei l'edera è l'attributo del poeta di qualsiasi genere: *doctarum hederae praemia frontium.*

καμπτάν (1). Non sarà temerario supporre che i lettori di Callimaco avessero presenti versi del maestro del IV secolo. Checchè sia di questa congettura, certo Callimaco incita Teeteto a dispregiare il piacere di una vittoria che spesso non dà altra fama se non efimera, e a confidare nel giudizio equo dei posteri.

Abbiamo sinora lasciato da parte le prime parole dell'epigramma *ἦλθε Θεαίτητος καθαρὴν ὁδόν*, perchè è difficile stabilire quale senso Callimaco attribuisca qui a *καθαρός*. Ma il significato di quel che segue è chiaro, anche se si astragga da quelle parole; *καθαρά*, detto della via, è reminiscenza pindarica, non teognidea (2). Pindaro aveva scritto, *O.* VI 38 *ὦ Φίντις, ἀλλὰ ζεῦξον ἤδη μοι σθένος ἡμιόνων ᾗ τάχος, ὄφρα κελεύθῳ τ' ἐν καθαρᾷ βάσομεν ὄκχον ἵκωμαί τε πρὸς ἀνδρῶν καὶ γένος* e *I.* V 28 *εἰ δὲ τέτραπται* (la città di Egina) *θεοδότων ἔργων κέλευθον ἀν καθαράν*. Callimaco avrà pensato, piuttosto che al secondo, al primo passo, dove la " strada pura „ è appunto quella del canto (3). Ma appunto nel primo passo il senso della parola non è facile a determinarsi con esattezza; gli scoliasti intendono *οὐκ ἐπίληψιν ἢ ψεῦδος ἔχουσα*, dunque " irreprensibile, splendida „; gl'interpreti moderni spiegano chi nello stesso modo, chi " senza intoppi „. " Senza intoppi, spiccia „, sarebbe un complimento un po' scarso, chè avventurarsi per una via libera è tutt'altro che eroico; a meno che non s'intenda, come non mi pare escluso, *nullo trita pede*. E questa sarebbe d'altra parte lode soverchia per un epigrammatista che, a quel che vediamo, non fu molto originale. D'altro canto, Callimaco, se gli prometteva l'immortalità, avrà anche stimato più nuova la sua arte di quel che giudichiamo noi. Ma anche " splendida „ conviene bene al senso dell'epigramma, ed è assai verisimile che una spiegazione che si trova in iscoli, risalga appunto ai critici

(1) *Ἰωνοκαμπτάν* contiene, com'è noto, un'allusione alle *μεταβολαί* rapide e frequenti, all'irrequietezza tonale della musica ionica.

(2) Come pur volle il Reitzenstein, che, dimentico di Pindaro, confrontò (*Ep. u. Sk.*, 70) Teognide 945 *εἶμι παρὰ σταθμὴν ὀρθὴν ὁδόν*, dove manca proprio il *καθαρός*, così singolare.

(3) L'imitazione si svela anche in ciò, che egli prima parla di *καθαρὰ ὁδός* e poi aggiunge *ἥδε κέλευθος*, mettendo così in rilievo singolare questa ultima parola, che è pindarica.

alessandrini. Comunque s'intenda, il senso generale dell'epigramma non muta.

21 e 35.

21 *Ὅστις ἐμὸν παρὰ σῆμα φέρεις πόδα, Καλλιμάχου με*
ἴσθι Κυρηναίου παῖδά τε καὶ γενέτην,
εἰδείης δ' ἄμφω κεν· ὁ μέν κοτε πατρίδος ὅπλων
ἦρξεν, ὁ δ' ἤεισεν κρείσσονα βασκανίης·
οὐ νέμεσις· Μοῦσαι γὰρ ὅσους ἴδον ὄμματι παῖδας
μὴ λοξῶ, πολιοὺς οὐκ ἀπέθεντο φίλους.

35 *Βαττιάδεω παρὰ σῆμα φέρεις πόδας, εὖ μὲν ἀοιδήν*
εἰδότος, εὖ δ' οἴνῳ καίρια συγγελάσαι.

L'epigramma 35 è ritenuto spurio da parecchi, il 21 mutilo in fine anche dall'ultimo editore. Io sono certo che sono tutt'e due autentici e tutt'e due interi.

I due epigrammi sono scritti per farsi riscontro reciprocamente: lo annunzia già il *παρὰ σῆμα φέρεις πόδα* o *πόδας* comune ai primi versi di tutt'e due e collocato nella stessa sede. Coppie siffatte sono tutt'altro che rare nella letteratura epigrammatica e particolarmente tra gli *ἐπιτύμβια*: si corrispondono così i due epigrammi per Anacreonte che nell'Antologia (VII 24, 25) sono attribuiti a Simonide; i due di Simmia su Sofocle (*A. P.* VII 21, 22); i due di Erinna per Bauci (VII 710, 712): del pari i due di Dioscoride (*A. P.* VII 410, 411), l'uno per Eschilo, l'altro per Tespi (1). La sola differenza è che in tutti gli esempi citati anche il numero dei distici è lo stesso; però il parallelismo è in quelli meno palese che nei due epigrammi callimachei. Le più antiche poesie di tal genere erano destinate a essere scolpite sulle due facce del monumento funebre; ma, poichè scrivere due carmi differenti svolgendo a un dipresso lo stesso pensiero solleticava l'amor proprio dei poeti alessandrini, bramosi di mostrare la propria abilità nel trovare più forme per un pensiero solo, l'uso rimase anche quando epigrammi sepolcrali erano composti da artisti grandi piuttosto per essere

(1) Gli esempi sono raccolti dal Wilamowitz, *Sappho u. Simonides*, 223 sgg., che giudica bene anche sull'origine di questa consuetudine letteraria. Egli non menziona però gli epigrammi callimachei.

pubblicati nel libro che per essere incisi sulla tomba. Questa osservazione non dà ancora la garanzia assoluta che l'ep. 35 sia autentico; si potrebbe sempre supporre che un " grammatico tardo ", esperto di poesia alessandrina, avesse composto quel distico studiandosi di metterlo con l'autentico in un tal genere di relazione quale vedeva correre tra epigrammi celebri del quarto e del terzo secolo. Quantunque si avrebbe diritto di chiedere ai negatori dell'autenticità la prova del loro asserto — chè loro spetta l'onere della prova —, tuttavia sarà bene render noi conto della nostra opinione, perchè questa è appunto una di quelle rare volte nelle quali l'autenticità si può provare direttamente. I due epigrammi si integrano a vicenda: il primo verso di quello per Batto chiama il figlio *Καλλίμαχος*, il primo di quello per Callimaco lo chiama *Βαττιάδης*; i due versi s'integrano sì da formare il nome completo, che per i Greci è composto del nome e del patronimico, come per noi moderni del nome e del cognome: *Καλλίμαχος Βάττου*. Si può anzi osservare, senza correre rischio di cadere nella taccia di sottigliezza soverchia, che il nome del figlio e del nonno, Callimaco, non si ritrova se non nell'epigramma per il padre, chè *Βαττιάδης* non è nome propriamente individuale; il nome del padre invece, taciuto nell'epigramma in morte di lui, compare, come racchiuso nel patronimico, in quello sul figlio. Si può dubitare, se sia di buon gusto questo portar via l'indicazione principale dal posto dove la si aspetterebbe per nasconderla colà dove meno la si attende, ma tale espediente conviene bene all'arte alessandrina. E sovrattutto bisogna riconoscere che ciascuno dei due epigrammi considerato di per sè solo è monco, che quindi tutt'e due, poichè si integrano a vicenda, sono autentici. " Deest Batti nomen et " fortasse Batti Cyrenarum conditoris mentio, cfr. Strab. XVII " 827 "; non avrebbe dovuto scrivere così sotto l'ep. 21 chi soggiunge subito dopo " sequebatur in libro Callimachi ep. 35 ". Il nome di Batto nell'ep. 21 non ci fu mai, tanto meno quindi la menzione dell'omonimo fondatore di Cirene; *πρόγονον δὲ τοῦτον ἑαυτοῦ φάσκει Καλλίμαχος*, scrive Strabone. È probabile che egli, leggendo l'unico distico dell'ep. 35, non abbia pensato all'ignoto Batto, padre di Callimaco, ma al celebre Batto fondatore di Cirene, e lo abbia frainteso. Si è osservato che l'epigramma del padre parla troppo poco di lui: " Sappi che io sono

" figlio e padre di un Callimaco; l'uno comandò le milizie della
" sua patria; l'altro, combattuto a lungo da emuli invidi, com-
" pose in età già matura un carme che fece tacere l'invidia.
" Va bene così: le Muse, quanti hanno guardato bimbi (1) con
" occhio benevolo, non li abbandonano da vecchi ". Qui si insisterebbe troppo sul successo dell'*Hecale*, scritta appunto nell'età matura e che ridusse al silenzio gli emuli (2), troppo poco sui meriti di Batto.

Ma poniamo pure che un distico sia andato perduto in fine dell'epigramma; poteva un distico solo oltre al nome di Batto e alla menzione dell'omonimo mitico contenere ancora una caratteristica? E un epigramma sepolcrale di cinque distici (3) conviene all'arte di Callimaco? E, quel che più importa, questi, se avesse voluto celebrare i meriti del padre, non si sarebbe trattenuto per tre distici sul nonno e su se stesso; quale proporzione sarebbe mai questa, di tre a due o magari a uno? No, Callimaco non potè scrivere molto sul padre, perchè su questo non c'era nulla da dire. E nell'epigramma sul padre morto parlò, oltre che del nonno capitano, di sè, perchè credette fosse grande onore per Batto avergli dato i natali. Questa è superbia, ma Callimaco la giudicò *quaesitam meritis* (4).

Parimenti mancherebbe qualsiasi ragione positiva per negare l'autenticità dell'ep. 35, anche se di essa non si potesse dare la prova diretta. Il contrasto tra *ἀοιδή*, il canto sublime, e i *παίγνια*, liete improvvisazioni quali usavano nei conviti, corrisponde bene a ideali artistici alessandrini (5). Certo non si può

---

(1) È stato osservato spesso negli ultimi anni che Orazio, quando scrisse *Quem tu Melpomene*, aveva in mente quest'epigramma: su ciò torno a discorrere di proposito in un libro su lirica oraziana.

(2) Se tra costoro fosse Apollonio, è assai dubbio; ma anche la cronologia ingegnosamente escogitata dal Rostagni ("Atti di Torino", L, 1914-15, pagg. 251-255) non soddisfa.

(3) Ha otto distici l'ep. 1, che si direbbe meglio una elegia narrativa; sei il 5, che contiene la descrizione della forma e degli usi di un animale strano, il nautilo; cinque il 46, scherzo un po' complicato sul Ciclope di Teocrito; tre o meno tutti gli altri.

(4) Qualcosa di simile aveva detto già A. Veniero, *Epigrammi di Callimaco* (Girgenti 1897), 25.

(5) Cfr. Reitzenstein, *Epigr. u. Skol.*, 1 sgg.

supporre che Callimaco volesse un tale epigramma scritto sulla sua tomba; ma è chiaro di per sè che la forma epigrafica è qui puramente convenzionale. Dovremmo forse immaginare una tomba di famiglia che portasse dall'una parte l'ep. 21, dall'altra il 35? E dove sarebbe stata questa tomba? Nonno e babbo di Callimaco vissero certamente e quasi certamente morirono tutt'e due a Cirene; Callimaco si staccò presto dalla patria. L'epigramma sepolcrale del poeta è solo una forma del " congedo „ poetico: la poesia di Nosside, *A. P.* VII 718, ha appunto la forma di un *ἐπιτύμβιον*: " o straniero, se vai nella patria di Saffo (1), " di' che anch'io fui cara alle Muse e che nacqui in Locride: " ora che hai appreso il mio nome, va pure „. Nelle parole *εἰπεῖν ὡς Μούσαισι φίλα τ' ἦν* il tempo del verbo prova che Nottide è pensata morta (2). Anche Leonida ha composto un epigramma " per il suo sepolcro „: esso finisce *αὐτά με δῶρα κηρύσσει Μουσέων πάντας ἐπ' ἀελίους* (*A. P.* VII 715). L'epigramma teocriteo *ἄλλος ὁ Χῖος* e l'ultima elegia del primo libro di Properzio, che è mutila, non sono *ἐπιτύμβια*; ma chi supponga assai diffuso questo tipo di congedo, intenderà meglio le ultime poesie del secondo e del terzo libro delle odi oraziane: *Non usitata nec tenui ferar* ed *Exegi monumentum aere perennius*; all'epigramma funebre si sostituisce qui il vanto dell'immortalità. Non a caso proprio qui si fa cenno della superbia *quaesita meritis*; *ὅστις ἐμὸν παρὰ σῆμα* occupava il penultimo, *Βαττιάδεω παρὰ σῆμα* l'ultimo posto nella raccolta degli epigrammi quale fu disposta da Callimaco.

24.

Ἥρως Ἠετίωνος ἐπίσταθμος Ἀμφιπολίτεω
ἵδρυμαι μικρῷ μικρὸς ἐπὶ προθύρῳ
λοξὸν ὄφιν καὶ μοῦνον ἔχων ξίφος· ἀνδρὶ + ιπειωι
θυμωθεὶς πεζὸν κἀμὲ παρῳκίσατο.

Così è scritto l'epigramma nell'Antologia Palatina, se si eccettui che nel primo verso il correttore a *Ἠετίωνος* ha sostituito *Αἰετίωνος*. Sebbene il senso generale sia tutt'altro che

(1) Il secondo verso è controverso.

(2) A questo non ha pensato il Wilamowitz, *Sappho u. Simonides*, 299. Egli cita Properzio, Teocrito, ma nè Leonida nè Orazio.

oscuro — lo Stadtmüller p. e. deve averlo inteso su per giù bene, a giudicare dalle poche note esegetiche sparse, per così dire, nell'apparato della sua edizione dell'Antologia —, il terzo verso, ch'io sappia, non è ancora sanato. Ci si sarebbe riusciti da gran tempo, se si fosse tenuto più conto della lezione della Planudea; ma tanto poco i critici se ne sono curati che non sappiamo neppur bene che cosa sia scritto nell'autografo di Massimo Planude: *ἀνδρὶ δὴ ἱππεῖ* secondo il Wilamowitz, *ἀνδρὶ δὲ ἱππεῖ* secondo lo Stadtmüller. Questi fu, com'è noto, collazionatore coscienziosissimo, ciò che del Wilamowitz non si potrebbe asserire. La metrica più elementare, che Massimo ben conosceva, richiede qui *δή*; dimodochè è necessario ritenere che egli abbia inteso *δή*, se pur anche la mano gli sia trascorsa a scrivere la breve anzi che la lunga; *ἀνδρὶ δὴ ἱππεῖ*, leggeremo dunque per ora, finchè l'autografo non sia riscontrato, con tanto più sicura coscienza, in quanto anche l'altra lezione non vizierebbe in nulla le nostre conclusioni. L'ultima parola del verso, quale la scrive il Planude, ci rende chiaro come sia nato quel mostro che ci troviamo dinanzi nel Palatino: *ιπείωι* è una doppia lezione *ΙΠΠΕΙ*$^{\Omega}$, *ἱππεῖ* e *ἵππῳ*. Il contrasto con il *πεζόν* del verso seguente, il *μοῦνον* apposto *ἀπὸ κοινοῦ* alla serpe e alla spada fa vedere che delle due lezioni *ἱππεῖ* è quella giusta.

Come vediamo dal Palatino, innanzi a *ἱππεῖ* mancava una sillaba. La stessa caduta di una parola monosillaba nel quinto piede dell'esametro è stata osservata e sanata dallo Stadtmüller in un altro epigramma callimacheo dell'Antologia, 54, del quale avremo subito occasione di parlare: nel verso 3, invece di *γινώσκειν· ἢν δ' ἄρα λάθῃ καὶ μιν ἀπαιτῇς*, si deve scrivere *γινώσκειν· ἢν δ' ἄρα λάθῃ καὶ ⟨δίς⟩ μιν ἀπαιτῇς*. La paroletta perduta dev'essere qui una congiunzione, perchè le due proposizioni di cui l'epigramma è composto, non possono stare così una accanto all'altra senza una particella che le unisca e ne indichi la relazione reciproca. Il guasto doveva essere avvenuto già nel manoscritto, che fu fonte comune del Palatino e del Planude: il *δή* di costui non è altro che una congettura escogitata all'unico fine di rabberciare alla meglio senso e metro. Ma dell'abbreviazione di una particella uscente in vocale dinanzi alla vocale iniziale della parola seguente non si trovano altri esempi negli epigrammi di Callimaco; e non vale neppure la

pena di cercarne per un punto così delicato dell'esametro qual è la tesi del quinto piede. Del resto, al senso quella particella non si adatta; chè nella seconda metà dell'epigramma non si traggono già conseguenze da ciò che è detto nella prima, ma invece se ne dà ragione. *ἀνδρὶ ἱππεῖ* ha dunque letto il Planude nel suo esemplare. Converrà rimediare al guasto nello stesso modo in cui egli ha tentato, ma con una particella più conveniente al senso e al metro. A me *γάρ* sembra la sola possibile (1).

Il secondo distico, dunque, dovrà essere scritto così:

λοξὸν ὄφιν καὶ μοῦνον ἔχων ξίφος· ἀνδρὶ ⟨γὰρ⟩ ἱππεῖ
θυμωθεὶς πεζὸν κἀμὲ παρῳκίσατο.

Rifacciamoci ora a spiegare l'epigramma quale l'abbiamo ricostituito, e dapprima parafrasiamolo tenendoci un po' al largo, senza cioè aver riguardo ad altro che al senso generale e a quei soli particolari che provano giusta la nostra restituzione del v. 3; degli altri, avremo agio di parlare dopo. Parla l'eroe, la cui figurazione, plastica o in rilievo, sta sulla porta della casa di Eetione. " Io eroe sto qui sulla porta, a guardia del " piccolo atrio di Eetione di Anfipoli. Non ho indosso la panoplia; " non conduco un cavallo per la briglia, nè lo inforco, com'è uso " dei miei simili in Tracia, patria del mio padrone, ma vo a " piedi, armato solo di una spada. Nessun attributo, fuorchè " il serpente, sacro ai morti, mostra che io sono un eroe; giacchè " egli, il mio padrone, tant'odio aveva contro un cavaliere, che " perfino me, l'eroe, non ha accettato di prendere in casa, se " non pedone ". Il senso, se non erro, corre bene. La parafrasi è venuta così ampia, solo perchè il lettore moderno non ha presenti immediatamente allo spirito oggetti e consuetudini famigliari a quello antico.

(1) La maggior parte dei critici se la cava lasciando il *δή* o *δέ* del Planude e invece mutando l'ultima parola in una di senso corrispondente e che non urti contro il metro: p. e. *ἀνδρὶ δ' ἐφίππῳ*. Ma il confronto della Planudea con la Palatina mostra che *ἱππεῖ* si trovava nell'archetipo comune e che *δή* è congettura. Il *δέ* poi, in grazia del quale i critici arrischiano un mutamento così contrario a ogni sano metodo, metterebbe a contrasto due proposizioni delle quali la seconda spiega la prima.

Eetione volle che sulla porta della sua casetta stesse un'effigie di eroe, forse una statuetta, forse un rilievo, chè di una pittura non si direbbe altrettanto bene *ἵδρυμαι* (1). In ciò egli seguì una credenza e un uso generalmente diffusi nel mondo greco (2), ma si allontanò dalla consuetudine del suo paese nella maniera di raffigurare l'eroe. Delle quattro forme nelle quali gli eroi sono rappresentati (3), a cavallo, a piedi ma armati, assisi in trono, distesi sur una cline a banchetto, la prima, comune in tutta la Grecia, è adoprata a esclusione di ogni altra nel Nord, in Macedonia e in Tracia (4). Ben lo sapevano Callimaco e i suoi lettori; e ben sapevano che, se l'eroe cavaliere non ha sempre indosso l'armatura, la panoplia è necessaria a mostrare agli sguardi che il mortale rappresentato a piedi è un eroe (5). Eetione, nella rappresentanza sulla porta della sua casa, poniamo, di Alessandria, si era allontanato in tutto e per tutto dall'uso comune della Grecia e della sua patria tracia: il suo eroe nè inforcava il cavallo nè lo conduceva per la briglia nè era armato d'altr'arma che di spada (6): la serpe ctonica doveva bastare a mostrare che quella era un'effigie di eroe. L'epigramma di Callimaco, che fu o figura scritto sotto la rappresentanza, deve render ragione di questa singolarità: Eetione era così irato con un cavaliere che, quando si costrusse una casa, non volle che vi entrassero cavalieri; egli non poteva vederli, diremmo noi, neppure dipinti: perfino l'eroe sulla porta egli

---

(1) La rappresentazione di eroe *προπύλαιος* scoperta a Burgas (cfr. sotto, p. 1144, n. 3) fa pensare che anche quella di Eetione fosse una *plaquette* di marmo murata sull'architrave.

(2) V. subito sotto, p. 1144.

(3) Deneken nel lessico del Roscher I 2557.

(4) Deneken 2564; Seure, " Revue des Études anciennes „, XIV 1912. 137-166, 239-261, 382-390, che mostra come in Tracia con l'eroe greco si sia fuso nel concetto e nelle figurazioni un dio cavaliere indigeno. Qualche nuovo monumento tracio di questo tipo in *BCH* XXXVI 1912, 312, 582 sgg.; XXXVII 1913, 119: quello riprodotto in quest'ultimo luogo è contemporaneo di Callimaco. Il cavallo in questi monumenti ha significato ctonico: Malten, "Arch. Jahrb. „ XXIX 1914, 179 sgg.

(5) Le eccezioni sono rare: Deneken 2582. Già lo Stadtmüller cita il verso di Aristofane, *Vesp.* 823: *οὔκουν ἔχει γ' οὐδ' αὐτὸς ἥρως ὢν ὅπλα*: " non ha dunque neanche l'armatura, se pure è un eroe „.

(6) *μοῦνον* si congiunge *ἀπὸ κοινοῦ* con *ὄφιν* e con *ξίφος*.

volle rappresentato a piedi. Se la spiegazione sia più che una storiella, non si può dire; anzi è verisimile che l'epigramma di Callimaco sia non una scritta, ma uno scherzo che dell'epigrafe monumentale ha solo la forma, benchè non sia davvero escluso che Eetione stesso abbia voluto scherzare. Di una sola cosa si può esser sicuri, che la casa di Eetione e la rappresentanza dell'eroe esisterono per davvero; se no, lo scherzo non avrebbe avuto alcun sapore.

Si è discusso dai critici se *ἐπίσταθμος* vada scritto con la maiuscola o con la minuscola. La questione è, chi ben guardi, vana, senza soggetto. *Σταθμός* è qualsiasi pilastro, ma qui *ἐπίσταθμος* non può significare altro che *ὃ ἐπὶ τοῖν σταθμοῖν, ἐπὶ τῇ θύρᾳ ἕστηκε* (1): e infatti l'eroe sta a guardia dello spazio dinanzi alla porta, nel *πρόθυρον*. La porta di casa è il luogo dei simboli apotropaici; sopra di essa si solevano dipingere, p. e., falli, perchè il male, se voleva entrare, spaventato facesse dietrofronte. La porta, quindi, è il luogo anche dell'eroe apotropaico: sulla porta, p. e., doveva avere il suo posto l'*ἥρως κλαικοφόρος* (2), " l'eroe portatore di chiave ", l'eroe, vale a dire, che apre e chiude la porta di casa a sua voglia, secondo che chi vuole entrare, sia meritevole o no, venga con intenzioni amichevoli od ostili; dinanzi alla porta stava l'*Ἥρως πρὸ πύλαις* raffigurato a cavallo in un rilievo, tracio per l'appunto, dell'età romana e cantato in un epigramma scolpito (841 Kaib.); dinanzi alla porta l'*ἥρως προπύλαιος* scolpito in una tavola di marmo trovato testè a Burgas (3): *Κλαικοφόρος*, *πρὸ πύλαις* sono nomi

---

(1) Gli stipiti nel tempo classico si chiamavano almeno nel linguaggio tecnico non più *σταθμοί* o *σταθμά*, ma *παραστάδες*: cfr. Polluce I 76, VII 120 e i passi di epigrafi raccolti dal Fabricius, *Herm.* XVII 1882, 574. Ma la parola antica era viva in alcuni dialetti: cfr. p. e. i conti della ricostruzione del tempio di Asclepio in Epidauro (*I. G.* IV 1485, 94): " a Co- modione tanto *τῶν καταγλυμμάτων ἐν τοῖν σταθμοῖν*, per gli ornamenti in iscultura sugli stipiti ". E del resto, ancorchè fosse scomparsa dall'uso comune, la parola omerica poteva essere sempre risuscitata da un poeta.

(2) Venerato a Trezene (*I. G.* IV 768), Epidauro (IV 1300) e Messene (VI 1447).

(3) Seure, " Revue des Études anciennes ", XIV 1912, 137: il rilievo appartiene all'età romana, come mostra l'epigrafe *ἥρωι προπυλαίῳ Κλ(αύδιος) Στέφανος δῶρον ἔθηκεν*; l'eroe è a cavallo, nè manca il serpente.

propri o comuni? L'eroe esiste e ha nome dal momento che ha un còmpito, e quel còmpito è il suo nome: in tali creature il nome rivela l'essenza, come in sant'Espedito. Il genitivo *'Ητίωνος* dipende, beninteso, da *προθύρῳ*, non da *ἐπίσταθμος*.

È difficile dire se nel primo verso si debba scrivere *'Ητίωνος* o *Αἰετίωνος*: *ἠιετίωνος* aveva scritto nel codice Palatino la prima mano, *ἠετίωνος* ha letto il Planude; ma il correttore C ha nel Palatino fatto dell'*η* un *α*, probabilmente non senza ragione. Il Wilamowitz scrive *Αἰετίωνος* col correttore. L'*ι* superfluo in *ἠιετίωνος* dà sospetto, e *Αἰετίων* o *'Αετίων* è nome diffuso in tutta la Grecia; ma *'Ητίων* si chiamarono proprio due eroi della Grecia del Nord, nativi di isole che non sono molto lontane da Anfipoli, di Samotracia l'uno, l'altro di Imbro (1). Io leggerei dunque *'Ητίωνος*. A ogni modo è inverosimile che questo *'Ητίων*, se pure si chiama così, sia tutt'uno con l'artista *'Ητίων* (2) che aveva scolpito una statua di Asclepio per la casa di Nicia Milesio, del medico amico di Teocrito (ep. 8). Eetione è qui solo il padrone di casa: nulla indica che fosse egli lo scultore dell'*ἥρως*.

---

(1) Pauly-Wissowa, V 1977. I due eroi saranno stati in origine uno solo.
(2) Anche i manoscritti di Teocrito oscillano tra *Αἰετίων* ed *'Ητίων*.

Epigrammi callimachei

Nota II del Prof. GIORGIO PASQUALI

46.

Ὡς ἀγαθὰν Πολύφαμος ἀνεύρετο τὰν ἐπαοιδάν
τὠραμένῳ· ναὶ Γᾶν, οὐκ ἀμαθὴς ὁ Κύκλωψ·
αἱ Μοῦσαι τὸν ἔρωτα κατισχναίνοντι, Φίλιππε·
ἢ πανακὲς πάντων φάρμακον ἁ σοφία.
τοῦτο, δοκέω, κἀ λιμὸς ἔχει μόνον ἐς τὰ πονηρὰ
τὠγαθόν· ἐκκόπτει τὰν φιλόπαιδα νόσον.
ἔσθ' ἁμὶν χἀκάστοτ' ἀφείδεα ποττὸν Ἔρωτα
τοῦτ' εἶπαι· "κείρευ τὰ πτερά, παιδάριον".
οὐδ' ὅσον ἀττάραγόν τυ δεδοίκαμες· αἱ γὰρ ἐπῳδαί
οἴκοι τῶ χαλεπῶ τραύματος ἀμφότεραι.

Riassunto in due parole, l'epigramma dice: " Polifemo ha " scoperto un rimedio contro l'amore, la poesia. Ve n'è anche un " altro, la fame. Io ho ragione di non temere Eros, perchè ho " tutt'e due i rimedi a portata di mano ". Questo carme prende le mosse dal Ciclope teocriteo, che comincia appunto *Οὐδὲν ποττὸν Ἔρωτα πεφύκει φάρμακον ἄλλο, ... ἢ ταὶ Πιερίδες* e continua pochi versi più oltre *οὕτω γοῦν ῥάιστα διᾶγ' ὁ Κύκλωψ ὁ παρ' ἁμῖν, ὡρχαῖος Πολύφαμος*. Non varrebbe la pena di ripetere un'osservazione così ovvia, se non ne avesse dubitato di recente il Vahlen (*opusc. acad.* I 446). Questi osserva con ragione che già il Ciclope di Filosseno (1) aveva adoprato quel rimedio,

(1) Il Rostagni, nel suo studio sul Ciclope teocriteo (*Poeti Alessandrini*, pag. 105 sgg.), combatte l'opinione che in esso sia derisa la topica amorosa degli Alessandrini, ma trascura del tutto le relazioni con Filosseno; non si chiede, p. e., se già il Ciclope del ditirambo fosse figura comica.

come ci informa lo scoliasta di Teocrito: *καὶ Φιλόξενος τὸν Κύκλωπα ποιεῖ παραμυθούμενον ἑαυτὸν ἐπὶ τῷ τῆς Γαλατείας ἔρωτι καὶ ἐντελλόμενον τοῖς δελφῖσι ὅπως ἀγγείλωσιν αὐτῇ, ὅτι ταῖς Μούσαις τὸν Ἔρωτα ἀκεῖται.* Il Vahlen si fa forte di questo passo per sostenere che Callimaco cita non Teocrito ma Filosseno. Ma le somiglianze tra Callimaco e Teocrito sono ben maggiori che non paia al Vahlen; essi hanno di comune ben più del pensiero che il Ciclope avesse scoperto lui che il canto era il miglior rimedio all'amore. E innanzi tutto Callimaco in principio del suo carme, scrivendo *ὡς ἀγαθὰν Πολύφαμος* con quel che segue, si riferisce al proemio dell'idillio teocriteo, conforme all'uso antico di citare le prime parole di qualsiasi opera, quasi fossero esse il titolo: è verisimile che già Filosseno cominciasse il suo ditirambo così? A me par probabile il contrario. Filosseno, perchè introdusse, a quanto sembra, per primo la leggenda di Galatea nella letteratura, avrà dovuto rifarsi da principio a trattarla, mentre Teocrito, ormai che la favola era nota, era libero di cominciare di dove volesse: Filosseno avrà cantato dapprima l'incontro di Polifemo e Galatea, le proposte di amore respinte e così via. Per giunta Callimaco ha comuni con Teocrito anche espressioni singole. Teocrito aveva scritto: *ὁ Κύκλωψ ὁ παρ' ἁμῖν, ὠρχαῖος Πολύφαμος*, e anche in Callimaco i due nomi di Polifemo, il generico e l'individuale, si succedono l'uno all'altro immediatamente, in modo che mostra palese lo studio, però in ordine inverso: *ὡς ἀγαθὰν Πολύφαμος ἀνεύρετο τὰν ἐπαοιδὰν τὠραμένῳ· ναὶ Γᾶν, οὐκ ἀμαθὴς ὁ Κύκλωψ.* Callimaco rappresenta il mezzo adoperato dal Ciclope quale un'invenzione, *ἀνεύρετο*; lo stesso aveva fatto Teocrito: a Nicia egli scrive della poesia: *κοῦφον δέ τι τοῦτο καὶ ἁδὺ γίνεται ἐπ' ἀνθρώποις, εὑρεῖν δ' οὐ ῥᾴδιόν ἐστι,* e pochi versi sotto dice del Ciclope: *ἀλλὰ τὸ φάρμακον εὗρε.* Dobbiamo immaginare che egli fosse così servile imitatore di Filosseno da prendere da lui anche questa concezione? E il rappresentare qualsiasi idea quale un'invenzione, quale un *εὕρημα* non sa di scienza peripatetica o ellenistica; di scienza, s'intende, volta qui in burletta? Non è troppo questo per Filosseno? *ποττὸν Ἔρωτα* scrive Callimaco, come Teocrito nel primo verso: mira dunque con quella forma specificamente dorica a mostrare da chi egli prende l'ispirazione; avrà anche Filosseno scritto *ποττὸν*

Ἔρωτα? e proprio nel luogo più in vista del poema, nel primo verso? Si può procedere un passo oltre. La poesia di Teocrito conteneva anche in germe il secondo motivo dell'epigramma callimacheo: gli ultimi versi dell'idillio hanno suggerito a Callimaco anche il pensiero che la fame è un ottimo rimedio all'amore. Di solito, per cacciare in bando l'amore, si spendono denari per medicine e per incantesimi (1), ma il Ciclope *ἐποίμαινεν τὸν ἔρωτα μουσίσδων, ῥᾷον δὲ διᾶγ' ἢ εἰ χρυσὸν ἔδωκεν.* Neppur Callimaco ha bisogno di buttar via denari per quietare l'amore: la povertà stessa serve di rimedio.

48.

Εὐμαθίην ᾐτεῖτο διδοὺς ἐμὲ Σῖμος ὁ Μίκκου
ταῖς Μούσαις· αἳ δὲ Γλαῦκος ὅκως ἔδοσαν
ἀντ' ὀλίγου μέγα δῶρον. ἐγὼ δ' ἀνὰ τῇδε κεχηνώς
κεῖμαι τοῦ Σαμίου δίπλοον ὁ τραγικός
παιδαρίων Διόνυσος ἐπήκοος· οἳ δὲ λέγουσιν
" ἱερὸς ὁ πλόκαμος ", τοὐμὸν ὄνειαρ ἐμοί.

Il significato di quest'epigramma è stato spiegato così bene dal Kaibel (*Herm.* XXXI 1896, 268 sgg.), che non accade spenderci ancora parole intorno. Ma ci si può chiedere se Callimaco l'abbia composto davvero quale scritta della maschera offerta da un ragazzino a Dioniso, se la maschera stessa e la scuola siano mai esistite fuori della fantasia del poeta. Il padre del ragazzino cui le Muse hanno concesso facilità nell'apprendere, si chiama *Μίκκος*. Un buon uomo che tenne bene la sua balia,

---

(1) La magia, interpretano i più: " quando bastano i canti, non c'è " gusto a farsi spillar denaro dai medici ", spiega A. Rostagni, e considera quest'uscita come uno scherzo sul mestiere dell'amico a cui il Ciclope è dedicato, del medico Nicia. Il Rostagni ha ragione, perchè Teocrito distingue tra *φάρμακον ἔγχριστον* ed *ἐπίπαστον*, adopra cioè *φάρμακον* in senso strettamente tecnico; ma neppur gli altri hanno torto, chè hanno dalla loro Callimaco, interprete di Teocrito altrettanto autorevole quanto il Rostagni: *τὰν ἐπαοιδάν*. Il vero è che la coscienza popolare non distingueva nè distingue bene tra medicina e magia, e che Teocrito nel Ciclope si mette appunto nei panni di un contadino maldestro; del resto egli avrà anche pensato, e con ragione, che una medicina che promette di guarir l'amore, è altrettanto ciarlatanesca quanto qualsiasi scienza occulta.

schiava frigia, in vita e la fece, morta, ritrattare in scultura, porta lo stesso nome nell'ep. 50: *Μικύλος* nell'ep. 26 è un tale che seppe viver contento di poco senza commetter mai niente che gli gravasse sulla coscienza. In un epigramma di Leonida Tarentino (*A. P.* VI 355) una mamma povera dedica una rozza pittura a Dioniso, pregando che faccia crescere il suo figlio piccolino *Μίκυθος*. Sembra strano che epigrammatisti del terzo secolo ricevessero commissioni o entrassero in relazione con tante persone che si chiamavano tutte col nome, certo non infrequente, di Piccolo, Piccolino. E se si consideri che il *Μίκυθός* di Leonida è davvero piccolo anche di statura, giacchè la madre prega il dio di " alzarlo ", se non si dimentichi cioè che *μικκός* era nel terzo secolo, almeno per i poeti di stirpe dorica, voce viva, verrà il sospetto che *Μίκκος*, *Μικύλος*, *Μίκυθος* fossero nomi convenzionali e tradizionali, che servivano a designare piccola statura e piccola, noi diremmo, umile condizione (1). Teocrito ha scritto anch'egli, come Callimaco, un epigramma per il sepolcro di una balia, tracia questa; anche per lui come per Callimaco il monumento è il prezzo del baliatico: il piccolo carme (ep. 20 = *A. P.* VII 663) (2) comincia: *ὁ μικκὸς τόδ' ἔτευξε τᾷ Θραΐσσᾳ Μήδειος τὸ μνᾶμα*. Qui *μικκὸς* è aggettivo, colà *Μίκκος* nome. È difficile dire se Callimaco abbia imitato Teocrito o Teocrito Callimaco, ma una relazione stretta tra i due epigrammi esiste e non può essere messa in dubbio. E quel che si è detto del padre, si può applicare press'a poco al figlio. Un nome che, poichè significa " camuso ", deriva da un soprannome, per diffuso che fosse, non potè mai essere signorile; la prova diretta della volgarità si raggiunge solo per l'equivalente *Σίμων*: ancorchè si prescinda dal calzolaio socratico, non senza ragione a quella birba del Cottalo erodeo, ogniqualvolta gli si dettava *Μάρων*, veniva nella penna *Σίμων*: III 24 *τριθημέρῃ Μάρωνα γραμματίζοντος τοῦ πατρὸς αὐτῷ, τὸν Μάρων' ἐποίησεν οὗτος Σίμων' ὁ χρηστὸς*: il mascalzoncello di strada sostituisce al nome nobile inconsueto

(1) Asserendo ciò, non si nega, naturalmente, che *Μίκκος* e simili fossero nomi diffusi anche nella vita.

(2) Nell'Antologia quest'epigramma è attribuito a Leonida di Taranto, ma a torto: cfr. Geffcken, " N. Jahrb. ", Suppl. — B. XXIII 10 sgg.

un altro che aveva sempre negli orecchi, forse quello di un monello par suo (1).

Quest'epigramma di Callimaco è stato ispirato, com'è noto (2), da uno di Asclepiade (*A. P.* VI 308):

Νικήσας τοὺς παῖδας, ἐπεὶ καλὰ γράμματ' ἔγραψεν,
Κόνναρος ὀγδώκοντ' ἀστραγάλους ἔλαβεν,
κἀμέ, χάριν Μούσαις, τὸν κωμικὸν ὧδε χαρέντα (3)
πρεσβύτην θορύβῳ θήκατο παιδαρίων.

Il *παιδαρίων* che sta tutt'e due le volte in genitivo, il *τραγικός* con l'articolo che fa riscontro a *τὸν κωμικόν*, mostrano che Callimaco imita Asclepiade e se ne tiene: a ragione, chè il suo epigramma è molto superiore al modello. La descrizione della maschera è piena di *humour*, anche la citazione omerica è qui in bocca al dio assai gustosa. Dal *θόρυβος* un po' incolore di Asclepiade, Callimaco ha saputo cavar fuori quell' " *ἱερὸς ὁ πλόκαμος* „ *τοὐμὸν ὄνειαρ ἐμοὶ* così grazioso: mentre le Muse accettano l'offerta quasi fosse da parte loro una grande degna-

---

(1) Il Crusius, *Unters. zu Herodas*, 58 sgg., cita un proverbio nel quale il nome del furfante è *Σίμων*. Il correttore dell'Antologia ha cambiato, è vero, *Σῖμος* in *Σῆμος*; ma il Planude ha letto *Σῖμος*, come aveva scritto nel Palatino la prima mano. Anche nell'ep. 24 in una simile divergenza nella scrittura di un nome proprio P¹ Pl paiono aver ragione contro il correttore (cfr. sopra pag. 1141). Il figlio di un *Μίκκος* si sarà chiamato piuttosto *Σῖμος* che *Σῆμος*, siano questi nomi fittizi o veri. Per *Σῖμος Σίμων* cfr. Bechtel, *Eigennamen aus Spitznamen*, 25 sgg.

(2) Reitzenstein, *Epigr. u. Skol.*, 162.

(3) È congettura del Kaibel, che accetto in mancanza di una migliore. Il *Χάρητα* del manoscritto è certamente corrotto: *Χάρης*, per vero, si potrebbe intendere quale nome non di un poeta comico, che non è mai esistito, ma di una figura tipica, di una " maschera „ della commedia, quale quel Panfilo che attesta la vittoria di Agoranax nell'ep. 49 di Callimaco: *τῆς Ἀγοράνακτός με λέγε, ξένε, κωμικὸν ὄντως ἀγκεῖσθαι νίκης μάρτυρα τοῦ Ῥοδίου Πάμφιλον*; e *Χάρης* è difatti nome di personaggio nei frammenti di comici greci (cfr. K. Schmidt, *Herm.* XXXVII 1902, 182). Ma nel testo del ms. il dativo *θορύβῳ* rimane sospeso in aria. D'altra parte dispiace nella congettura del Kaibel che il participio sia in aoristo, mentre si aspetterebbe un presente. La somiglianza tra *χάριν* e *χάρητα* induce a credere che la seconda parola abbia preso la forma che ha, per influsso della prima.

zione, Dioniso si compiace del verso della tragedia che è fra tutte la più piena del dio, per quante volte i bimbi lo ripetano. Bellissimo epigramma dunque quello di Callimaco; ma se egli, maestro di scuola, lo avesse composto per bimbi di carne e ossa (1), per i suoi scolari, non avrebbe avuto bisogno di cercare in Asclepiade l'ispirazione.

Ma Callimaco, si dirà, fu pur maestro: e poichè un epigramma suo parla di bimbi, è dovere di sana critica supporre che sia stato composto per un alunno della sua scuola. Ecco: alla notizia di Suida secondo cui " prima di esser presentato al re, egli fu maestro elementare (*γράμματα ἐδίδαξεν*) in Eleusi, sobborgo di Alessandria ", io non credo che si debba prestar fede nè punto nè poco, ma opino che la si debba relegare nel regno così vasto delle favole biografiche. Quella notizia contrasta con un'altra che, se non davvero per l'autorità della fonte, almeno per ragioni interne merita di essere discussa più seriamente che non si soglia. Tzetze nei suoi *Prolegomena de comoedia* Mb pag. 31, 13 Kaib. ci informa che Callimaco fu *νεανίσκος τῆς αὐλῆς*. Tzetze fu un confusionario e un po' anche un imbroglione, ma egli non può avere inventato di sana pianta questa notizia; *νεανίσκος τῆς αὐλῆς* è istituzione e titolo delle corti ellenistiche (2), che non poteva esser famigliare a un Bizantino. Tolemeo, figlio del Sosibio tutore di Tolemeo Epifane, recatosi in Macedonia, *συνέμιξε τοῖς περὶ τὴν αὐλὴν νεανίσκοις*, come narra Polibio (XVI 22, 5). Ma *νεανίσκοι* ci furono anche in Egitto: lo stesso Polibio racconta (XVIII 53, 8) che Tolemeo, figlio di Eumene, fu inviato *μετὰ νεανίσκων* a chiamare Scopa presso il re Tolemeo Epifane. Siccome i *νεανίσκοι* non sono stati nominati prima, si deve intendere che essi fossero non persone determinate ma un'istituzione tolemaica nota al lettore. Ma se Callimaco fu *νεανίσκος τῆς αὐλῆς*, per ciò appunto non fu in giovinezza maestro elementare: quando sarebbe stato tale, prima

---

(1) È difficile stabilire se anche il carme di Asclepiade sia di " genere ". " *Κόννος* " indica i capelli di una parte determinata del capo, come mostra Luciano (Bechtel, 80); quindi anche il nome di *Κόνναρος* deriva da un soprannome ed è perciò volgare.

(2) Di questo non ha tenuto conto, quanto secondo me si deve, il Cessi, *Studi* VII 1899, 321.

o dopo il tempo nel quale fu paggio di corte? Ognun vede quant'inverisimile sia, specie in un'età nella quale le differenze sociali erano molto più nette che non ora, che un paggio assuma ufficio così umile, per ritornare dopo qualche anno alla corte quale dotto ufficialmente riconosciuto. O si deve immaginare che il giovinetto sia caduto in disgrazia, abbia dovuto lavorare per vivere, sia poi tornato in favore? L'ipotesi è troppo romantica, perchè le si riconosca anche solo uno zinzino di verisimiglianza. O, pur di accordare a qualsiasi costo due notizie che fanno a pugni, dovremmo supporre che il maestro di scuola, entrato nelle grazie dei Tolemei per il suo ingegno di poeta e di erudito, diventasse *νεανίσκος τῆς αὐλῆς*? Ma nè i dotti si sogliono ricompensare nominandoli paggi, chè i *νεανίσκοι* non possono essere stati altro che tali, nè maestri elementari sono di consueto così giovani, che convenga loro nome e ufficio di *νεανίσκοι*. Questa volta si deve senz'altro accettare la notizia di Tzetze (1), respingere quella di Suida. Chi sa che quest'ultima non derivi proprio dall'epigramma da noi studiato! Callimaco era nipote di un generale cireneo: nessuna meraviglia che il giovinetto fosse accettato di buon grado alla corte dei Tolemei. Ma, si dirà, Callimaco si dichiara povero nell'ep. 32: *οἶδ' ὅτι μοι πλούτου κενεαὶ χέρες*, scherza sulla propria fame nell'ep. 46. Io non credo che espressioni simili di poeti debbano essere prese sul serio: per giunta la fame di Callimaco, come abbiamo visto di sopra (p. 1146), ha origine letteraria; la sua povertà è messa in mostra solo quand'egli parla a un amasio, che, avido di guadagno, gliela rinfaccia; come si fa a prendere confessioni tali per oro di coppella? Catullo, Properzio, Tibullo cantano continuamente povertà, eppure dovettero esser provvisti abbastanza largamente di beni di fortuna (2); meno si lamenta quegli che forse ne avrebbe avuto qualche ragione di più, Orazio. Dall'età ellenistica in poi ogni poeta è per definizione *bohémien* e quindi povero.

---

(1) Il quale del resto dipende in questa parte, com'è noto, dalla *χρηστομάθεια γραμματική* di Proclo, e questa deriva alla sua volta da ottime fonti: cfr. Kaibel, *Prolegomena περὶ κωμῳδίας*, 26.

(2) Per Catullo, vedi Pascal, *Poeti e personaggi Catulliani* (Catania, Battiato, 1916), 160.

54.

Τὸ χρέος ὡς ἀπέχεις, Ἀσκληπιέ, τὸ πρὸ γυναικός
Δημοδίκης Ἀκέσων ὤφελεν εὐξάμενος,
γιγνώσκειν· ἦν δ' ἄρα λάθῃ καὶ ⟨δίς⟩ μιν ἀπαιτῇς
φησὶ παρέξεσθαι μαρτυρίην ὁ πίναξ.

Il senso è chiaro, il testo sicuro, sicuro il supplemento *δίς* dello Stadtmüller nel terzo verso. Ma un'altra questione ci interessa.

πίναξ può esser chiamata qualsiasi tavola (1), ma i *πίνακες* votivi contenevano per lo più, oltre la iscrizione, figure dipinte o in rilievo, o, quando non le contenevano, erano sospesi accanto all'oggetto offerto quale dono votivo. Di *πίνακες* dipinti basti ricordare quelli arcaici di Corinto, conservati ora nel Museo di Berlino; di *πίνακες* in rilievo quelli della Locri Italica, pubblicati dal Quagliati (" Ausonia „ III 1907, 136 sgg.). Chi voglia un esempio ricavato appunto dal culto di Asclepio, rilegga la collezione di *ἰάματα*, di cure miracolose, scoperta nel tempio di questo dio a Epidauro, *Syll.*² 802; sur un dono votivo, un *ἄνθεμα* (v. 6 sgg.), era scritto: *οὐ μέγεθος πίνακος θαυμαστόν, ἀλλὰ τὸ θεῖον*: " non la grandezza della tavola è mirabile, sì il miracolo del dio „. Che cosa ci poteva esser di maraviglioso in un pezzo di legno che contenesse solo l'epigrafe, largo e lungo quanto fosse? Orazio scriveva: *me tabula sacer votiva paries indicat uvida suspendisse potenti vestimenta maris deo*; qui la tabella è la " scritta „ dell'oggetto dedicato. Ma io temo forte che il *πίναξ* callimacheo esistesse soltanto nella fantasia del poeta.

L'epigramma adopra una parola che è termine fisso in tutti i contratti di compra-vendita che il suolo egizio ci ha restituiti (2), *ἀπέχειν*, " aver ricevuto, essere soddisfatto „. Acesone

---

(1) Cfr. gli esempi raccolti dal Dittenberger negl'indici della sua *Sylloge* e dal Rouse in quelli dei suoi *Greek votive offerings*.

(2) Bastino pochi esempi presi dalla seconda parte della *Chrestomathie der Papyruskunde* di Mitteis e Wilcken: 255 *ὁμολογεῖ ..... πεπρακέναι, καὶ ἀπέχειν*; 259 *ὁμολογεῖ πεπρακέναι ..... ὄνον ....., ἀπέχει τιμήν*; 261-262 *ὁμολογεῖ πεπρακέναι .... καὶ ἀπέχειν*, 264 *πεπράκαμεν ..... καὶ ἀπέχομεν τὴν τιμήν*.

teme che il dio esiga una seconda volta la " prestazione ", come direbbero i giuristi, alla quale si era obbligato, e prende in tempo le sue precauzioni secondo ogni buona norma di diritto. Quel fingere di credere che Asclepio possa " dimenticarsi ", " sbagliarsi " è un'insolenza di più; il sospetto, coperto così appena appena, è ancor più impertinente, che dichiarato francamente. Provate a chiedere a una persona di fiducia una ricevuta " per prevenire errori ", e vedrete come vi risponderà! Epigrammi di tal genere incisi su pietra non so che siano stati trovati ancora e non credo che vi siano stati. I fedeli greci in momenti di eccitazione, nell'attesa, p. e., di una grazia che tardava a venire, avranno parlato del loro dio non diversamente che i Napoletani dei santi: io non dubito punto che imprecazioni sul genere di " San Gennaro, facciaccia gialluta " abbiano risonato anche in templi greci, ma sono convinto che tali frasi non sono mai state scolpite su *ex-voto*. Il pregio dell'epigramma consiste appunto nell'imitazione del modo di sentire e di pensare di una persona del popolo, che crede di dover essere scaltra e diffidente anche di fronte alla divinità, e in fondo con tutta la sua malizia è ingenua. Callimaco, spregiudicato com'era, ha gustato certe piccole ridicolezze dell'anima popolare, non senza sentir simpatia per ciò di cui sorrideva: non è questo l'atteggiamento spirituale di Anatole France? Quest'epigramma, così tenue e insignificante com'è, rispecchia un'anima moderna. Perciò appunto non ha nulla che fare con il culto vero. Lo stesso si dovrà dire p. e. dell'ep. 47, in cui Eudemo dedica ai Cabiri una saliera, in virtù della quale egli mangiando *λιτὸν ἅλα*, pane e sale, diremmo noi, scampò da un mare... di debiti. Frizzi e religione non vanno bene d'accordo neppure nell'età ellenistica.

Sull'infondata leggenda della "tomba di Davide" sottostante al Santuario del Cenacolo in Gerusalemme

Nota del Socio corrisp. CARLO ALFONSO NALLINO

In un interessante ed erudito opuscolo, testè edito a cura dell'Associazione Nazionale per i Missionari Italiani, il professore Pasquale Baldi (1) si è occupato della possibilità di riprendere le trattative già iniziate in altri tempi con il Governo ottomano affinchè il Santuario del Cenacolo, nei cui sotterranei i Musulmani di Gerusalemme venerano una presunta tomba di Davide, sia restituito al culto cattolico, al quale esso fu definitivamente strappato nel 1552, dopo molte alterne vicende, per opera dei Turchi. Lo scritto del Baldi mi spinge ad esaminar più da vicino uno degli elementi fondamentali della questione, ossia a ricercare quale valore possa avere per i Musulmani stessi la leggenda che colloca la tomba di Davide sotto il Cenacolo. Ed a tal fine passerò in rassegna i punti seguenti:

1° Se storicamente si possa ritenere che Davide avesse sepoltura là dove poi sorse il famoso Santuario del Cenacolo.

2° Se esista almeno un'antica tradizione giudaica o cristiana collocante la tomba di Davide nel luogo suddetto.

3° Se esistano antiche tradizioni musulmane circa il luogo ove Davide fu sepolto.

4° Come e quando sorse presso i Musulmani di Gerusalemme la venerazione per la cosiddetta tomba di Davide sotto il Cenacolo.

5° Quale importanza possa eventualmente avere la predetta leggenda locale nel mondo musulmano.

(1) P. Baldi, *Il Santuario del Cenacolo*, Torino, 1919, in-8°, 37 pp.

***

La Bibbia attesta in modo esplicito, come ognuno sa, che Davide " fu sepolto nella città di Davide (*b*ᵉ-ᶜ*īr Dāwid*) „ (1), ossia accanto al suo palazzo, com'era costume delle migliori famiglie israelite di seppellire i loro morti nella tomba gentilizia, scavata nel terreno attiguo alla loro casa od anche nella casa stessa (2). In seguito, accanto a Davide furono sepolti anche i re suoi successori; v. I [= III] *Reg.* 11, 43, 14, 31, 15, 8, 24, ecc. — Parimenti è certo, per dichiarazione non meno categorica della Bibbia (II *Sam.* [= II *Reg.*] 5, 7-9), che " città di Davide „ era il nuovo nome dato all'antica fortezza dei Iebusiti, cioè Sion.

In qual parte di Gerusalemme era quest'antica Sion?

La tarda tradizione cristiana, e poi anche la tarda tradizione giudaica medioevale, hanno posto il Sion sulla collina sud-ovest di Gerusalemme, ove appunto sorge il Cenacolo con la presunta attuale " tomba di Davide „. Ma l'attento studio della topografia storica di Gerusalemme ha mostrato agevolmente l'impossibilità di conciliare questo Sion tradizionale con i dati precisi di parecchi passi biblici, per es., con quelli che dichiarano essere le tombe di Davide e degli altri re vicine al Siloe (*Nehem.* III, 16) ed al tempio (*Ezech.* XLIII, 7-9). Pertanto fin dal 1847, nel suo libro *An essay on the ancient topography*

---

(1) I [= III della *Vulgata*] *Reg.* 2, 10.

(2) Si veda su ciò qualsiasi manuale d'archeologia biblica. Il profeta Samuele fu sepolto " nella sua casa in Rama „ (I *Sam.* [= I *Reg.* della *Vulg.*] 25, 1); Ioab, figlio d'una sorella di Davide, " fu seppellito nella sua casa nel deserto „, ossia nel deserto di Giuda (I [= III] *Reg.* 3, 34). — Penso che con questo antico costume semitico si spieghi benissimo la sepoltura di Maometto nella sua stessa casa, anziché nel cimitero comune, e che pertanto possano essere modificate le considerazioni del nostro illustre L. Caetani, *Annali dell'Islām*, vol. II (Milano, 1907), p. 529-532, e *Studi di Storia orientale*, vol. III (Milano, 1914), p. 320-322. Anche nei secoli successivi sono frequentissimi i casi di persone reputate sante dai Musulmani, che vennero sepolte nella stessa camera o nello stesso luogo da loro abitato in vita, come ne fanno fede gl'innumerevoli *ḍarīḥ* o *qubbe* di santi (marabutti, ecc.) sparsi nelle città, nei villaggi e nelle campagne di Siria, Palestina, Egitto e di tutta l'Africa settentrionale.

of Jerusalem, J. Fergusson sostenne che Sion, Moriah, la città di Davide e l'Akra fossero soltanto nomi diversi di un medesimo colle, e che questo fosse il colle del tempio, sorgente nella parte orientale di Gerusalemme. Le idee del Fergusson (1), sconvolgenti la tradizione corrente, furono accolte, con alcune varianti nei particolari, da J. F. Thrupp, *Ancient Jerusalem*, Cambridge, 1855, da Th. Lewin, *Jerusalem: a Sketch of the city and temple*, London, 1861 e G. Sandie, *Horeb and Jerusalem*, Edinburgh, 1864; altri invece si mostravano ostili a questa profonda innovazione. In modo assai più preciso, con minuto esame dei testi antichi, Ch. Ed. Caspari (2) stabilì che la città di Davide o Sion biblica si trovava sulla collina orientale di Gerusalemme, e più esattamente sulla sua parte meridionale, a sud del Moriah, fuori delle mura, ossia su quella parte del colle che la Bibbia chiama Ophel (*hā-ʿŌphēl*). Alle stesse conclusioni, dopo ampia discussione, e, a quanto pare, senza conoscere i lavori del protestante Caspari, venne il cattolico R. Riess, *Biblische Geographie*, Freiburg i. Br., 1872, p. 93-99; come pure più tardi, indipendentemente dal Caspari e dal Riess, W. F. Birch (3), tosto seguìto dal Barone von Alten (4) e dal dottor Klaiber (5). La causa ormai era vinta; illustri studiosi di parte protestante, quali lo Stade, il Robertson Smith (1881), il Sayce (1883), il Mühlau (1884), il Socin, Ch. Warren, C. W. Wilson, il Driver, il Buhl, il Ryssel, il Bliss, il Ryle, H. G. Mitchell, ecc.,

---

(1) Esse ricorrono pure nell'altro suo libro: *The Holy Sepulchre and the Temple at Jerusalem*, London, 1865.

(2) *Zion und die Akra der Syrer*, nella Rivista: *Theologische Skizzen und Kritiken*, Gotha, 1864, p. 309–328; quindi nella sua *Chronologisch-geographische Einleitung in das Leben Jesu Christi*, Hamburg, 1869, p. 232-253, ed in forma ampliata nella traduz. inglese: *A chronological and geographical introduction to the life of Christ ... translated by M. J. Evans*, Edinburgh, 1876, 271–295.

(3) *Zion, the city of David*, in: *Palestina Exploration Fund, Quarterly Statement* for 1878, p. 129-132, 178-189.

(4) *Zion*, in: *Zeitschr. der deutschen Palästina-Verein*, II, 1879, 18-51. Inoltre: *Die Davidstadt, der Salomoteicher und die Gräber der Könige in Jerusalem*, in: *Zeitschr. d. deutsch. Pal.-Ver.*, III, 1880, 116-176.

(5) *Zion, Davidstadt und die Akra innerhalb des alten Jerusalem*, ibid., III, 1880, 189-213 e IV, 1881, 18-56. Il Klaiber sembra non aver conosciuto gli scritti del Caspari, del Birch e del von Alten.

e cattolici quali i padri M.-J. Lagrange (1892) e F. Vigouroux (1903), si schierarono risolutamente per l'identificazione del Sion biblico con l'Ophel, cioè con la collina sud-est di Gerusalemme; e questa identificazione si può ormai considerare come del tutto sicura, talchè sarebbe inutile continuare l'enumerazione dei dotti posteriori che l'hanno accolta (1), mentre non autorevoli sono le poche voci di religiosi cattolici che ancora tentano di difendere la situazione tradizionale del Sion biblico sull'altura SW di Gerusalemme (2).

Non è qui il luogo di ripetere le copiose prove addotte dai moderni per porre il Sion o città di Davide sulla collina sud-orientale (Ophel); prove derivate *a)* dallo studio delle condizioni topografiche, *b)* dagli espliciti passi dell' Antico Testamento, *c)* dalle scoperte archeologiche del Warren, del Guthe e del Bliss sul colle Ophel, *d)* dalla più antica tradizione post-biblica. Per esse, oltre agli scritti menzionati sopra (3), si vedano le opere seguenti:

---

(1) J. Benzinger (cattolico), *Hebräische Archäologie*, 2. Aufl., Tübingen, 1907, p. 32, la chiama " die fast einstimmige Ansicht der heutigen Topographen „. E. W. G. Masterman, nell'artic. " Zion „ in *The International Standard Bible Encyclopaedia*, vol. V (Chicago, 1915), p. 3150 *b*, la dice: " now accepted by almost all modern scholars „, ed a pag. 3152: " which now receive the adherence of almost every living authority on the topography in Jerusalem „.

(2) G. Gatt, *Sion in Jerusalem, was es war, und wo es lag*, Brixen, 1900 (in-8°, 142 pp.); C. Mommert, *Topographie des alten Jerusalem*, vol. I (Leipzig, 1901), p. 35-68 (sulla base del Gatt); K. Rückert, *Die Lage des Berges Sion* (nei: *Biblische Studien hrsg. von* O. Bardenhewer, III Bd., Freiburg i. Br., 1898, p. 1-104); K. Weczerzik, *Die Lage des Sionhügels*, Wien, 1905 (in-12°, 23 pp.); p. Barnabé Meistermann, *La ville de David*, Paris, 1905, p. XV-XXVI e 1-92. — Il Benzinger, l. c., p. 32, si mostra incerto.

(3) Alla cortesia del prof. Umberto Cassuto di Firenze, profondo conoscitore di cose giudaiche, devo la seguente interessante notizia: " Le notizie " postbibliche che ci parlano della tomba di Davide (o della dinastia da- " vidica) come d'un monumento ben noto in Gerusalemme (Jos. Fl., *Antiq.* " *Jud.*, VII, 15, 3; XIII, 8, 4; XVI, 7, 1; *Bell. iud.*, I, 2, 5; *Atti degli Apo-* " *stoli*, II, 29; *Tōsephtā Babā Bathrā*, I, 11, ed. Zuckermandel, p. 399, 6; " *id.*, *Nᵉga'īm*, VI, 2, p. 625, 12; *Talmūd jer. Nazīr*, IX, 4; *Abōth dᵉ rabbī* " *Nāthān*, XXXV, 2; cfr. anche il passo parallelo in Tratt. *Sᵉmachōth*, XIV, " ove forse per errore del testo le tombe reali non sono menzionate), con " ogni verisimiglianza si riferiscono alla tomba dell'antica Sion biblica.

Ed. C. Aug. Riehm, *Handwörterbuch des biblischen Altertums.* Bielefeld und Leipzig, 1884, vol. II, p. 1839-1841 (art. " Zion „ del Mühlau).

W. Smith and J. M. Fuller, *Dictionary of the Bible*, 2d edit., vol. I, part II (London, 1893), p. 1650-1651 (art. " Jerusalem „ di C. W. Wilson).

J. Hastings, *A dictionary of the Bible*, 4th impression, vol. IV, (Edinburgh, 1905), p. 982-984 (art. " Zion „ di C. W. Wilson).

F. Vigouroux, *Dictionnaire de la Bible*, t. III (Paris, 1903), col. 1351-1359 (art. " Jérusalem „).

The Jewish Encyclopedia, vol. VII (New York and London, 1907), p. 120 (art. " Jerusalem „ di R. Gottheil, israelita).

The international Standard Bible Encyclopaedia, vol. V (Chicago, 1915), p. 3150-3152 (art. " Zion „ di E. W. G. Masterman).

M.-Jos. Lagrange, *Topographie de Jérusalem* (nella: *Revue Biblique*, t. I, 1892, p. 17-38).

G. A. Smith, *Jerusalem: the topography, economics and history from the earliest times to A. D. 70.* London 1907-1908, vol. I, p. 134-170.

Da questi autori si potrà apprendere come e quando si formò l'erronea credenza che il Sion, la " città di Davide „, fosse sulla parte meridionale della collina occidentale di Gerusalemme. La cognizione dell'antica topografia della città si andò perdendo fra Cristiani e fra Ebrei a partire dal II sec. d. Cr.; ed il nome di Sion, appartenente in origine alla cittadella iebusita e davidica della collina sud-est di Gerusalemme, poi esteso anche al resto settentrionale della collina stessa ossia alla collina del Tempio, inoltre usato poeticamente nella Bibbia per designare l'intera città ed i suoi abitanti, finì (a partire dal IV sec. d. Cr.) con essere erroneamente localizzato da una nuova tradizione cristiana con la parte meridionale della collina occidentale di Gerusalemme, ossia col luogo cui il Santuario del Cenacolo ed i ricordi sacri ad esso collegati rendevano particolarmente venerando a tutta la cristianità.

" Rilevo anzi che in quasi tutte le fonti talmudiche suindicate è detto che " le tombe della dinastia davidica (*ḳibrē bēth Dāwid*) comunicavano per un " cunicolo sotterraneo con la valle di Ḳidrōn; e questo è un nuovo argo- " mento, finora, ch'io sappia, non addotto da alcuno, in favore dell'opinione " che l'antica Sion fosse la collina orientale „.

Da quanto precede risulta dunque evidente che la vera tomba di Davide, posta sul Sion biblico (cioè sulla collina sud-est di Gerusalemme), non può aver nulla di comune con la presunta tomba di Davide additata oggi dai Musulmani nei sotterranei del Cenacolo, cioè sul Sion tradizionale, o collina sud-ovest della città.

Si noti del resto che, anche a prescindere dall'impossibilità topografica, il carattere stesso del monumento lo rivela non autentico. Esso infatti si presenta a forma di catafalco, alto circa due volte l'ordinaria statura d'un uomo, cioè come un colossale sarcofago di muratura, rivestito di marmo a venature bianche ed azzurre; marmo coperto a sua volta da legno, su cui sono stesi ricchi tappeti (1). Ora è noto che i sarcofagi erano sconosciuti agli Ebrei dell'Antico Testamento. In realtà qui abbiamo a fare con un semplice cenotafio, evidentemente costruito da Musulmani secondo la consuetudine loro.

*
* *

Trasportato erroneamente il Sion o " città di Davide „ sulla collina sud-ovest, è naturale che quivi si dovesse supporre essere stato sepolto il gran re. Ma nell'alto medio evo le idee cristiane intorno alla topografia palestinense erano così poco chiare, che la tomba di Davide era da parecchi (2) collocata a Betlemme, perchè questa era la sua città natale, la " città di Davide „!

---

(1) Se ne veda la descrizione in Sepp, *Jerusalem und das heilige Land*, Schaffhausen, 1873 — Regensburg, 1876, vol. I, p. 515-516. A p. 513 ne è data anche la figura; questa trovasi riprodotta pure nell'*Imperial Bible-Dictionary*, London, 1886, vol. III, p. 259. — Un'altra descrizione, a me inaccessibile, è data da J. T. Barclay, *The city of the great King; or Jerusalem as it was, as it is, and as it is to be*, Philadelphia and London, 1857, p. 212; la figlia dell'autore potè eccezionalmente entrare nel sotterraneo e farne il disegno (cfr. la guida Murray, *A handbook for travellers in Syria and Palestine*, new edit., London, 1868, I, 139).

(2) Si veda Baldi, *op. cit.*, p. 22, n. 3, che cita il Pellegrino di Bordeaux nel 333 d. Cr., l'Anonimo Piacentino nel 570, Arculfo circa il 670, il Venerabile Beda nel sec. VIII, ecc. Vedremo più innanzi che questa indicazione ricorre anche presso scrittori musulmani.

Com'è ben noto a tutti gli studiosi, nei secoli III-XI d. Cr., manca tanto presso i Cristiani quanto presso gli Ebrei qualsiasi tradizione circa l'effettiva esistenza d'una tomba di Davide a Gerusalemme (1), e l'attuale leggenda, che pone questa tomba nei sotterranei del Cenacolo, compare per la prima volta nel fantasioso racconto del suo ritrovamento conservatoci dall'ebreo spagnuolo Beniamino da Tudela, il quale fu in Palestina circa nel 1167 (2). Sfrondato dei particolari leggendari, esso ci dice che, quindici anni prima dell'arrivo di Beniamino, in seguito al crollo d'un muro della chiesa del Cenacolo, essendosi a caso scoperta una tomba antica ad esso sottostante, si credette da un pio rabbino ch'essa fosse appunto il più insigne sepolcro che avrebbe dovuto trovarsi sul Sion... se il Sion medioevale fosse stato il Sion biblico.

Giova avvertire che per lungo tempo questa identificazione non ebbe molto credito fra gli Ebrei medesimi di Gerusalemme; tanto che, com'è noto, il dotto rabbino Isacco Chelo (Ḥēlō), il quale dimorò nella città santa nella prima metà del sec. XIV, afferma: " Mais les sépulcres de la maison de David, qui étaient " sur la montagne de Sion, ne sont plus connus aujourd'hui ni

---

(1) Sembra far eccezione, com'è noto, Raimondo de Aguilers (od Agiles), che nei primissimi anni del XII sec. descrisse la presa di Gerusalemme per opera dei Crociati nel 1099. Parlando del Cenacolo, egli dice: " Sunt " enim in ecclesia illa haec sacra: Sepulcrum David regis, et Salomonis, " et sancti Stephani protomartyris sepulcrum. Migravit ibi beata Maria de " saeculo; coenavit ibi Dominus; et resurgens a mortuis discipulis suis appa- " ruit et Thomae; ibidem apostoli inflammati sunt adventu Spiritus Sancti „ (*Historia Francorum qui ceperunt Iherusalem*, in *Recueil des historiens des Croisades, Histor. occidentaux*, t. III, Paris, 1866, p. 293). Ma verosimilmente le tombe di Davide e di Salomone sono qui indicate semplicemente in base alla credenza che il Sion, ove la Bibbia colloca le tombe della dinastia davidica, fosse il Sion della tradizione medioevale.

(2) Per la data si vedano le considerazioni intorno alla cronologia dei viaggi di Beniamino a p. 5-11 dell'introduzione di L. Grünhut al II vol. di *Die Reisebeschreibungen des* R. Benjamin von Tudela ... *ediert und übersetzt ... von L. Grünhut und M. Adler*, Jerusalem u. Frankfurt a. M., 1903-1904. — Il racconto si trova a p. 34-36 del testo ebraico, 32-34 della vers. — La data 1173 presso Baldi, *l. c.*, p. 23, n. 1, è in realtà quella del ritorno di Beniamino in patria.

" des juifs ni des musulmans; car ce ne sont point les Tombeaux " des Rois dont nous allons parler „ (1).

Nel sec. XIV la leggenda si diffonde tra i Cristiani (2), lieti di accrescere le glorie del Cenacolo, e fors'anco confermati nel loro errore da una sbagliata interpretazione di quel passo degli *Atti degli Apostoli* (II, 29) in cui S. Pietro, arringando i Gerosolimitani nella prima Pentecoste, dice di Davide: " Se- " pulcrum eius est apud nos usque in hodiernum diem „, ove " apud nos „ evidentemente significa in Gerusalemme. Quell' " apud nos „ sembra essere stato interpretato come " nelle " vicinanze del Cenacolo „, ove appunto si svolse la vita della primissima comunità cristiana e dove dicesi essere stato tenuto quel discorso di S. Pietro.

***

Esiste un'antica tradizione musulmana circa il luogo della tomba di Davide?

La risposta è del tutto negativa. Gli antichi scrittori arabi di storia oppure di leggende relative ai " profeti „ dell'Antico Testamento, pur occupandosi molto a lungo del gran re ebraico, non indicano affatto dove egli fosse sepolto. Quindi, per limitarmi agli scrittori più celebri, nessun cenno intorno al luogo di sepoltura di Davide si ha in:

Abū Ḥanīfah ad-Dīnawarī († circa 282 eg., 895 Cr.), *al-Aḫbār aṭ-ṭiwāl*, ed. Guirgass, Leida, 1888 (ripubblicato al Cairo 1330 eg. [= 1912 Cr.]).

al-Ya'qūbī (Ibn Wāḍiḥ, scrive intorno al 290 eg., 903 Cr.), *Historiae*, ed. Houtsma, Leida, 1883, 2 voll.

aṭ-Ṭabarī († 310 eg., 923 Cr.), *Annales* [= *Ta'rīḫ ar-rusul wal-mulūk*], Leida, 1879-1901, 15 voll. (ristampati al Cairo).

al-Mas'ūdī († 345 eg., 956 Cr.), *Les Prairies d'or* [= *Murūǵ ad-ḏahab*], ed. e trad. Barbier de Meynard, Parigi, 1861-

---

(1) E. Carmoly, *Itinéraires de la Terre Sainte des XIIIe, XIVe, XVe, XVIe et XVIIe siècles, traduits de l'hébreu*, Bruxelles, 1847, p. 238. — Ricordato anche dal Baldi, p. 23.

(2) Si vedano i testi raccolti dal Baldi, *op. cit.*, p. 26, n. 1.

1878, 9 voll. (stampato più volte anche in Egitto). — Cfr. più avanti, p. 1168, per il Gethsemani.

al-Masʿūdī, *Kitâb at-Tanbîh,* ed. de Goeje, Leida, 1894.

Muṭahhar ibn Ṭāhir al-Maqdisī (" gerosolimitano „, scrivente nel 355 eg., 966 Cr.), *Le livre de la création et de l'histoire* [= *Kitāb al-bad' wat-ta'rīḫ*], ed. e trad. Cl. Huart, Paris, 1899-1916, vol. I-V.

aṯ-Ṯaʿlabī († 427 eg., 1036 Cr.) (1), *Qiṣaṣ al-anbiyā'* (" Storie dei profeti „), Cairo (parecchie edizioni).

Ibn al-Aṯīr († 630 eg., 1234 Cr.), *Chronicon* [= *al-Kāmil fī 't-ta'rīḫ*], ed. Tornberg, Upsala-Leida, 1851-1871, 13 voll. (stampato anche tre volte in Egitto).

Abū 'l-Fidā' († 732 eg., 1331 Cr.), *Ta 'rīḫ*, Costantinopoli, 1286 eg., 4 voll. (ristampato al Cairo).

Questo silenzio è tanto più significativo quando si rifletta che parecchi degli storici suddetti, in occasione della vita di Gesù, parlano della chiesa del Sion o Cenacolo.

Lo stesso risultato negativo si ha consultando gli antichi geografi e viaggiatori arabi; per parecchi secoli consecutivi essi non fanno alcun cenno dell'esistenza d'una tomba di Davide a Gerusalemme, malgrado che quivi parecchi di loro rammentino il " *miḥrāb* di Davide „ (2) (nella cittadella, accanto a quella porta della città che allora chiamavasi Bāb al-miḥrāb ed ora si chiama Bāb al-Ḫalīl), la " cupola (*qubbah*) di Davide „ (nel recinto del

---

(1) Nella lunga biografia di Davide, aṯ-Ṯaʿlabī non parla della sua tomba. Invece nel capitolo introduttorio alla biografia di Gesù egli scrive (pag. 216 dell'ed. Cairo 1314 eg. [= 1897 Cr.]): " Il monte Sion (*Ṣihyawn*) " era alla porta di Gerusalemme; e da persone degne di fede ho udito " che colà è la tomba di Davide (sul quale sia l'eterna salute). Colà è una " chiesa che sovrasta (*mušrifah*) alla fonte di Siloe (*ʿayn as-Sulwān*); ed un " monaco da me interrogato mi disse: « Questo è il Sion, e la chiesa in " cui Maria e Giuseppe servirono è questa; in essa Gesù celebrò la Pasqua " (*afṣaḥa*) e chiamò gli uomini a Dio; poscia fu trasportato da questa alla " al-Qumāmah, ch'è una chiesa grande entro Gerusalemme, nella quale " [i Cristiani] presumono che Gesù, quando fu ucciso, sia stato sepolto, e, " dopo tre giorni, sia salito al cielo „. Il nome di al-Qumāmah designa presso i Musulmani la Chiesa del S. Sepolcro. Evidentemente qui l'autore non fa che riferire tradizioni dei Cristiani di Gerusalemme.

(2) Cfr. il *Corano* 38, 20-21.

Ḥaram, accanto alla moschea d'aṣ-Ṣaḫrah), e la stessa chiesa del Cenacolo, con i ricordi della vita di Gesù ad essa collegati. Questi geografi da me inutilmente consultati sono (1):

Ibn al-Faqīh al-Hamaḏānī (che scriveva nel 290 eg., 903 Cr.), *Compendium libri Kitâb al-Boldân*, ed. de Goeje, Leida, 1885.

Ibn Ḫurdāḏbih (scriv. verso il 272 eg., 885-886 Cr.,), *Kitâb al-masâlik wa 'l-mamâlik*, ed. de Goeje, Leida, 1889.

Ibn Rosteh (scriv. intorno al 300 eg., 913-914 Cr.), *Kitâb al-aʿlâk an-nafîsa*, ed. de Goeje, Leida, 1892.

al-Yaʿqūbī (scriv. nel 278 eg., 891-892 Cr.), *Kitâb al-boldân*, 2ª ed. de Goeje, Leida, 1892.

al-Iṣṭaḫrī (scriv. verso il 340 eg., 951-952 Cr.), *Viae regnorum* [= *Masālik al-mamālik*], ed. de Goeje, Leida, 1870.

Ibn Ḥawqal (scriv. nel 367 eg., 977-978 Cr.), *Viae et regna* [= *Kitāb al-masālik wa 'l-mamālik*], ed. de Goeje, Leida, 1873.

al-Muqaddasī (o al-Maqdisī) al-Baššārī (gerosolimitano, scriv. nel 378 eg., 988-989 Cr.), *Descriptio imperii moslemici* [= *Aḥsan at-taqāsīm fī maʿrifat al-aqālīm*], ed. de Goeje, Leida, 1876-1877 (2ª ed., 1906). — È in corso di stampa a Calcutta la versione inglese di Ranking ed Azoo (finora 4 fascicoli del I vol., nella collezione *Bibliotheca Indica*). La parte relativa alla Palestina ed alla Siria fu già tradotta in inglese da G. Le Strange (Londra, 1886).

Nāṣir-i-Ḫusraw, *Sefer Nameh: relation du voyage en Syrie, en Palestine, en Égypte, en Arabie et en Perse pendant les années de l'hég. 437-444 (1035-1042)* [Texte persan] publié, traduit et annoté par Ch. Schefer, Parigi, 1881. — La parte relativa alla Palestina fu tradotta anche in inglese da G. Le Strange (Londra, 1888).

al-Bakrī († 487 eg., 1094 Cr.), *Geograph. Wörterbuch* [= *Muʿǵam mā istaʿǵama*], ed. Wüstenfeld, Gottinga, 1876.

---

(1) Chi non conosce l'arabo potrà consultare i brani riguardanti la Palestina, di Ibn ʿAbd Rabbihi, al-Yaʿqūbī, al-Iṣṭaḫrī, Ibn Ḥawqal, al-Muqaddasī e al-Idrīsī nella traduzione tedesca di J. Gildemeister, *Beiträge zur Palästinakunde aus arabischen Quellen*, nella *Zeitschrift der deutschen Palästina-Verein*, IV, 1881, 85-92; VI, 1883, 1-12; VII, 1884, 143-172, 215-230; VIII, 1885, 117-145.

al-Idrīsī (scriv. 548 eg., 1154 Cr.), *Nuzhat al-muštāq*, parte relativa alla Siria ed alla Palestina pubblicata da J. Gildemeister (Bonn, 1885) e da R. A. Brandel (Upsala, 1894).

Yāqūt († 626 eg., 1229 Cr.), *Geograph. Wörterbuch* [= *Mu'ǵam al-buldān*], ed. Wüstenfeld, Lipsia, 1866-1873, 6 voll. (ristampato al Cairo 1323-1325 eg., 1906-1907 Cr., 8 voll.).

Zakariyyā' al-Qazwīnī († 682 eg., 1283 Cristo), *Kosmographie* [= *'Aǵā'ib al-maḫlūqāt*], ed. Wüstenfeld, Gottinga, 1848-1849. — Le edizioni egiziane non contengono la parte geografica.

Muḥammad ad-Dimašqī (damasceno, † 727 eg., 1327 Cr.), *Cosmographie* [= *Nuḫbat ad-dahr fī 'aǵā'ib al-barr wa 'l-baḥr*], ediz. Mehren, Pietroburgo, 1866; vers. francese Mehren, Copenhagen, 1874.

'Umar ibn al-Wardī († 749 eg., 1349 Cr.), *Ḫarīdat al-'aǵā'ib*, più volte stampata al Cairo. — A pag. 33 dell'edizione 1314 eg. descrive la chiesa del Sion e l'ultima Cena di Gesù con gli Apostoli; passo già riferito (secondo l'ed. 1309 eg.) a p. 900, n. 3, d'uno scritto arabo del p. Giov. Marta, che sarà ricordato più avanti.

al-Maqrīzī († 845 eg., 1442 Cr.), *Kitāb al-mawā'iẓ wa 'l-i'tibār* (descrizione dell'Egitto), Būlāq 1270 eg., 2 voll.; ristampato al Cairo 1324-1326 eg., 4 voll. — Nel vol. II, p. 483 (ed. Cairo, IV, 379), trattando della vita di Gesù parla della chiesa del Sion e del prodigioso avvenimento della Pentecoste in essa compiutosi. Passo già riferito dal Marta (secondo l'ed. Būlāq), p. 900, n. 4, e che trovasi anche negli estratti di F. Wüstenfeld, *Macrizi's Geschichte der Copten*, Gottinga, 1845, p. 6-7 del testo, 20 della versione.

Ḫalīl aẓ-Ẓāhirī († 872 eg., 1467-1468 Cr.), *Tableau politique et administratif de l'Égypte et de la Syrie* [= *Zubdat kašf al-mamālik*], ed. P. Ravaisse, Parigi, 1894. — Cfr. anche R. Hartmann, *Die geographischen Nachrichten über Palästina und Syrien in Khalīl aẓ-Ẓāhirīs zubdat kašf al-mamālik*, Kirchhain N.-L., 1907.

Viceversa taluno di questi geografi raccoglie tradizioni locali ponenti la tomba di Davide in località diverse da Gerusalemme, come fra poco vedremo. — Particolarmente notevole è

per noi il succitato scrittore gerosolimitano al-Muqaddasī; egli infatti non solo non indica alcuna tomba di Davide nella parte del suo libro riguardante Gerusalemme, ma, a p. 46 (ossia nella parte introduttoria dell'opera), ha un capitolo intitolato " Men-" zione dei luoghi intorno ai quali c'è dissenso „ e cominciante con le parole: " Sappi che nell'islām sono luoghi (*mawāḍiʿ*) e " siti di visite pie (*mašāhid*) non autentici (*ṣaḥīḥah*) e sui quali " non c'è accordo; sicchè è necessario dedicar loro questo [spe-" ciale] capitolo (*bāb*) affinchè ne rimanga distinto ciò ch'è auten-" tico (*ṣiḥḥah*) ed affinchè noi li evitiamo nella descrizione delle " singole regioni „. E nella successiva enumerazione di questi luoghi egli scrive: " La gente della Scrittura (= Ebrei e Cristiani) " dice che la tomba (*qabr*) di Davide è in Sion (*Ṣihyawn*) „.

Così pure di grande interesse è quell'Abū 'l-Ḥasan ʿAlī al-Harawī, di cui è già cenno nella memoria del Baldi, p. 26-27, che morì nel 611 eg. (1215 Cr.) e compose un libro prezioso, indicante con somma cura, ed in base a suoi appositi viaggi, tutti i luoghi (come santuari, tombe, ecc.) ch'erano oggetto di visite pie da parte dei musulmani in tutte le regioni del mondo islamico. L'opera s'intitola *al-Išārāt ilà maʿrifat az-ziyārāt* " In-" dicazioni per la conoscenza dei luoghi di visite pie „, e la parte riguardante la Palestina ed il littorale della Siria fu tradotta dallo Schefer (1). Orbene, a p. 600-605 egli descrive tutti i luoghi di visitazione dei Musulmani a Gerusalemme, vi aggiunge anche quelli speciali dei Cristiani (p. 605), parla anche del Santuario del Sion o Cenacolo (p. 604), ma non allude ad alcuna tomba di Davide. Invece afferma recisamente, in due altri luoghi della sua opera, che questa tomba si trova a Betlemme, accanto a quella di Salomone (2).

---

(1) Ch. Schefer, *Aboul Hassan Aly el Herewy. Indications sur les lieux de pèlerinage. Extraits* (negli *Archives de l'Orient Latin*, t. I, Paris, 1881, p. 587-609).

(2) P. 605: " Beït Lahm (Bethléem) est le nom du village où naquit " Jésus, que la paix soit sur lui, et où se trouvent les tombeaux de David " et de Salomon „. E prima, a proposito di Tiberiade (Ṭabariyyah), aveva scritto, p. 593: " On montre sur le bord du lac, à l'est de Thabaryèh, le " tombeau de Souleyman (Salomon) fils de Daoud (David). Mais la vérité " est que Salomon est enterré à Beït Lahm (Bethléem), et que tous deux " reposent dans la grotte où Issa (Jésus), fils de Meriem, a reçu le jour „.

Infine, per citare un illustre letterato, noterò che Ibn ʿAbd Rabbihi († 328 eg., 940 Cr.), descrivendo in una sua opera famosa le cose notabili di Gerusalemme ed i monumenti (*āṯār*) che colà si rannodano a personaggi biblici, non fa parola d'una tomba di Davide (1).

*
* *

Dunque sino alla metà del sec. XV d. Cr. non incontriamo nessuna traccia di tradizioni musulmane che collochino la tomba di Davide là dove sorge il Cenacolo; anzi l'opinione corrente dei Musulmani stessi è che il sito di quella tomba sia affatto ignoto. Tutt'al più troviamo indizi di congetture erudite o di tradizioni locali che pongono il sepolcro del gran re ebreo in siti ben diversi dal Cenacolo, come ora andrò esponendo (2):

1° Nella nota storia di Gerusalemme e di Hebron, intitolata *al-Uns al-ǵalīl bi ta'rīḫ al-Quds wa 'l-Ḫalīl* e composta nel 900 eg., 1495 Cr., da Muǵīr ad-dīn al-ʿUlaymī al-Ḥanbalī, si legge a proposito della biografia di Davide (3): " Wahb narra

---

(1) Ibn ʿAbd Rabbihi, *al-ʿIqd al-farīd*, Cairo, 1305 eg. (= 1887 Cr.), III, 283-285. Il passo è tradotto in tedesco, sull'ediz. Cairo [sic, leg. Būlāq] 1293 eg. (= 1876 Cr.) dal Gildemeister, nei citati *Beiträge* (*Zeitschr. d. deutsch. Pal.-Ver.*, IV, 1881, 89-92).

(2) L'argomento è già stato trattato dal canonico Giovanni Marta (Yūḥannā Martā) in uno scritto arabo intitolato: *Maḏāhib al-ʿArab al-muslimīn fī madfan an-nabī Dā'ūd wa ibnihi Sulaymān al-ḥakīm* " Idee degli " Arabi musulmani circa il luogo di sepoltura del profeta Davide e di suo " figlio Salomone il saggio „ (nella rivista beirutina *al-Mašriq*, vol. XII, dic. 1909, p. 897-906; la parte relativa a Davide è a p. 898-902). Di questo scritto fu fatta una traduzione tedesca dal p. Fr. Dunkel, *Die Gräber der Könige David und Salomon nach Zeugnissen arabischer Schriftsteller*, nella rivista: *Das heilige Land, Organ des deutschen Vereins vom hl. Lande*, 55. Jhrg., Cöln, 1911, p. 23-30 (la parte relativa a Davide è a p. 24-27). — Le notizie da me raccolte completano quelle del Marta.

(3) Ed. Cairo, 1283 eg. (= 1866 Cr.), p. 105. Il passo è tradotto in H. Sauvaire, *Histoire de Jérusalem et d'Hébron depuis Abraham jusqu'à la fin du XVe siècle de J.-C. Fragments de la Chronique de Moudjîr-ed-dyn traduits sur le texte arabe*, Paris, 1876, p. 27 (cfr. Baldi, p. 27). — La notizia è data pure, nel 1101 eg., 1690 Cr., da ʿAbd al-Ġanī an-Nābulusī, *al-Ḥaḍrah al-unsiyyah fī 'r-riḥlah al-qudsiyyah*, Cairo, 1902, p. 42 (citato dal Marta, p. 901), che l'attinge da al-ʿUlaymī.

" che Davide fu sepolto nella chiesa detta al-Ǵīsmāniyyah " [= del Gethsemani], ad oriente di Gerusalemme, nel wādī " [= nella vallata del Cedron] „. — Questo Wahb è il famoso Wahb ibn Munabbih, morto nella seconda metà del I sec. eg., VII sec. Cr., ebreo convertito all'islamismo, che diffuse fra i Musulmani una gran quantità di leggende giudaiche e cristiane riannodantisi all'Antico ed al Nuovo Testamento. — Senza indicazione di fonte si legge nel succitato (p. 1162) al-Mas'ūdī, *Prairies*, I, 111 (Cap. IV): " I Cristiani hanno in Gerusalemme " altre chiese venerate [oltre quella del S. Sepolcro], fra cui la " chiesa del Sion (*Ṣihyawn*) già menzionata da Davide [nei Salmi] " e la chiesa detta al-Ǵismāniyyah (1), nella quale presu- " mono (*yaz'amūna*) che sia la tomba di Davide „. — Ignoro la fonte giudaica o cristiana di questa collocazione nella chiesa del Gethsemani, ossia nel luogo della cappella e della tomba di Maria Vergine: ad ogni modo, come risulta dai testi stessi, si tratta di tradizione non musulmana.

2° Al pari di molti Cristiani dei sec. IV-VIII, qualche scrittore arabo pone la tomba di Davide a Betlemme. Come si è visto qui sopra (p. 1166), al-Harawī afferma ciò recisamente; seguìto in ciò dallo storico Ibn Ḫaldūn († 808 eg., 1406 Cr.), il quale, nel trattar la biografia di Davide, dice che questi " fu " sepolto a Betlemme „ (2). — Più prudente è il succitato Yāqūt, che, alla voce " Bayt Laḥm „ (Betlemme) del suo dizionario geografico, scrive: " Si dice (*wa yuqāl*) che in essa [Betlemme] " sia la tomba di Davide e di Salomone „.

3° Una leggenda musulmana locale trasferisce la tomba di Davide a Mašḥalā, villaggio della Siria settentrionale, nella nāḥiyah Šiqāǵī del liwā' di Aleppo, a W di 'Azāz e 50 km. in linea retta NNW da Aleppo, a circa 7 km. E. dal fiume 'Afrīn. La notizia è data da Yāqūt, *sub voce* (ed. Wüstenfeld, IV, 537, ed. Cairo VIII, 61): " Mašḥalā è villaggio del territorio di 'Azāz " dipendente da Aleppo; si dice che in esso sia la tomba di Da- " vide il profeta „. Tuttavia, come già osservò il Marta a p. 902,

(1) Qui il vocabolo è scritto con la prima *i* breve.

(2) *Kitāb al-'ibar wa dīwān al-mubtada'*, Būlāq, 1284 eg. (= 1867-1868 Cr.), vol. II, p. 97.

è da notare che Ibn aš-Šiḥnah *iunior* († 890 eg., 1485 Cr.), enumerando i *mazārāt* o luoghi di visite pie musulmane esistenti nel territorio di Aleppo, scrive nella sua storia di quest'ultima città (1): " Dice [Abū 'l-Ḥasan ʿAlī al-Harawī]: nel villaggio di " Mašḥalā, del territorio di Aʿzāz, è la tomba del fratello di " Davide „. Poichè con tutta verisimiglianza anche Yāqūt attinse la sua notizia da al-Harawī (esplicitamente citato in altri luoghi), rimane incerto se si tratti di Davide oppure di suo fratello; la parte del libro di al-Harawī che comprende la Siria interna non è stata tradotta nel lavoro dello Schefer indicato qui sopra a p. 1166, nota 1.

4° Che un'altra leggenda musulmana locale ponesse la tomba di Davide in altro punto del territorio di Aleppo, cioè a Tell al-Fār, risulta incidentalmente da un passo del cronista egiziano Ibn Iyās († circa 930 eg., 1524 Cr.), ov'egli descrive il viaggio del sultano d'Egitto al-Malik al-Ašraf Qānṣūh al-Ġūrī, partito da Aleppo verso il nord nel raǵab 922 eg. (agosto 1516 Cr.) allo scopo di combattere il sultano turco Selīm I. In tale viaggio egli passò per Tell al-Fār, " e colà si dice che sia il mausoleo " (*mašhad*) di Davide profeta di Dio „ (2). — Sulle carte moderne il nome di Tell al-Fār non è indicato; ma all'incirca nel punto ove questa località doveva trovarsi, in vicinanza di Dābiq, la grande carta (in scala 1 : 220.000) del liwā' d'Aleppo costruita da M. Hartmann (3) porta appunto un luogo denominato Ziyārat an-nabī Dā'ūd ossia " [Luogo di] visita [alla tomba] " del profeta Davide „.

5° Infine un'altra leggenda locale musulmana poneva la tomba di Davide sul pendio orientale del Libano, a qualche km. dal villaggio di Qabb Ilyās, che dista 9-10 km. in linea retta, in direzione SW, da Zaḥleh (strada Beirut-Damasco). Ne parla, fra i luoghi di visite pie musulmane nel Libano, ʿAbd al-Ġanī an-Nā-

---

(1) *Kitāb ad-durr al-muntaḫab fī ta'rīḫ mamlakat Ḥalab*, ed. Jūsuf Sarkīs, Beirut, 1909, p. 97.

(2) *Ta'rīḫ Miṣr al-mašhūr bi badā'iʿ az-zuhūr fī waqā'iʿ ad-duhūr*, Būlāq, 1311-1312 eg. (= 1893-1894 Cr.), vol. III, p. 46, lin. 1.

(3) *Karte des Liwa Haleb*, nella *Zeitschr. der Gesellschaft der Erdkunde zu Berlin*, vol. XXIX, 1895.

bulusī, che la visitò il giovedì 24 ḏū 'l-qa'dah 1100 eg. (8 settembre 1688 Cr.), e, nella sua relazione di viaggio intitolata *Ḥullat aḏ-ḏahab al-ibrīz fī riḥlat Ba'labakk wa 'l-Biqā' al-'Azīz*, dichiara tuttavia che, a suo avviso, la tomba di Davide va cercata a Gerusalemme e non là, e neppure a Betlemme come dice al-Harawī (1).

***

La notizia d'una tomba di Davide sotto la chiesa del Sion, cioè nei sotterranei del Cenacolo, compare dunque presso i Musulmani soltanto nella seconda metà del sec. XV d. Cr.; ossia dopo che gli Ebrei di Gerusalemme, allo scopo di togliere ai Cristiani il Santuario, fecero valere presso le autorità musulmane la suddetta leggenda. Naturalmente, com'era facile prevedere, i Musulmani finirono con l'impossessarsi del luogo per proprio conto ed escluderne Cristiani ed Ebrei (2), malgrado che essi medesimi non prestassero soverchia fede alla autenticità di quella tomba. Riferirò a questo proposito alcuni preziosi squarci della Storia di Gerusalemme composta nel 900 eg., 1495 Cr., del succitato Muǵīr ad-dīn al-'Ulaymī, alcuni dei quali, non essendo stati compresi negli estratti tradotti dal Sauvaire, rimasero ignoti al Baldi.

Dopo il passo che ho riportato qui sopra, p. 1167-1168, Muǵīr ad-dīn al-'Ulaymī così continua (3): " E si dice [da altri] che " la tomba (*qabr*) di Davide sia nella chiesa del Sion (*Ṣihyawn*),

---

(1) G. Flügel, *Einige geographische und ethnographische Handschriften der Refaîja auf der Universitätsbibliothek zu Leipzig*, nella *Zeitschr. der deutschen morgenländischen Gesellschaft*, vol. XVI, 1862, p. 657. — Lo stesso 'Abd al-Ġanī vi accenna anche nell'altra sua opera ricordata qui sopra (*al-Ḥaḍrah al-unsiyyah*, p. 42): " E si dice che la tomba di Davide sia nel " territorio di al-Biqā' alle falde (*ḏayl*) del monte Libano; noi l'abbiamo " visitata pure, come narrammo nella nostra relazione di viaggio intito- " lata *Ḥullat aḏ-ḏahab al-ibrīz* ..... „ (cit. dal Marta, *op. cit.*, p. 902).

(2) I primi intrighi degli Ebrei per impossessarsi della presunta tomba di Davide sono del 1427 Cr.; la definitiva trasformazione del Cenacolo in moschea ha luogo nel 1552, attraverso molte vicende, delle quali si occupa il Baldi a p. 12-18.

(3) Pag. 106 del testo arabo; Sauvaire, p. 27; Baldi, p. 27.

" che è quella la quale si trova all'esterno di Gerusalemme dalla
" parte sud, in mano d'una confraternita (*ṭā'ifah*) dei Franchi;
" poichè essa era stata il suo palazzo (*dār*). Nella chiesa sud-
" detta del Sion è un luogo venerato dai Cristiani [ossia il Ce-
" nacolo], e si dice (*yuqāl*) che in esso sia la tomba di Davide.
" Questo luogo ora è in mano dei Musulmani; e noi, se Dio
" vuole, narreremo più avanti, a proposito degli avvenimenti
" dell'anno 895 [eg., 1490 Cr.], i litigi accaduti a suo riguardo
" nell'età (*'aṣr*) nostra fra i Musulmani ed i Cristiani ".

Come si vede, l'autore, ancor dopo lo spossessamento della presunta tomba di Davide da parte dei Musulmani a danno della cristianità, è ben lungi dall'essere persuaso dell'autenticità del sepolcro, non risultante da alcuna tradizione maomettana. E questo dubbio è tanto più notevole se si pensa che solo l'esistenza vera della tomba di Davide poteva dare una apparenza di legittimità al provvedimento, per sè stesso illegale, che espelleva i Cristiani dal Cenacolo.

Altrove al-'Ulaymī (p. 443 del testo, vers. Sauvaire 255), in un passo omesso dal Baldi, narra d'un personaggio che " recò a
" Gerusalemme una lettera ufficiale (*marsūm*) del [sultano d'Egitto
" e signore della Palestina] al-Malik aẓ-Ẓāhir [Ǵaqmaq], [ordi-
" nante] che fossero ispezionati (*kašf*) i conventi [cristiani], fos-
" sero demolite le nuove costruzioni fatte [dai Cristiani] nel
" convento del Sion ed altrove, e la tomba di Davide fosse tolta
" (*intizā'*) dalle mani dei Cristiani. Infatti fu demolita la nuova
" costruzione nel Sion, fu fatta uscire la tomba di Davide dalle
" mani dei Cristiani e furono dissepolte (*nubišat*) le ossa dei
" frati sepolti in prossimità della tomba di Davide. Ciò ebbe
" luogo il giorno di lunedì 12 ǵumādà II 856 (1); e fu un giorno
" degno d'esser visto (*mašhūd*) ".

Veniamo ora ad un altro passo d'al-'Ulaymī, non tradotto dal Sauvaire e quindi ignoto al Baldi. Si tratta d'una lunga narrazione, occupante le p. 678-682 del testo arabo ed inframmezzata da notizie su altri eventi, nella quale l'autore ci fa note le violenze dell'895 eg., 1490 Cr., per lo spossessamento musulmano del Cenacolo. L'emiro Azbak, inviato dal sultano

(1) Probabilmente in luogo di 12 (che sarebbe un venerdì e non un lunedì) va letto 22; in questo caso la data corrisponderebbe al 10 luglio 1452.

d'Egitto (signore della Palestina) per una spedizione militare contro gli Ottomani, giunto con l'esercito ad ar-Ramleh, " spedì " a Gerusalemme una lettera ufficiale (*marsūm*) indirizzata agli " šayḫ al-islām ed ai qāḍī, a motivo dei frati del convento del " Sion e di ciò che [questi] avevano fatto riguardo alla camera " sotterranea (*qabw*) nella quale si dice che sia la tomba (*qabr*) " di Davide; [chiedeva] che fosse posta per iscritto la faccenda " a tale riguardo e che, qualora risultasse chiaro (*tabayyana*) " che essa [camera sotterranea] fosse legalmente (*bi 'ṭ-ṭarīq " aš-šar'ī*) di pertinenza (*min istiḥqāq*) dei Cristiani, venisse con- " segnata a costoro „. Radunatisi i personaggi ai quali la lettera dell'emiro era diretta, dopo discussione " scrissero un pro- " cesso verbale (*maḥḍar*) nel quale era detto che in quel luogo " era un *miḥrāb* in direzione della *qiblah*, e ch'esso si trovava " in mano dei Musulmani ormai da [molti] anni (*min taqādum " as-sinīn*). Gli 'ulamā', i qāḍī e i giuristi posero le loro firme " al processo verbale, e non si badò (*wa lam yultafat*) ai Cri- " stiani nè a coloro che li aiutavano in ciò „.

Questa prima parte del racconto è interessantissima, perchè ci mostra all'evidenza che i dottori dell'islām, chiamati a dimostrare la legalità eventuale dell'occupazione musulmana del sotterraneo del Cenacolo, non fanno nemmeno cenno della tomba di Davide, ma basano la giustificazione sull'esistenza colà d'un *miḥrāb* (cioè nicchia indicante ai fedeli musulmani la *qiblah* o direzione della Mecca, verso cui è obbligo volgere il viso nella preghiera rituale); esistenza che avrebbe dovuto provare essere stato quel luogo già in passato un santuario musulmano! — Da un altro passo dello stesso Muǵīr ad-dīn al-'Ulaymī, p. 681, si ricava infatti, come si vedrà più sotto, che il miḥrāb era stato costruito dopo l'usurpazione suaccennata dell'856 eg., 1452 Cr., sotto il sultano al-Malik aẓ-Ẓāhir Ǵaqmaq († 857 eg., 1453 Cr.).

Il seguito del lungo racconto è pure interessante. Dopo il verbale surriferito, lo šayḫ al-islām Kamāl ad-dīn ibn Abī Šarīf scrisse al sultano una lettera " a proposito della cupola " (*qubbah*) (1) che i Cristiani avevano recentemente costruita

(1) Si tratta della cappella dello Spirito Santo, sulla quale cfr. Baldi, p. 14-16 (note), le cui indicazioni risultano completate dal testo arabo che traduco qui avanti.

" presso il convento del Sion, [dicendo] ch'essa era divenuta
" una chiesa di nuova costruzione (1), e [narrando] quel ch'era
" accaduto a causa della camera sotterranea (*qabw*) nella quale
" si dice che sia la tomba di Davide „ (p. 680). Omettendo quel che concerne la " cupola „, cioè la cappella dello Spirito Santo, traduco qui la parte della lettera concernente la tomba (p. 680-681): " In quanto alla camera sotterranea nella quale
" si dice che sia la tomba di Davide, fu posto a verbale (2),
" a suo riguardo, ch'essa era anticamente (*qadīm*^{an}) nelle mani
" dei Cristiani; che in addietro, da circa 100 anni, era accaduto
" un grave litigio (*nizāʿ*) da parte dei Musulmani a suo riguardo,
" e che la faccenda era stata sottoposta ai sovrani passati, fra
" i quali al-Malik al-Mu'ayyad Šayḫ [regnò 814-824 eg., 1412-
" 1421 Cristo], al-Malik al-Ašraf Barsbāy (825-842 eg., 1422-
" 1438 Cr.] ed altri; che lettere ufficiali erano state scritte dal
" Governo a tale proposito; che in passato il litigio fra Mu-
" sulmani e Cristiani era andato crescendo a motivo della sud-
" detta camera sotterranea, la quale talvolta era presa dai
" Musulmani e talvolta ripigliata dai Cristiani; che la faccenda
" aveva continuato a rimaner dibattuta (*fī taḫbīṭ*) sino al tempo
" d'al-Malik aẓ-Ẓāhir Ǵaqmaq (842-857 eg., 1438-1453 Cr.), al
" quale essa fu sottoposta, dando luogo ai fatti esposti sopra
" in occasione della sua biografia, all'anno 856 (3); che da
" questa data il sepolcro di Davide era rimasto nelle mani dei
" Musulmani in virtù di un rescritto (*marsūm*) d'al-Malik aẓ-Ẓāhir
" Ǵaqmaq, e che in esso era stata costruita una *qiblah* in dire-
" zione della Kaʿbah. Nella camera sotterranea suddetta è un
" *miḥrāb* rivolto verso la aṣ-Ṣaḫrah di Gerusalemme, e vi è pure
" il dosso (*ṣuffah*) d'una tomba che si dice essere la tomba di

---

(1) Per comprender bene questo punto ed anche alcune delle cose seguenti, occorre rammentare che, secondo le norme del diritto musulmano, i Cristiani in terra d'islām possono conservare le loro antiche chiese, ma non costruirne di nuove. Il medesimo principio vale per le sinagoghe; e se ne ha un esempio nello stesso AL-ʿULAYMĪ, p. 633-636, 639-643 (fatti dell'879 eg.).

(2) Allude a verbale redatto su queste faccende dalle autorità di Gerusalemme.

(3) Allude al brano che ho tradotto qui sopra, p. 1171.

" Davide ". Aggiunge che dopo il sultano Ǵaqmaq la camera suddetta era rimasta, senza contrasto, in mano dei Musulmani; che, esaminata di nuovo la questione, risultò che i Cristiani non avevano diritto al suo possesso e ad espropriarne i Musulmani, e che pertanto, a definitivo suggello dell'occupazione maomettana, lo šayḫ al-islām, i qāḍī ed i notabili della città si erano radunati nella camera sotterranea e vi avevano letto il Corano e recitato solenni preghiere. Il giorno successivo, domenica 3 raǵab 895 eg. (23 maggio 1490), i Cristiani furono costretti a demolire la cappella dello Spirito Santo, fra le grida di giubilo della popolazione musulmana che assisteva al lavoro (p. 681-682).

I continui " si dice " (*yuqāl*) adoperati da Muǵīr ad-dīn al-ʿUlaymī parlando della tomba di Davide, sono la prova evidente che, anche dopo la sua definitiva espropriazione violenta, i Musulmani colti non erano persuasi della sua autenticità; l'usurpazione non fu se non uno dei soliti atti di prepotenza dei Musulmani, che cercavano sempre di strappare dalle mani dei Cristiani tutti i luoghi da questi venerati. Ancora circa due secoli più tardi, il pio pellegrino marocchino Abū Sālim al-ʿAyyāšī, che fu a Gerusalemme nei due primi mesi del 1074 eg. (agosto-settembre 1663 Cr.) ed enumera con compiacenza tutte le usurpazioni maomettane di santuari cristiani, scrive prudentemente (1): " All'esterno della città, presso la sua parte occidentale, è un " *mazār* (= luogo di visite pie) nel quale si dice che sia la " tomba di Davide. Esso era nelle mani dei Cristiani, dalle quali " lo liberò pure (2) lo šayḫ ʿUmar al-ʿAlamī o qualche altro " santo personaggio ". — Infine, a dimostrare vieppiù le incertezze musulmane circa la tomba di Davide anche dopo i fatti del 1490 Cr., basti ricordare i passi d'Ibn Iyās e di ʿAbd al-Ġanī an-Nābulusī riferiti qui sopra, rispettivamente a p. 1169 e 1169-1170.

*
* *

Le conclusioni che scaturiscono da quanto sono andato esponendo sono:

---

(1) AL-ʿAYYĀŠĪ, *Riḥlah*, Fez, 1316 eg. [= 1898 Cr.], II, 318, lin. 1-3.

(2) Ossia al pari della chiesa del S. Sepolcro, della quale l'autore aveva parlato prima.

1° L'attribuzione a Davide della camera sepolcrale nei sotterranei del Cenacolo, sulla collina sud-ovest di Gerusalemme (collina che abitualmente, cominciando col IV sec. d. Cr., si chiama a torto Sion), è senza dubbio errata; il palazzo ed il sepolcro di Davide (noto ancora nel I sec. d. Cr.) furono nella Sion biblica, ossia sulla collina sud-est di Gerusalemme od Ophel.

2° La leggenda della tomba di Davide nei sotterranei del Cenacolo nasce per opera di Ebrei poco dopo la metà del sec. XII, e poco a poco viene accolta anche da parecchi Cristiani.

3° I Musulmani non ebbero alcuna tradizione antica e largamente accettata circa il sito ove Davide fu sepolto; per lo più non accennano all'esistenza d'una sua tomba, e solo scrittori isolati la cercano a Betlemme, o sul Gethsemani, od in località del territorio di Aleppo (Mašḥalā, Tell al-Fār), o sulle pendici orientali del Libano (presso Qabb Ilyās).

4° La notizia dell'esistenza d'una tomba di Davide nei sotterranei del Cenacolo viene ai Musulmani di Gerusalemme soltanto in seguito ai litigi scoppiati per il suo possesso fra Ebrei e Cristiani, nella prima metà del sec. XV; essi ne approfittano per avocare a sè, con la violenza, il luogo, e così fare dispetto alla " Gente della Scrittura ".

5° Dalle stesse persone colte musulmane di Gerusalemme, nei secoli successivi al XV, l'attribuzione a Davide della camera sepolcrale sottostante al Cenacolo è accolta soltanto con dei " si dice ", vale a dire considerata come semplice leggenda locale assai dubbia e ad ogni modo priva d'importanza per il mondo dell'islām. Nè la leggenda relativa al sotterraneo del Cenacolo fa scomparire i pellegrinaggi ad altre presunte tombe di Davide nel Libano e in territorio d'Aleppo.

Les réfugiés et les ouvriers italiens en France en 1849

Nota di GEORGE BOURGIN

La France n'a pas été au même degré que l'Angleterre une terre d'élection pour les réfugiés politiques. Néanmoins, après les mouvements révolutionnaires italiens de 1821 (1), comme après ceux de 1848, elle a reçu un certain nombre de fugitifs, qui vinrent lui demander asile.

En 1849, le nombre de ceux-ci fut assez grand pour préoccuper le ministre de l'intérieur, Léon de Maleville, et celui-ci lança à ses préfets, le 15 avril 1849, une circulaire intéressante, basée sur la distinction, délicate à faire, entre les réfugiés politiques et les immigrants normaux, dont la présence pouvait gêner la main d'œuvre nationale.

Cette circulaire portait (2):

" Monsieur Le Préfet, les événements qui se sont accomplis en Italie vont amener sur notre territoire une émigration considérable: on évalue à plusieurs milliers d'hommes le nombre de ceux qui se mettent en route pour la France; d'autres leur succéderont peut-être. Dans cette situation, je crois utile de vous tracer la marche que vous aurez à suivre.

" La France a toujours pratiqué le droit d'asile dans la plus large acception. Le gouvernement de la République demeurera fidèle à des précédents qui honorent le caractère national.

" Mais nous avons des obligations à remplir à l'égard de notre population elle-même, et nous ne saurions oublier que, dans les circonstances actuelles, un grand nombre de citoyens

(1) Nous préparons une étude d'ensemble sur l'attitude du gouvernement français à l'égard des réfugiés politiques de 1821.

(2) D'après Arch. Nat., BB *18* 1477, dossier A 7311.

français, appartenant pour la plupart aux classes laborieuses, sont exposés ou soumis aux privations ou à la misère, faute de travail et de ressources.

« Votre devoir sera donc de concilier les exigences de l'humanité et de la politique, en n'accordant asile qu'aux étrangers qui sont incontestablement dans la catégorie des réfugiés politiques. Les autres n'ont aucun droit particulier à invoquer pour rester en France. Leur présence sur le territoire de la République ne ferait que diminuer les ressources et aggraver la misère des ouvriers français.

« Vous devez donc vous attacher à discerner parmi les émigrés qui vont affluer sur notre territoire, quels sont les réfugiés et les proscrits, et quels sont les étrangers qui cèdent à des appréhensions mal fondées. Les premiers seront nécessairement en fort petit nombre par suite des amnisties; dans tous les cas, ils devront être accueillis, en vertu du droit des gens auquel la France est fidèle; les autres, par suite des dures nécessités de la situation, devront être renvoyés dans leurs pays ou mis en demeure de quitter la France, à moins qu'ils ne justifient des moyens d'existence suffisants.

« La distinction à faire est entourée de moins de difficultés qu'on ne le suppose.

« Pour être considéré comme réfugié politique, il faut que l'étranger qui demande asile ne puisse pas rentrer dans son pays sans s'exposer à la vindicte des lois ou sans encourir des poursuites ou des peines judiciaires.

« Sont rangés dans cette catégorie les Italiens de toutes les contrées et les sujets Autrichiens, Allemands, Lombards, Polonais, Hongrois etc., qui auront pris les armes contre leur propre gouvernement, ou auront participé à des entreprises politiques dont le résultat serait de compromettre gravement leur sûreté personnelle.

« Quant aux Polonais, il est notoire qu'à la faveur des amnisties, la plupart d'entre eux peuvent rester dans leur pays; il est également notoire que ceux d'entre eux qui ont pris part aux événements de la guerre ne sont nullement poursuivis à raison de ce fait, et que s'ils s'expatrient, c'est sans y être sérieusement contraints par la crainte de réactions ou de sévices. La plupart des Génois eux-mêmes sont dans cette catégorie.

" La distinction sera donc aisément établie, au moins en principe.

" Dans la pratique, il y aura des solutions douteuses: beaucoup d'étrangers prendront, sans y avoir droit, la qualité de réfugiés politiques, et il sera parfois difficile de vérifier leur situation.

" Pour y parvenir, MM. les Préfets de la frontière d'Italie sont autorisés à se mettre directement en rapport avec nos Agents diplomatiques, de l'autre côté des Alpes, et avec les Autorités étrangères, et ils pourront, par ce moyen, éclairer la position de chaque étranger, lorsque des doutes raisonnables auront pu s'élever. Dans le cas où vous craindriez d'engager votre responsabilité, vous auriez à en référer au gouvernement.

" Les étrangers non réfugiés politiques devront, je le répète, être renvoyés dans leurs pays. S'ils veulent se rendre en Belgique ou en Angleterre, vous leur délivrerez des passeports gratuits, et, s'il y a lieu, des secours de route pour l'une ou l'autre de ces destinations.

" Quant aux réfugiés, il y aurait lieu de les interner conformément à la loi.

" Vous leur déclarerez nettement qu'ils ne pourront être admis aux subsides; les ressources dont le gouvernement dispose ne permettraient pas de suffire à ces dépenses.

" Les Hongrois, les Lombards, les Génois réfugiés et les autres émigrés politiques devront être invités à prendre du service dans la Légion étrangère. Le Gouvernement avisera à ce que les enrôlements puissent être reçus.

" Veuillez, je vous prie, m'accuser réception de ces instructions et transmettre à qui de droit les ordres nécessaires pour qu'elles soient ponctuellement suivies „.

Cette circulaire fut transmise le 16 avril au ministre de la Justice et président du Conseil, Odilon Barrot, qui en accusa réception à son collègue de l'Intérieur le 20 suivant.

Sensazioni muscolo-tendineo-articolari

Nota del Prof. ETTORE GALLI

SOMMARIO: Sensazioni derivate di primo grado: 1. *Sensazione di rigidità o di forza:* Quando si prova - Esempio - Componenti. — 2. *Sensazione di peso:* La poca importanza del tatto – Sensazione a braccio morto, a braccio contratto, a braccio teso – Azione dei vari elementi muscolo-tendineo-articolari. — 3. *Sensazione di resistenza:* Vari significati di resistenza – Resistenza pressiva e trattiva – Dove risiede la sensazione di resistenza. — 4. *Sensazione di sforzo muscolare:* Sua differenza da quella di rigidità o di forza – I due elementi dello sforzo: elemento muscolare ed elemento aggiunto – La innervazione – Non è un elemento nuovo – Argomenti pro e contro – Tre categorie: *A.* Considerazioni fisiopsichiche; *B.* Prove degli amputati; *C.* Prove degli anestetizzati e dei paralizzati. — 5. *Sensazione di fatica:* Sua sede – Concorso di più elementi – Elemento periferico ed elemento centrale – La prova ergografica.

Le sensazioni muscolo-tendineo-articolari derivate sono quelle che si formano per il concorso di alcune o di tutte contemporaneamente quelle che provengono dai muscoli, dai tendini, dalle articolazioni.

Sono adunque sensazioni composte, che possiamo distinguere in due gruppi: A. *Sensazioni derivate di primo grado* e B. *Sensazioni derivate di secondo grado o di movimento.* Tra le prime collochiamo le sensazioni di *rigidità* o di *forza,* di *peso,* di *resistenza,* di *sforzo,* di *fatica.* Tra le seconde le sensazioni di *movimento passivo,* di *movimento attivo,* di *posizione.*

In genere la fusione delle componenti non è così completa che non sia possibile con l'attenzione e la riflessione scoprire tutti o gran parte degli elementi componenti. Questa analisi si compie facilmente grazie alla buona localizzazione che la coscienza sa dare in genere alle sensazioni elementari tendinee, muscolari, articolari.

Sensazioni derivate di primo grado.

1. **Sensazione di rigidità e di forza.** — Questa sensazione è quella che si ha quando si contrae un arto (la mano, il braccio, la gamba, ecc.) o il corpo intero.

Allora noi proviamo una rigidità che si ripercuote come una coscienza di energia nuova nell'arto o nel corpo intero.

Essenzialmente essa è data dalla azione dei muscoli; ma a condizione che siano in opera anche i muscoli antagonisti. Provate infatti a piegare il braccio contraendo fortemente il muscolo bicipite. Sentirete la contrazione nel saliente muscolare interno; ma questa vi apparirà come insicura. Infatti le scosse continue della contrazione producono un lieve va e vieni nel braccio, causato dalla elasticità dei muscoli e tendini antagonisti in riposo. Se invece fate contrarre anche questi ultimi, allora le forze antagoniste si controbilanceranno, il senso di debolezza di una parte del braccio scomparirà, e una potenza unica sembrerà investire tutto l'arto in contrazione.

Ma a dare la sensazione complessa di rigidità si aggiunge all'azione muscolare quella tendinea, la quale è tanto più accentuata, quanto maggiore è la contrazione muscolare. Essa, se si fa attenzione, si avverte in uno speciale stiramento verso le giunture, all'omero, al cubito, al carpo, ecc.

È poi evidente che c'entra anche la sensazione di contatto e pressione delle articolazioni fra loro, e dei legamenti relativi. Infatti il senso di rigidità dell'arto con ripercussione solidale dall'una all'altra estremità è appunto la conseguenza di questa trazione sostenuta da parti inflessibili come le ossa.

Nè va trascurato il contributo della pelle, la quale, con le piegature, le distensioni, i rilassamenti che subisce, viene talora interessata in modo altissimo. L'azione della pelle è strettamente collegata con lo stato di distribuzione del sangue alla periferia. È noto che quando i tessuti periferici sono poco irrigati di sangue per contrazione vasale o per altro, la sensazione di forza nel braccio, e specie nel pugno, è di molto diminuita. Pare che tra le parti manchi qualche cosa; le ossa del metacarpo sembrano slegate, il braccio manca di solidale consistenza. Se

invece c'è abbondante circolazione capillare, allora nel braccio si prova un senso di pienezza; la gonfiezza periferica si ripercuote nell'interno, il pugno sembra tutto d'un pezzo, il braccio viene avvertito in tutte le parti, specialmente negli strati esteriori. Ciò si ottiene per l'aggiunta e l'intensificazione di due nuove sensazioni: la pressione che, per il sangue diffuso, le fibre muscolari esercitano maggiormente le une su le altre, probabilmente a mezzo dei corpuscoli paciniani che esse contengono; e la compressione in direzione centrifuga esercitata dal sangue sulla pelle.

2. **Sensazione di peso.** — La sensazione di peso è una delle più interessanti nella vita di relazione. Essa costituisce anche la base principale — non l'unica — dell'apprezzamento dei pesi.

Nella sensazione di peso sono in gioco le varie terminazioni nervose.

La pelle vi è certamente interessata, ma non in modo necessario. Per sapere se le terminazioni cutanee abbiano una funzione diretta e sufficente a rilevare i pesi, occorrerebbe sopprimere completamente la sensibilità muscolare e articolare, lasciando intatta la sensibilità della pelle. Ma questo finora non s'è potuto ottenere. Possibile invece è sopprimere la sensibilità cutanea, mantenendo le altre.

Da esperimenti del Goldscheider risulta che tanto per pesi grandi quanto per piccoli la soppressione della sensibilità tattile non impedisce il giusto apprezzamento. Ciò però non assicura che la pelle non vi rechi il suo contributo. Così per pesi piccoli è molto probabile che il tatto ci entri per buona parte.

Il Weber ha dimostrato che i pesi si distinguono meglio se si sollevano, cioè se si fa intervenire direttamente l'azione muscolo-tendineo-articolare; ma è anche vero che noi sappiamo giudicare con discreta approssimazione i pesi, se anche sono soltanto posati, ad es., sulla mano appoggiata.

Si deve dunque concludere che nella sensazione di peso sollevato, la pelle vi reca il suo contributo, ma non in modo necessario; e nel caso di pesi posati, specie se sono piccoli, la pelle vi deve avere parte maggiore e forse preponderante.

Quali altri organi vi sono impegnati? Si deve distinguere

se si regge il peso a braccio morto, o a braccio contratto, o a braccio sollevato orizzontalmente.

Nel primo caso — se si regge, ad es., un peso di chilogr. 2 — si prova stiramento alle dita, ai tendini del polso e più specialmente ai tendini della giuntura del braccio, nell'articolazione del gomito, nella giuntura dell'omero.

Questo ci dice che il complesso sensitivo proviene dai legamenti articolari, dai tendini che, con l'allontanamento delle articolazioni, vengono stirati, e, se le dita son contratte, dai tendini e dai muscoli loro. Però quando il peso venga applicato alla mano senza il concorso contrattivo delle dita, allora si nota che la localizzazione del peso viene fatta specialmente alle giunture. Certamente neppure i muscoli vi sono estranei (così, se voi tastate, ad es., il bicipite, sentite che esso pure sopporta la trazione); ma il contributo loro deve attenersi forse soltanto alle terminazioni paciniane, e non ai fusi muscolari, giacchè questi non possono esser stimolati se non con l'accorciamento del muscolo, cioè con la sua contrazione.

Nel caso che il peso sia sorretto dal braccio semipiegato, come avviene quasi sempre, allora entrano in azione anche i muscoli, ad es., il bicipite. La introspezione ci fa localizzare lo sforzo alle giunture del carpo, al gomito, al bicipite e all'omero.

Le sensazioni allora provengono — se il peso è applicato alla mano — dallo stiramento dei legamenti al polso e all'omero, dai tendini e dalle fibre muscolari del bicipite, dai legamenti del cubito e per di più dalla compressione e rotazione delle superfici articolari di questa giuntura.

Se il peso è sollevato dal braccio orizzontale, è evidente che cresce l'azione dei muscoli e dei tendini, quella delle superfici articolari, e scema quella dei legamenti.

L'osservazione interna ci dice che lo sforzo maggiore è sostenuto dall'omero e poi dal gomito, e dal polso. Infatti devono agire i legamenti dell'omero e i tendini e i muscoli della spalla, i tendini del braccio che han la funzione di mantenerlo rigido, i tendini del polso e sopra tutto le superfici articolari, che vengono compresse le une contro le altre per ottenere il sistema rigido necessario al sollevamento.

In questo caso adunque maggior contributo di muscoli e di superfici articolari.

In genere si può dire che, nella sensazione complessiva di peso, l'impiego maggiore è dato dalle giunture, dai legamenti e dai tendini circostanti, in misura minore dai muscoli.

Non dobbiamo poi confondere questa sensazione di peso con quella di valutazione di essi, che è operazione più complessa, nella quale entrano elementi mentali riprodotti, esperienze passate e un lavoro di centri superiori, che esulano, a parer nostro, dalla presente sensazione (1).

3. **Sensazione di resistenza.** — La sensazione di resistenza implica due sensazioni, quella di forza e quella di pressione. Occorre non soltanto la pressione passiva, subìta per parte di un ostacolo, ma la erogata azione opposta. Onde essa riposa sia sulla sensazione articolare che dànno le estremità ossee le une premute contro le altre, sia su quella di contrazione e tensione, data dai muscoli e tendini attivi. Erogazione non vittoriosa di energia, sensazione di forza o contrasto o dell'impedimento che non le assegni un termine (2).

Di qui è essenzialmente nata la nozione comune di resistenza. Poi essa fu applicata a vari altri casi, più complessi o meno complessi. Così si dice resistenza quella che provano i piedi quando siamo ritti, i glutei quando sediamo, le braccia quando le appoggiamo.

In questo caso la nozione è troppo semplice, perchè trascura completamente o quasi la sensazione di forza, la sensazione muscolare. Così per estensione di termine noi diciamo di sentire la resistenza della tavola. Effettivamente, se togliamo le

---

(1) Cfr. Fullerton and Cattel, *On the perception of small differences*, 1892. — G. S. Müller und F. Schumann, *Die physische Grundlage der Vergleichung gehobener Gewichte*, "Archiv für die gesammte Physiologie „, 1889. — Zaccaria Treves, *Sopra gli elementi di giudizio per il confronto dei pesi per mezzo del loro sollevamento*, "Archivio di Fisiologia „, Firenze, 1906, III, p. 354-368.

(2) Herbert Spencer, *Principes de psychologie*, tr. fr. Th. Ribot e A. Espinas, Paris, Alcan, 1898, t. II, p. 246 e seg., pensa che nella nozione di resistenza entrino le sensazioni di tatto, di pressione e di tensione muscolare, e che di queste la essenziale è la tensione muscolare. Va ricordato che per sensazione di pressione lo Spencer intende quelle di pressione cutanea. Come si vede, egli non considera le sensazioni articolari.

sensazioni di contatto e pressione cutanea, sentiamo la pressione che la massa dell'arto esercita su le sue parti, specie su le inferiori appoggiate.

Un accenno speciale merita la sensazione di resistenza che proviamo nei piedi quando siamo in istazione eretta. Generalmente non si chiama senso di resistenza. Essa, in posizione perfetta verticale, implica essenzialmente le sensazioni di contatto e pressione delle superfici articolari di tutte le ossa che sopportano il peso del corpo, e specialmente di quelle delle gambe (proiettate sulla punta dei piedi) che lo reggono intero.

Ma insieme vi concorrono quelle dei legamenti e dei muscoli che servono a tenere in sesto le ossa. Basti pensare quanto muti la sensazione allorchè per stanchezza muscolare non possiamo tenere diritta la schiena o le gambe.

Quanto all'elemento attivo, esso è dato appunto dal lavoro di questi muscoli.

Si può chiedersi se questa sensazione differisca, e in che differisca, da quella di equilibrio dei muscoli tesi (1). La differenza c'è. In quest'ultima infatti:

1. La sensazione di pressione articolare è sempre debole, e relativa quasi interamente alla quantità di forza contrattiva dei muscoli. Si pensi al braccio teso, e, per minore complicazione, in posizione verticale normale.

2. Manca la proiezione terminale della pressione, e quella di contatto cutaneo esteriore, le quali invece son caratteristiche nella stazione eretta e in genere nelle sensazioni di resistenza.

Di resistenza vera e propria si possono distinguere due specie: la resistenza pressiva e la resistenza trattiva. La resistenza pressiva è prevalentemente caratterizzata dalle sensazioni di pressione delle superficie articolari tra loro. È quella che proviamo quando, ad es., con la braccia tese vogliamo spingere in là il tavolo. La trattiva presenta prevalentemente delle sensazioni di tensione muscolare-tendinea: si pensi a ciò che avviene quando ci sforziamo ad aprire una porta che non cede, un cassetto che non si apre.

(1) V. Henri, *Revue générale sur le sens musculaire*, in Binet, "Année psychologique „ (A. V.), 1899, p. 446.

Tuttavia le due sensazioni hanno in comune il lato fondamentale delle sensazioni di pressione articolare. Quando spingiamo, ed es., la parete con le due braccia si determina il contrasto di tutte le superfici articolari nel braccio, nella schiena, nelle gambe; la contrazione muscolo-tendinea è limitata a tener in sesto il complesso osseo, e ad aumentare la spinta solidale tra i piedi e la parete, nel tentativo di accorciare l'arco del corpo. Quando tiriamo, il braccio solo e la parte superiore del corpo sono in trazione, ma le parti inferiori (gambe, bacino, ecc.) subiscono pressione articolare; ed anzi, proprio da questo fatto, è indotta la coscienza ad assegnare la trazione tra le resistenze.

Onde la differenza tra la resistenza trattiva e la pressiva è solo di quantità.

Concludendo, diremo che, facendo astrazione dall'energia muscolare attiva che vi è implicita, la sensazione di resistenza si fonda essenzialmente su le sensazioni delle superfici articolari, proiettate all'esterno e su la relativa sensazione di contatto esteriore.

Il Goldscheider (1) ha dato la prova sperimentale che la nozione di resistenza risiede specialmente sulle superfici articolari. Immobilizzando con faradizzazione le giunture del dito appoggiato ad angolo sulla tavola, scompare la sensazione di resistenza di questa, e si prova una sensazione come se la tavola fosse divenuta molle e cedevole. Sensazione analoga ha provato varie volte chi scrive, nel piede, per insensibilizzazione alla caviglia in causa di pressione esercitata per posizione incomoda sul cordone nervoso che arriva a quell'articolazione. Allora il piede non si avverte più; appoggiandosi sulla gamba si ha l'impressione che il suolo sia diventato elastico, e si sprofondi sotto.

Fin qui la nozione diretta e meno complessa di resistenza. Ma ve n'è una più complicata, o riflessa, che implica una quantità di elementi mentali riprodotti, di apprezzamento, ecc. Ed è quella che si prova quando ci si proponga lo spostamento di

---

(1) Goldscheider, *Gesammelte Abhandlungen*. II. *Physiologie des Muskelsinnes*, Leipzig, 1898, p. 228 e seg.

un oggetto (che non cede) per cui si prevede un certo sforzo. Così delinea allora il contenuto sensorio il Claparède:

" Se noi cerchiamo di spostare un oggetto molto pesante o fisso, di spingere, per esempio, il muro di una camera, avviene:

" 1. Una sensazione di contatto e di pressione cutanea;

" 2. La rappresentazione d'un movimento da eseguire;

" 3. Sensazione di contrazione muscolare, di pressione articolare, ecc., *specialmente intensa*;

" 4. L'essenza della sensazione chinestesica che suole associarsi alle impressioni muscolari, ecc., come all'imagine mentale che la precede;

" 5. Una tensione di muscoli in attività, tensione molto più considerevole che quella che accompagna il movimento, poichè nel nostro caso *la contrazione muscolare non è accompagnata da un avvicinamento delle parti sulle quali si inseriscono le estremità dei muscoli in azione.*

" Trascuriamo la sensazione di contatto, e vedremo che ciò che caratterizza gli stati nei quali il corpo lotta contro una resistenza sono, da una parte, sensazioni muscolari e articolari d'una intensità *inusitata e non in rapporto con il movimento eseguito*; d'altra parte, una tensione muscolare d'una intensità *inusitata e non in rapporto* con la contrazione effettuata.

" La nozione di resistenza riposa adunque su un *disaccordo*, un difetto di parallelismo, una disarmonia nelle associazioni abituali, uno *choc* nella coscienza, su qualche cosa di inatteso, d'inusitato, di sproporzionato, di insolito „ (1).

Come bene si vede, in questo caso la sensazione di resistenza implica una rappresentazione mentale, un lavoro rappresentativo intellettuale, che diventa quasi predominante sul complesso delle sensazioni muscolo-tendineo-articolari.

4. **Sensazione di sforzo muscolare.** — La sensazione di sforzo muscolare si diversifica da quella di forza o di rigidità. La coscienza lo dice chiaramente. Questa è erogazione in seguito ad eccitazione normale, per un meccanismo regolare, in ragione

---

(1) Edouard Claparède, *Du sens musculaire, à propos de quelques cas d'hémiataxie posthémiplégique*, Genève, 1897, p. 50-51.

di stimoli proporzionali alle disponibilità dell'organismo e delle circostanze comuni della vita.

Lo sforzo invece è sensazione di un di più di forza o di contrazione, provocato da una situazione extranormale, con uno stimolo che procede non dall'esterno, ma dall'interno, stimolo di natura psico-mentale, e per circostanze non comuni.

Nello sforzo noi sentiamo che la coscienza nostra è direttamente interessata, che la forza procede non solo dai muscoli, ma anche da noi: la forza arriva fino ad un certo punto ed io vado al di là: faccio uno sforzo. Nello sforzo c'entra un po' il mio io.

Se dunque spingiamo un po' l'analisi, noi troviamo nello sforzo due fatti:

1. La sensazione di forza o di rigidità, che sappiamo già esser prodotta da sensazioni più semplici di natura muscolare-tendinea e articolare.

2. Un'aggiunta che si rivela come un soprappiù, a cui *è* direttamente legata la nostra coscienza. Ad un certo punto, se la sensazione di forza era in corso, noi sentiamo di concepire il pensiero di una forza maggiore, di prendere la decisione, e contemporaneamente all'estremità sentiamo accrescersi effettivamente la sensazione nei muscoli, nei tendini, nelle articolazioni.

È dunque qualche cosa di nuovo che si aggiunge alla sensazione di prima? Nell'effetto si ha un'intensificazione. Ma c'è chi pensa che l'aggiunta sia nuova e di natura differente.

Il nostro pensiero è un po' diverso. Noi crediamo che si tratti di un'aggiunta, che non è assolutamente nuova, ma che tale viene percepita dalla coscienza.

Questo qualche cosa è di origine centrale, procede dal nostro pensiero, è una corrente centrifuga. Orbene, perchè si determini una sensazione muscolo-articolare qualunque, occorre che sempre dai centri parta una corrente innervatrice. Ogni contrazione implica sempre questo contributo centrifugo. Ma quando si fa lo sforzo, la corrente si intensifica, supera, se si può dir così, le disponibilità normali, deve avvenire per una messa in libertà maggiore d'energia nervosa da irrogare ai muscoli. La coscienza attesta questo di più, con il pensiero nostro, con la decisione nostra di contrarre di più.

Il Binet, dopo studi sperimentali sulla fatica, conclude che

questa dello sforzo è una specie di apparecchio nervoso che possiede il nostro organismo per cui in determinate circostanze, non bastando la erogazione comune, può mettere in libertà una forza nervosa maggiore che è capace di determinare un nuovo lavoro.

Ora questo di più di innervazione non è una corrente che, a dir così, lasci traccia del suo passaggio, tanto da potersi percepire individuatamente, in modo quasi tangibile e separato dalla sensazione terminale: quasi un fremito a direzione centripeta che si senta nelle vie efferenti. No, essa è qualche cosa d'interno, di tensivo dentro di noi, che non può localizzarsi: si connatura con il pensiero dell'*io voglio*, con la decisione che la contrazione sia cresciuta.

Ma allora — osservano alcuni — questa sensazione innervativa è una illusione; anzi è una stessa cosa con la sensazione contrattiva terminale. È solo l'intensificazione delle sensazioni muscolo-tendinee che dà la nozione di forza accresciuta e quindi di sforzo. Non c'è che la nozione a direzione centripeta: quella centrifuga non esiste.

Ed ecco la dibattuta questione della sensazione di innervazione dagli uni affermata, dagli altri negata.

Noi ne tocchiamo altrove, ammettendola come tono nervoso, quale argomento a riprova delle sensazioni nervose-centrali. Qui, non ostante che parecchi autori l'abbiano trattata facendo anche servire gli stessi argomenti per conclusioni opposte, non possiamo esimerci dal prenderla rapidamente in esame.

La sensazione di innervazione ebbe varia fortuna. Ammessa dal Bain, dal Weir-Mitchell e in parte da Giovanni Müller, dallo Helmholtz, dal Wundt, ebbe contrastata fortuna perchè la negarono il James, il Ferrier, il Munsterberg, E. G. Müller, il Goldscheider, il Pitres, ecc. Ultimamente, quando pareva che universale fosse il consenso per la non esistenza, nuovi studi e ricerche l'han rimessa in onore, e la corrente dei sostenitori pare ingrossarsi. Citiamo i nomi di Zaccaria Treves, di Luigi Luciani, e, per una certa parte, del Binet, dell'Henri, del Mach.

Gli argomenti si possono classificare in tre categorie: A. Considerazioni fisiopsichiche; B. Prove degli amputati; C. Prove degli anestetizzati.

A. *Considerazioni fisiopsichiche.* — 1. Esiste una impulsione cerebrale nervosa centrifuga per i nervi fino ai muscoli, come provano esperienze di stimolazioni della zona motrice cerebrale (1), e come provano casi patologici. Ogni volta che vogliamo compiere un movimento abbiamo notizia intima di un impulso che imprimiamo ai muscoli. È ben naturale che la coscienza sia l'espressione psichica di quel fatto fisiologico.

2. Ognuno di noi distingue tra forza, cioè tra lavoro che si compie, e impulso che esso deve dare per compiere il lavoro stesso. Tale impulso corrisponde a quella corrente nervea che deve partire dai centri per determinare il movimento. Di solito non viene avvertita, perchè subcosciente. Si fa cosciente quando il lavoro superi le condizioni abituali; poi, divenuto meccanico il lavoro, la corrente non si sente più. Si torna ad avvertire per disuetudine.

3. Se la sensazione di sforzo fosse interamente la coscienza delle sensazioni periferiche, come vogliono il James e il Ferrier, ci dovrebbe sempre essere correlazione completa tra sensazione di sforzo e grado di movimento compiuto (Wundt). Invece correlazione non c'è; e la sensazione che noi proviamo è spesso più intensa. Noi sappiamo di impiegare un impulso molto maggiore del lavoro che compiamo, cioè della contrazione muscolare. Dopo che noi abbiamo sollevato parecchie volte un peso, sentiamo di dover imprimere un impulso maggiore, di fare maggiore sforzo. Il dinamometro ci dice la cosa chiaramente. Noi crediamo di impiegare ogni volta la stessa forza, e invece otteniamo via via risultati sempre minori.

4. Se la sensazione di sforzo procedesse dalla periferia, non dovrebbero mai avvenire i due errori opposti per sollevamenti di pesi. Per ciascun peso noi dovremmo impiegare la forza proporzionale. Invece, se una bottiglia è da noi creduta piena, mentre non è, vien sollevata con gran velocità (Giovanni Müller); noi eroghiamo un impulso superiore al peso, cioè alla sensazione muscolare periferica. Viceversa, se si tratta di un corpo pesante e di piccolo volume, noi facciamo sforzo inutile: imprimiamo una corrente volitiva inferiore alle sensazioni date dalla esperienza.

---

(1) François-Frank, *Leçons sur les fonctions motrices du cerveau.*

5. Se non esistesse la corrente innervativa, e noi non ne avessimo coscienza, non sarebbe mai possibile la nostra educazione per i vari lavori da compiere; non sarebbe cioè possibile la graduazione della sua erogazione. Noi consumeremmo sempre o troppa o troppo poca energia. L'impulso che noi si suole graduare per ogni lavoro, è frutto di esperienze precedenti, registrate nella memoria. Nel salire o nello scendere una scala, un gradino più o meno alto degli altri ci fa cadere, perchè l'impulso erogato da noi abitualmente riesce superiore o inferiore al necessario (1).

6. Il Bernhardt e il Goldscheider da esperimenti di sollevamento di pesi per impulso volontario e per impulso elettrico su gli stessi muscoli, avendo rilevato nella coscienza minime differenze, conclusero per la negazione della sensazione di innervazione. Ma l'esperimento — che del resto non dà risultati precisi e sicuri — prova soltanto che per il giudizio dei pesi noi ci regoliamo piuttosto sul senso delle resistenze motrici che sul senso dello sforzo innervativo.

7. Il Ferrier (2) e poi il James (3) sostennero che se ci si mette in atteggiamento di compiere un atto, per es., di tirare il grilletto di una pistola, che non abbiamo, con l'indice piegato, si prova un senso di sforzo che è dato dall'arresto del respiro; se infatti poi respiriamo regolarmente, il senso di sforzo scompare. Onde, conclude il James, in tutti i casi la coscienza dello sforzo è condizionata dal fatto attuato della contrazione muscolare, ed è sotto la dipendenza di impressioni centripete.

Ma, osserviamo noi, è naturale che sia così (se le vie motrici sono integre), perchè si tratta sempre di un arco riflesso: la corrente impulsiva parte dal centro quando debba vincere una resistenza. Per la contrazione respiratoria e per la trazione reale del grilletto ci vuole l'impulso centrifugo nervoso; se esse fan difetto è naturale che non si provi sensazione di sforzo. Ma in altri casi di deterioramento dell'apparecchio muscolare (stan-

---

(1) Zaccaria Treves, *Sopra gli elementi di giudizio*, ecc., p. 355-363.

(2) Ferrier, *The fonctions of the Brain*, 1886.

(3) James, *The feeling of Effort*, Boston, 1880. Vedi pure la trad. fr. presso Alcan, Paris.

chezza, malattia, ecc.), si ha la sensazione di sforzo senza il movimento, e senza le sensazioni periferiche.

B. *Prove degli amputati.* — 1. L'amputato ha l'illusione di sentire l'arto perduto. L'illusione è talora tanto forte che il paziente ha la sensazione di muoverlo, di compiere degli atti, come di fletterlo, di stenderlo, chiudere, aprire la mano, ecc., e sente lo sforzo che essi costano e il disagio che lo sforzo apporta. Weir-Mitchell (1) conclude che la sensazione di sforzo nasce dal lavoro che si compie nei centri nervosi e non da impressioni periferiche.

2. Però l'Abbatucci (2) e poi il Pitres (3), anestetizzando con la elettricità o con la cocaina il moncone, modificarono o fecero scomparire i fenomeni sopra accennati. E il Pitres trae argomento per asserire che le illusioni stesse avevano origine periferica, e che non esiste senso di innervazione centrifuga.

Ma questi esperimenti, se provano che le illusioni nascono da irritazione o stimolazione delle fibre del moncone, e suscitano la rievocazione del membro stesso, non provano che manchi la erogazione dell'impulso motore e la sensazione relativa. Anche qui calza la saggia osservazione del Treves, che la mancata integrità delle vie motorie, che altrove impedisce il lavoro e qui la evocazione fantastica e il lavoro illusorio, non distrugge la sensazione di impulso volitivo che per esse dovrebbe essere immesso.

C. *Prove degli anestetizzati e dei paralizzati.* — 1. I malati di anestesia cutanea e profonda che credono di compiere dei movimenti con gli arti anestetici, accusano lo sforzo relativo mentre non riescono o riescono malamente a muovere gli arti stessi; gli anestetici che hanno la convinzione di avere eseguito un certo movimento provandone la fatica relativa, mentre l'arto era stato loro legato (4), dimostrano che manca la sensazione

---

(1) S. Weir-Mitchell, *Injuries of Nerves and their consequences*, Philadelphia, 1872, p. 344-360.

(2) Abbatucci, *Étude psychologique sur les hallucinations des amputés*, Thèse de Bordeaux, 1894.

(3) Pitres, *Étude sur les sensations illusoires des amputés*, " Annales médico-psychologiques „, 1897, p. 187-189.

(4) Gley et Marillier, in " Revue philosophique „, 1887, XXIII, p. 441-43.

periferica per la lesione dell'organo, ma non manca la sensazione centrale dell'impulso innervativo.

2. Quando uno colpito da anestesia in un arto, ad es. in un braccio, viene invitato a fare insieme un certo movimento con l'arto malato e con quello sano, ha la convinzione di compiere con ambedue lo stesso movimento avendo fatto lo stesso sforzo; mentre si trova che col primo arto ha fatto un movimento più breve (Strümpell) (1). Questo caso proverebbe, secondo alcuni, che il senso centrale manca, poichè le innervazioni sono state differenti, ed il paziente ne ha avuto coscienza eguale. Ma, secondo noi, dimostra che l'impulso fu uguale, tanto che se ne ebbe coscienza eguale: l'effetto fu diverso perchè ineguali erano le condizioni di esecuzione del movimento, essendo deteriorate le vie conduttrici di un membro.

Il Ferrier (2) e il James (3) osservano che il malato di anestesia crede di far lo sforzo con l'arto anestetizzato che cerca invano di muovere, mentre nella realtà compie movimenti anche impercettibili dell'arto omologo sano. Il senso di sforzo è anche qui periferico, e per illusione vien trasferito dal membro sano a quello malato.

Ma si risponde: *a)* che vi è sempre sproporzione tra i movimenti realmente compiuti e lo sforzo risentito; *b)* che l'impulsione può ben deviare — come nei casi normali — in parte per altre vie, se essa sia intensa, ma non prova che questa deviazione costituisca tutto il fenomeno attestato dalla coscienza.

Concludiamo adunque che la sensazione di sforzo muscolare si contraddistingue per due elementi sensori: l'uno che è dato dalle terminazioni periferiche e l'altro che proviene dal lavorio nervoso centrale.

---

(1) Strümpell, *Beobachtungen über ausgebreitete Anästhesien und deren Folgen für die willkürliche Bewegung und des Bewusstsein*, "Archiv für klin. Med. „, 1878, XXII (Vedi Henri, *Revue générale*, etc., p. 552).

(2) Ferrier, *Functions of the Brain*, p. 383-393.

(3) W. James, *The feeling*, etc. Vedi pure James, *Principii di psicologia*, vers. it. G. C. Ferreri, 3ª ediz. Milano, 1909, p. 846.

5. **Sensazione di fatica.** — La sensazione di fatica muscolare è tra le più singolari. Ognuno la conosce assai bene. Essa nasce per il ripetersi delle contrazioni dei muscoli. La coscienza ce la segnala con varie sensazioni elementari che possono approssimativamente palesarsi come pesantezza sorda, indolenzimento, indurimento, rigidità, difficoltà di movimenti, gravezza, ecc.

La localizzazione si fa in modo un po' impreciso: non si può dire se la stanchezza sia del muscolo o del tendine o della articolazione; però si può designare abbastanza chiaramente la regione, l'arto da cui il lavoro fu compiuto.

Quale è lo stimolo? Secondo il Mosso, è una intossicazione prodotta da un veleno nato dalla disassimilazione della sostanza vivente in seguito a lavoro compiuto.

Le terminazioni nervose che subiscono l'azione tossica sono fondamentalmente quelle muscolari. Ma il Woodworth crede che le sensazioni di fatica provengano in parte anche dalla regione delle giunture e dei tendini, a cui si fa compiere lo sforzo. " Dopo esperienze ergografiche prolungate, egli scrive, nelle quali il movimento è effettuato dall'indice, io ho trovato che la sensibilità risiede in parte nel dito tra le giunture, apparentemente nei tendini che attraversano il dito „ (1).

In verità la sensazione di fatica risulta dal concorso di due elementi: uno periferico, e uno centrale. Quello periferico si rivela nella gamma di sensazioni sopra accennate, che si proverebbero nella parte che ha lavorato. Quella centrale invece appare diffusa in tutta la persona, in tutta la coscienza, come abbattimento, senso di malessere, bisogno di riposo, inerzia psichica, senso di ripugnanza, di *gêne,* ecc.

A prova che esiste non solo una sensazione periferica, ma anche una centrale della fatica, sta il fatto che in casi patologici questa può essere separata o soppressa. " In certe malattie nervose si osserva sia un sentimento di fatica di origine centrale, senza che i muscoli siano stati contratti, sia una assenza di sensazione di fatica: così p. es. Frenken (*Neurologisches Centralblatt,* 1893, pp. 433-436) ha osservato un tabetico che

(1) A. S. Woodworth, *Le mouvement,* Paris, 1903, p. 25.

poteva tenere il braccio disteso orizzontalmente per venticinque minuti senza provare fatica di muscoli „ (1).

I due elementi della fatica corrispondono al concorso di due diverse parti nel lavoro muscolare, quello dei muscoli e degli altri organi terminali, e quello dei centri nervosi, donde parte l'impulso al lavoro stesso. Sperimentalmente fu potuto mettere in rilievo l'uno e l'altro elemento per mezzo dell'ergografo del Mosso. Il grafico che si ottiene per mezzo dell'ergografo è composto di tante linee rappresentanti i sollevamenti, le cui sommità descrivono una curva. Ora, il Mosso e più chiaramente più tardi Hoch e Kraepelin dimostrarono che il diminuire del numero dei sollevamenti esprime la fatica centrale, il diminuire delle altezze di sollevamento rivela la fatica periferica. Noi ne discorriamo altrove (2).

L'argomento cui noi qui accenniamo di sfuggita, richiederebbe una ben lunga trattazione. Dopo gli studi magistrali del Mosso e la sua invenzione dell'ergografo, che permise lo studio di questi fenomeni, la trattazione della fatica ricevette un aiuto poderoso, e sorsero cultori dell'argomento in tutto il mondo. Rimandiamo appunto ai lavori del Mosso stesso (3) e poi, tra gli altri, a quelli del Binet (4), del Féré (5), del Patrizi (6), del Treves (7), della Ioteyko (8), ecc.

---

(1) V. Henri, *Revue générale sur le sens musculaire*, etc., p. 422.

(2) Ettore Galli, *Psicologia delle sensazioni organiche*, Milano, Soc. ed. " Unitas „, 1919, cap. XVI.

(3) A. Mosso, *La fatica*, Milano, 1891. *L'uomo sulle Alpi*, Milano.

(4) A. Binet e V. Henri, *La fatigue intellectuelle*, Paris, Reinvald, 1898.

(5) Ch. Féré, *Sensation et mouvement*, Paris, 1900. *Travail et plaisir*, Paris.

(6) L. M. Patrizi, *L'oratore*, ecc.

(7) Zaccaria Treves, *Fisiologia del lavoro*, Milano, 1908.

(8) Joséfa Ioteyko, *Fatigue*, in Richet, *Dictionnaire de physiologie*, vol. IV. Vedi inoltre la numerosa bibliografia riportata dalla Ioteyko.

Scorci tacitiani

Nota del Socio nazionale residente LUIGI VALMAGGI

Nel recente volume su *Les procédés d'art de Tacite dans les Histoires* (Parigi, Hachette), in quelle pagine che son dedicate, lucidissime tra le lucide, a trattare dello stile, Edmondo Courbaud ha messo in evidenza come non si potrebbe meglio (p. 269) la non rara predilezione di Tacito per il passaggio da un caso o fatto particolare a un enunciato generale. Esempio: *Crebriores apud ipsum (Vespasianum) sermones (erant), quanto sperantibus plura dicuntur* (H. II, 78), dove " la généralisation se trahit ", trascriviamo testualmente, " par l'emploi du pluriel *sperantibus* et du présent *dicuntur* ". Altre volte manca addirittura ogni segno apparente di transizione. Sennonché non è questo il solo aspetto che assume in Tacito il frequente scambio tra particolare e generale. Mi sia lecito illustrare qui brevemente la tendenza opposta, per cui, prese le mosse dal generale, la frase mette capo repentinamente e inaspettatamente al caso o fatto particolare. Procedimento tanto peculiare allo stile di Tacito, che ne compaiono esempi fin dall'Agricola. E basteranno questi.

Cap. 25 (siamo alla sesta campagna di Britannia): *Ad manus et arma conversi Caledoniam incolentes populi magno paratu, maiore fama, uti mos est de ignotis, oppugnare ultro castella adorti metum ut provocantes addiderant; regrediendumque citra Bodotriam et excedendum potius quam pellerentur ignavi specie prudentium admonebant; cum interim cognoscit hostes pluribus agminibus inrupturos, ac ne superante numero et peritia locorum circumiretur, diviso et ipse in tres partes exercitu incessit.* L'intero passo, come è facile vedere, comprende due parti nettamente distinte. Nella prima parte trovano luogo gli avvenimenti piú generali: inizio dell'offensiva caledone e consiglio o consigli di guerra romani; il tutto esposto in quella forma confusa ed

oscura di cui Tacito suole fare sfoggio ogni volta che descrive operazioni militari. La seconda parte (*cum interim cognoscit*, ecc.), con non minor disdegno di precisione, ci trasporta invece d'un tratto, e senza che sia espressa alcuna idea intermedia, al particolare episodio che ha per conclusione la vittoria presso il campo della legione nona. Similmente, e anche piú arditamente, in quest'altro luogo del cap. 18: si parla della spedizione contro gli Ordovici: *Agricola, quamquam transvecta aestas, sparsi per provinciam numeri, praesumpta apud militem illius anni quies, tarda et contraria bellum inchoaturo, et plerisque custodiri suspecta potius videbatur, ire obviam discrimini statuit; contractisque legionum vexillis et modica auxiliorum manu, quia in aequum degredi Ordovices non audebant, ipse ante agmen, quo ceteris par animus simili periculo esset, erexit aciem.* Dalle premesse generali (dubbî circa l'oppurtunità dell'impresa, decisione di Agricola, radunata del corpo di spedizione), il periodo trapassa di botto nel bel mezzo dell'azione tattica, anzi nel bel mezzo di un minimo particolare dell'azione (*ipse ante agmen... erexit aciem*), tacendo affatto di quanto necessariamente precede, sopprimendo le piú essenziali indicazioni di tempo e di luogo, lasciando che il lettore appena intravveda o indovini a traverso quel magro *quia in aequum degredi Ordovices non audebant,* che viene improvvisamente a turbare il corso naturale del racconto. Quintessenza di concisione; ma l'arte di Tacito è cosí fatta.

E non soltanto nelle narrazioni di guerra. Esempio cospicuo dell'identico procedimento ci è offerto nelle stesse prime battute del prologo. Riportiamo l'ossatura, che è quella che importa al nostro proposito. *Clarorum virorum facta moresque posteris tradere, antiquitus usitatum, ne nostris quidem temporibus . . . aetas omisit . . . Sed apud priores . . . celeberrimus quisque ingenio ad prodendam virtutis memoriam . . . ducebatur. Ac plerique suam ipsi vitam narrare fiduciam potius morum . . . arbitrati sunt . . . At nunc narraturo mihi vitam defuncti hominis venia opus fuit, quam non petissem incusaturus. Tam saeva . . . tempora.* L'esordio s'imposta sul contrasto tra l'età antica (*antiquitus*) e l'età nuova (*nostris temporibus aetas*), tra i costumi della repubblica e quelli dell'impero: vecchio tema caro ai retori, anche di altri tempi. E prosegue col medesimo tono nel periodo successivo: *apud priores* designa ancora l'età repubblicana, e ad essa nella mente dello

scrittore si contrappone sempre l'impero. Quand'ecco che con l'avversativa *At nunc narraturo mihi vitam defuncti hominis* ecc., il pensiero si arresta e si restringe di sorpresa al solo Domiziano, ai *saeva tempora* in cui non era lecito tessere lodi, non che dei vivi, neppure dei morti. Perciò l'implicito termine di paragone non è piú la repubblica, ma sí il regno degli imperatori che non avevano lasciato cadere in oblio l'antica usanza di tramandare ai posteri *clarorum virorum facta moresque*. Sostituzione che passò inosservata anche ad interpreti tra i piú accurati, concorrendo ad allontanare sempre piú dalla retta intelligenza del passo, già poco chiaro per altre ragioni, come è dimostrato in *Rivista di filologia classica*, XLVI, 216 sgg. Senza dire di chi addirittura ritenne, non badando alla contradizione, che *saeva tempora* sieno i tempi stessi in cui l'autore scriveva, né piú né meno che il *beatissimum saeculum* di Nerva e Traiano.

*
* *

Talora la sostituzione si complica o si confonde con altra forma d'imprecisione tra le piú comuni in Tacito, cioè con il cambiamento di soggetto (cfr. *Rivista* predetta, XXXVI, 379 sgg.), o per dir piú esattamente con quel caso affatto speciale di cambiamento che ha luogo quando rimanendo in apparenza invariato il soggetto si muta soltanto la sua particolare significazione. E anche questo è caso di cui troviamo frequenti esempî a cominciare dallo stesso Agricola. Qualche volta v'ha puro e semplice scambio, come nel noto passo della chiusa: *Agricola posteritati narratus et traditus superstes erit*, che si traduce: " le gesta di Agricola passeranno alla storia, e il nome di lui vivrà immortale „ (1). Dove il medesimo soggetto *Agricola*, con funzione pregnante, come dicono i grammatici, viene assunto successivamente in due accezioni diverse. Ma non di rado il mutamento si risolve in vera e propria restrizione. Cosí in questo esempio, ancora dell'Agricola, capo settimo: *Nam classis Othoniana licenter vaga, dum Intimilium ... hostiliter populatur, matrem Agricolae in praediis suis interfecit, praediaque ipsa et ma-*

(1) V. *Riv. di filol. class.*, XLVI, 225.

gnam patrimonii partem diripuit. Osservano che *classis* sta per *classiarii*; ma l'osservazione calza soltanto in parte. La verità è che il soggetto ha " portata „ diversa, passando dal senso proprio nel primo inciso (*licenter vaga*) ad altri sensi piú ristretti, e variamente ristretti, nei tre incisi seguenti (*populatur ... interfecit ... diripuit*). Un soggetto che si allunga e si accorcia secondo il bisogno, a cannocchiale, se mi si passa il paragone, o " à tiroirs „.

Per questa medesima via si può dare facilmente spiegazione di altri luoghi oscuri. Valga ad esempio, tra i piú spinosi, *perdomita Britannia et statim missa* di Hist. I, 2. Facciam grazia delle molteplici ipotesi e congetture, di cui son pieni i commenti: per intendere il passo sarà sufficiente ricordare gli avvenimenti ai quali si allude. Con le sue imprese in Caledonia Agricola s'era acquistata fama di aver condotto a termine l'assoggettamento della Britannia; e questo è il senso di *perdomita Britannia*: cfr. Agr. 10 *tum primum* (a tempo e per opera di Agricola) *perdomita est.* Sennonché la conquista della Caledonia fu di breve durata, o per dir piú esattamente non fu che un simulacro di conquista. Dopo la battaglia del monte Graupio Agricola non solo stimò opportuno sospendere l'avanzata, ma ripassato l'antico confine si ritrasse con le truppe nei quartieri d'inverno, mandando la flotta ad esplorare le coste. La flotta esplorò, terrorizzò le popolazioni, toccò l'estremità settentrionale della regione; quindi prese a sua volta la via del ritorno. Poi Agricola fu richiamato e alla Caledonia si rinunziò senz'altro: *Caledonia statim missa* (= *amissa*). Il nuovo soggetto *Caledonia* deriva per restrizione dal precedente piú esteso soggetto *Britannia*; e tutto è chiaro. Al piú si potrà aggiungere che da questo esempio appare evidente come in sostanza la variazione del soggetto si risolva anch'essa in soppressione di idee intermedie, dacché l'intero contesto suonerebbe a un dipresso: ' L'occupazione della Britannia fu compiuta con la conquista della Caledonia; ma la conquista della Caledonia non si poté mantenere, e perciò la Britannia tornò a trovarsi in condizioni precarie e minacciose '.

Sul sistema di accentuazione delle parole greche in latino

Nota della Dott.ª ANNA TERESA MESTURINI

Perché si accentua *Táranto* (*Τάραντα*) ma *talénto* (*τάλαντον*), perché *Albénga* (*Ἀλβίγγαυνον*; per l'ortografia v. Forbiger, *Handb. der alten Geogr.* III², 395 e Valmaggi a Tacito, *Hist.* II, 15, 10) ma *Egítto* (*Αἴγυπτος*), perché *astrología*, *filología*, *filosofía* (*ἀστρολογία*, *φιλολογία*, *φιλοσοφία*) ma *stória*, *commédia*, *tragédia* (*ἱστορία*, *κωμῳδία*, *τραγῳδία*), ecc.? Ciò è dire perché alcune volte l'accento della parola italiana rispecchia il sistema di accentuazione greco, e altre volte invece il sistema di accentuazione latino? Alla domanda fu già data risposta (1), osservando che i due sistemi di accentuazione coesistettero nello stesso latino, con prevalenza dell'uno o dell'altro, secondo che si tratta di vocaboli introdotti nel periodo grecizzante, ovvero nel periodo arcaico o arcaicizzante. L'incoerenza dell'accento nelle parole italiane non è se non retaggio o continuazione dell'incoerenza già determinatasi nell'uso latino; essa non è se non il reagente che mette a nudo lo stato dell'accento piú antico. E poiché per determinare la data d'introduzione dei vocaboli stranieri nella lingua latina non abbiamo altro indizio che la testimonianza, sia pure incompiuta e imperfetta, dei testi superstiti, se l'osservazione del Valmaggi è esatta ne segue che i vocaboli accentati alla greca dovranno essere quelli attestati per la prima volta da scrittori appartenenti al periodo in cui predomina la scuola nuova o grecizzante (in grosso dall'età di Cicerone a tutto il primo secolo dell'impero), e inversamente i vocaboli accentati alla latina quelli attestati per la prima volta

(1) Valmaggi, *L'accento delle parole greche in latino*, " Rivista di filol. class. „, XXXVIII, 63 sgg.

da scrittori dell'età arcaica o dell'età arcaicizzante. Ora questo è precisamente quanto risulta, con precisione oso dire matematica, dall'esame del materiale completo, di cui espongo qui i risultati, avvertendo che ho tenuto naturalmente per guida il *Tensaurus* del SAALFELD, completato con le poche voci, specie nomi proprî, in esso mancanti. Per ogni articolo accanto al vocabolo cito lo scrittore che primo ne dà esempio, e registro la corrispondente forma italiana, notando se l'accento sia alla greca o alla latina. Seguo l'ordine alfabetico, e divido i vocaboli di ciascuna lettera in tre serie, per indicare l'età (1° arcaica, 2° moderna o grecizzante, 3° arcaicizzante) in cui è attestata la loro introduzione nella lingua latina. Tralascio naturalmente le voci dove non v'è differenza tra l'accento greco e l'accento latino (ad es. *scapha σκάφη*, *sceptrum σκῆπτρον*, ecc.). Tralascio pure le voci dotte e i nomi proprî di uso poco comune (ad es. *Admetus Ἄδμητος*, *Lisimachia Λυσιμάχεια* e sim.); tralascio similmente la serie delle voci ossitone (ad es. *Ἀσκληπιός*, *Ἀττική Ἀττικός*, *βαρβαρικός*, *βασιλική* ecc.) che il latino non poteva accentuare altrimenti che alla latina: solo in qualche caso il latino tentò di avvicinarsi al greco spostando l'accento sulla penultima (cfr. *Atreus* e QUINT. I, 5, 24); ma in casi simili il continuatore italiano non dà alcun indizio, perché è solitamente ancipite.

Un'ultima avvertenza. Io non entro qui nella spinosa questione della natura dell'accento latino, se fosse o no la stessa che quella dell'accento greco (1). La mia indagine trae la ragion d'essere esclusivamente dalla differenza che passa tra le leggi di accentuazione proprie del greco e del latino, o, per parlare più esattamente, dalla differenza che passa tra il trattamento che in regime di trisillabismo vien fatto all'accento greco, vincolato dall'ultima sillaba essendo la penultima indifferente, e quello che nello stesso regime viene fatto all'accento latino, vincolato dalla penultima sillaba essendo l'ultima indifferente.

---

(1) Tra coloro che più recentemente ne hanno trattato sono da segnalare in principal modo il MEILLET, *La place de l'accent en latin*, " Mém. Soc. Ling.„, XX, 165 sgg. e LENCHANTIN, *Studi sull'accento greco e latino*, negli " Atti „ di questa Accademia, LIV, 459 sgg.

Che se il reagente italiano rispecchia indubbiamente un accento d'intensità, questo può avvenire sia perché l'accento latino fosse tale già nel periodo piú antico, sia perché l'accento primitivamente tonico, come altri crede, si è poi trasformato in un accento d'intensità.

A. — 1° Vocaboli greci attestati per l'introduzione in latino nell'età *arcaica*.

Acheruns, untis Ἀχέρων, Ἀχέροντος Acherónte lat. Ennio.
Aegyptus, i Αἴγυπτος Egítto lat. Plauto.
āër, aëris ἀήρ, έρος áere lat. Ennio.
aether, ĕris αἰθήρ, έρος étere lat. Pacuvio.
Aethiopĭa, ae Αἰθιοπία Etiópia lat. Terenzio.
Alexander Ἀλέξανδρος Alessándro lat. Ennio.
Asĭa, ae Ἀσία Ásia lat. Plauto.
astrolŏgus, i ἀστρολόγος astrólogo lat. Ennio.

2° Vocaboli greci attestati per l'introduzione in latino nell'età *moderna*.

Academīa (1), *ae* Ἀκαδήμεια Accadémia grec. Cicerone.
aetiologia, ae αἰτιολογία etiología grec. Seneca.
Album ingaunum, Albingaunum Ἀλβίγγαυνον Albénga grec. Varrone.
allegorĭa ἀλληγορία allegoría grec. Quintiliano.
Alexandrīa (*ēa*), *ae* Ἀλεξάνδρεια Alessándria grec. Cicerone.
analogĭa ἀναλογία analogía grec. Varrone.
anomalia, ae ἀνωμαλία anomalía grec. Varrone.
antinomĭa, ae ἀντινομία antinomía grec. Quintiliano.
Antiochīa (*ēa*) Ἀντιόχεια Antióchia grec. Cicerone.
astrologĭa, ae ἀστρολογία astrología grec. Cicerone.
astronomia, ae ἀστρονομία astronomía grec. Seneca.

---

(1) L'*i* della penult. sill. è lunga nei poeti antichi, breve nei più recenti a cominciare da Claudiano.

3° Vocaboli greci attestati per l'introduzione in latino nell'età *arcaicizzante*.

abyssus ἄβυσσος abísso lat. Tertulliano.
alphabētum, i ἀλφάβητος alfabéto lat. Tertulliano.
anacolūthon, i ἀνακόλουθον anacolúto lat. Servio.
analphabētus, a, um ἀναλφάβητος analfabéta lat. Fulgenzio.
apathīa ἀπάθεια apatía lat. Gellio.
apostăta, ae ἀποστάτης apóstata lat. Tertulliano.
apotheōsis, is ἀποθέωσις apoteósi lat. Tertulliano.
arōma, ătis ἄρωμα aróma lat. Prudenzio.
astronŏmus, i ἀστρονόμος astrónomo lat. Firmico.
axiōma ἀξίωμα assióma lat. Gellio.

B. — 1° Età arcaica.

Bacchis, ĭdis βακχίς, ίδος Bácchide lat. Plauto.
balaena φάλαινα faléna lat. Plauto.
bracchĭum βραχίων, ονος bráccio lat. Plauto.

2° Età moderna.

Batrachomyomachĭa Βατραχομυομαχία Batracomiomachía grec. Marziale.
bombyx, ȳcis βόμβυξ, υκος bómbice grec. Properzio.

C. — 1° Età arcaica.

camĕra, ae καμάρα cámera lat. Lucilio.
Capŭa, ae Καπύη Cápua lat. Catone.
Carĭa, ae Καρία Cária lat. Terenzio.
casĭa, ae κασία cássia lat. Plauto.
chlamys, ȳdis χλαμύς, ύδος clámide lat. Plauto.
Cilicĭa, ae Κιλικία Cilícia lat. Plauto.

cincinnus, i κίκιννος cincínno lat. PLAUTO.
cinnamōmum, i κιννάμωμον cinnamómo lat. PLAUTO.
columbus, i κόλυμβος colómbo lat. PLAUTO.
comoedĭa, ae κωμῳδία commédia lat. PLAUTO.
Corinthus, i Κόρινθος Corínto lat. PLAUTO.
cothurnus, i κόθορνος cotúrno lat. LIVIO ANDRONICO.
crapŭla, ae κραιπάλη crápula lat. PLAUTO.
cupressus κυπάρισσος ciprésso ENNIO.
cylindrus, i κύλινδρος cilíndro lat. CATONE.

2° Età moderna.

Catĭna, ae Κατάνη Catánia grec. CICERONE.
chirurgĭa, ae χειρουργία chirurgía gr. CICERONE.
cypēros, i κύπειρος cípero grec. VARRONE.

D. — 1° Età arcaica.

draco, ōnis δράκων, οντος dragóne lat. ENNIO.

2° Età moderna.

dioecēsis διοίκησις diócesi grec. CICERONE.
Dioscūri Διόσκουροι Dióscuri grec. CICERONE.

3° Età arcaicizzante.

decas, ădis δεκάς, άδος décade lat. TERTULLIANO.
diaphragma, atis διάφραγμα diafrámma lat. CELIO AURELIANO.
diastēma, ătis διάστημα, διαστήματος diastéma lat. MARZIANO CAPELLA.
dilemma, ătis δίλημμα dilémma lat. SERVIO.
Dioscurĭdae (*es*) Διοσκουρίδαι Dioscúridi lat. CARISIO.
diphthongus, i δίφθογγος dittóngo lat. GRAMM.

E. — 1° Età arcaica.

elephantus *ἐλέφας, αντος* elefánte lat. PLAUTO.
emblēma, ătis *ἔμβλημα* embléma lat. LUCILIO.
emplastrum *ἔμπλαστρον* (*ἐμπλαστόν φάρμακον*) impiástro lat. CATONE.
ephēbus, i *ἔφηβος* efébo lat. PLAUTO.
Epidamnos, i *Ἐπίδαμνος* Epidámno lat. PLAUTO.
Euripĭdes *Εὐριπίδης* Eurípide lat. PLAUTO.

2° Età moderna.

etymologĭa, ae *ἐτυμολογία* etimología grec. VARRONE.

3° Età arcaicizzante.

eleemosŭ̆na, ae *ἐλεημοσύνη* elemósina lat. TERTULLIANO.
energī́a, ae *ἐνέργεια* energía lat. GEROLAMO.
epiphanī́a, ōrum *ἐπιφάνεια* (*τά ἱερά*) epifanía lat. AMMIANO.
erēmus, i *erĕmus, i* *ἔρημος* éremo grec. TERTULLIANO (1).

G. — 1° Età arcaica.

gangraena *γάγγραινα* cancréna lat. LUCILIO.

2° Età moderna.

geographĭa, ae *γεωγραφία* geografía grec. CICERONE.
geometrĭa, ae *γεωμετρία* geometría grec. CICERONE.

3° Età arcaicizzante.

geográphus, i *γεωγράφος* geógrafo lat. AMMIANO.

---

(1) In questa parola si trova un ritorno all'accentuazione greca. La conservazione dell'accento greco porta a modificare la quantità.

H. — 1° Età arcaica.

hilarus, a, um hilăris, e ἱλαρός ílare lat. PLAUTO.
historĭa, ae ἱστορία stória lat. PLAUTO.
hymenaeus, i ὑμέναιος imenéo lat. PLAUTO.

2° Età moderna.

harmonĭa, ae ἁρμονία armonía grec. CICERONE.
Himĕra, ae Ἱμέρα Iméra grec. LIVIO.
hydrops, ōpis ὕδρωψ, ωπος ídrope grec. ORAZIO.

3° Età arcaicizzante.

hemicranĭa ἡμικρανία emicránia lat. CEL. AUR.
holocaustum, i ὁλόκαυστον olocaústo lat. TERTULLIANO.

I. — 2° Età moderna.

idĕa, ae ἰδέα idéa grec. SENECA *Ep.*

3° Età arcaicizzante.

idiōma, ătis ἰδίωμα idióma lat. CARISIO.
idōlum (piú tardi *idŏlum*) *εἴδωλον* ídolo grec. PLIN. *Ep.* (1).
Isaurĭa, ae Ἰσαυρία Isaúria lat. AMMIANO.

L. — 1° Età arcaica.

Laco, ōnis Λάκων, ωνος Lacóne lat. CATONE.
lampas, ădis λαμπάς, άδος lámpada lat. PLAUTO.
Libŭa, e (*Libŭa*) *es, ae Λιβύη* Líbia lat. PLAUTO.

---

(1) *Eidola* leggono gli edd. in Lucilio 753 M. (edd. *et dola*), ma probabilmente è da restituire la forma greca; cfr. Cicerone *Fin.* I, 6, 21; *Fam.* XV, 16, 1 e 2.

2° Età moderna.

lebēs, ētis *λέβης, ητος* lébete grec. VIRGILIO.

3° Età arcaicizzante.

leopardus, i *λεόπαρδος* leopárdo lat. VOPISCO.

M. — 1° Età arcaica.

macellum, i *μάκελον* macéllo lat. PLAUTO.
muraena, ae *μύραινα* muréna lat. PLAUTO.

2° Età moderna.

Morphe͡us, ĕos *Μορφεύς* Morféo grec. OVIDIO (1).
mephĭtis, is *μεφῖτις* mefíte grec. VIRGILIO.
metamorphōsis, is, eos *μεταμόρφωσις* metamórfosi grec. SENECA.

3° Età arcaicizzante.

metempsychōsis, is *μετεμψύχωσις* metempsicósi lat. TERTULLIANO.
monas, ădis *μονάς, άδος* mónade lat. TERTULLIANO.

N. — 1° Età arcaica.

nausĕa (*nausĭa*), *ae* *ναυσία* naúsea lat. PLAUTO.
nenĭa, ae *νηνία* nénia lat. PLAUTO.

2° Età moderna.

naumachĭa *ναυμαχία* naumachía grec. MARZIALE.
Nyse͡us, ĕi (*eos*) *Νυσεύς* Niséo grec. OVIDIO (2).

---

(1) Ma non mancano esempi, specie nei poeti, dell'accentuazione *Mórfeo*: cfr. le osservazioni fatte in principio.

(2) V. sopra a *Morpheus*.

O. — 1° Età arcaica.

obŏlus, i *ὀβολός* óbolo lat. TERENZIO.
Olympos (us) *Ὄλυμπος* Olímpo lat. ENNIO.

2° Età moderna.

oeconomĭa, ae *οἰκονομία* economía grec. QUINTILIANO.
Orpheus, ĕi *Ὀρφεύς* Orféo grec. CICERONE (1).

3° Età arcaicizzante.

oeconŏmus, i *οἰκονόμος* ecónomo lat. GEROLAMO.

P. — 1° Età arcaica.

parasītus, i *παράσιτος* parassíta lat. NEVIO, PLAUTO.
Phrygĭa, ae (*Frygia*) *Φρυγία* Frígia lat. ACCIO.
poēma, atis *ποίημα* poéma lat. PLAUTO.
polŭpus, i *πολύπους* pólipo lat. PLAUTO.
purpŭra, ae *πορφύρα* pórpora lat. PLAUTO.

2° Età moderna.

parodĭa, ae *παρωδία* parodía grec. CICERONE.
phantasĭa, ae *φαντασία* fantasía grec. SENECA *Suas.*
phiăla, ae *φιάλη* fiála grec. MARZIALE, GIOVENALE.
philologĭa, ae *φιλολογία* filología grec. CICERONE.
philosophĭa, ae *φιλοσοφία* filosofía grec. CICERONE.
physiologĭa, ae *φυσιολογία* fisiología grec. CICERONE.
prosodĭa, ae *προςῳδία* prosodía grec. VARRONE.
ptisăna, ae *πτισάνη* tisána grec. VARRONE.
Pulixĕna Polyxĕna *Πολυξένη* Polisséna grec. OVIDIO.

---

(1) V. sopra a *Morpheus.*

3° Età arcaicizzante.

paradigma *παράδειγμα* paradígma lat. TERTULLIANO.
paradīsus, i *παράδεισος* paradíso lat. TERTULLIANO.
paroecĭa (*parochĭa*) *παροικία* parrócchia lat. GEROLAMO.
peripherĭa, ae *περιφέρεια* perifería lat. MARZIANO CAPELLA.
physiolŏgus, a, um *φυσιολόγος* fisiólogo lat. FULGENZIO.
prolēpsis, is *πρόληψις* proléssi lat. GELLIO.

R. — 2° Età moderna.

rhapsodĭa, ae *ῥαψῳδία* rapsodía grec. CORN. NEPOTE.

S. — 1° Età arcaica.

satrăpa, ae *σατράπης* sátrapo lat. TERENZIO.
Scamander, dri *Σκάμανδρος* Scamándro lat. ENNIO.
scorpio, ōnis *σκορπίων, ονος* scorpióne lat. CATONE.
sepĭa, ae *σηπία* séppia lat. PLAUTO.
Sicilĭa, ae *Σικελία* Sicília lat. PLAUTO.
silūrus, i *σίλουρος* silúro lat. LUCILIO.
Socrătes, is *Σωκράτης* Sócrate lat. PLAUTO.
Solon (*Solo*), *ōnis* *Σόλων* Solóne lat. PLAUTO.

2° Età moderna.

scenographĭa, ae *σκηνογραφία* scenografía grec. VITRUVIO.
Serīphos, i *Σέριφος* Sérifo (Serfo) grec. OVIDIO.
symmetrĭa, ae *συμμετρία* simmetría grec. VITRUVIO.
symphonĭa, ae *συμφωνία* sinfonía grec. CICERONE.

3° Età arcaicizzante.

syntaxis, is *σύνταξις* sintássi lat. PRISCIANO.
syrinx, ingis (pop. *syringa*) *σῦριγξ, ιγγος* sirínga lat. VEGEZIO.
systēma *σύστημα* sistéma lat. MARZIANO CAPELLA.

T. — 1° Età arcaica.

taenĭa, ae ταινία ténia lat. Ennio.
talentum, i τάλαντον talénto lat. Plauto.
tapēte, is (*tapētum, i*) τάπης, ητος tappéto lat. Plauto.
theātrum, i θέατρον teátro lat. Nevio.
tragicomoedĭa, ae τραγικωμῳδία tragicommédia lat. Plauto.
tragoedĭa, ae τραγῳδία tragédia lat. Plauto.
triumphus, i θρίαμβος triónfo lat. Plauto.
tropaeum (*troph-*), *i* τρόπαιον troféo lat. Accio.
trutĭna, ae τρυτάνη trútina lat. Catone.
tyrannus, i τύραννος tiránno lat. Plauto.

2° Età moderna.

Tarentum, us, i Τάρας Táranto grec. Cicerone.
tetrarchĭa, ae τετραρχία tetrarchía grec. Cicerone.
theogonĭa θεογονία teogonía grec. Cicerone.
theologĭa θεολογία teología grec. Varrone.

3° Età arcaicizzante.

theorēma, ătis θεώρημα teoréma lat. Gellio.
trias, ădos τριάς, άδος tríade Mario Vittorino.

V. — 1° Età arcaica.

vicĭa, ae βικίον véccia lat. Catone.

L'Accademico Segretario
Ettore Stampini

CLASSI UNITE

Adunanza straordinaria del 6 Luglio 1919

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. ANDREA NACCARI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti, della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, D'Ovidio, Direttore della Classe, Segre, Iadanza, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Majorana;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, Boselli, Direttore della Classe, Brondi, Baudi di Vesme, Schiaparelli, Patetta, Prato, Pacchioni.

Funge da Segretario il Socio Tesoriere Einaudi.

Sono scusate le assenze dei Soci Ruffini, Vice-Presidente, Parona, Segretario della Classe di Scienze fisiche, Stampini, Segretario della Classe di Scienze morali, De Sanctis.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza a Classi unite del 22 giugno.

Il Presidente comunica le lettere di ringraziamento dei professori Giuseppe Saitta ed Alessandro Levi, ai quali fu conferito il premio Gautieri, ed apre quindi la discussione sul resoconto della conferenza preliminare di Parigi e sugli statuti proposti per l'*Unione Accademica* di ricerche e pubblicazioni; resoconto e statuti già distribuiti a tutti i Soci ed inseriti qui a verbale:

Les 15 et 17 mai 1919, se sont réunis à Paris, à la Bibliothèque nationale, pour examiner les propositions d'entente scientifique internationale contenues dans la circulaire de l'Aca-

démie des Inscriptions et Belles-Lettres, en date du 26 mars dernier, les délégués dûment accrédités des académies et institutions savantes ci-dessous désignées:

Pour les États-Unis d'Amérique, l'American Academy de Boston et l'American historical Association, représentées par MM. Haskins (1) et Shotwell;

Pour la Belgique, l'Académie royale des Sciences, Lettres et Arts, représentée par MM. Pirenne, vice-président, et Bidez;

Pour la France, l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres et celle des Sciences morales et politiques, représentées par MM. Senart et Homolle, Rocquain et Boutroux;

Pour l'Italie, les Académies royales des Lincei et de Turin, représentées par MM. le sénateur Lanciani et les professeurs De Sanctis et Patetta;

Pour la Roumanie, l'Académie roumaine, représentée par le prince Soutzo.

La Grèce et le Japon, à défaut de délégations académiques, étaient représentées officieusement par M. Svoronos et M. Anesaki.

La British Academy, par une lettre de son président Sir Frederic Kenyon, tout en subordonnant son adhésion formelle à un complément d'information, avait répondu aux ouvertures de Paris avec la plus sincère sympathie. L'Archaeological Institute of America, obligé par ses statuts d'ajourner une décision officielle jusqu'à son assemblée générale qui se tient au mois de décembre, avait fait connaître officieusement sa très chaleureuse adhésion de principe (2).

Les résolutions suivantes ont été adoptées à l'*unanimité*.

I.

Il y a lieu, dans les conjonctures résultant de la guerre, de régler par un accord nouveau les relations corporatives des

(1) Le second délégué de l'Académie, le professeur Archibald Coolidge, absent de Paris, n'a pu assister aux séances.

(2) Par un télégramme en date du 22 mai, le président de l'Institut, avec l'expression renouvelée de " son entière sympathie avec notre lettre du 26 „, exprime le regret qu'elle soit arrivée trop tard pour permettre l'envoi d'un délégué. Cet Institut peut donc être compté parmi les corps qui ont adhéré à la Conférence.

académies et corps savants, en vue de la collaboration internationale.

II.

Le but de cet accord est la coopération au progrès des études, par des recherches et des publications collectives dans l'ordre des sciences cultivées par les académies et institutions participantes: sciences philologiques et historiques, sciences morales, politiques et sociales.

III.

Le groupement constitué dores et déjà par les corps représentés à la Conférence, et dont l'extension est prévue et préparée, portera le nom de *Union Académique*. Il pourra être désigné, suivant le mode d'abréviation aujourd'hui en usage, par les sigles U. A.

Le mot *union* a été choisi pour indiquer les sentiments de confraternité amicale, confiante, égale et libre dont sont animés les délégués et dont s'inspirera l'association.

Le mot *académique* s'entend d'abord et avant tout des corps savants proprement appelés académies et ayant un caractère national; il peut embrasser aussi, à défaut d'académies nationales ou à côté de celles-ci, des institutions scientifiques assimilables en raison de leur caractère national, de leur consécration scientifique, de la nature et de la méthode de leurs travaux.

IV.

L'Union Académique est ouverte aux corps savants de toutes les nations qui ne se trouvent pas exclues du fait de la guerre, pour un temps dont on ne peut apprécier la durée. Les admissions sont prononcées par un vote, à la majorité des trois quarts (1).

V.

Chacune des nations, quel que soit le nombre des académies et institutions scientifiques participant pour son compte à l'Union

(1) Pour la majorité plusieurs délégués se seraient contentés des deux tiers.

Académique, sera représentée par deux délégués. Ces délégués seront désignés dans chaque pays par le corps savant, ou le groupe des corps savants affiliés à l'Union.

VI.

Les délégués réunis composent le comité exécutif de l'Union, ils délibèrent et statuent sur les questions d'intérêt général, en particulier sur l'admission de membres nouveaux, sur les projets de recherches ou de publications collectives, sur la gestion des finances de l'Union.

Ils élisent un bureau, qui préside à leurs délibérations et contrôle l'administration générale de l'Union; qui a qualité pour prendre, en dehors des sessions, les résolutions nécessaires et convoquer, au besoin, le Comité.

Les décisions du Comité sont prises à la majorité absolue des voix, sauf en ce qui concerne les admissions de membres nouveaux et les modifications aux statuts.

Chaque groupe national dispose de deux voix; en cas d'absence motivée d'un des délégués, le délégué présent jouit du double vote.

VII.

Les membres du bureau sont élus pour un an: ils sont rééligibles, mais pas plus de deux fois, sauf après un intervalle de trois années.

VIII.

L'Union Académique élit pour son siège permanent la ville de Bruxelles. Il y sera établi un secrétariat administratif chargé, sous le contrôle du bureau, de l'expédition des affaires courantes, de la correspondance, de la garde des archives, de la gestion des fonds communs.

Les réunions ordinaires du Comité se tiendront également à Bruxelles.

IX.

Les délégués se réunissent au moins une fois par an et à date fixe, en assemblée plénière et comité exécutif. Ils peuvent être convoqués en outre par le bureau, quand celui-ci le juge nécessaire.

X.

Des réunions extraordinaires ayant le caractère de solennités scientifiques ou de fêtes confraternelles et auxquelles seraient conviées en corps les académies et institutions assimilées faisant partie de l'Union pourront avoir lieu, sans périodicité régulière, sur l'initiative spontanée et par invitation spéciale d'une académie, dans l'un ou l'autre des pays de l'Union.

XI.

L'Union Académique sera pourvue d'un budget qui comportera deux chapitres: budget ordinaire ou administratif, destiné aux dépenses du secrétariat; budget extraordinaire ou scientifique, destiné aux recherches et publications.

Le premier sera alimenté par une contribution annuelle, fixe et égale, à laquelle s'engageront tous les participants. — Il sera pourvu au second, au fur et à mesure des besoins, par les soins des académies ou institutions scientifiques qui auront pris l'initiative et assumé la charge de recherches ou de publications approuvées par l'Union, soit aux frais des gouvernements ou des bureaux directeurs dont elles relèvent, soit au moyen des ressources dont l'Union Académique disposerait, ou des fondations dont elle pourrait bénéficier pour cet usage.

La diversité des législations en matière de donations pouvant s'opposer à ce que l'Union en reçoive directement, il paraîtrait expédient qu'en chaque pays les donations fussent faites au corps savant intéressé, avec affectation spéciale aux recherches et publications patronnées par l'Union, ou qu'elles fussent attribuées pour la même fin au secrétariat permanent de Bruxelles.

XII.

Les académies et institutions faisant partie de l'Union devront être saisies, au moins trois mois avant la réunion du Comité des délégués, des projets de recherches ou de publications que l'on se proposerait de soumettre à celui-ci, afin que les délégués puissent recevoir sur chacun des projets des instructions et un mandat définis.

Outre la mention très précise du sujet, l'exposé des motifs, le plan général du travail, l'estimation des dépenses, les auteurs de la proposition devront indiquer la mesure dans laquelle ils comptent eux-mêmes contribuer à l'exécution scientifiquement et financièrement, les collaborations ou concours qu'ils demandent ou dont ils se seront assurés. Ils pourront désigner des commissaires spéciaux pour la discussion en comité des délégués.

Le corps savant qui aura, avec l'assentiment du Comité, assumé la charge d'une recherche ou publication, en sera le siège et en aura la direction sous le contrôle du Comité; il organisera le travail et réunira les collaborateurs quand il le jugera nécessaire. Il rendra compte chaque année au Comité des délégués de l'avancement du travail et de l'emploi des fonds qui y auront été affectés.

XIII.

Les délégués qui ont pris part à la Conférence préparatoire auront mission de communiquer aux corps savants qu'ils représentent les résolutions ci-dessus et de leur fournir toutes explications.

Ils s'entendront pour dresser la liste des académies auxquelles le texte de ces résolutions devra être adressé sous forme de circulaire dans les pays qui n'ont pas été représentés à la Conférence préparatoire, exception faite de ceux qui tombent sous la réserve prévue à l'article IV.

XIV.

Les délégués se réuniront de nouveau à Paris dans la seconde quinzaine du mois d'octobre prochain afin d'arrêter, suivant les instructions des académies et institutions qu'ils représentent et en vertu des pleins pouvoirs dont ils seront munis, le statut définitif de l'Union Académique.

Ils auront qualité, dans les mêmes conditions, pour soumettre au vote du Comité l'admission des corps savants qui auraient fait acte d'adhésion au programme de l'Union; — pour dresser par ordre d'urgence la liste des recherches et publications qu'il semblerait expédient d'entreprendre dans les divers domaines scientifiques.

Ha la parola il Socio Patetta, il quale, anche a nome del Socio De Sanctis assente, espone minutamente come si sono svolte le sedute della Conferenza interaccademica di Parigi, in seguito alla quale fu dato incarico al signor Homolle, delegato dell'*Académie des Inscriptions et Belles-Lettres*, di redigere il comunicato per la stampa, già inserito nei nostri *Atti*, e il progetto di statuto, che abbiamo da poco ricevuto e di cui si deve ora discutere.

Dà quindi lettura della seguente relazione:

Egregi Colleghi,

Lo schema di statuto della Unione Accademica internazionale per studi e ricerche nelle Scienze filologiche e storiche, morali, politiche e sociali, che abbiamo l'onore di sottoporre alla vostra approvazione, con le riserve che faremo or ora, fu elaborato nel convegno accademico interalleato che ebbe luogo in Parigi il 15 e il 17 maggio 1919, al quale noi partecipammo in qualità di vostri delegati. Una nuova riunione, fissata per l'ottobre prossimo, dovrà renderlo definitivo, eliminando ciò che ha carattere transitorio e introducendo eventualmente quelle modificazioni che sieno suggerite dalle Accademie rappresentate al convegno.

C'è appena bisogno di dire che l'opera attiva da noi data alla compilazione di tale statuto fu ispirata interamente alle direttive che questa Accademia ci segnò, sia con l'approvazione della relazione Stampini-De Sanctis, avvenuta nell'adunanza della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche del 13 aprile 1919, sia con le alte parole, registrate negli *Atti*, con cui il Direttore della Classe S. E. Boselli accompagnò tale approvazione: di che fu dato conto, trovando il vostro consenso, nell'adunanza a Classi unite del 22 giugno.

Non tedieremo l'Accademia trattenendoci su alcuni minuti ritocchi, di carattere più che altro tecnico, che forse potrebbero utilmente portarsi ad alcuni articoli dello statuto; p. e. all'articolo XII, che ci sembra formulato con una rigidezza un po' eccessiva, la quale, insieme con gli impegni che il detto articolo richiede per parte di chi proponga ricerche o pubblicazioni col-

lettive, ha forse contribuito ad impedire che si attuasse il voto fatto nel convegno di maggio, che fin d'ora fosse data notizia alle Accademie aderenti delle proposte di lavori e ricerche presentate sommariamente in quel convegno.

Non vogliamo neppure trattenerci su alcune disposizioni dello Statuto, di cui son palesi gli inconvenienti, ma è palese altresì la necessità, o almeno l'opportunità. Certo, ad esempio, può parere a prima giunta ingiusto che nel Comitato esecutivo della Unione sieno assimilate quanto ad autorità nazioni il cui " apporto „ al progresso scientifico della umanità è molto diverso. Ma poichè tale apporto non è in relazione fissa con la popolazione, la ricchezza e la potenza e non è punto riducibile a una misura precisa, non rimaneva che la via segnata dall'art. V per evitare graduatorie, che difficilmente potrebbero essere eque, e che sarebbero in ogni caso troppo ardue e troppo odiose.

Più larga disamina merita invece l'art. IV, che è anche richiamato in fine dell'art. XIII. Ci preme anzitutto notare che la redazione data dal segretariato a questo articolo nella pubblicazione che avete sott'occhio non risponde a pieno, a parer nostro, alla deliberazione che, su nostra proposta, fu approvata nell'adunanza del 17 maggio. È tanto più doveroso per noi notare ciò in quanto, essendo detto in testa allo statuto che le deliberazioni furono prese con voto unanime, noi non crediamo di dover assumere la responsabilità dell'attuale redazione. Con ciò noi siamo ben lontani dal volere in qualsiasi modo portare la più lieve accusa all'egregio redattore del progetto di statuto. Egli evidentemente ha creduto di poter introdurre il ritocco cui alludiamo sul fondamento delle frasi d'un comunicato riassuntivo per la stampa che ci fu esibito dopo finite le discussioni ed alle quali noi non credemmo allora di fare obiezione. È il comunicato di cui, con le opportune dilucidazioni, vi demmo lettura nell'adunanza del 22 giugno. Ma tale comunicato, il quale non poteva del resto in nessun caso modificare deliberazioni che era soltanto destinato a far conoscere sommariamente al gran pubblico, parla delle nazioni che sarebbero invitate o chiamate (*conviées*) a aderire all'Unione. E certo non era nè poteva essere negli intenti di nessuno, nello stato presente delle cose, a pace allora neppure conclusa, invitare esplicitamente o implicitamente a parte-

cipare ai nostri lavori le nazioni contro cui siamo stati in guerra e con cui non sono ancora state instaurate relazioni regolari in nessun campo. Ma l'art. IV, nella sua redazione presente, non solo esclude per ora quelle nazioni da ogni invito (come sarebbe ben naturale), ma le esclude, e non soltanto per ora, dal partecipare all'Unione nostra con una dichiarazione la quale, nella prosa stringata e severa d'uno statuto che uomini di scienza dànno a se stessi, assume senza dubbio una speciale gravità.

Nella forma in cui ci fu presentato, l'art. IV stabiliva che l'ammissione di Accademie di paesi amici, alleati o neutri non partecipanti alla Unione sarebbe stata pronunziata con un voto di cui le modalità dovevano determinarsi. Memori delle istruzioni vostre, ricordando che la scienza è universale e richiamandoci alle nobili parole pronunziate all'apertura del convegno dall'illustre Boutroux, secondo cui non doveva essere nostro proposito fondare " chiese separate ", noi proponemmo la soppressione pura e semplice dell'inciso " di paesi amici, alleati o neutri ". E il nostro emendamento fu accolto con voto unanime. Ma mentre con la cancellazione di quell'inciso noi affermavamo la universalità virtuale della nostra Unione, che non deve iniziarsi, a nostro parere, stabilendo aprioristiche esclusioni, al tempo stesso, a piena guarentigia contro ammissioni che potessero riuscire inopportune ovvero odiose o che fossero tali da turbare anzichè promuovere la serenità della collaborazione scientifica, proponevamo noi stessi di circondare l'ammissione di nuove Accademie delle massime cautele, richiedendo all'uopo la maggioranza di tre quarti o, se si voleva, anche di quattro quinti dei votanti.

Nella formulazione nuova, l'art. IV, a nostro parere, aggrava invece di attenuare quel che ci sembrò il difetto della formulazione primitiva. E la esclusione, in apparenza temporanea, di alcune nazioni può dirsi in realtà definitiva perchè sancita statutariamente, in modo che, ove l'art. IV passasse quale è, sarebbe assai difficile ammetterle senza prima modificare lo statuto. Noi crediamo perciò che convenga insistere, nell'atto della approvazione definitiva dello statuto, sulla reintegrazione dell'art. IV nel senso del nostro emendamento già accolto dai delegati.

Poco altro ci resta da aggiungere. S'intende da sè che noi non possiamo stanziare nel nostro bilancio accademico la contribuzione di cui all'art. XI. E pertanto non potremo partecipare alla Unione che se la detta contribuzione verrà assunta dal nostro Governo. È quindi indispensabile che lo Statuto della Unione, con le nostre deliberazioni in proposito e le nostre richieste circa tale contribuzione, sia trasmesso senza ritardo al Governo per ottenerne un impegno preciso.

Ottenuto tale impegno, sarà poi doveroso trasmettere gli stessi documenti alle Presidenze delle altre Accademie Reali italiane con preghiera di comunicarci se intendono aderire al programma della Unione, affinchè, qualora tali adesioni ci pervengano in tempo, noi possiamo nel convegno di ottobre, d'accordo col rappresentante della R. Accademia dei Lincei, proporre la loro ammissione a norma dell'art. XIV.

Egregi Colleghi,

Nonostante le piccole riserve che vi abbiamo presentate, nel tutt'insieme questo schema di statuto che vi sottoponiamo ci sembra atto a raggiungere l'alto scopo che si sono prefissi tutti coloro che hanno avuto parte nella sua compilazione; cioè la ripresa della collaborazione internazionale pel progresso delle scienze, nel campo delle discipline rappresentate dalla nostra Classe.

E siamo ben lieti che voi abbiate riconosciuto la grave importanza che ha l'approvazione di tale statuto, stabilendo, ciò che noi non avremmo osato proporvi, di tenere un'adunanza straordinaria per discuterne. In tal modo i voti, che la nostra Accademia potrà esplicitamente e solennemente formulare, daranno, non ne dubitiamo, maggiore autorità alla voce dei vostri delegati quando se ne faranno fedeli interpreti al nuovo convegno di Parigi.

Gaetano De Sanctis
Federico Patetta

Il Socio S. E. Boselli s'avvisa di essere interprete dei colleghi esprimendo vivo encomio e ringraziamenti ai due delegati, che con tanto valore sostennero l'opinione espressa dall'Acca-

demia e presentarono una relazione, che in modo così lucido ed efficace espone l'opera loro e le proposte che essi ben a ragione ritengono fondate ed opportune.

Egli rileva come, segnatamente per merito del Collega De Sanctis, la nostra Accademia abbia partecipato all'Unione accademica, Unione alla quale ritiene sia dicevole partecipare fino a che ciò sia consentaneo coi concetti scientifici e colle condizioni finanziarie della nostra Accademia.

Insistendo nelle idee già manifestate, le contrappone alla disposizione quale trovasi formulata nel disegno presentato all'Accademia, disposizione che renderebbe l'Unione troppo ristretta e non conforme alla universalità della scienza che sovrasta al fatto della guerra, trattandosi di una cooperazione intellettuale, non di un'unione politica. Concorda con quanto la Relazione propone circa la spesa da sopportarsi dagli aderenti all'Unione, rilevando come le condizioni finanziarie dell'Accademia nostra non lascino ad essa disponibilità da destinarsi al contributo richiesto, tanto più ch'esso è indeterminato e può anche ascendere ad una cifra notevole. Augura che fra le ricerche e le pubblicazioni dell'Unione se ne comprendano prossimamente anche di quelle che si riferiscano ad argomenti italiani, per guisa che la scienza italiana tenga il posto eminente che ad essa spetta.

Conclude proponendo che l'Accademia delle Scienze emetta voto di ringraziamento e di encomio per i due suoi delegati; ch'Essa affermi nuovamente la propria opinione rispetto alla composizione dell'Unione delle Accademie ed alla estensione che deve essere data all'art. IV, affidando ai proprî delegati il mandato di continuare a sostenere nel modo più assoluto e preciso il concetto già espresso e oggi riconfermato; e che, approvando in ogni loro parte le proposte della Relazione, rimanga stabilito che, per quanto riguarda il concorso finanziario, l'Accademia non potendo assumere obbligo alcuno per conto proprio, debbasi chiedere al Governo ch'esso all'uopo sopperisca e provveda.

Il Socio Patetta ringrazia S. E. Boselli, ed esprime la sua convinzione, che l'art. IV, chiarito ogni equivoco, sarà nel convegno d'ottobre, d'accordo con tutti i delegati, modificato nel senso da noi voluto. In ogni modo egli è d'avviso, che non si debba assolutamente rinunciare alla partecipazione all'*Union académique*.

Il Socio D'Ovidio chiede notizia sulla rappresentanza inviata al convegno dall'Accademia dei Lincei. Rispondono il Socio Patetta ed in seguito i Soci Boselli e Somigliana.

Il Socio Einaudi chiede che debba essere ben chiarito l'art. XI del progetto, e che si stabilisca se i contributi da darsi *al bilancio ordinario o amministrativo, destinato alle spese di segretariato*, debbano pesare sui singoli Stati o sulle singole accademie partecipanti all'Unione. Il Socio Brondi si associa aggiungendo nuove considerazioni.

Il Socio Patetta risponde che le spese per il bilancio amministrativo debbono senza dubbio esser divise in parti uguali fra tutti gli Stati. Tali furono le deliberazioni prese nel convegno di Parigi. Sarà tuttavia bene chiarire l'articolo; e, per parte nostra, prendere subito gli opportuni accordi col Governo. Crede del resto che le spese saranno minime.

Il Socio Majorana ritiene che l'art. IV possa esser interpretato in senso favorevole all'ammissione degli Stati nemici, non appena *finita la guerra*. Il Socio Boselli osserva invece che le parole dell'articolo " *exclues du fait de la guerre* „ significano evidentemente non " *durante la guerra* „ ma bensì " in conseguenza della guerra „, e che all'esclusione non è posto per ora alcun limite di tempo.

I Soci Panetti e D'Ovidio espongono alcune considerazioni sull'opportunità, o meno, che la nostra Accademia si rivolga subito alle altre Accademie italiane, che potrebbero entrare a far parte dell'Unione, e ne provochi l'adesione.

I Soci Pacchioni e Schiaparelli esprimono qualche dubbio sulla parte che l'Italia avrà nella *Unione accademica* e sulla

convenienza di entrare a farne parte, soprattutto se non si potrà ottenere che l'art. IV sia modificato.

Rispondono i Soci Patetta, Einaudi e D'Ovidio in senso favorevole alla nostra partecipazione all'*Unione*.

Le proposte fatte da S. E. Boselli vengono quindi accolte a voti unanimi, intendendosi così approvata la relazione dei Soci De Sanctis e Patetta e confermato ad essi il mandato di rappresentare l'Accademia nel convegno di Parigi e di procurare che lo Statuto sia, possibilmente, modificato nel senso propugnato da noi fin dall'inizio delle trattative.

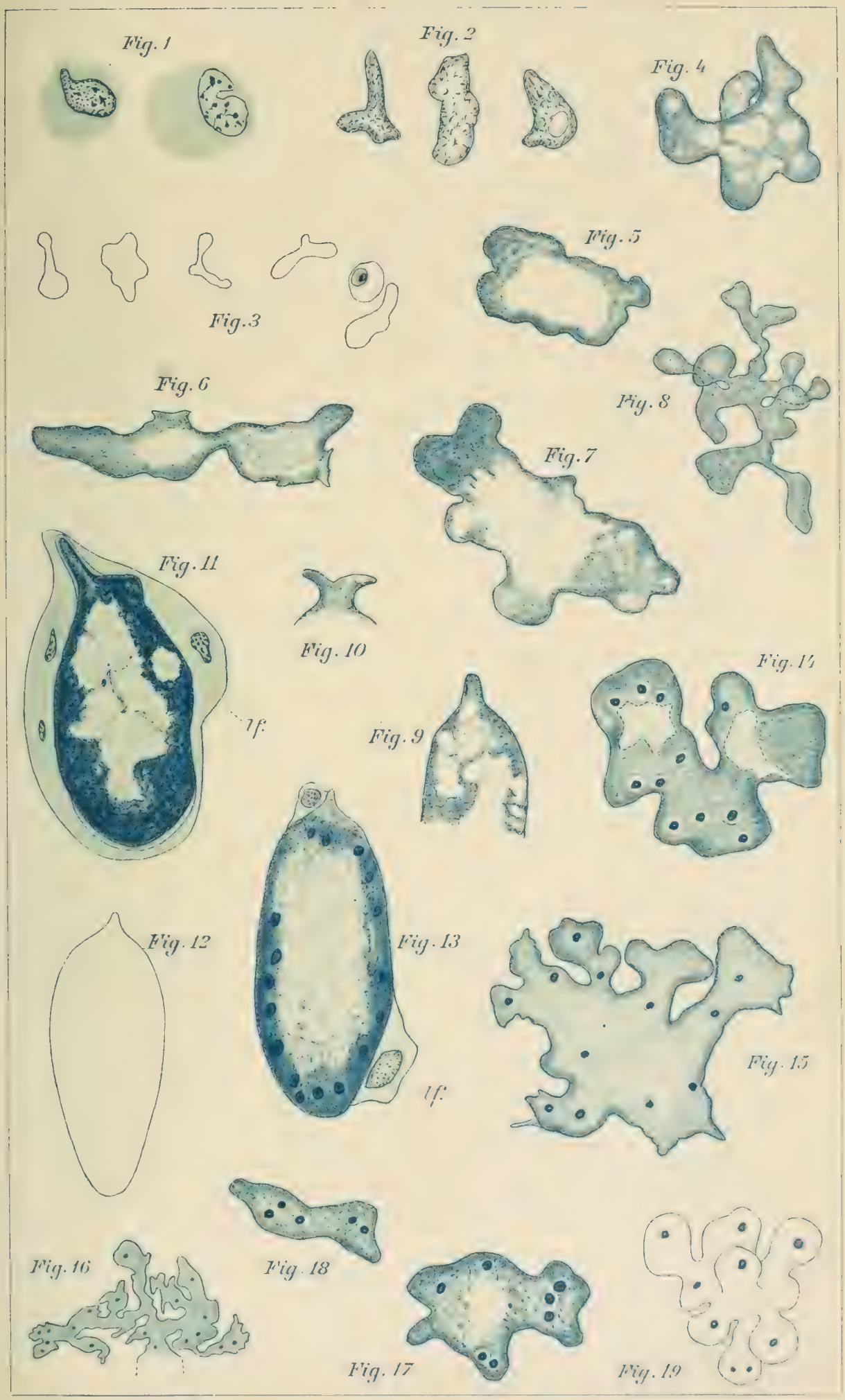
Gli Accademici Segretari
Carlo Fabrizio Parona
Ettore Stampini

ERRATA-CORRIGE

alla Nota *Sforzi di montaggio nell'armatura dell'ala di un biplano*
del Socio corrispondente Gustavo Colonnetti:

Le due parti di cui si compone la fig. 3 a pag. 213 di questo volume vennero erroneamente riprodotte in due scale leggermente diverse. Il lettore è pregato di tenerne conto per ristabilire i rapporti, del resto assai ovvii, di corrispondenza tra le varie figure.

L. COGNETTI - Nuova specie del genere Lymphosporidium



L. Cognetti de M. dis.

Lit. Salussolia - Torino

INDICE

DEL VOLUME LIV.

Presidenti della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . *Pag.* III
Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1918 . . . . . „ V
Pubblicazioni periodiche ricevute dall'Accademia dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1918 . . . . . „ XXXV
Pubblicazioni ricevute dall'Accademia dal 18 Giugno 1918 al 22 Giugno 1919 . . . . . „ XLVII

Adunanze:

Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite. . . . . „ 122, 677, 682, 869, 1045.
Adunanza straordinaria a Classi Unite del 6 luglio 1919 . „ 1210
Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . „ 1, 67, 155, 253, 289, 377, 425, 441, 477, 531, 651, 681, 781, 845, 971.
Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 39, 124, 220, 258, 324, 379, 432, 458, 503, 555, 670, 738, 808, 881, 1048.

Elezioni:

Elezione del Vice Presidente . . . . . „ 123
Elezione del Presidente e del Vice Presidente . . . 678, 1045

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali:
Elezioni di Soci corrispondenti 253, 973
Nomina di due Soci rappresentanti la Classe nel Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . . „ 681

Classe di Scienze morali, storiche e filologiche:
Elezioni di Soci nazionali non residenti . . . . . „ 221
Elezione del Direttore della Classe 739, 1048
„ del Segretario della Classe 739, 1048
„ di un membro della Commissione per il premio Gautieri per la Filosofia (triennio 1915-1917) . . „ 42

Nomina dei membri (Grassi, Ponzio, Majorana) che devono comporre la Commissione che deve riferire circa alla Conferenza interalleata sull'organizzazione scientifica . . . . *Pag.* 478
Nomina della Commissione che deve riferire sulla tutela del patrimonio archivistico . . . . . „ 41
Commissione per le onoranze per il 6° centenario della morte di Dante Alighieri 458, 810
Elezione di due Soci che dovranno rappresentare l'Accademia alla riunione scientifica e di collaborazione internazionale delle Accademie per le ricerche d'archeologia, di filologia e di storia che si terrà in Parigi . . . . . „ 673
Lettura della lettera ministeriale che promette interessare il Ministro del Tesoro per l'aumento della dotazione . „ 870

Premio Bressa:

Integrazione della Commissione per il premio del quadriennio 1915-1918 . . . . . „ 1046
Programma per il XXII premio . . . . . „ 286

Premio Gautieri:

Nomina di un membro della Commissione per il premio per la Filosofia . . . . . „ 42
Nomina della Commissione giudicatrice del premio per la Storia (triennio 1916-1918) . . . . . „ 676
Programma del premio per la Storia (triennio 1916-1918) „ 287
Relazione della Commissione per il conferimento del premio per la Filosofia (triennio 1915-1917) . . . . . „ 873
Conferimento del premio per la Filosofia . . . . . „ 880

Premio Vallauri:

Programma pei quadrienni 1919-1922 e 1923-1926 . . „ 285
Integrazione della Commissione per il premio Vallauri per le Scienze fisiche e pel quadriennio 1915-1918 . . . . „ 1046

Albenga (Giuseppe). — Sul problema delle coazioni elastiche . „ 864
Belli (Saverio). — L'*Althaea Taurinensis* DC. ed i suoi rapporti colle specie affini crescenti in Italia . . . . . „ 291
Bersano (Carlo). — Il numero π calcolato con la serie esponenziale „ 1007
Bignone (Ettore). — Nuove ricerche epicuree . . . . . „ 883
Bizzarri (Dina). — Per la storia della clausola della Nazione più favorita . . . . . „ 907
Boccardi (G.). — Su di un problema d'interpolazione . . „ 13
Boggio (Tommaso). — Sulla geometria assoluta degli spazi curvi „ 186
Boselli (Paolo). — Presenta alla Classe con parole di vivo encomio il libro del Conte Michele Ascanio Sforza intitolato: *Esplorazioni e Prigionia in Libia* . . . . . „ 670
— Nominato a far parte della Commissione per la celebrazione del 6° centenario della morte di Dante Alighieri . . . . „ 810
Bourgen (George). — Les réfugiés et les ouvriers italiens en France 1849 „ 1176

Brondi (Vittorio). — Presenta in omaggio rilevandone i pregi la pubblicazione del Prof. Santi Romano: *L'ordinamento giuridico. Studi sul concetto, le fonti e i caratteri del diritto.* Parte I . . *Pag.* 556
— Eletto a far parte della Commissione per il premio di Filosofia pel triennio 1915-1917 . . . . . „ 42
— Ringrazia della nomina a Membro della Commissione per il premio di Filosofia (1915-1917) . . . . . „ 125
— Nominato delegato dell'Accademia a rappresentarla alla riunione d'intesa scientifica interalleata delle Accademie a Parigi . „ 679
Bruni (Giuseppe). — Prof. del R. Politecnico di Milano eletto socio corrispondente nella Sezione di Chimica generale ed applicata „ 972
Campus (Giovanni). — Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici (Nota I e II) 271, 366
Cian (Vittorio). — Accetta l'incarico di commemorare il Socio Renier „ 40
— Chiede sia inserita a verbale l'osservazione che fa a quelle del Socio De Sanctis per la ricostruzione dell'*Ara Pacis Augustae* „ 327
Cian (V.) e De Sanctis (G). — Propongono che l'Accademia partecipi alle Onoranze che si preparano pel 6° Centenario della morte di Dante Alighieri . . . . . „ 458
Cicconetti (G.). — Sulla determinazione dell'ingrandimento di un cannocchiale col dinametro . . . . . „ 8
Cognetti de Martiis (Luigi). — Una nuova specie del genere *Lymphosporidium* . . . . . „ 1035
Colonnetti (Gustavo). — Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche . . . . . „ 69
— Sforzi di montaggio nell'armatura dell'ala di un biplano . „ 426
Comi (Tiziana Tersilla). — Formule sommatorie . . . . „ 23
— Sviluppo delle radici in prodotto decimale . . . . . „ 543
Del Re (A.). — Sul carattere invariantivo di certi operatori nella analisi estensiva ad *n* dimensioni . . . . . „ 156
De Sanctis (Gaetano). — Note di epigrafia romana . . . . „ 329
— Ἡμῶν ἕνεκεν . . . . . „ 526
— Chiede che siano inserite a verbale alcune sue osservazioni a rincalzo della deliberazione della Classe di scienze fisiche relativamente alla ricostruzione dell'*Ara Pacis Augustae* . . „ 324
— Legge la relazione della Commissione circa il disegno d'intesa scientifica e di collaborazione internazionale delle Accademie „ 679
— Accetta il mandato di rappresentare l'Accademia alla riunione d'intesa e collaborazione scientifica interalleata delle Accademie a Parigi . . . . . „ 679
— A nome anche del Socio Patetta fa alcune comunicazioni sul convegno tenutosi a Parigi per iniziativa dell'Académie des Inscriptions et Belles-lettres . . . . . „ 870
— A nome anche del Socio Patetta, dà lettura del comunicato espressamente redatto a Parigi per una prima e sommaria informazione che riguarda la discussione avvenuta nel convegno delle Accademie . . . . . „ 870

De Sanctis (Gaetano). — Riferendosi all'atto verbale della precedente adunanza, notifica anche a nome del Socio Patetta, non essere ancora pervenute da Parigi le proposte definitive dall'Union Académique . . . . . *Pag.* 1047
Destefanis (Maria). — Estrazione della radice quadrata . . „ 84
De Toni (G. B.). — Contributo alla teratologia del genere " Chrysanthemum „ L. . . . . „ 254
D'Ovidio (Enrico). — Plaude alle manifestazioni patriottiche del Presidente, e si associa alle parole di cordoglio pronunziate per la perdita dei soci defunti . . . . . „ 2
— Telegramma di plauso a S. E. Orlando, Presidente del Consiglio dei Ministri per l'affermazione innanzi alla Conferenza di Parigi, in difesa dei diritti nazionali . . . . . „ 677
Einaudi (Luigi). — Osservazioni critiche intorno alla teoria dell'ammortamento dell'imposta e teoria delle variazioni nei redditi e nei valori capitali susseguenti all'imposta (Note I–II) . „ 1051
— Presentando la pubblicazione del Socio corrispondente P. Jannaccone intitolata: *Relazioni fra commercio internazionale, cambio estero e circolazione monetaria in Italia nel quarantennio 1871-1913*, ne espone il contenuto ed i pregi . . . . . „ 328
— Conviene che sia stanziata una somma per la Conferenza scientifica interalleata delle Accademie, è perciò invitato a presentare un ordine del giorno per l'aumento della dotazione accademica „ 679
— Propone, e l'Accademia approva, un ordine del giorno da comunicarsi al Ministro dell'Istruzione per l'aumento dell'attuale dotazione dell'Accademia . . . . . „ 683
— Esposizione finanziaria dell'esercizio 1918 e bilancio preventivo dell'esercizio in corso. Gestione delle eredità Bressa, Gautieri, Pollini e Vallauri . . . . . „ 678
Ferrabino (Aldo). — La battaglia di Sellasia. - I. La mossa aggirante sul colle Euas (Nota I) . . . . . „ 751
— Lo scontro delle falangi e l'azione dei centri (Nota II) . „ 811
Foà (Pio). — Incaricato di commemorare il compianto Socio R. Fusari „ 681
Fubini (Guido). — I differenziali controvarianti . . . . „ 5
Galli (Ettore). — Sensazioni muscolo tendineo-articolari e sensazioni derivate . . . . . „ 1179
Grassi (Guido). — Dà lettura della prima relazione della Commissione per il premio internazionale Bressa (quadriennio 1915-18) „ 871
Gribodo (Giovanni). — Gli " Imenotteri „ delle Oasi xerotropiche di Val di Susa . . . . . „ 846
Guidi (Camillo). — Osservazione e proposta riferentesi alla Conferenza interalleata dell'organizzazione scientifica . . . „ 477
— Osservazioni circa le spese di stampa . . . . . „ 678
Issoglio (Giovanni). — La composizione chimica dei cascami della lavorazione del riso . . . . . „ 980
Jadanza (Nicodemo). — Eletto delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . . „ 681

Jadanza (Nicodemo) — Nominato membro della Commissione per il premio Vallauri per le scienze fisiche e pel quadriennio 1915-1918 „ 1040
Lattes (Elia). — Novissime obiezioni alle parentele italiche dell'etrusco (Nota I e II) 335, 557
Lazzarino (Orazio). — Sulla generalizzazione dei moti alla Poinsot e sulla stabilità degli assi permanenti di rotazione in detti moti „ 201
Lenchantin de Gubernatis (Massimo). — Studi sull'accento greco e latino (Nota I e II) 459, 636
Levi (Alessandro). — Gli è conferita una metà del premio Gautieri per la Filosofia (triennio 1915 17) . . . . . „ 1046
Macchioro (Vittorio). — Dionysos Mystes (Nota I e II) . . . 126, 222
Majorana (Quirino). — Nuove ipotesi cosmogoniche e nuovo fenomeno gravitazionale . . . . . „ 667
— Relazione della Commissione nominata dalla Classe per lo Studio delle Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica 531, 549, 680
— Chiede che l'Accademia conceda ai Soci di poter pubblicare lavori durante le ferie . . . . . „ 972
— Svolge la sua proposta che, durante le vacanze accademiche, sia permesso ai Soci di presentare per la stampa note personali „ 1046
— Nominato membro della Commissione per il premio Bressa pel quadriennio 1915-1918 . . . . . „ 1046
Marcolongo (Roberto). — Rinnova i ringraziamenti per la sua nomina a Socio corrispondente dell'Accademia e fa omaggio della sua opera *Meccanica razionale* 67, 377
Mattirolo (Oreste). — Informa la Classe della sua proposta fatta ed approvata dalla Società Piemontese di Archeologia per la ricostruzione in Campidoglio dell'*Ara Pacis Augustae* . . „ 290
— Riferendosi alla proposta relativa all'*Ara Pacis Augustae* comunica che fu approvata anche dalla R. Accademia dei Lincei e da parecchie Società archeologiche . . . . . „ 377
— Riconfermato membro della Commissione per la Biblioteca „ 425
— Ricorda la perdita fatta dall'Accademia del compianto Socio corrispondente Saverio Belli . . . . . „ 681
Mazzetta (M. L.). — Di una speciale tavola di mortalità relativa ad insegnanti soci di una società di mutuo soccorso . . „ 58
Mazzini (Ubaldo). — Il primitivo battistero di Luni . . „ 381
Mercier (S. E. Desiderato). — Ringrazia per la sua nomina a Socio straniero . . . . . „ 808
Mesnager (Agostino). — Eletto Socio corrispondente . . „ 253
— Ringrazia per la sua nomina. . . . . „ 425
Mesturini (Anna Teresa). — Sul sistema di accentuazione delle parole greche in latino . . . . . „ 1199
Mola (Pasquale). — Flora delle acque sarde Contributo delle piante idrofite ed igrofite della Sardegna . . . . . „ 478
Molmenti (Pompeo). — V. Stampini (Ettore).

Mondino (Alfonsina). — Ricerche anatomiche e morfologiche sulla var. *tuberosa* Asch. dell'*Arrenatherum elatius* M. K. nuovamente trovata in Piemonte . . . . . *Pag.* 782
Mori Breda (Gilda). — Sviluppo delle radici in prodotto decimale „ 533
Naccari (Andrea). — Eletto Presidente dell'Accademia . . „ 678
— Comunica un telegramma dettato dall'Accademico Segretario Stampini e fatto pervenire a S. M. il Re inneggiante alla vittoria „ 1
— Inaugurando l'anno accademico porge un cordiale saluto ai colleghi e accenna ai meravigliosi avvenimenti che diedero alla patria Trento e Trieste . . . . . „ 1
— Rammenta le recenti perdite fatte dall'Accademia del Vice Presidente Chironi e dei Soci Dini e Fraccaroli, ricordando le benemerenze di ciascuno . . . . . „ 2
— Movendo dalla chiusa del verbale dell'adunanza del 23 giugno 1918 in cui espresse l'augurio di ritrovarsi uniti per salutare giorni migliori alla Patria è lieto che l'augurio s'è pienamente avverato „ 39
— Comunica con viva commozione la morte del Vice Presidente Senatore G. Chironi, del Socio nazionale non residente Giuseppe Fraccaroli e del Socio corr. Egidio Gorra, appartenenti alla Classe, e dà notizia della morte del Socio nazionale non residente U. Dini appartenente all'altra Classe . . . . „ 40
— Rivolge calorose parole di saluto al Socio Senatore Ruffini recentemente eletto Vice Presidente dell'Accademia . . . „ 220
— Partecipa essere pervenuta all'Accademia copia della Relazione della Conferenza interalleata sull'organizzazione scientifica richiamando l'attenzione sull'importanza dell'argomento . . „ 442
— Perchè l'Accademia sia informata pienamente invita il Socio Majorana a leggere la Relazione circa lo *Studio delle Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica* 531, 549, 680
— Dà notizia del grave lutto che ha colpito il Socio Einaudi con la morte della madre sua e aggiunge di aver inviate condoglianze anche a nome dell'Accademia . . . . . „ 379
— Partecipa aver fatte, a nome della Classe, vive condoglianze al Collega Valmaggi per la morte della madre . . . . „ 503
— Partecipa la morte del Socio nazionale residente Romeo Fusari e ricorda le benemerenze scientifiche dell'illustre estinto 555, 651
— Dà notizia delle condoglianze pervenute per la morte del Socio Fusari, e dà incarico al Socio Foà di commemorarlo . „ 681
— Partecipa che la famiglia del compianto Presidente Prof. Senatore L. Camerano non può trovarsi presente alla Commemorazione dell'estinto . . . . . „ 682
— Partecipa il nuovo lutto che ha colpito la famiglia del Socio Einaudi . . . . . „ 869
— Fa rilevare gli inconvenienti per i quali la proposta Majorana di pubblicare lavori durante le ferie non è accettabile . „ 1046
— Dà comunicazione di una Nota ministeriale che annunzia essere stata approvata la rielezione dei Soci S. E. P. Boselli a Diret-

tore e di E. Stampini a Segretario della Classe di scienze morali, storiche e fisiche . . . . . *Pag.* 1048
Nallino (Carlo Alfonso). — Sull'infondata leggenda della " Tomba di David „ sottostante al Santuario del Cenacolo . . „ 1155
Nazzari (Rinaldo). — Il " dato „ come principio di certezza (Discussione gnoseologica) (Nota I-II) 740, 761
Negri (Luigi). — Un preteso Anti-Machiavello francese della Rinascita: Stefano La Boétie e Nicolò Machiavelli . . . „ 761
Neri (Ferdinando). — La leggenda di Gargantua nella Valle d'Aosta „ 410
Orlando (S. E.). — A nome di S. M. il Re ringrazia l'Accademia del cortese saluto inneggiante al glorioso compimento dei voti della Nazione . . . . . „ 2
Pacchioni (Giovanni). — Accetta l'incarico di commemorare il Socio Chironi . . . . . „ 40
Panetti (Modesto). — La curvatura delle funi portanti dotate di rigidezza elastica . . . . . „ 992
Parona (C. F.). — Comunica le condoglianze pervenute per la morte dei Soci Guareschi e Chironi . . . . . „ 3
— Presenta i doni di libri pervenuti durante le ferie autunnali e segnala particolarmente due pubblicazioni postume del compianto Socio Guareschi, e quelle del Socio nazionale non residente Righi, dei Soci corrispondenti C. De Stefani e V. Reina, del Dottore M. Tiffenau ed altre . . . . . „ 3
— Comunica una lettera della " Société Mathématique de France „ che esaltando la vittoria degli Alleati fraternizza nella gioia coll'Accademia . . . . . „ 67
— Presentando il libro *Ologenesi. Nuova teoria dell'evoluzione e della distribuzione geografica dei viventi*, del Socio corrispondente Prof. D. Rosa, ne rileva l'importanza . . . . . „ 378
— Presenta in omaggio all'Accademia diverse pubblicazioni del Socio corrispondente De Toni, del Seminario matematico della Facoltà di Scienze di Roma; dell'Ufficio psico-fisiologico di aviazione di Roma . . . . . „ 441
— Presentando l'opera dell'Ing. C. Capacci, accenna all'importanza di essa, rilevata anche dal Socio corrispondente C. De Stefani „ 971
Pasquali (Giorgio). — Epigrammi callimachei (Nota I-II) . 1132, 1146
Patetta (Federico). — Relazione per la tutela del Patrimonio Archivistico Italiano, letta ed approvata a voti unanimi nell'adunanza del 16 Febbraio 1919 . . . . . „ 433
— A nome del Socio Sforza presenta diverse sue pubblicazioni „ 504
— Nominato in sostituzione del Socio Brondi impedito da pubblico ufficio di partire per Parigi per rappresentare l'Accademia al convegno interalleato indetto dall'Académie des Inscriptions et Belles Lettres . . . . . „ 808
Peano (Giuseppe). — Risoluzione graduale delle equazioni numeriche „ 795
— Incaricato di commemorare il Socio nazionale non residente U. Dini . . . . . „ 2

Peano (Giuseppe). — Presenta con parole di vivo elogio l'opera in due volumi: *Meccanica razionale* del Prof. R. Marcolongo, Socio corrispondente dell'Accademia . . . . . *Pag.* 67
— Presenta in omaggio l'opera del Socio corrispondente R. Marcolongo: *Il problema dei tre corpi da Newton ai nostri giorni* „ 378
Perucca (Eligio). — Sul modo di ottenere un " quarto d'onda „ acromatico. Due sferometri sensibilissimi . . . . . „ 1013
Ponzio (Giacomo). — È incaricato di commemorare il Socio I. Guareschi . . . . . „ 2
Prato (Giuseppe). — Giacomo Giovanetti ed il protezionismo agrario nel Piemonte di Carlo Alberto . . . . . „ 565
Raciti (Concetta). — Sopra una classe di varietà abeliane a tre dimensioni . . . . . „ 443
Roccati (Alessandro). — Ricerche lito-mineralogiche sopra alcuni pozzi profondi della pianura padana. IV. Pozzo nella città di Alessandria . . . . . „ 653
Romano (Benedetto). — Appunti sull'ortografia di Marziale (Nota I-II) 239, 262
Rosa (Daniele). — L'opera scientifica di Lorenzo Camerano . „ 686
Ruffini (Francesco). — Eletto Vice Presidente dell'Accademia 123, 678, 1045
— Ringrazia per la sua elezione a Vice Presidente dell'Accademia „ 220
— Offre all'Accademia diverse sue pubblicazioni . . . . „ 503
— Illustra con osservazioni varie, due pubblicazioni donate dal Socio Schiaparelli a nome dell'Associazione Nazionale per i missionari italiani, intitolata una *L'Italia e l'Asia Minore* del Socio corrispondente R. Paribeni, l'altra di Pasquali Baldi: *La questione dei luoghi santi in generale* . . . . . „ 809
— Nominato a far parte della Commissione per la celebrazione del 6° centenario della morte di Dante Alighieri . . . . „ 810
— Nominato membro della Commissione pel premio Bressa pel quadriennio 1915-1918 . . . . . „ 1046
Sabbadini (Remigio). — Sul codice *MM* 28 dell'Accademia . „ 342
Sacco (Federico). — Nominato membro della Commissione per il premio Vallauri per le scienze fisiche pel quadriennio 1915-1918 „ 1046
Saitta (Giuseppe). — Gli è conferita una metà del premio Gautieri per la filosofia (triennio 1915-1917) . . . . . „ 1046
Salandra (S. E. On. Antonio). — Eletto Socio nazionale non residente „ 221
— Ringrazia per la sua nomina . . . . . „ 259
— Ricevendo il Diploma accademico rinnova l'espressione della sua riconoscenza . . . . . „ 503
Salvadori (Tommaso). — Eletto delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . . „ 681
Sannia (Gustavo). — Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato . . . . . „ 171
— Le serie di Dirichlet sommate col metodo di Borel generalizzato „ 315
Sarfatti (Mario). — I Quasi-contratti nel Diritto Inglese in rapporto al Diritto Italiano (Nota I e II) 820, 896

Schiaparelli (Ernesto). — Nominato membro della Commissione per il premio Bressa pel quadriennio 1915-1918 . . . *Pag.* 1046
— Presenta alla Classe con parole di encomio due monografie di Pasquale Baldi, una col titolo *Il Santuario del Cenacolo* e un'altra col titolo, *La questione dei Luoghi Santi in particolare. I Santuari contestati* . . . . . „ 1050
Segrè (Angelo). — Misure egiziane dell'epoca tolemaica, romana e bizantina (Nota I-II) 343, 391
Sibirani (Filippo). — Ulteriori ricerche intorno ad un problema analogo a quello ristretto dei tre corpi . . . . . „ 111
Solazzi (Siro). — Sul Senatoconsulto di Gaio I, 182 . . . „ 955
Somigliana (Carlo). — Sulle relazioni fra il principio di Huygens e l'ottica geometrica . . . . . „ 974
— Legge la prima relazione della Commissione del premio Vallauri per le scienze fisiche pel quadriennio 1915-1918 . . . „ 872
— Nominato membro della Commissione pel premio Bressa pel quadriennio 1915-1918 . . . . . „ 1046
Stampini (Ettore). — Vigiliae Hibernae (Note I-II-III-IV) . 505, 613, 921
— A nome dell'Accademia detta, indirizzato a S. M. il Re, un telegramma, accennando alle altissime virtù dell'Esercito e della Marina impersonate nella Maestà del Re che attraverso ai più aspri cimenti diedero alla Patria i suoi confini naturali . „ 1
— Legge il telegramma in nome dell'Accademia inviato a S. M. il Re, da lui dettato, inneggiante alla Vittoria riportata e la risposta al medesimo di S. E. Orlando . . . . . „ 40
— Comunica le condoglianze per la morte dei Soci e specialmente del Vice Presidente Chironi . . . . . „ 40
— Commemorerà l'amico Socio Giuseppe Fraccaroli . . . „ 40
— Comunica i ringraziamenti dei nuovi Soci nazionali non residenti, stranieri, e corrispondenti, eletti nell'adunanza del 23 giugno 1918 „ 40
— Comunica il carteggio avuto colla Presidenza della Deputazione Toscana di Storia patria relativo al patrimonio archivistico „ 41
— Presenta le pubblicazioni pervenute in dono all'Accademia durante le ferie autunnali . . . . . „ 41
— Comunica il carteggio avuto col Senatore Pompeo Molmenti per rivendicare i diritti della nostra Accademia . . . . „ 122
— Delegato a rappresentare l'Accademia al ricevimento in onore di Woodrow Wilson . . . . . „ 258
— Comunica la lettera del Presidente della Società Piemontese di Archeologia nella quale si prega l'Accademia di prendere in considerazione la proposta della ricostruzione in Campidoglio dell'*Ara Pacis Augustae* . . . . . „ 259
— Saluto rivolto al Presidente Woodrow Wilson nell'Aula Magna della R. Università degli Studi per incarico del Presidente della Reale Accademia delle Scienze dall'Accademico Segretario Ettore Stampini il 6 gennaio 1919 . . . . . „ 260

Stampini (Ettore). — Brevemente riferisce intorno alle accoglienze fatte all'illustre Socio straniero Woodrow Wilson . . *Pag.* 324
— Presenta, a nome del Socio corrispondente Elia Lattes, una serie di circa novanta lavori pubblicati in varî tempi, e il Socio De Sanctis ne rileva l'importanza . . . . . „ 327
— Riassume il contenuto di una *Memoria* del Prof. Antonio Sogliano intitolata: *La coltura nazionale e le Accademie* . . . . „ 328
— Presenta quale omaggio della " Carnegie Endowment for International Peace „ il *Tractatus De Bello, De Represaliis et de Duello* di Giovanni da Legnano, pubblicato a cura di Thomas Holland „ 379
— Presenta, a nome del Socio corrisp. C. Bertacchi, l'omaggio della monografia *Attraverso l'Appennino Ligure* . . . . . „ 458
— Presenta una monografia pubblicata dal Comando Supremo del R. Esercito Italiano: *La battaglia di Vittorio Veneto*, 24 ottobre-4 novembre 1918 . . . . . „ 504
— Presenta a nome dell'On. Edoardo Pantano il libro: *I problemi economici urgenti* . . . . . „ 504
— Presenta numerose pubblicazioni pervenute in omaggio all'Accademia da Istituti e persone diverse . . . . . „ 556
— e De Sanctis (G.), Relatore. — Relazione della Commissione circa un disegno d'intesa scientifica e di collaborazione internazionale delle Accademie per le ricerche d'archeologia, di filologia e di storia 673, 679, 870
— Rinuncia al mandato di rappresentare l'Accademia alla riunione d'intesa e collaborazione scientifica interalleata delle Accademie a Parigi . . . . . „ 679
— Legge una lettera della signora del compianto Socio corrispondente Pietro Rasi, che ringrazia per le condoglianze inviatele, e fa un cenno commemorativo del defunto . . . . . „ 808
— Presenta con parole di vivo elogio l'omaggio del Prof. Enrico Rostagno, *La storia d'Italia* di F. Guicciardini . . . . „ 809
— Comunica il telegramma di S. E. Orlando in risposta ad un precedente dell'Accademia . . . . . „ 869
— Comunica la nota ministeriale che notifica essere in corso il Decreto Luogotenenziale che approva l'elezione del Presidente e del Vice Presidente dell'Accademia . . . . . „ 1045
— Comunica una nota ministeriale la quale notifica non avere il Ministero assegnata alcuna indennità di rappresentanza ai delegati delle Accademie per la riunione interalleata . . „ 1045
— Presenta, accompagnata da una lettera dell'Ing. Edoardo Baravalle un magnifico album in cui sono contenute tutte le lettere pervenute al Comitato promotore per le onoranze a S. E. Paolo Boselli, e ne parla con vivo elogio . . . . . „ 1048
— Comunica la nota ministeriale che notifica essere state approvate le elezioni del Direttore e del Segretario della Classe . „ 1048
— Presenta all'Accademia alcune pubblicazioni inviate in omaggio dal Comando Supremo dell'Esercito e una dell'Accademia di Ar-

cheologia, lettere e belle arti di Napoli circa l'*Ara Pacis Augustae* e ne discorre . . . . . *Pag.* 1049
Stampini (Ettore). — Presenta il Discorso pronunziato dal Presidente On. Paolo Boselli nell'adunanza plenaria dell'Istituto storico italiano . . . . . „ 1049
— Presenta la Commemorazione, da lui letta, degli Ufficiali del 3° Reggimento Alpini caduti per la Patria . . . . „ 1049
Tanturri (Alberto). — Sul numero delle partizioni d'un numero in potenze di 2 . . . . . „ 97
— Sulla funzione del Dirichlet e sulla funzione signum x del Kronecker . . . . . „ 450
Valmaggi (Luigi). — Per il Regolamento della Facoltà di Lettere (Note I-II) 43, 139
— Per la Grammatica . . . . . „ 415
— Scorci tacitiani . . . . . „ 1195
Vidari (G.). — Relazione per il premio Gautieri . . . . „ 873
Zavagna (Ireneo). — Calcolo dei logaritmi naturali con la serie esponenziale . . . . . „ 1001

Errata-corrige . . . . . „ 1222
Indice del volume LIV . . . . . „ 1223

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

NB. Le pubblicazioni segnate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; le altre senza asterisco si ricevono in dono

Dal 18 Giugno al 17 Novembre 1918.

Astis (G. de). Studio sugli acidi organici fissi nel vino con particolare riguardo all'acido lattico. Roma, 1918; 8° (*dall'A.*).

Barnes (G. E.). The rationale of Neurasthenia and of disturbances of arterial tension. Boston, 1917; 8° (*dall'A.*).

— The Etiology of disturbances of the heart beat. Boston, 1917; 8° (*id.*).

Blanchard (R.). La Mimophonie, son rôle dans la formation des langues. Paris, 1914; 8° (*dall'A.*).

— Épigraphie Médicale. Corpus Inscriptionum ad medicinam biologiamque spectantium. T. 1er. Paris, 1915; 8° (*id.*).

Boccardi (G.). La latitudine di Pino Torinese nel 1916-17. Torino, 1918; 8° (*dall'A.*).

Bovero (A.) e **Gualberto** (L.). Em torno de um methodo do prof. R. Fusari para a differenciação chromatica em preparados anatomicos. São Paulo, 1918 (*dal prof. Bovero, Socio corrispondente dell'Accademia*).

Coblentz (W. W.). Photoelectric sensitivity of bismuthinite and various other substances. Washington, 1918; 8° (*dall'A.*).

— Instruments and methods used in radiometry. III, The photoelectric cell and other selective radiometers. Washington, 1918; 8° (*id.*).

— and **Emerson** (W. B.). Reflecting power of tungsten and stellite. Washington, 1917; 8° (*id.*).

Deniker (I.). Bibliographie des travaux scientifiques (sciences mathématiques, physiques et naturelles) publiés par les Sociétés Savantes de la France dressée sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique. T. I, 3ème liv. Ain-Orne. Paris, 1916; 4° (*dono del Ministero*).

De Stefani (C.). Sulle tracce attribuite all'uomo pliocenico nel Senese. Roma, 1877; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

— La Hyalina de Natale Benoit e la H. Uziellii Issel. Siena, 1879; 8° (*id.*).

— Nuove specie di Molluschi viventi nell'Italia centrale. Siena, 1879; 8° (*id.*).

— Due parole sulle osservazioni del sig. Pini intorno ad alcune Clausilie toscane. Siena, 1879; 8° (*id.*).

De Stefani (C.). Una Lartetia italiana. Siena, 1880; 8° (*dall'A.*).
— Clausilia lunensis. Siena, 1881; 8° (*id.*).
— Sopra alcune Xerophilae dell'Appennino centrale. Siena, 1881; 8° (*id.*).
— Di nuovo sui lavori del Comitato geologico nelle Alpi Apuane. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— La galleria dei Ceracci pella ferrovia Lucca-Viareggio nelle Alpi Apuane. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— Le pieghe dei terreni eocenici nelle Alpi Apuane. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— Le Alghe fossili nelle rocce delle Alpi Apuane. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— Sugli odierni rapporti fra gli studi geologici e lo Stato in Italia. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— Pieghe costituenti le Alpi Apuane. Contribuzione agli studi sulla formazione delle montagne. Carta e sezioni geologiche delle Alpi Apuane in grande scala. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— La zona marmifera delle Alpi Apuane secondo gli studi dell'Ufficio geologico e secondo i miei. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— I profili geometrici dell'Ufficio geologico d'Italia nelle Alpi Apuane. Pisa, 1881; 8° (*id.*).
— Sui nuovi profili geometrici delle Alpi Apuane pubblicati dall'Ufficio geologico. Pisa, 1882; 8° (*id.*).
— L'Ufficio geologico d'Italia a proposito del progetto di legge sulla Carta geologica. Siena, 1882; 8° (*id.*).
— Osservazioni stratigrafiche sui dintorni di Serravezza. Roma, 1883; 4° (*id.*).
— Sulle serpentine italiane. Venezia, 1884; 8° (*id.*).
— Molluschi viventi nelle Alpi Apuane, nel Monte Pisano e nell'Apennino adiacente. Siena, 1883; 8° (*id.*).
— Escursione scientifica nella Calabria (1877-78). Jeio, Montalto e Capo Vaticano. Studio geologico. Roma, 1884 (*id.*).
— Lo stato presente degli studi geologici in Italia. Firenze, 1886; 8° (*id.*).
— Il Permiano nell'Apennino. Roma, 1887; 8° (*id.*).
— Le Alpi Apuane. Torino, 1887; 8° (*id.*).
— Origine del porto di Messina e di alcuni interrimenti lungo lo stretto. Roma, 1888; 8° (*id.*).
— Precedenza del *Pecten Angelonii* Mgh al *P. Histrix* Dod. Roma, 1888; 8° (*id.*).
— La Carta geologica d'Italia pubblicata per cura del R. Ufficio geologico. Roma, 1891; 8° (*id.*).
— Aperçu géologique de l'Ile de Samos. Lausanne, 1892; 4° gr. (*id.*).
— Descrizione sommaria delle principali pieghe dell'Appennino fra Genova e Firenze. Roma, 1893; 8° (*id.*).
— Sulle acque potabili per Firenze. Firenze, 1894; 8° (*id.*).
— Granulite, granitite in massa ed in filoni e trachite quarzifera eocenica dell'Isola d'Elba. Roma, 1894; 8° (*id.*).
— Gli Schisti paleozoici dell'Isola d'Elba. Roma, 1894; 8° (*id.*).
— Sulla posizione del *Langhiano* nelle Langhe. Pisa, 1895; 8° (*id.*).
— Un nuovo giacimento di mercurio in Val di Taro. Pisa, 1895; 8° (*id.*).
L'Ile de Karpathos. Lausanne, 1895; 4° (*id.*).
— Sulle roccie della Valle del Trebbia, a proposito di un lavoro di S. Traverso. Pisa, 1896; 8° (*id.*).

De Stefani (C.). Adunanza generale estiva tenuta in Roma il 25 ottobre 1889 (dalla Società Geologica Italiana). Discorso pronunziato dal Presidente. Roma, 1896; 8° (*dall'A.*).
— Viaggio nella Penisola balcanica. Comunicazione. Roma, 1896; 8° (*id.*).
— Osservazioni geologiche sul terremoto di Firenze del 18 maggio 1895. Modena, 1897; 8° (*id.*).
— Ai Soci della Società Geologica Italiana. Firenze, 29 settembre 1898; in f° (*id.*).
— Della necessità e del modo di determinare gli spostamenti del suolo in Italia. Relazione. Firenze, 1898; 8° (*id.*).
— La produzione dell'acido borico e del borace specialmente in Italia. Roma, 1899; 8° (*id.*).
— Come l'età dei Graniti si debba determinare con criteri stratigrafici. Roma, 1899; 8° (*id.*).
— Il Miocene dell'Apennino settentrionale a proposito di due recenti lavori di Oppenheim e di Sacco. Pisa, 1900; 8° (*id.*).
— Notizie geologiche sull'Isola del Giglio. Firenze, 1900; 8° (*id.*).
— Le acque atmosferiche nelle fumarole a proposito di Vulcano e Stromboli. Roma, 1900; 8° (*id.*).
— Le sorgenti delle Valli del Terzolle e del Mugnone. Firenze, 1900; 8° (*id.*).
— Flore Carbonifere e Permiane della Toscana. Firenze, 1901; 8° (*id.*).
— La villa puteolana di Cicerone ed un fenomeno precursore all'eruzione del Monte Nuovo. Roma, 1901; 8° (*id.*).
— Molluschi pliocenici di Viterbo. Pisa, 1901; 8° (*id.*).
— I terreni terziari della provincia di Roma. Roma, 1902; 8° (*id.*).
— Nuovi fossili delle Alpi Apuane. Roma, 1903; 8° (*id.*).
— Su alcuni pozzi di petrolio nel Parmense, e sulle loro spese d'impianto e d'esercizio. Perugia, 1904; 8° (*id.*).
— La linea direttissima da Genova alla valle del Po. Perugia, 1904; 8° (*id.*).
— Le acque termali di Torrite in Garfagnana. Roma, 1904; 8° (*id.*).
— Gli strati marini della cava Mazzanti al Ponte Molle. Roma, 1904; 8° (*id.*).
— Gli strati subterrestri della cava Mazzanti al Ponte Molle. Roma, 1904; 8° (*id.*).
— Su alcuni terreni eocenici della Dalmazia. Roma, 1904; 8° (*id.*).
— I proietti di Leucotefrite nei Campi Flegrei. Roma, 1905; 8° (*id.*).
— Giuseppe Ristori. Roma, 1906; 8° (*id.*).
— La Valle Devero nelle Alpi Pennine ed il profilo del Sempione. Roma, 1906; 8° (*id.*).
— Le Marne a *Cardium* del Ponte Molle presso Roma. Roma, 1907; 8° (*id.*).
— Cenni geologici sul Djebel Aziz in Tunisia. Roma, 1907; 8° (*id.*).
— La serie eocenica dell'Isola di Arbe nel Quarnero. Roma, 1907; 8° (*id.*).
— I terreni e le acque Cloro sodiche della Salute in Livorno. Pisa, 1907 (*id.*).
— Le cave di granito al Seccheto nell'Isola d'Elba. Firenze, 1907; 8° (*id.*).
— Pozzo artesiano al Ponte a Elsa nel Valdarno inferiore. Perugia, 1907; 8° (*id.*).
— Di due trivellazioni ai bagni di Montecatini. Perugia, 1907; 8° (*id.*).
— L'Acqua sorgiva di Panna. Firenze, 1907; 16° (*id.*).

De Stefani (C.). Géotectonique des deux versants de l'Adriatique. Liège, 1908; 8° (*dall'A.*).
— Di alcuni carreggiamenti locali recentemente supposti in Italia. Roma, 1908; 8° (*id.*).
— La frana del Duomo di Pienza. Catania, 1909; 8° (*id.*).
— Riassunto delle osservazioni fatte dopo il terremoto Calabro-Siculo del 1908. Roma, 1909; 8° (*id.*).
— La livellazione sul littorale Calabro-Siculo fatta dopo il terremoto del 1908. Roma, 1910; 8° (*id.*).
— Il profilo geologico del Sempione. III. La grande galleria. Roma, 1910; 8° (*id.*).
— Il mare e i terreni sedimentari secondo gli studi dell'ultimo cinquantennio. Firenze, 1911; 8° (*id.*).
— Sunto geologico dei Sette Comuni nel Vicentino. Roma, 1911; 8° (*id.*).
— Il Paleozoico inferiore di Alì nel Messinese. Pisa, 1911; 8° (*id.*).
— Sunto geologico dei Monti livornesi. Pisa, 1911; 8° (*id.*).
— La regione sismica Calabro-Peloritana. Roma, 1912; 4° (*id.*).
— I fosfati di Malta. Firenze, 1912; 8° (*id.*).
— L'acqua potabile in Firenze. Firenze, 1912; 8° (*id.*).
— Geologia endodinamica in Italia nell'ultimo cinquantennio. Pisa, 1912; 8° (*id.*).
— Noduli fosfatici di Siracusa. Pisa, 1912; 8° (*id.*).
— Calimno. Cenni geologici. Roma, 1912; 8° (*id.*).
— L'Arcipelago di Malta. Roma, 1913; 8° (*id.*).
— La zona serpentinosa nella Liguria occidentale. Roma, 1913; 8° (*id.*).
— Il ghiacciaio del Brenta e gli altri ghiacciai nei Sette Comuni (Vicenza). Torino, 1913; 8° (*id.*).
— Dante Pantanelli. Roma, 1914; 8° (*id.*).
— Le recenti teoriche Americane. Relazione del XII Congresso geologico internazionale di Toronto. Roma, 1914; 8° (*id.*).
— Fossili paleozoici dell'Isola d'Elba. Roma, 1914; 8° (*id.*).
— Su una Nota di Steinmann intorno alle rocce di Prato in Toscana. Roma, 1914; 8° (*id.*).
— Parole pronunziate come Presidente della " Società Italiana d'Antropologia ed Etnologia „ nella pubblica adunanza del Comitato per le Ricerche di Paleontologia umana in Italia, il 19 marzo 1914. Firenze, 1914; 8° (*id.*).
— Ambiente geologico del terremoto della Marsica (13 gennaio 1915). Roma, 1915; 8° (*id.*).
— Grotta preistorica di Equi in Lunigiana. Roma, 1916; 8° (*id.*).
— I dintorni di Equi nelle Alpi Apuane. Firenze, 1916; 8° (*id.*).
— La Grotta preistorica di Equi nelle Alpi Apuane. Firenze, 1917; 8° (*id.*).
— Le ricchezze minerarie e l'economia nazionale dopo la guerra. Firenze, 1917; 8° (*id.*).
— Escursione geologica da Buti a Calci nel Monte Pisano. Pisa, 1917; 8° (*id.*)
— Ancora la Grotta preistorica di Equi. Roma, 1917; 8° (*id.*).
— Francesco Bassani. Commemorazione. Roma, 1917; 8° (*id.*).

De Stefani (C.). Cenni di Geografia fisica sulla Palestina. Roma, 1918; 8° (*dall'A.*).

— Giovanni Di Stefano. Commemorazione. Roma, 1918; 8° (*id.*).

— Reperto paleolitico nell'alluvione del Simeto (Sicilia). Roma, 1918; 8° (*id.*).

— Iconografia dei nuovi molluschi pliocenici d'intorno Siena. S. a. l. 8° (*id.*).

— Sulla possibilità di un solido sbarramento per sopraelevare sensibilmente il pelo d'acqua del Lago di Codelago (Comune di Baceno-Ossola). S. a. l. (*id.*).

— Relazione delle escursioni fatte tra Rimini e S. Marino. Roma, s. a. 8° (*id.*).

— Sopra un'opinione del sig. L. Mazzuoli intorno all'origine della Serpentina. Roma, s. a. 8° (*id.*).

— Il terreno terziario nella Valle del Mesima. Roma, s. a. 8° (*id.*).

— Galleria filtrante nel Gabbro dell'Imprunetta presso Firenze. Pisa, s. a. 8° (*id.*).

— e **Dainelli** (G.). I terreni eocenici presso Bribir in Croazia. Roma, 1902; 8° (*id.*).

— e **Fantappiè** (L.). I terreni terziari superiori dei dintorni di Viterbo. Roma, 1899; 8° (*id.*).

— e **Martelli** (A.). I terreni eocenici dei dintorni di Metkovich in Dalmazia e in Erzegovina (*id.*).

— e **Nelli** (Bindo). Fossili miocenici dell'Appennino Aquilano. Roma, 1899; 8° gr. (*id.*).

— e **Pantanelli** (D.). Di una nuova Daudebardia italiana. Daudebardia tarentina. Siena, 1879; 8° (*id.*).

— e **Sforza** (M.). Creta superiore da Orfella al Gebel Soda in Tripolitania. Roma, 1913; 8° (*id.*).

— Relazione sul concorso al Premio Reale per la Mineralogia e Geologia scaduto il 31 dicembre 1904. Commissione: De Stefani, Emery, Grassi B., Taramelli e Bassani (relatore). Roma, 1906; 4° (*id.*).

— Pisa (Municipio di). Studio delle acque di Caprona. Relazione della Commissione. Pisa, 1908; 8° (*id.*).

— Studio delle acque profonde della Valle del Serchio presso Ripafratta da derivarsi con pozzi nel territorio di Filettole per alimento di nuovi acquedotti per le città di Livorno e Pisa. Relazione della Commissione. Pisa, 1911; 4° (*id.*).

— Rapporto di Perizia eseguita dai signori ing. Gio. Batt. Bruno, prof. Carlo De Stefani ed ing. Odoardo Sadun nella causa tra la " Società Magona d'Italia „ e la " Società Alti Forni Fonderie ed Acciaierie di Piombino „. Firenze, 1918; 4° (*id.*).

— Relazione sul concorso ai due premi istituiti dal Ministero della Pubblica Istruzione per le scienze naturali nel 1916. Commissari: B. Grassi, R. Pirotta, C. De Stefani (relatore). Roma, 1918; 8° (*id.*).

Flick (V.). L'industria tedesca dei colori d'anilina e la sua organizzazione. Conferenza. Roma, 1918; 8° (*dalla Tip. F. Centenari*).

Galvão (J. Ayrosa). Fixura nasalis lateralis congenita bilateral. S. Paulo, 1917; 8° (*dall'A.*).

Gautier (R.). Rapport sur les concours de réglage de chronomètres de l'année 1917. Genève, 1917; 8° (*dall'A.*).

Guareschi (I.). Del vero e del falso. Roma, 1918; 16° (*dono della famiglia*).

— Riso e vitamine. Torino, 1918; 4° (*id.*).

Laurent et Gerhardt. Correspondance de Charles Gerhardt publiée et annotée par Marc Tiffeneau. Vol. 1er. Laurent et Gerhardt. Paris, 1918; 8° (*dono del sig. M. Tiffeneau per incarico del Comitato per le onoranze a Gerhardt*).

Musciacco (A.). Delle illusioni ottiche spaziali in relazione con la retina umana. Lecce, 1918; 8° (*dall'A. per il premio Vallauri, quadriennio 1915-1918*).

— Un tratto di unione tra spirito e materia (Considerazioni di fisica-organica). Lecce, 1918; 8° (*dall'A. per concorrere al premio Vallauri, quadriennio 1915-1918*).

Reina (V.). Commemorazione del prof. Paolo Pizzetti. Roma, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Righi (A.). I fenomeni elettro-atomici sotto l'azione del magnetismo. Bologna, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale non residente*).

Vries (H. de). Van Amoebe tot Mensch. Utrecht, 1918 (*dall'edit. A. Oosthoek*).

Williams (S. R.). A Study of the Joule and Wiedemann Magnetostrictive Effects in the Same Specimens of Nickel. Oberlin, 1918; 8° (*dall'A.*).

Dal 23 Giugno al 24 Novembre 1918.

Bertacchi (C). L'Armenia (Una Polonia asiatica). Con una carta geografica e quattro tavole in nero fuori testo. Novara, 1918; 8° (*dall'A.*).

Boselli (P.). Commemorazione di Giuseppe Pitré, Tommaso Casini, Paolo Carcano. Dette nell'adunanza del 21 giugno 1918 del " Comitato Nazionale per la Storia del Risorgimento ". Roma, 1918 (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Commemorazioni di Soci defunti dette nell'Assemblea generale della R. Deputazione di Storia patria il 26 maggio 1918. Torino, 1918; 8° (*id.*).

Botti (L.). Metafisica dell'Io. Saggio di Filosofia speculativa e critica. Genova, 1918; 2 vol. in 8° (*dall'A. per il premio Gautieri per la Filosofia, triennio 1915-1917*).

Dalla Vedova (G.). La geografia nella vita e nella scuola moderna. Roma, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

— Don Onorato Caetani. Cenni. Roma, 1917; 8° (*id.*).

De Sarlo (F.). Psicologia e Filosofia. Studi e ricerche. Firenze, 1918; 2 vol. in 8° (*dall'A.*).

Donati (G.). La Pedagogia. Forlì, 1918; 8° (*dall'A.*).

— La filosofia razionale. Forlì, 1918; 8° (*id.*).

— Colonia campestre estiva per i figli dei richiamati e dei profughi di guerra. Forlimpopoli, estate del 1918. Forlì, 1918; 8° (*id.*).

** **Effemeridi** letterarie di Roma. Roma, 1792-1797; 6 vol. in 4°.

Frola (G.). Corpus Statutorum Canavisii. Torino, 1918; 3 vol. in 8° (*dono del conte Senatore S. Frola*).

Guarnerio (P. E.). Fonologia romanza. Milano, Hoepli, 1918; 16° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Sforza (G.). Ricordi e biografie lucchesi. Lucca, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Valdarnini (A.). Saggi di filosofia teoretica. Bologna, 1917; 8° (*dall'A.*).

Dal 17 Novembre al 29 Dicembre 1918.

Ciofro: Il Lunario solare dell'anno del mondo 5919 pari all'anno solare 1919. Progetto. Segue un Decalogo della vita. Firenze, 1918; 24° (*dall'A.*)

Dawson (Ch.) and **Woodward** (A. S.). On a Bone implement from Piltdown (Sussex). London, 1916; 4° (*dal sig. Woodward per concorrere al premio Bressa internazionale, quadriennio 1915-1918*).

Guidi (C.). Prove di elasticità e resistenza sulla fune portante dei carrelli vuoti delle funivie Savona-San Giuseppe. Varese, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— La Statica delle dighe a volta. Varese, 1918; 8° (*Id.*).

Ivaldi (G.). Sull'applicazione dei principî di Galileo allo studio dei gas. Genova, 1918; 8° (*dall'A.*).

Marcolongo (R.). Meccanica razionale. 2ª edizione, Milano, 1918; 2 vol. 24° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Mattirolo (O.). Sul ciclo di sviluppo di due specie di Scleroziate del gen. *Lepiota* Fr. e sulle loro affini. Roma, 1918; 4° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Morandi. Delitto patrio (La febbre aftosa). Como, 1918; 8° (*dall'A.*).

Petronievics (B.) and **Woodward** (A. S.). On the Pectoral and Pelvic Arches of the British Museum Specimen of *Archaeopteryx*. London, 1917; 8° (*dal sig. Woodward per concorrere al premio Bressa internazionale, quadriennio 1915-1918*).

Somigliana (C.). La meccanica delle oscillazioni sismiche. Bologna, 1918; 8° (*dall'A. Socio residente dell'Accademia*).

Woodward (A. Smith). The use of fossil Fishes in stratigraphical Geology. London, 1915; 8° (*dall'A. per concorrere al premio Bressa internazionale, quadriennio 1915-1918*).

— The use of the Higher Vertebrates in stratigraphical Geology. London, 1917; 8° (*id.*).

— The fossil Fishes of the English Wealden and Purbeck formations. Part. I-II. London, 1916-1918; 2 fasc. 4° (*id.*).

— A new specimen of Saurostomus esocinus. London, 1916; 8° (*id.*).

— On a Mammalian mandible (*Cimolestes Cutleri*) from an Upper Cretaceous formation in Alberta, Canada. London, 1916; 8° (*id.*).

— Early Man. London, 1917; 8° (*id.*).

— On a new species of Edestus from the Upper Carboniferous of Workshire. London, 1917; 8° (*id.*).

Woodward (A. Smith). Notes on the Pycnodont Fishes. London, 1917; 8° (*id.*).
— On the Skull of an extinct Mammal related to Aeluropus from a Cave in the Ruby Mines at Mogok, Burma. London, 1917; 8° (*id.*).
— The so-called Coprolites of Ichthyosaurian and Labyrinthodonts. London, 1917; 8° (*id.*).
— A Guide to the Fossil Remains of Man. 2nd edition, London, 1918; 8° (*id.*).
— and **Smith** (G. Elliot). On a Second Skull from the Piltdown Gravel. London, 1917; 4° (*id.*).

Dal 24 Novembre 1918 al 5 Gennaio 1919

Bonaventura (E.). Sul concetto συνημμένον nella Logica Stoica. Firenze, s. a.; 8° (*dall'A. per concorrere al Premio Gautieri di Filosofia del triennio 1915-1917*).
— La Percezione del tempo. Firenze, s. a.; 8° (*id.*).
— La Memoria affettiva. Firenze, 1913; 8° (*id.*).
— L'insegnamento della psicologia all'estero. Relazione. Firenze, 1914; 8° (*id.*).
— Il giudizio particolare, sua natura e sua funzione nel ragionamento. Prato, 1915; 8° (*id.*).
— Ricerche sperimentali sulle illusioni dell'intro-spezione. Firenze, 1915; 8° (*id.*).
— Le qualità del mondo fisico. Studi di filosofia naturale. Firenze, 1916; 8° (*id.*).
— L'attività del pensiero nella percezione sensoriale. Bologna, 1917; 8° (*id.*).
Bustico (G.). Avanzi romani nell'Ossola. Domodossola, 1910; 8° (*dall'A. per il II premio Pollini*).
— Numismatica ossolana. Quattro monete romane di Valle Vigezzo. — Due medaglie di Innocenzo IX da Cravegna. — Monete e sigilli ossolani. Milano, 1910; 8° (*id.*).
— Catalogo descrittivo dei manoscritti della Biblioteca Galletti di Domodossola. Domodossola, 1910; 8° (*id.*).
— Inventario topografico del monetiere del Museo Galletti. Domodossola, 1911; 8° (*id.*).
— Il palazzo della Fondazione Galletti di Domodossola (Art.° nell' "Emporium", febbraio 1912); 8° (*id.*).
— Catalogo delle cose d'arte e d'antichità dell'Ossola. Domodossola, 1912; 8° (*id.*).
— Materiali per la Storia della cartografia dell'Ossola (2ª ediz.). Novara, 1917; 8° (*id.*).
— La cartografia dell'Ossola (Saggio). Domodossola, 1912; 8° (*id.*).
— Bibliografia di G. Bustico, 1896-1913.
— Il mercato di Domodossola e il diploma di Berengario. Pavia, 1913; 8° (*id.*).
— Vallate ai confini d'Italia. Valli Antigorio e Formazza. Gozzano, Omegna, Domodossola, 1913; 8° (*id.*).

Bustico (G.). L'Ossola nelle " Note di viaggio dei fratelli De Goncourt e del Tissot „. Gozzano, Omegna, Domodossola.

— Gli Statuti di Premia in Valle Antigorio. Gozzano, Omegna, Domodossola, 1913; 8° (*id.*).

— Pittori ai confini d'Italia. Novara, 1914; 8° (*id.*).

— Folklore di Val Formazza. Domodossola, 1915; 8° (*id.*).

— Il principe dei benefattori ossolani Gian Giacomo Galletti. Domodossola, 1916 (*id.*).

— Banditi nell'Ossola durante e dopo il periodo spagnuolo. Domodossola, 1916; 8° (*id.*).

— La Valle Antrona nell'opera " Piedmont „ di Estella Canziani. Domodossola, 1916; 8° (*id.*).

— Il privilegio del Sale nell'Ossola. Domodossola, 1916; 8° (*id.*).

— La Storiografia ossolana. Firenze, 1916; 8° (*id.*).

— Vestigia romane nell'Ossola. Novara, 1918; 8° (*id.*).

— Il primo periodo del giornalismo ossolano 1849-1864. Novara, 1918; 8° (*id.*).

— Relazione sull'andamento dei Musei Galletti per l'anno 1910. Domodossola, 1911; 8° (*id.*).

— I mobili del Pretorio del Borgo di Domodossola alla metà del 700. Novara, s. a.

— Mulini e condizioni fluviali nell'Ossola nel secolo XVII. Novara, s. a.

— *Illustrazione Ossolana.* Bullettino della Biblioteca e dei Musei Galletti (diretta dal prof. G. Bustico), Anno III e IV, 1912, 1913; 8° (contenenti articoli del Bustico segnati colla sigla *gb* e altri firmati).

Capus (G.). Memorie della Corte di Mattarella o sia del Borgo di Duomo d'Ossola ripubblicate a cura del prof. Guido Bustico. Novara, 1918; 8° (*dal prof. G. Bustico per concorrere al premio Pollini*).

Corpus scriptorum latinorum Paravianum: N. 13. Phaedri fabulae di D. Bassi; — N. 16. P. Ovidi Nasonis Artis amatoriae libri tres di C. Marchesi; — N. 17. Carmina ludicra Romanorum di C. Pascal, Direttore del *Corpus*; — N^i 22, 23. P. Vergili Maronis Aeneidos lib. I-VI di R. Sabbadini (*dono della Ditta Paravia e C.*).

Crosa (E.). Il principio della Sovranità popolare dal medioevo alla rivoluzione francese. Torino, 1918; 8° (*dall'A. per concorrere al premio Gautieri per la Filosofia, triennio 1915-1917*).

** **Fumagalli** (G.). Chi l'ha detto. Tesoro di citazioni italiane e straniere di origine letteraria e storica indicate ordinate e annotate, 6ª edizione. Milano, 1915; 8°.

Gamurrini (G. F.). Petrarca e la scoperta dell'America. Conferenza. Arezzo, 1918; 4° (*dall'A.*).

Hollis (W. A.). Education and Brain development. A psychological problem. London, 1918; 8° (*dall'A.*).

Dal 29 Dicembre 1918 al 12 Gennaio 1919.

** *Almanacco* italiano, vol. XXIV, 1919; 8°.

Colonnetti (G.). Proiettili. Appunti pubblicati per cura della Società An. italiana per la fabbricazione dei proiettili. Milano, 1918; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Hicks (W. M.). On the Enhanced Series of Lines in Spectra of the Alkaline Earths. London, 1915; 8° (*dall'A. per concorrere al Premio Bressa del quadriennio 1915-1918*).

— A critical study of Spectral Series. Parts I-IV. London, 1909-1916; 4° (*id.*).

Jeffreys (H.). Certain Hypotheses as to the Internal Structure of the Earth and Moon. London, 1915; 4° (*dall'A. per concorrere al Premio Bressa del quadriennio 1915-1918*).

— The Effect of a Resisting Medium on Lagrange's Three Particles. London, 1915; 8° (*id.*).

— Two applications of Jacobi's integral. London, 1917; 8° (*id.*).

— The Viscosity of the Earth. London, 1915; 8° (*id.*).

— The Viscosity of the Earth (Third Paper). London, 1917; 8° (*id.*).

— The Compression of the Earth's Crust in Cooling. London, 1916; 8° (*id.*).

— On Certain Possible Distributions of Meteoric Bodies in the Solar System London, 1916; 8° (*id.*).

— The Secular Perturbations of the Four Inner Planets. London, 1916; 8° (*id.*).

— The Secular Perturbations of the Inner Planets. London, 1918; 8° (*id.*).

— On the Early History of the Solar System. London, 1918; 8° (*id.*).

— The Resonance Theory of the Origin of the Moon. London, 1917; 8° (*id.*).

— Causes contributory to the Annual Variation of Latitude. London, 1916; 8° (*id.*).

— On Periodic Convection Currents in the Atmosphere. I-II. London, 1917; 8° (*id.*).

— Some Problems of Evaporation. London, 1918; 8° (*id.*).

— Problems of Denudation. London, 1918; 8° (*id.*).

Lacroix (A.) Notice historique sur Déodat Dolomieu. Par - 1918; 4° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Maggiora (A.). In ricordanza del II centenario della morte di Bernardino Ramazzini. Bologna, 1918; 4° (*dall'A.*).

Meek (A.). The migrations of Fish. London, 1916; 4° (*dall'A. per concorrere al Premio Bressa del quadriennio 1915-1918*).

Michaud (Félix). Les solutions des Gaz dans les liquides; " Extrait des Annales de Physique „, 9ª Serie (*dall'A. per concorrere al Premio Bressa del quadriennio 1915-1918*).

— Contribution à l'étude des mélanges. Idem (*id.*).

— Le principe de Carnot et le principe de la dégradation et de l'énergie. Nei nⁱ 16-17 de la " Revue scientifique „ du 11, 18, 25 août 1917 (*id.*).

Michaud (Félix). Parois semi-perméables et Potentiels thermodynamiques. Nel n° 21 della " Revue générale des Sciences „ du 15 septembre 1917 (*id.*).

— Association moléculaire et Combinaison chimique. Nel n° 23 " Idem „ du 15 décembre 1917 (*id.*).

Sacco (F.). Lo spessore della Stratosfera. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Dal 12 al 26 Gennaio 1919.

Greenhill (G.). Report on the Theory of a Stream Line past a plane barrier, and of the discontinuity arising at the edge, with an application of the Theory to an Aeroplane. London, 1910; 4° (*dall'A. per concorrere al Premio Bressa del quadriennio 1915-1918*).

— Report on Gyroscopic Theory. London, 1914; 4° (*id.*).

— Theory of a Stream Line past a Curved Wing. London, 1916; 4° (*id.*).

— The Potential of a Lens, and Allied Physical Problems. Baltimore, 1917; 4° (*id.*).

— The Attraction of a Homogeneous Spherical Segment. Baltimore, 1913; 4° (*id.*).

Mattirolo (O.). Phytoalimurgia Pedemontana, ossia censimento delle Specie vegetali alimentari della Flora spontanea del Piemonte. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Sacco (F.). I ghiacciai italiani del gruppo del Monte Bianco. Roma, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Tordelli (E. A.). Nuova scoperta scientifica. Teoria universale della repulsione del calore solare e planetario. – Nuova teoria scientifica circa le cause del moto dei pianeti e dei corpi celesti in generale. Roma, 1912; 8° (*dall'A.*).

Dal 5 Gennaio al 2 Febbraio 1919.

Hubbard (G.). Reasons for Giving Geography a Greater Place in the High School. Oberlin Ohio, 1918; 8°.

Jannaccone (P.). Relazione fra commercio internazionale, cambi esteri e circolazione monetaria in Italia nel quarantennio 1871-1913. Torino, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Lattes (E.). I. Manceps; Manubiae; Praes, Praedium; Res Mancipi. II. Le curae e le lectiones di Ottaviano Augusto. Milano, 1868, 8° (*dono del prof. E. Lattes*).

— Osservazioni intorno alle epigrafi etrusche fiorentine del tipo dell'undecima bilingue. Milano, 1872; 8° (*id.*).

— Intorno ai tipi delle unilingui etrusche trinomie col metronimico in -AL, diversi da quello dell'undecima bilingue e delle sue varietà. I suffissi etruschi di nazionalità. Milano, 1872; 8° (*id.*).

Lattes (E.). Intorno alle epigrafi etrusche (Fab. 334-397) del tipo dell'undecima bilingue, e intorno ad altre unilingui comprese fra' numeri (Fab. 73-231). Milano, 1872; 8° (*id.*).

— Intorno alle unilingui etrusche. Fab. 402-462 ter del tipo dell'undecima bilingue ed intorno alle varietà di quel tipo. Milano, 1872; 8° (*id.*).

— Appunti per l'indice paleografico delle iscrizioni etrusche A. C. Milano, 1873; 8° (*id.*).

— Osservazioni intorno ad alcune voci etrusche. Milano, 1873; 8° (*id.*).

— Studj per l' " index verborum „ delle iscrizioni etrusche. Milano, 1873; 8° (*id.*).

— Osservazioni intorno ad alcune voci etrusche. Milano, 1874; 8° (*id.*).

— 1. Un'iscrizione etrusca in Val Ganna; 2. Iscrizione messapica sopra un elmo dell'armeria del nob. Giacomo Poldi-Pezzoli. Milano, 1875; 8° (*id.*).

— Appunti etruscologici. Milano, 1884; 8° (*id.*).

— Urna e specchi letterati etruschi del Museo Fol a Ginevrà. Milano, 1885; 8° (*id.*).

— Epigrafia etrusca. – VH per F. Milano, 1890; 8° (*id.*).

— Epigrafia etrusca. – Altre osservazioni intorno al VH. Milano, 1890; 8° (*id.*).

— La grande iscrizione etrusca del Cippo di Perugia, tradotta ed illustrata. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— Note di epigrafia etrusca. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— L'interpunzione congiuntiva nelle iscrizioni paleovenete. Osservazioni. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— Note di epigrafia etrusca IV, V. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— Epigrafia etrusca, Note. Ancora del VH. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— La nuova iscrizione sabellica. Osservazioni. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— Il testo etrusco della Mummia di Agram. Appunti ermeneutici. Torino, 1892; 8° (*id.*).

— Note di epigrafia etrusca. I-III. Milano, 1891 e 1892: 8°, 3 fasc. (*id.*).

— Il nuovo testo etrusco scritto sopra le fascie di una Mummia egiziana del Museo di Agram. Milano, 1891; 8° (*id.*).

— Nuovi appunti per l'interpretazione del testo etrusco della Mummia di Agram. Milano, 1892; 8° (*id.*).

— La parola " Vinum „ nella iscrizione etrusca della Mummia. Torino, 1893; 8° (*id.*).

— L'iscrizione etrusca della Mummia e il nuovo libro del Pauli intorno alle iscrizioni Tirrene di Lenno. Milano, 1894; 8° (*id.*).

— Umbr. Naharkum Naharcer, ital. Narce. Bonn, 1894; 8° (*id.*).

— Studi metrici intorno all'iscrizione etrusca della Mummia. Milano, 1895; 4° (*id.*).

— Noterelle etruscologiche. Napoli, 1895; 8° (*id.*).

— I giudizi dello Stolz e del Thurneysen contro l'italianità dell'etrusco in relazione colle fasce della Mummia colla pietra di Lenno e specialmente coi novissimi fittili di Narce. Torino-Roma, 1895; 8° (*id.*).

— L'Italianità della lingua etrusca. Milano, 1895; 8° (*id.*).

— I documenti epigrafici della Signoria Etrusca in Campania e i nomi delle maschere atellane. Messina, 1896; 8° (*id.*).

Lattes (E.). Di un nuovo esempio di verbo etrusco finito attivo in *-cc* coll'accusativo in *-m*, e del nuovo numerale etrusco *tii*, e di altre assai notevoli particolarità offerte da alcune epigrafi etrusche e latino-etrusche scoperte negli ultimi tre anni. Milano, 1896; 8° (*id.*).

— Le iscrizioni latine col matronimico di provenienza etrusca. Napoli, 1896; 4° (*id.*).

— L'iscrizione anteromana di Poggio Sommavilla. Milano, 1899; 8° (*id.*).

— Di due antichissime iscrizioni etrusche testè scoperte a Barbarano di Sutri. Milano, 1899; 8° (*id.*).

— Di una iscrizione etrusca trovata a Cartagine. Milano, 1899, 8° (*id.*).

— Il numerale etrusco ΘU, le sue alterazioni, i suoi composti e derivati. Milano, 1899; 8° (*id.*).

— Primi appunti sulla grande iscrizione etrusca trovata a S. Maria di Capua. Milano, 1900; 8° (*id.*).

— Di alcune concordanze paleografiche fra l'iscrizione arcaica del Foro Romano, la grande iscrizione di S. Maria di Capua e le etrusche più antiche. Firenze, 1900; 4° (*id.*).

— Iscrizioni inedite venete ed etrusche dell'Italia settentrionale. Milano, 1901; 8° (*id.*).

— Zu den etruskischen Monatsnamen und Zahlwörtern. Bonn, 1902; 8° (*id.*).

— Qualche appunto intorno alla preminenza delle donne nell'antichità. Firenze, 1902; 4° (*id.*).

— Etruskisch-lateinische oder etruskisierende Wörter und Wortformen der lateinischen Inschriften. I-IV. Leipzig, 1902-1904; 8°, 4 fascicoli (*id.*).

— Contro il valore unitario attribuito dal Torp al numerale etrusco ΘU. Milano, 1903; 8° (*id.*).

— Per la sincerità e l'interpretazione della grande epigrafe etrusca di S. Maria di Capua. Milano, 1904; 8° (*id.*).

— Di un'iscrizione anteromana trovata a Carcegna sul Lago d'Orta. Torino, 1904; 8° (*id.*).

— Gli Etruschi in Sicilia. Milano, 1904; 8° (*id.*).

— L'Anello Etrusco inscritto nel museo padovano. Padova, 1906; 8° (*id.*).

— I fascicoli quarto e quinto del nuovo " Corpus inscriptionum etruscarum „. Firenze-Roma, 1897; 8° (*id.*).

— I fascicoli sesto, settimo e ottavo del nuovo " Corpus inscriptionum etruscarum „. Firenze, 1899; 8° (*id.*).

— Nuovi appunti intorno alla grande iscrizione etrusca di S. Maria di Capua. Milano, 1907; 8° (*id.*).

— Nuovi studi intorno alle iscrizioni preelleniche o tirreno-etrusche di Lenno. Milano, 1907; 8° (*id.*).

— Le " annotazioni „ del Torp alla grande iscrizione etrusca di S. Maria di Capua. Napoli, 1897; 4° (*id.*).

— Saggio di un indice fonetico delle iscrizioni etrusche. Milano, 1908; 8°, 4 fasc. (*id.*).

— La compagna dell'iscrizione di Novilara. Göttingen, 1909; 8° (*id.*).

— Di un grave e frequente errore intorno alla donna ed alla famiglia etrusca. Firenze, 1910; 4° (*id.*).

Lattes (E.). A che punto siamo colla questione della lingua etrusca. I, II. Firenze, 1910; 4° (*id.*).

— Ancora dei numerali e dei nomi di mesi etruschi. Bonn, 1910; 8° (*id.*).

— A che punto siamo colla questione della lingua etrusca? Milano, 1910; 8° (*id.*).

— Vi sono in etrusco veri genitivi in *-al* e *-ia*, *-aia*, *-eia*? Göttingen, 1910; 8° (*id.*).

— Di alcune vere od apparenti somiglianze fra la lingua etrusca e le lituslave. Milano, 1911; 8° (*id.*).

— Secondo seguito del Saggio di un indice lessicale etrusco. Napoli, 1911; 4° (*id.*).

— Saggio di un indice fonetico etrusco (T, TH e D). Milano, 1911; 8° (*id.*).

— Le più antiche formole onomastiche dell'epigrafia etrusca. Milano, 1911; 8° (*id.*).

— Appunti per l'indice lessicale etrusco (D, E). Pavia, 1912; 8° (*id.*).

— Saggio di un indice morfologico etrusco. A) Le parole etrusche ordinate per finali. Pavia, 1912; 8° (*id.*).

— Saggio di un indice fonetico etrusco (S'' e S, Z). Pavia, 1912; 8° (*id.*).

— Saggio dell'indice lessicale etrusco per finali. I-II. Pavia, 1912: 2 fasc. 8° (*id.*).

— A che punto siamo coll'interpretazione del testo etrusco della Mummia? Pavia, 1913; 8° (*id.*).

— Un'iscrizione di alfabeto nordetrusco luganese testè trovata a Vergiate. Pavia, 1913; 8° (*id.*).

— L'epitaffio etrusco del claruχies' e le Bende tolemaiche di Agram. Leipzig u. Berlin, 1913; 8° (*id.*).

— Per l'interpretazione del testo etrusco di Agram (*Dattilografato*). Estr. da Hermes. Berlino, 1913; 4° (*id.*).

— A che punto siamo coll'interpretazione dei testi etruschi? Bonn, 1914; 8° (*id.*).

— Intorno ai Magistrati etruschi del Rosenberg. Pavia, 1914; 8° (*id.*).

— Ancora dell'iscrizione lepontina di Vergiate. Pavia, 1914; 8° (*id.*).

— Saggio di un indice lessicale etrusco. Milano, 1914; 4° (*id.*).

— Per l'interpretazione del testo etrusco di Agram. Berlin, 1915; 8° (*id.*).

— I testi etruschi contenenti la voce *Θes* (*Litogr. e stamp.*). Napoli, 1917; 8° (*id.*).

— La sfinge impallidita. Note etruscologiche. Milano, 1917; 8° (*id.*).

— Di alcune voci verbali etrusche. Pavia, 1917; 8° (*id.*).

— Terzo seguito del Saggio di un indice lessicale etrusco. Napoli, 1918; 4° (*id.*).

— e **Lattes** (A.). Un precursore milanese della Corte di Cassazione. Torino, 1894; 8° (*id.*).

Melli (G.). Commemorazione di Pasquale Villari. Firenze, 1918; 8° (*dalle Pubblicazioni dell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di Firenze*).

Ridgeway (W.). The Dramas and dramatic Dances of Non-European races in special reference to the Origin of Greek Tragedy with an Appendix

on the Origin of Greek Comedy. Cambridge, 1915; 8° (*dall'A. per concorrere al Premio Bressa del quadriennio 1915-1918*).

Sogliano (A.). La coltura nazionale e le Accademie. Napoli, 1918; 8° (*dall'A.*).

Stampini (E.). In honorem Woodrow Wilson et foederatarum Americae civitatum (Estratto dalla " Rivista di Filologia e di Istruzione classica „). Torino, 1919; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Saluto rivolto al Presidente Woodrow Wilson nell'Aula Magna della R. Università degli Studi per incarico del Presidente della R. Accademia delle Scienze dall'Accademico Segretario. Torino, 1919; 8° (*id.*).

Dal 26 Gennaio al 23 Febbraio 1919.

De Toni (G. B.). In memoria del Socio nazionale Prof. Sen. Lorenzo Camerano. Venezia, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

— In memoria del Socio Prof. Giulio Camus (1847-1917). Modena, 1918; 4° (*id.*).

Grassi (G.). Resistività e coefficiente di temperatura dell'alluminio. Firenze, 1919; 4° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Marcolongo (R.). Il problema dei tre corpi da Newton (1686) ai nostri giorni. Milano, 1919; 16° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Mola (P.). Fauna rotatoria sarda. Contributo alla idrobiologia della Sardegna. Bruxelles, 1913; 8° (*dall'A.*).

— Acquicoltura sarda. Contributo alla piscicultura della Sardegna. Sassari. 1917; 8° (*id.*).

Onoranze a Luciano Orlando - Ruggiero Torelli - Eugenio Elia Levi - Adolfo Viterbi - Professori di matematica nelle Università italiane. Roma, 1918; 8° (*dal Seminario Matematico della Facoltà di Scienze della R. Università di Roma*).

Roccati (A.). Il bacino della Beonia ed il massiccio del Monte Bego (Alpi Marittime). Pavia, 1916; 8° (*dall'A.*).

— Il glacialismo nelle Alpi Marittime. Torino, 1916; 8° (*id.*).

Rosa (D.). Ologenesi. Nuova teoria dell'evoluzione e della distribuzione geografica dei viventi. Firenze, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

Shapley (H.). Outline and summary of a Study of magnitudes in the globular cluster Messier 13. 1916; 8° (Publications of the Astronomical Society of the Pacific. 1916-1918) (*dall'A.*).

— The dimensions of a globular cluster. 1917; 8° (id.) (*id.*).

— Globular clusters and the structure of the Galactic system. 1918; 8° (id.) (*id.*).

— Studies of magnitudes in star clusters (Proceedings National Academy of Sciences. Washington, 1916-1917):

I. On the absorption of light in space. - II. On the sequence of spectral types in Stellar revolution. - III. The colors of the brighter stars in four globular systems. - IV. On the color of stars in the Galactic clouds surrounding Messier 11. - V. Further evidence of the

absence of scattering of light in space. – VI. The relation of blue stars and variables to Galactic planes. – VII. A method for the determination of the relative distances of globular clusters. Washington, 1917; 6 fasc. 8° (*id.*).

Shapley (H.). Studies based on the colors and magnitudes in stellar clusters (Contributions from the Mount Wilson Solar Observatory; Nos 115-117, 126, 133, 151-157):

I. The general problem of clusters. – II. Thirteen hundred stars in the Hercules cluster (Messier 13). – III. A catalogue of 311 stars in Messier 67. – IV. The Galactic cluster Messier 11. – V. Color-indices of stars in the Galactic clouds. – VI. On the determination of the distances of globular clusters. – VII. The distances, distribution in space, and dimension of 69 globular clusters. – VIII. The luminosities and distances of 139 Cepheid variables. – IX. Three notes on Cepheid variation. – X. A critical magnitude in the sequence of stellar luminosities. – XI. A comparison of the distance of various celestial objects. – XII. Remarks on the arrangement of the sideral universe (*dall'A.*).

Pease (Fr. G.) and **Shapley** (H.). Axes of symmetry in globular clusters. Washington, 1917; 8° (Proceedings National Academy of Washington, 1917) (*dagli Autori*).

— On the distribution of stars in twelve globular clusters. Washington, 1917; 8° (Contributions from the Mount Wilson Solar Observatory, 129; Astrophysical Journal, vol. XLV, 1917) (*id.*).

Dal 23 Febbraio al 23 Marzo 1919.

Honda (K.). On magnetic analysis as a means of studying the structure of iron alloys, s. l. 1918; 8° (*dall'A.*).

— On the temperature of the reversible A, transformation in carbon steels. Sendai, Japan, 1916; 8° (*id.*).

— A criterion for allotropic transformations of iron at high temperatures. Sendai, Japan, 1917; 8° (*id.*).

— On the magnetic investigation of the States of cementite in Annealed and Quenched carbon steels. Sendai, Japan, 1917; 8° (*id.*).

— and **Murakami** (T.). On the thermomagnetic properties of the carbides found in steels. Sendai, Japan, 1918; 8° (*id.*).

— — On the structure of the magnet steels and its change with the heat treatments. Sendai, Japan, 1917; 8° (*id.*).

— — On the structure of tungsten steels. Sendai, Japan, 1918; 8° (*id.*).

— and **Ôkubo** (J.). Ferromagnetic substances and crystals in the light of Ewing's Theory of Molecular Magnetism. Sendai, Japan, 1916; 8° (*id.*).

— — On the effect of temperature on magnetisation considered from the Standpoint of Ewing's Theory of Magnetism. Sendai, Japan, 1916; 8° (*id.*).

Honda (K.) and **Ôkubo** (J.). On a theory of hysteresis-loss by magnetisation. Sendai, Japan, 1917; 8° (*id.*).

— — On a kinetic theory of magnetism in general. Sendai, Japan, 1918; 8° (*id.*).

Ishiwara (T.). On the magnetic investigation of A_3 and A_4 transformations in pure iron and steel (*dall'A.*).

Mascart (J.). Observation d'un mouvement cyclonique dans les hautes régions de l'atmosphère. Lyon, 1918 (*dall'A.*).

— Deux grands hivers consécutifs. Lyon, 1919; 8° (*id.*).

Murakami (T.). On the structure of iron-carbon-chromium alloys. Sendai, Japan, 1918; 8° (*dall'A.*).

Sacco (F.). La sistemazione idrico-forestale dei bacini montani. Pisa, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Formazione dei serbatoi montani. - Considerazioni meteorologiche e geoidrologiche. Torino, 1918; 8° (*id.*).

Vallauri (G.). Sul funzionamento intorno al mezzo sincronismo della macchina polifase a induzione con motore monofase. Milano, 1919; 4° (*dall'A.*).

Dal 23 Marzo al 15 Giugno 1919.

Balbi (V.) e **Fattorosi-Barnaba** (T.). Osservazioni meteorologiche fatte al R. Osservatorio di Catania nel 1916. Catania, 4°.

De Toni (G. B.). Commemorazione del membro effettivo Enrico F. Trois. Venezia, 1919; 8°.

— Notizie bio-bibliografiche intorno Evangelista Quatrami, semplicista degli Estensi. Venezia, 1918; 8°.

— Fabio Colonna e l'eterocarpia. Roma, 1919; 8°.

— Appunti su Giacinto Cestoni. Siena, 1919.

— e **Tognoli** (E.). Osservazioni botaniche e sperimentali intorno alla *Digitalis lanata* Ehrh. Venezia, 1919; 8° (*dal Socio corrispondente G. B. De Toni*).

Gauthier (R.). Rapports sur les Concours de réglage de chronomètres de l'année 1918. Genève, 1919; 8° (*dall'A.*).

Jeannency (G.). Les applications chirurgicales de l'Oscillométrie. Paris, 1919; 1 vol. 8° (*dall'A.*).

Kilian (W.) et **Révil** (J.). Aperçu sommaire sur les roches éruptives des Alpes françaises. Grenoble, 1919; 8°.

— — Études sur la période pléistocène (quaternaire) dans la partie moyenne du bassin du Rhône (*dal Socio corrispondente W. Kilian*).

Mola (P.). Flora e Lepidotterofauna Sarda (Regione di Bosa). Sassari, 1919; 8° (*dall'A.*).

Montibelli (A.). Studio sintetico delle alluvioni del Ticino. Milano, 1919; 8°.

Pampanini (R.). La protezione della natura in Italia. Firenze, 1919; 8° (*dall'A.*).

Pirotta (R.). Ontogenesi delle piante. Roma, 1919; 8° (*dall'A. Socio nazionale non residente dell'Accademia*).

Riccò (A.). Notizie biografiche del Prof. Ing. Francesco Caldarera. Catania, 1918; 8° (*dall'A.*).

Riccò (A.) Parossismo dello Stromboli nel 1915. Roma, 1916; 8° (*id.*).
— Costituzione fisico-chimica della corona solare. Catania, 1916; 8° (*id.*).
— La costituzione del sole. Bologna, 1918; 8° (*id.*).
— R. Osservatorio di Catania ed Etneo. Milano, 1910; 4°.
— e **Paci** (E.). Osservazioni della *Nova Aquilae* fatte nell' Osservatorio astrofisico di Catania. Catania, 1918; 8°.
— **Platania** (G.[i]), **Platania** (G.[o]) e **De Fiore** (O.). Sul recente risveglio dei vulcani attivi Etna, Stromboli, Vulcano. Modena, 1918; 8°.
Sacco (F.). L'età della Terra. Pavia, 1919; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

Dal 2 Febbraio al 22 Giugno 1919.

Arnò (Carlo). Per la ricostruzione della teorica del possesso. Modena, 1919; 4° (*dall'A.*).
La battaglia di Vittorio Veneto 24 ottobre-4 novembre 1918; 8° (*dal Comando Supremo*).
Bertacchi (C.). Attraverso l'Appennino Ligure. Roma, 1918; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).
Biadego (G.). Francesco Angeleri (1854-1919) (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).
Cognetti De Martiis (R.) Il Governatore Vincenzo Mistrali e la legislazione civile parmense (1814-1821). Parma, 1917; 8° (*dall'A. per il premio Gautieri per la Storia, triennio 1916-1918*).
Corpus scriptorum latinorum Paravianum: Corneli Taciti Historiarum libri I et II per cura di M. Lenchantin De Gubernatis; T. Macci Plauti Miles Gloriosus per cura di C. O. Zuretti, e M. Tulli Ciceronis Pro Sex. Roscio Amerino De imperio Cn. Pompei per cura di Sisto Colombo.
The Disclosures from Germany. New York, 1918; 8° (*dalla American Association for International Conciliation*).
Frescura (B.). Le Frontiere della nuova Italia. I problemi dell'Adriatico. Milano, 1919; 4° (*dono del Comando Supremo dell'Esercito*).
La Mantia (G.). Codice diplomatico dei Re Aragonesi di Sicilia (1282-1355). Palermo, 1918; 1 vol. 8° (*dall'A.*).
Levi (A.). La filosofia politica di Giuseppe Mazzini. Bologna, 1917; 1 vol. 8° (*dall'A. per il premio Gautieri per la Filosofia, triennio 1915-1917*).
Pantano (E.). I problemi economici urgenti. Relazione. Roma, 1919; 8° (*dall'On. A. Presidente della Sottocommissione economica per il dopo guerra*).
** **Panzini** (A.). Dizionario Moderno, supplemento ai dizionari italiani. 3ª ediz. rinnovata ed aumentata.
Paribeni (R.). L'Italia e l'Asia Minore. S. Benigno Canavese, 1918; 8° (*dall'Associazione Nazionale per i Missionari italiani*).
Rodolico (N.). Le Società antiche: Oriente, Egitto, Grecia, Roma. Il Medioevo barbarico e il Rinascimento italiano. I tempi moderni. – Ad uso delle

scuole normali. Bologna, 1917; 3 vol. 8° (*dall'A. per concorrere al premio Gautieri per la Storia, triennio 1916-1918*).

Romano (S.). L'ordinamento giuridico. Studi sul concetto, le fonti e i caratteri del diritto. Pisa, 1918; 8° (*dall'A.*).

Ruffini (F.). Vittorio Emanuele II. Milano, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Cesare Battisti. Milano, 1918; 8° (*id.*).

— Mazzini. Roma, 1918; 8° (*id.*).

— Commemorazione del Senatore Giampietro Chironi. Roma, 1918; 8° (*id.*).

— Il Presidente Wilson. Milano, 1919; 8° (*id.*).

— Sionismo e Società delle Nazioni. Bologna, 1919; 8° (*dall'A. Vice-Presidente dell'Accademia*).

Sforza (A. M.). Esplorazioni e Prigionia in Libia. Milano, 1919; 1 vol. 8° (*dall'A.*).

Sforza (G.). Ciro Menotti e il Duca di Modena. Roma, 1918; 8° (*dall'A. Socio nazionale residente dell'Accademia*).

— Nuove spigolature sul Generale Giovanni Durando e la guerra nel Veneto del 1848. Venezia, 1918; 8° (*id.*).

Silva (P.). La Monarchia di luglio e l'Italia. Studio di storia diplomatica. Torino, 1917; 8° (*dall'A. per il premio Gautieri per la Storia*).

— Il Sessantasei. Studi storici. Milano, 1917; 7° (*id.*).

** **Treitschke** (H. v.). History of Germany in the Nineteenth Century; Vol. V. The influence of French liberalism, 1830-1840. Translated by Eden and Cedar Paul. London, 1919; 8° (*dall'A.*).

La frontière orientale de l'Italie (D'après nos ancêtres. Novembre 1918; 8°.

Fiume Sorella di Trieste. Gennaio 1919; 8°.

Le Nazioni e le Stirpi.

Perchè l'Italia deve avere il suo confine sull'orlo orientale delle Alpi Giulie. Con 4 schizzi. Dicembre 1918; 8°.

Perchè l'Italia deve avere il suo confine al Brennero. Con 5 schizzi. Novembre 1918; 4°.

Trentino, Venezia Giulia e Dalmazia. Considerazioni militari-politico-economiche sui confini italici. Con 7 schizzi. Dicembre 1918.

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV. Disp. 1ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1919

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

nell'anno 1918-919

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1918 - 17 novembr	1918 - 24 novembre
» - 1 dicembre	» - 8 dicembre
» - 15 »	» - 22 »
» - 29 »	1919 - 5 gennaio
1919 - 12 gennaio	» - 19 »
» - 26 »	» - 2 febbraio
» - 9 febbraio	» - 16 »
» - 23 »	» - 2 marzo
» - 9 marzo	» - 16 »
» - 23 »	» - 30 »
» - 6 aprile	» - 13 aprile
» - 27 »	» - 4 maggio
» - 11 maggio	» - 18 »
» - 25 »	» - 8 giugno
» - 15 giugno	» - 22 »

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Presidenti della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . *Pag.* III
Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1918 . . . . . „ V
Pubblicazioni periodiche ricevute dall'Accademia dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1918 . . . . . „ XXXV

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 17 Novembre 1918 *Pag.* 1
Fubini (Guido). — I differenziali controvarianti . . . . „ 5
Cicconetti (G.). — Sulla determinazione dell'ingrandimento di un cannocchiale col dinametro . . . . . „ 8
Boccardi (G.). — Su di un problema d'interpolazione . . . „ 13
Comi (Tiziana Tersilla). — Formule sommatorie . . . . „ 23

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 24 Novembre 1918 *Pag.* 39
Valmaggi (Luigi). — Per il Regolamento della Facoltà di Lettere (Nota I). . . . . „ 43
Mazzetta (M. L.). — Di una speciale tavola di mortalità relativa ad insegnanti soci di una società di mutuo soccorso . . . „ 58

Tip. Vincenzo Bona — Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LIV. DISP. 2ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

nell'anno 1918-919

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1918 - 17 novembr	1918 - 24 novembre
» - 1 dicembre	» - 8 dicembre
» - 15 »	» - 22 »
» - 29 »	1919 - 5 gennaio
1919 - 12 gennaio	» - 19 »
» - 26 »	» - 2 febbraio
» - 9 febbraio	» - 16 »
» - 23 »	» - 2 marzo
» - 9 marzo	» - 16 »
» - 23 »	» - 30 »
» - 6 aprile	» - 13 aprile
» - 27 »	» - 4 maggio
» - 11 maggio	» - 18 »
» - 25 »	» - 8 giugno
» - 15 giugno	» - 22 »

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 1° Dicembre 1918 . *Pag.* 67
Colonnetti (Gustavo). — Applicazione a problemi tecnici di un nuovo teorema sulle coazioni elastiche . . . . . „ 69
Destefanis (Maria). — Estrazione della radice quadrata . . . „ 84
Tanturri (Alberto). — Sul numero delle partizioni d'un numero in potenze di 2 . . . . . „ 97
Sibirani (Filippo). — Ulteriori ricerche intorno ad un problema analogo a quello ristretto dei tre corpi . . . . . „ 111

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'8 Dicembre 1918 . *Pag.* 122

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'8 Dicembre 1918 . *Pag.* 124
Macchioro (Vittorio). — Dionysos Mystes . . . . . „ 126
Valmaggi (Luigi). — Per il Regolamento della Facoltà di Lettere (Nota II) . . . . . „ 139

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LIV. DISP. 3ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 15 Dicembre 1918 *Pag.* 155

Del Re (A.). — Sul carattere invariantivo di certi operatori nella analisi estensiva ad n dimensioni . . . . . „ 156

Sannia (Gustavo). — Serie di funzioni sommabili uniformemente col metodo di Borel generalizzato . . . . . „ 171

Boggio (Tommaso). — Sulla geometria assoluta degli spazi curvi „ 186

Lazzarino (Orazio). — Sulla generalizzazione dei moti alla Poinsot e sulla stabilità degli assi permanenti di rotazione in detti moti „ 201

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 22 Dicembre 1918 *Pag.* 220

Macchioro (Vittorio). — Dionysos Mystes (Nota II) . . . . „ 222

Romano (Benedetto). — Appunti sull'ortografia di Marziale (Nota I) „ 239

Tip. Vincenzo Bona — Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV. Disp. 4ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 29 Dicembre 1918. *Pag.* 253
De Toni (G. B.). — Contributo alla teratologia del genere "Chrysanthemum" L. . . . . „ 254

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 5 Gennaio 1919. . *Pag.* 258
Stampini (Ettore). — Saluto rivolto al Presidente Woodrow Wilson nell'Aula Magna della R. Università degli Studi per incarico del Presidente della Reale Accademia delle Scienze dall'Accademico Segretario Ettore Stampini il 6 gennaio 1919 . . „ 260
Romano (Benedetto). — Appunti sull'ortografia di Marziale (Nota II) „ 262
Campus (Giovanni). — Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici (Nota I) . . . . . „ 271
Programma dei Premi di fondazione Vallauri pei quadrienni 1919-1922 e 1923-1926 . . . . . „ 285
Programma per il XXII Premio Bressa . . . . . „ 286
Premio di fondazione Gautieri . . . . . „ 287

Tip. Vincenzo Bona — Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LIV, DISP. 5ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 12 Gennaio 1919 . *Pag.* 289
Belli (Saverio). — L'*Althaea Taurinensis* DC. ed i suoi rapporti colle specie affini crescenti in Italia . . . . . „ 291
Sannia (Gustavo). — Le serie di Dirichlet sommate col metodo di Borel generalizzato . . . . . „ 315

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 19 Gennaio 1919 . *Pag.* 324
De Sanctis (Gaetano). — Note di epigrafia romana . . . . „ 329
Lattes (Elia). — Novissime obiezioni alle parentele italiche dell'etrusco (Nota I) . . . . . „ 335
Sabbadini (Remigio). — Sul codice *MM* 28 dell'Accademia . „ 342
Segrè (Angelo). — Misure egiziane dell'epoca tolemaica, romana e bizantina (Nota I) . . . . . „ 343
Campus (Giovanni). — Le velari latine con speciale riguardo alle testimonianze dei grammatici (Nota II) . . . . . „ 366

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV. Disp. 6ª. 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 26 Gennaio 1919 . *Pag.* 377

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 2 Febbraio 1919 . *Pag.* 379
Mazzini (Ubaldo). — Il primitivo battistero di Luni . . „ 381
Segrè (Angelo). — Misure egiziane dell'epoca tolemaica, romana e bizantina (Nota II) . . . . . „ 391
Neri (Ferdinando). — La leggenda di Gargantua nella Valle d'Aosta „ 410
Valmaggi (Luigi). — Per la Grammatica . . . . . „ 415

Tip. Vincenzo Bona — Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. LIV, DISP. 7ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 9 Febbraio 1919 . *Pag.* 425

Colonnetti (Gustavo). — Sforzi di montaggio nell'armatura dell'ala di un biplano . . . . . „ 426

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 16 Febbraio 1919 . *Pag.* 432

Patetta (Federico). — Relazione per la tutela del Patrimonio Archivistico Italiano, letta ed approvata a voti unanimi nell'adunanza del 16 Febbraio 1919 . . . . . „ 433

Tip. Vincenzo Bona — Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV, Disp. 8ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 23 Febbraio 1919 . *Pag.* 441

Raciti (Concetta). — Sopra una classe di varietà abeliane a tre dimensioni . . . . . „ 443

Tanturri (Alberto). — Sulla funzione del Dirichlet e sulla funzione signum x del Kronecker . . . . . „ 450

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 2 Marzo 1919 . *Pag.* 458

Lenchantin de Gubernatis (Massimo). — Studi sull'accento greco e latino (Nota I) . . . . . „ 459

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV, Disp. 9ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 9 Marzo 1919 . . *Pag.* 477
Mola (Pasquale). — Flora delle acque sarde. Contributo delle piante idrofite ed igrofite della Sardegna . . . . . „ 478

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 16 Marzo 1919 . *Pag.* 503
Stampini (Ettore). — Vigiliae Hibernae (Nota I) . . . . „ 505
De Sanctis (Gaetano). — Ἡμῶν ἕνεκεν . . . . . „ 526

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV, Disp. 10ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 23 Marzo 1919 . . *Pag.* 531
Mori Breda (Gilda). — Sviluppo delle radici in prodotto decimale „ 533
Comi (Tiziana Tersilla). — Sviluppo delle radici in prodotto decimale „ 543
Majorana (Quirino). — Relazione della Commissione nominata dalla Classe per lo Studio delle Relazioni della Conferenza interalleata sulla organizzazione scientifica . . . . . „ 549

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 30 Marzo 1919 . *Pag.* 555
Lattes (Elia). — Ancora delle novissime obiezioni alle parentele etrusco-italiche (Nota II) . . . . . „ 557
Prato (Giuseppe). — Giacomo Giovanetti ed il protezionismo agrario nel Piemonte di Carlo Alberto . . . . . „ 565
Stampini (Ettore). — Vigiliae Hibernae (Nota II) . . . . „ 613
Lenchantin de Gubernatis (Massimo). — Studi sull'accento greco e latino (Nota II) . . . . . „ 636

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV, Disp. 11ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 6 Aprile 1919 . *Pag.* 651

Roccati (Alessandro). — Ricerche lito-mineralogiche sopra alcuni pozzi profondi della pianura padana. IV. Pozzo nella città di Alessandria . . . . . „ 653

Majorana (Quirino). — Nuove ipotesi cosmogoniche e nuovo fenomeno gravitazionale . . . . . „ 667

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 13 Aprile 1919 . *Pag.* 670

Tip. Vincenzo Bona – Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV, Disp. 12ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 27 Aprile 1919 . *Pag.* 677

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 27 Aprile 1919 . *Pag.* 681

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 4 Maggio 1919 . *Pag.* 682

Rosa (Daniele). — L'opera scientifica di Lorenzo Camerano . „ 686

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 4 Maggio 1919 . *Pag.* 738

Nazzari (Rinaldo). — Il " dato „ come principio di certezza (Discussione gnoseologica) (Nota I) . . . . . „ 740

Ferrabino (Aldo). — La battaglia di Sellasia. - I. La mossa aggirante sul colle Euas (Nota I) . . . . . „ 751

Negri (Luigi). — Un preteso Anti-machiavello francese della Rinascita: Stefano La Boétie e Nicolò Machiavelli . . . . „ 761

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV, Disp. 13ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'11 Maggio 1919 . *Pag.* 781

Mondino (Alfonsina). — Ricerche anatomiche e morfologiche sulla var. *tuberosa* Asch. dell'*Arrenatherum elatius* M. K. nuovamente trovata in Piemonte . . . . . „ 782

Peano (Giuseppe). — Risoluzione graduale delle equazioni numeriche „ 795

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 18 Maggio 1919 . *Pag.* 808

Ferrabino (Aldo). — La battaglia di Sellasia. - II. Lo scontro delle falangi e l'azione dei centri (Nota II) . . . . . „ 811

Sarfatti (Mario). — I Quasi-Contratti nel Diritto Inglese in rapporto al Diritto Italiano (Nota I) . . . . . „ 820

Nazzari (Rinaldo). — Il " dato „ come principio di certezza (Discussione gnoseologica) (Nota II) . . . . . „ 837

Tip. Vincenzo Bona — Torino.

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV. Disp. 14ª. 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 25 Maggio 1919 . *Pag.* 845
Gribodo (Giovanni). — Gli "Imenotteri" delle Oasi xerotropiche di Val di Susa . . . . . „ 846
Albenga (Giuseppe). — Sul problema delle coazioni elastiche . „ 864

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'8 Giugno 1919 . *Pag.* 869
Vidari (G.). — Relazione per il premio Gautieri . . . „ 873

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza dell'8 Giugno 1919 . *Pag.* 881
Bignone (Ettore). — Nuove ricerche epicuree . . . . . „ 883
Sarfatti (Mario). — I Quasi-Contratti nel Diritto Inglese in rapporto al Diritto Italiano (Nota II) . . . . . „ 896
Bizzarri (Dina). — Per la storia della clausola della Nazione più favorita . . . . . „ 907
Stampini (Ettore). — Vigiliae Hibernae (Nota III e IV) . . . „ 921
Solazzi (Siro). — Sul senatoconsulto di Gaio I. 182 . . . . „ 955

Tip. Vincenzo Bona - Torino

THE NEW YORK
ACADEMY OF SCIENCES.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. LIV. Disp. 15ª, 1918-1919.

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1919

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis** e **P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 15 Giugno 1919 . *Pag.* 971

Somigliana (Carlo). — Sulle relazioni fra il principio di Huygens e l'ottica geometrica . . . . . „ 974

Issoglio (Giovanni). — La composizione chimica dei cascami della lavorazione del riso (Nota II) . . . . . „ 980

Panetti (Modesto). — La curvatura delle funi portanti dotate di rigidezza elastica . . . . . „ 992

Zavagna (Ireneo). — Calcolo dei logaritmi naturali con la serie esponenziale . . . . . „ 1001

Bersano (Carlo). — Il numero π calcolato con la serie esponenziale „ 1007

Perucca (Eligio). — Sul modo di ottenere un " quarto d'onda „ acromatico. Due sferometri sensibilissimi . . . . . „ 1013

Cognetti De Martiis (Luigi). — Una nuova specie del genere " Lymphosporidium „ (con 1 tavola) . . . . . „ 1035

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 22 Giugno 1919 . „ 1045

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 22 Giugno 1919 . *Pag.* 1048

Einaudi (Luigi). — Osservazioni critiche intorno alla teoria dell'ammortamento dell'imposta e teoria delle variazioni nei redditi e nei valori capitali susseguenti all'imposta (Note I–II) . . „ 1051

Pasquali (Giorgio). — Epigrammi callimachei (Note I–II) . „ 1132

Nallino (Carlo). — Sull'infondata leggenda della " Tomba di David „ sottostante al Santuario del Cenacolo in Gerusalemme . „ 1155

Bourgin (George). — Les réfugiés et les ouvriers italiens en France en 1849 . . . . . „ 1176

Galli (Ettore). — Sensazioni muscolo-tendineo-articolari e sensazioni derivate . . . . . „ 1179

Valmaggi (Luigi). — Scorci Tacitiani . . . . . „ 1195

Mesturini (Anna Teresa). — Sul sistema di accentuazione delle parole greche in latino . . . . . „ 1199

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza straord. del 6 Luglio 1919 *Pag.* 1210

Errata-corrige . . . . . „ 1222

Indice del volume LIV. . . . . „ 1223

Pubblicazioni ricevute dall'Accademia dal 18 Giugno 1918 al 22 Giugno 1919 . . . . . „ XLVII

Tip. Vincenzo Bona — Torino

3/19 NYAS

AMNH LIBRARY
100125232